١١ تحليل التباين متعدد التقسيمات

Multi-way analysis of variance

١– التقسيم ثنائى الاتجاه

٢– النموذج الرياضى

٣– المقارنة بين المتوسطات

٤– التداخل

٥– تحليل التباين فى اتجاهين مع وجود تداخل

فى كثير من الحالات يكون التصميم أحادى الاتجاه أو التقسيم الأحادى للبيانات قد لا يشكل الوضع الأمثل لاستبيان حقيقة الأمور من اختبار للفروض الخاصة بتأثير معاملة معينة.

وينشأ ذلك إذا تعرف المجرب على أن هناك عاملاً آخر بجانب اختلاف المعاملات قد يدخل فى التأثير على نتيجة (قيم) البيانات المتحصل عليها. فمثلاً قد يكون لجنس الحملان تأثير على الأوزان عند الفطام مما قد يؤثر على اختبار الفرض الخاص بمعاملات غذائية معينة تتم فى فترة الرضاعة أو فى استيضاح الفروق بين السلالات. كما أن الأصناف المختلفة من محصول ما قد تكون سبباً للاختلافات يؤثر على دقة الحكم على استبيان الاختلافات فى كمية المحصول بين معاملات التسميد، أو أن المقياس المستخدم فى قياس عملية معينة يختلف باختلاف القائم على عملية القياس نفسها.

كل هذا يؤدى إلى عدم تجانس الوحدات التجريبية والتى كانت الأساس فى استخدام التقسيم الأحادى للبيانات وبالتالى أيضاً يمكن النظر إلى التقسيم متعدد الفئات على أنه يوسع مدى التجربة حيث إنه يقيس الفروق بين المعاملات المختلفة تحت ظروف لعوامل أخرى، وبالتالى يوسع فى مدى الاستدلال.

١١-١ التقسيم ثنائى الاتجاه Two-way classification

تأسيساً على ما سبق فإن من المشاهدات ما يمكن تصنيفها بناءً على أساسين للتصنيف، ويعرف هذا بالتقسيم ثنائى الاتجاه. وبالتالى فإن البيانات يمكن تبويبها على هيئة مستطيل بحيث تمثل الصفوف rows أحد أسس التصنيف (إحدى الاتجاهين) وتمثل الأعمدة columns التصنيف الآخر (الجهة الثانية). فمثلاً قد تكون الصفوف هى مستويات المعاملات المختلفة فى حين تمثل الأعمدة جنس الحيوان أو عمره أو سلالته أو القائمين بالقياس.

وكمثال يوضح التقسيم ثنائى الاتجاه فإن الجدول ١١-١ يمثل النتائج المتحصل عليها من تجربة استخدمت فيها ثلاثة أصناف من القمح أدخلت فى تجربة لتقدير تأثير أربعة معاملات من التسميد على المحصول الناتج حيث تمثل كل مشاهدة أو خلية من الاثنتى عشرة مشاهدة توليفة معاملة treatment combination وهى فى هذه الحالة يمثلها رقم واحد هو قيمة المحصول الناتج فى هذه الخلية Y_{ij} والتى تمثل التقاء المعاملة التسميدية i بالصنف من القمح j حيث يمكن تمثيل المشاهدات أو الخلايا cells فى جدول ١١-٢.

جدول ١١-١ محصول القمح الناتج فى تجربة تشمل 3 أصناف، 4 معاملات

معاملات التسميد	أصناف القمح أ	ب	ج	المجموع	المتوسط
١	64	72	74	**210**	**70**
٢	55	57	47	**159**	**53**
٣	59	66	58	**183**	**61**
٤	58	57	53	**168**	**56**
المجموع	**236**	**252**	**232**	**720**	**60**

جدول ١١-٢ التقسيم الثنائى الاتجاه (مشاهدة واحدة فى كل خلية)

الصفوف Rows	الأعمدة Column 1	2	...	J	...	C	Total	Mean
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1j}	...	Y_{1c}	$Y_{1\cdot}$	$\bar{Y}_{1\cdot}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2j}	...	Y_{2c}	$Y_{2\cdot}$	$\bar{Y}_{2\cdot}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	Y_{i1}	Y_{i2}	...	Y_{ij}	...	Y_{ic}	$Y_{i\cdot}$	$\bar{Y}_{i\cdot}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
r	Y_{r1}	Y_{r2}	...	Y_{rj}	...	Y_{rc}	$Y_{r\cdot}$	$\bar{Y}_{r\cdot}$
Total	$Y_{\cdot 1}$	$Y_{\cdot 2}$	...	$Y_{\cdot j}$	...	$Y_{\cdot c}$	$Y_{\cdot\cdot}$	
Mean	$\bar{Y}_{\cdot 1}$	$\bar{Y}_{\cdot 2}$	...	$\bar{Y}_{\cdot j}$	...	$\bar{Y}_{\cdot c}$		$\bar{Y}_{\cdot\cdot}$

ويلاحظ من جدول ١١-٢ أن كل قيمة أو مشاهدة Y_{ij} يمكن تحديدها عن طريق تحت حرفين two subscripts حيث يمثل الحرف الأول المعاملة (الصف) الذى تنتمى إليه المشاهدة فى حين يمثل الحرف الثانى العمود الذى تنتمى إليه المشاهدة. وفى جدول ١١-١ يلاحظ أن المشاهدة Y_{13} تمثل معاملة السماد الأولى وصنف القمح الثالث وقيمتها 74، فى حين أن Y_{42} تمثل المشاهدة التى تنتمى للمعاملة الرابعة فى الصنف الثانى وقيمتها 57.

وفى هذا الجزء سوف يتم عرض المعادلات التى تمكن من تقدير واختبار ما إذا كانت التباينات فى المحصول ترجع إلى اختلاف المعاملات التسميدية أم إلى اختلاف أصناف القمح المنزرع أم إلى الاختلافات الداخلية (الخطأ) أو إلى خليط من مصادر التباين هذه، ومن جدول ١١-٢ يلاحظ أن هناك عدداً rc من قيم Y_{ij} والتى يفترض أنها تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط قدره μ وتباين σ^2 وأنها مستقلة عن بعضها. ويمثل $Y_{i.}$، $\overline{Y}_{i.}$ كلا من المجموع والمتوسط للصف i، فى حين أن $Y_{..}$، $\overline{Y}_{..}$ تمثل نفس القيمتين فى العمود j على التوالى، وأن الكميتين $Y_{.j}$، $\overline{Y}_{.j}$ تمثلان المجموع الكلى للقيم ومتوسطها العام على التوالى.

وحيث إن متوسط الصف $\overline{Y}_{i.}$ هو تقدير غير متحيز للمتوسط فى العشيرة $\mu_{i.}$ وأيضاً متوسط العمود $\overline{Y}_{.j}$ هو تقدير للمتوسط فى العشيرة $\mu_{.j}$ فإنه يمكن اختبار فروض العدم الخاصة بكل منها.

ولإجراء اختبار أن الفروق بين المشاهدات ترجع إلى التباين بين الصفوف (التقسيم الأول) فإن:

فرض العدم هو أن كل المتوسطات فى العشيرة متساوية أى:

$$H_o : \mu_{1.} = \mu_{2.} = \cdots = \mu_{i.} \qquad (١١-١)$$

والفرض البديل H_1 أن ليست كل المتوسطات متساوية أو على الأقل يوجد متوسط واحد يختلف عن باقى المتوسطات.

وفى نفس الوقت يمكن أيضاً اختبار الفرض الخاص بالاختلافات بين الأعمدة (التقسيم الثانى) أى أن:

فرض العدم هو أن كل المتوسطات فى العشيرة متساوية أى:

$$H_o : \mu_{.1} = \mu_{.2} = \cdots = \mu_{.j} \qquad (١١-٢)$$

والفرض البديل H_1 أن ليست كل المتوسطات متساوية أو على الأقل يوجد متوسط واحد يختلف عن باقى المتوسطات.

١١-٢ النموذج الرياضى Mathematical model

النموذج الرياضى الذى يستخدم فى حالة التقسيم ثنائى الجهة تكون صورته كما فى المعادلة التالية:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \qquad (٣-١١)$$

حيث تمثل الكمية μ المتوسط العام للعشيرة فى حين أن الكمية α_i هى تأثير الصف i ، β_j هى التأثير الخاص بالعمود j وأن الكمية ε_{ij} هى الخطأ الطبيعى والذى يفترض أن قيمته تكون مستقلة وتتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الصفر وتباينه σ_ε^2 أى أن $\varepsilon \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

ويفترض فى هذا النموذج الرياضى أن تأثير كل من الصف والعمود على المشاهدة يكون تجميعيا additive وسوف يناقش لاحقا كيف يجرى تحليل التباين فى حالة عدم توافر هذا الشرط وكيفية اختباره.

ويلاحظ من جدول ١١-٢ أن المعادلة الخاصة بالمتوسط العام هى مجموع للمعادلات الخاصة بالصفوف وأيضا وفى نفس الوقت هى مجموع للمعادلات الخاصة بالأعمدة، وعلى ذلك فإنه للحصول على حلول solutions لتأثيرات كل من الصفوف والأعمدة يلزم وضع بعض الاشتراطات conditions or restrictions لذلك، وأكثر تلك الاشتراطات استخداماً هو اشتراط أن $\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = 0$ حيث كل من α_i، β_j تمثل انحرافا عن المتوسط العام μ.

وعليه عند تطبيق هذه الاشتراطات على النموذج (١١-٣) يمكن الحصول على لمعادلات التالية:

$$\mu_i = \frac{\sum_j (\mu + \alpha_i + \beta_j)}{c} = \mu + \alpha_i \qquad (٤-١١)$$

$$\mu_j = \frac{\sum_i (\mu + \alpha_i + \beta_j)}{r} = \mu + \beta_j \qquad (٥-١١)$$

وبالتالى تصبح فروض العدم (١١-١) ، (١١-٢) كالتالى:

$$H_o : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r \qquad (٦-١١)$$

والفرض البديل H_1 : على الأقل هناك قيمة واحدة من α_i لا تساوى صفراً.

$$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_c \qquad (٧-١١)$$

والفرض البديل H_1 : على الأقل هناك قيمة واحدة من β_j لا تساوى صفراً.

وكل من الاختبارين الخاصين بفروض العدم السابقة مبنى على أساس الحصول على مقارنة تقديرات مستقلة للتباين العام للعشيرة σ_e^2 ويتأتى ذلك عن طريق تقسيم مجموع المربعات الكلية فى العينة إلى ثلاثة أجزاء مستقلة حسب المعادلة التالية:

$$\sum_i \sum_j (\overline{Y}_{ij} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$= c \sum_{i=1}^{r} (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 + r \sum_{j=1}^{c} (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 + \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})^2$$

(١١-٨)

ويمكن إثبات ذلك بإعادة ترتيب الكمية داخل القوس أى:

$$\sum_i^r \sum_j^c (Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_i \sum_j [(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}) + (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}) + (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})]^2$$

$$= \sum_i \sum_j (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 + \sum_i \sum_j (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$+ \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})^2$$

$$+ 2\sum_i \sum_j (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})$$

$$+ 2\sum_i \sum_j (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})$$

$$+ 2\sum_i \sum_j (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})$$

ولكن بما أنه قد سبق إثبات أن مجموع أي انحرافات عن المتوسط يساوى صفراً فإن كل الكميات التى لا يوجد بها التربيعات (أى حاصل ضرب الانحرافات) تساوى صفراً أى أن:

$$\sum_i^r \sum_j^c (Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = c\sum_i (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 + r\sum_j (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 + \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..})^2$$

ويلاحظ أن الثلاثة مجاميع للمربعات التى ينقسم إليها مجموع المربعات الكلى يؤول كل منها إلى مصدر من مصادر الاختلافات، ويمكن بالتالى الرمز إلى المعادلة (١١-٨) فى صورة مكونات مجاميع المربعات بالمعادلة التالية:

$$TSS = RSS + CSS + ESS \qquad (١١-٩)$$

وكل منها يمثل جزءاً من مجاميع المربعات فى (١١-٨) حيث:

مجموع المربعات الكلى: $\text{Total sum of squares (TSS)} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}..)^2$

مجموع المربعات للصفوف: $\text{Row sum of squares (RSS)} = c\sum_i (\overline{Y}_i. - \overline{Y}..)^2$

مجموع المربعات للأعمدة: $\text{Column sum of squares (CSS)} = r\sum_j (\overline{Y}._j - \overline{Y}..)^2$

مجموع المربعات للخطأ:

$$\text{Error sum of squares (ESS)} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \overline{Y}_i. - \overline{Y}._j + \overline{Y}..)^2$$

وهنا تجدر الإشارة إلى أنه يوجد ثلاثة تقديرات مستقلة لقيمة σ_e^2 من كل من مجاميع المربعات الثلاثة وهى تلك التى بين الصفوف، بين الأعمدة والخطأ. فأول تقدير هو من بين الصفوف RSS وهذا مبنى على أساس المتوسطات الخاصة بالصفوف وانحرافاتها عن المتوسط العام وله درجات حرية $(r-1)$ وعلى ذلك فإن التقدير الأول لقيمة التباين σ^2 يقدر من $S_R^2 = RSS/(r-1)$ وهذا يعتبر تقديراً غير منحاز لقيمة σ^2 إذا كان فرض العدم صحيحاً أى $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0$. ولكنه فى حالة ما إذا كان واحداً أو أكثر من قيم α لا تساوى صفراً فإن القيمة المحسوبة S_R^2 تصبح أكبر من قيمة σ^2.

وبنفس المنطق فإن التقدير الثانى يحسب من متوسط المربعات الخاص بالأعمدة ى $S_C^2 = CSS/(c-1)$ حيث إن هناك $(c-1)$ درجات حرية. وهو أيضاً تقدير غير منحاز لقيمة σ^2 فى حالة صحة فرض العدم أى $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_c$. أما إذا كانت إحدى قيم β لا تساوى صفراً فإن التقدير الناتج S_C^2 يعطى قيمة أكبر من قيمة σ^2.

والتقدير الثالث لقيمة σ^2 هو الذى يحسب من مجموع مربعات الخطأ ESS وله $(r-1)(c-1)$ درجات حرية وهو أيضاً مستقل عن التقديرين السابقين وبذلك فإن

القيمة المحسوبة له هى $S_E^2 = ESS/(r-1)(c-1)$. وهذا التقدير غير متحيز ولا يتأثر بأى من فرضى العدم.

ولاختبار أى من الفرضين السابقين الخاصين بتأثيرات الصفوف أو الأعمدة فإن متوسط المربعات المراد اختباره سواء S_R^2أو S_C^2 تختبر بالمقارنة بـ S_E^2وذلك بقسمة متوسط المربعات المختبر على S_E^2وهذا يعطى قيمة لها توزيع F فى حالة ما إذا كان فرض العدم صحيحاً وقيمة F الجدولية بمستوى المعنوية المفترض.

ففى حالة اختبار تأثير الصفوف يكون $F_R = S_R^2 / S_E^2$ بدرجات حرية $(r-1)$ للبسط و $(r-1)(c-1)$ للمقام. أما فى حالة اختبار تأثير الأعمدة تكون قيمته $F_C = S_C^2 / S_E^2$ بدرجات حرية $(c-1)$ للبسط و $(r-1)(c-1)$ للمقام.

وكما ذكر سابقاً بالباب التاسع فى (٩-٣) فإن مجموع المربعات الكلى TSS يحسب أولاً من المشاهدات. ومن مجاميع الصفوف والأعمدة يتم حساب RSS، CSS ثم بالطرح يحسب مجموع المربعات للخطأ كالتالى:

$$ESS = TSS - RSS - CSS \qquad (١٠-١١)$$

ويعتبر هذا الإجراء صحيحاً، أى حساب مجموع المربعات للخطأ بالطرح طالما أن عدد الأفراد فى كل من الخلايا cells أو تحت الفئات subclasses متساوى أو متناسب proportional. ومن الواضح أن عدد درجات الحرية للخطأ أيضاً يمكن حسابها بالطرح مثل مجموع المربعات حيث:

$$(r-1)(c-1) = (rc-1) - (r-1) - (c-1) \qquad (١١-١١)$$

ويمكن أيضاً توضيح الكيفية والمعادلات التى يتم بواسطتها حساب مجاميع المربعات المصححة الكلية وللصفوف وللأعمدة من المجاميع كالتالى:

$$TSS = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{rc} \qquad (١٢-١١)$$

$$RSS = \sum_i \frac{Y_{i.}^2}{c} - \frac{Y_{..}^2}{rc} \qquad (١٣-١١)$$

$$CSS = \sum_j \frac{Y_{.j}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{rc} \qquad (١٤-١١)$$

وبالتالى يمكن تلخيص حسابات مجاميع المربعات وتحليل التباين الثنائى التقسيم كما فى جدول ١١-٣.

جدول ١١-٣ تحليل التباين ثنائى التقسيم (مشاهدة واحدة فى كل خلية)

SOV	df	SS	MS	F
بين متوسطات الصفوف (المعاملات)	$(r-1)$	RSS	$S_R^2 = \frac{RSS}{r-1}$	$F_R = \frac{S_R^2}{S_E^2}$
بين متوسطات الأعمدة (القطاعات)	$(c-1)$	CSS	$S_C^2 = \frac{CSS}{c-1}$	$F_C = \frac{S_C^2}{S_E^2}$
الخطأ	$(r-1)(c-1)$	ESS	$S_E^2 = \frac{ESS}{(r-1)(c-1)}$	
المجموع	$(rc-1)$	TSS		

مثال ١١-١

باستخدام البيانات فى جدول ١١-١ اختبر فرضى العدم التاليين

١- أنه لا توجد فروق بين متوسطات المحصول لمعاملات التسميد المختلفة المجربة.

٢- أنه لا توجد فروق بين متوسطات المحصول لأصناف القمح المختلفة المزروعة.

الحل:

لمعاملات التسميد:

$H_o : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$

H_1 : على الأقل واحدة من قيم α لا تساوى صفر

لأصناف القمح:

$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

H_1 : لا تساوى صفر β على الأقل واحدة من قيم

وبافتراض أن الاختبار سيجرى على مستوى معنوية 5%

١- حسب معادلة (١١-١٢) يحسب مجموع المربعات الكلى TSS كالتالى:

$$TSS = (64)^2 + (55)^2 + \cdots + (53)^2 - \frac{(720)^2}{12} = 662$$

٢- حسب معادلة (١١-١٣) يحسب مجموع المربعات بين الصفوف RSS كالتالى:

$$RSS = \frac{(210)^2 + (159)^2 + (183)^2 + (168)^2}{3} - \frac{(720)^2}{12} = 498$$

٣- حسب المعادلة (١١-١٤) يحسب مجموع المربعات بين الأعمدة CSS كالتالى:

$$CSS = \frac{(236) + (252) + (232)}{4} - \frac{(720)^2}{12} = 56$$

٤- حسب المعادلة (١١-١٠) يحسب مجموع المربعات للخطأ ESS كالتالى:

$$ESS = 662 - (498 + 56) = 108$$

ويلخص بالتالى تحليل التباين للبيانات فى جدول ١١-٤.

جدول ١١-٤ تحليل التباين للبيانات المذكورة فى جدول ١١-١

SOV	df	SS	MS	F
بين معاملات التسميد	3	498	166	$\frac{166}{18} = 9.22^*$
بين أصناف القمح	2	56	28	$\frac{28}{18} = 1.56$
الخطأ	6	108	18	
الكلى	**11**	**662**		

ومن نتائج تحليل التباين يتضح:

١- أنه لا يمكن قبول فرض العدم الخاص بتساوى تأثير معاملات التسميد على متوسط المحصول حيث إن قيمة F المحسوبة تزيد عن القيمة الجدولية والتى قيمتها $F_{(3,6,.05)} = 4.76$.

٢- أنه لا يوجد ما يؤدى إلى الاعتقاد بأن هناك اختلافاً بين متوسط محصول أصناف القمح المجربة وبالتالى لا يمكن رفض فرض العدم الخاص بذلك لأن قيمة F المحسوبة تقل عن القيمة الجدولية والتى قيمتها $F_{(2,6,.05)} = 5.14$.

١١-٣ المقارنة بين المتوسطات Group mean comparisons

إن المقارنة بين المتوسطات والتى سبق مناقشتها فى حالة التقسيم الأحادى بالباب لتاسع تنطبق على هذا التقسيم أيضاً، فلقد وجد أنه باختبار فرض العدم الخاص بتأثير لمعاملات التسميدية قد تم رفضها وبالتالى فإنه يتم قبول الفرض البديل أى أنه هناك على الأقل واحدة من المعاملات التسميدية متوسطها يختلف عن المتوسط العام. لاختبار أى الفروق تعتبر مختلفة يجرى مثلاً اختبار LSD ومن فصل ٩-٧-١ فإن ختبار LSD كان

$$LSD = t\sqrt{\frac{2\,S^2}{n}}$$

حيث S^2 هو متوسط المربعات للخطأ كما أشير سابقاً. ومن جدول ١١-٣ يتم لتعويض عن قيمة الاختبار حيث $t_{(6,.05)} = 2.447$ وتصبح قيمة LSD هى:

$$LSD = (2.447)\sqrt{\frac{2(18)}{3}} = 8.48$$

وبعد ترتيب المتوسطات تنازلياً حيث كان أعلاها متوسط المعاملة الأولى وأقلها متوسط المعاملة الثانية ويمكن إيجاد الفروق بين المتوسطات فى الجدول التالى:

المعاملة	المتوسطات	(١)	(٣)	(٤)	(٢)
		70	61	56	53
		الفروق			
(٢)	53	17*	8	3	
(٤)	56	14*	5		
(٣)	61	9*			

ومن الجدول السابق عند مقارنة قيمة اختبار LSD بالفروق بين المتوسطات يتضح أن الفروق والتى تصل إلى المعنوية هى تلك التى توجد بين متوسط المعاملة (١) وكل من المتوسطات الأخرى أما بقية الفروق بين المتوسطات فلم تكن كذلك.

ويمكن الحصول على مجموع المربعات الخاص بالمقارنة المستقلة orthogonal comparison الخاصة بالمعاملة الأولى ضد بقية المعاملات وذلك باستخدام ما سبق توضيحه فى الفصل ٩-٨ باستخدام المعادلة (٩-٨) لحساب قيمة المقارنة L وباستخدام المعادلة (٩-٩) لحساب مجموع المربعات الراجع لهذه المقارنة. وبذا تصبح المقارنة:

$$L = (3)(210) - (159 + 183 + 168) = 120$$

ومجموع المربعات الخاص بالمقارنة L $= 400 \; \dfrac{(120)^2}{3(12)}$

وباختبار مجموع المربعات هذا ضد الخطأ يتضح أن $^{**}22.2 = \dfrac{400}{18} = F$ بدرجة حرية واحدة للبسط و 6 درجات حرية للخطأ وهى معنوية جداً.

إن استخدام أكثر من صنف من أصناف القمح فى التجربة لمعرفة تأثير التسميد فى هذا النوع من التحليل، والذى يعرف بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة complete randomized block design، والذى تمثل فيه أصناف القمح القطاعات blocks بالإضافة إلى المعاملات التسميدية treatments يؤدى إلى زيادة مدى التجربة وقدرتها، وهو ما سوف يتم تناوله لاحقاً فى الباب الخامس عشر. حيث يلاحظ أن المعاملات التسميدية قد اتضحت نتائجها بتطبيقها على أكثر من صنف من أصناف القمح والتى لا تدخل اختلافاتها ضمن الاختلافات بين المعاملات التسميدية وبذلك يتحقق زيادة مدى التجربة على مجال أوسع فى التجريب.

مثال ١١-٢

استخدام برنامج SAS لتحليل البيانات فى جدول ١١-١ واختبار فروض العدم التاليين والمقارنة بين المتوسطات.

```
DATA TWOWAY;
INPUT FERTILIZ VARIETY $  CROP @@;
CARDS;
1 A 64 2 A 55 3 A 59 4 A 58
1 B 72 2 B 57 3 B 66 4 B 57
1 C 74 2 C 47 3 C 58 4 C 53
```

```
PROC GLM;
CLASS FERTILIZ VARIETY;
MODEL CROP = FERTILIZ VARIETY / SS3;
MEANS FERTILIZ /LSD;
CONTRAST 'FIRST FERTILIZ VS OTHERS' FERTILIZ 3 -1 -1 -1;
RUN;
```

النتائج:

The GLM Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
FERTILIZ	4	1 2 3 4
VARIETY	3	A B C

Number of observations 12

The GLM Procedure

Dependent Variable: CROP

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Val.ie	Pr > F
Model	5	554.0000000	110.8000000	6.16	0.0234
Error	6	108.0000000	18.0000000		
Corrected Total	11	662.0000000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	CROP Mean
0.836858	7.071068	4.242641	60.00000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
FERTILIZ	3	498.0000000	166.0000000	9.22	0.0115
VARIETY	2	56.0000000	28.0000000	1.56	0.2856

The GLM Procedure
t Tests (LSD) for CROP

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the xperimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	6
Error Mean Square	18
Critical Value of t	2.44691
Least Significant Difference	8.4764

Means with the same letter are not significantly different.

t Grouping	Mean	N	FERTILIZ
A	70.000	3	1
B	61.000	3	3
B	56.000	3	4
B	53.000	3	2

The GLM Procedure

Dependent Variable: CROP

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
FIRST FERTILIZ VS OTHERS	1	400.0000000	400.0000000	22.22	0.0033

١١-٤ التداخل Interaction

لفهم ومعرفة طبيعة التداخل افترض أنه فى تجربة ما لمعرفة تأثير كل من مستوى الطاقة (عالية و منخفضة) ومستوى البروتين (عالى و منخفض) على الزيادة فى وزن الحيوان كانت البيانات التالية:

مستوى البروتين	مستوى الطاقة: عالى	مستوى الطاقة: منخفض
عالى	8	6
منخفض	5	4

ومنها يتضح أنه عندما تغير مستوى البروتين من منخفض إلى عالٍ أدى هذا إلى زيادة فى الوزن مقدارها وحدتان عندما كان مستوى الطاقة منخفضاً بينما كان هذا التغير مقداره ثلاث وحدات عندما كان مستوى الطاقة عالياً ومعنى ذلك أن مدى تأثير التغير فى البروتين يعتمد على مستوى الطاقة.

أما إذا كانت البيانات المتحصل عليها هى كما يلى:

	مستوى الطاقة	
مستوى البروتين	عالى	منخفض
عالى	7	6
منخفض	5	4

فمعنى ذلك أن تغير البروتين من منخفض إلى عالٍ أدى إلى زيادة مقدارها وحدتين سواء كان مستوى الطاقة منخفضاً أو عالياً.

فى الحالة الأولى يكون هناك تداخل بين العاملين أما فى الحالة الأخيرة فلا يوجد تداخل، أى أنه يمكن أن يعرف التداخل بأنه الفرق بين الفروق أفقياً أو رأسياً، فإذا كان هذا الفرق مساوياً للصفر فليس هناك تداخل، أما إذا كان هذا الفرق لا يساوى الصفر فهذا يعنى وجود تداخل أى $1 = (6-4) - (5-8)$ فى الحالة الأولى، وفى الحالة الثانية $0 = (6-4) - (5-7)$ فهذا يعنى عدم وجود تداخل. كما يمكن أن يؤخذ الفروق أفقياً أيضاً وكلاهما يعطى نفس النتيجة.

ويمكن أن توضيح ذلك بما يلى فى حالة عاملين أ، ب لكل منهما مستويان.

	أ		
ب	مستوى ١	مستوى ٢	المتوسط
مستوى ١	μ_{11}	μ_{12}	$\bar{\mu}_{1.}$
مستوى ٢	μ_{21}	μ_{22}	$\bar{\mu}_{2.}$
المتوسط	$\bar{\mu}_{.1}$	$\bar{\mu}_{.2}$	$\bar{\mu}_{..}$

فإذا كان $\mu_{11} - \mu_{12} = \mu_{21} - \mu_{22}$

أو $\mu_{11} - \mu_{21} = \mu_{12} - \mu_{22}$

أى $\mu_{11} - \mu_{21} - \mu_{12} + \mu_{22} = 0$، فإن هذا يعنى عدم وجود تداخل.
أما إذا لم تتحقق صحة هذه المتساويات فإن هذا يعنى وجود تداخل بين العاملين.

وفى حالة عدم وجود تداخل فإن تأثير كل من العاملين يكون تجميعياً additive وعليه فإن μ_{ij} (فى الحالة العامة) يمكن أن يعبر عنه كما يلى:

$$\mu_{ij} = \bar{\mu}_{..} + (\bar{\mu}_{i.} - \bar{\mu}_{..}) + (\bar{\mu}_{.j} - \bar{\mu}_{..})$$
$$= \bar{\mu}_{i.} + \bar{\mu}_{.j} - \bar{\mu}_{..}$$

حيث

$\bar{\mu}_{..}$: المتوسط العام

$\bar{\mu}_{i.} - \bar{\mu}_{..}$: تأثير المستوى i فى العامل الأول

$\bar{\mu}_{.j} - \bar{\mu}_{..}$: تأثير المستوى j فى العامل الثانى

أى إذا كانت $\mu_{ij} - \bar{\mu}_{i.} - \bar{\mu}_{.j} + \bar{\mu}_{..} = 0$ فإن هذا يعنى عدم وجود تداخل.

أما إذا كانت هذه الكمية لا تساوى صفراً فهى تعنى تأثير التداخل (التداخل بين العاملين).

١١-٥ تحليل التباين فى اتجاهين مع وجود تداخل

Two-way classification analysis of variance with interaction

فى حالة وجود أكثر من مشاهدة observation فى كل خلية فإن مصادر الاختلاف تحتوى على مصدر آخر وهو التداخل كما سيتضح فيما بعد. فإذا كان هناك عاملان A ، B والعامل الأول A له r مستوى أما العامل الثانى فله c مستوى فيكون عدد الخلايا (r)(c)، فإذا كان بكل خلية n ملاحظة فيكون عدد الملاحظات الكلى (r)(c)(n) ويعبر عن كل ملاحظة بالنموذج التالى:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + (AB)_{ij} + e_{ijk}$$

حيث

$i = 1, 2, \cdots, r$ ، $j = 1, 2, \cdots, c$ ، $k = 1, 2, \cdots, n$ ،

و $(AB)_{ij}$ تمثل تأثير التداخل بين العاملين B, A.

وبقية مكونات النموذج فهى كما سبق تعريفها.

ويسمى كل من أثر A وأثر B بالأثر الرئيسى main effect بينما أثر AB بأثر التداخل interaction effect.

ويمكن تمثيل المشاهدات أو الخلايا cells فى التقسيم ثنائى الاتجاه فى حالة وجود أكثر من مشاهدة فى كل خلية كالتالى (القيم التى بين الأقواس تمثل مجاميع الخلايا):

		B						
		B_1	…	B_j	…	B_c	**Sum**	**Men**
		Y_{111}	…	Y_{1j1}	…	Y_{1c1}		
		Y_{112}	…	Y_{1j2}	…	Y_{1c2}		
	A_1	⋮	…	⋮	…	⋮		
		Y_{11n}	…	Y_{1jn}	…	Y_{1cn}		
		$(Y_{11\cdot})$	…	$(Y_{1j\cdot})$	…	$(Y_{1c\cdot})$	$Y_{1\cdot\cdot}$	$\overline{Y}_{1\cdot\cdot}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		Y_{i11}	…	Y_{ij1}	…	Y_{ic1}		
		Y_{i12}	…	Y_{ij2}	…	Y_{ic2}		
A	A_i	⋮	…	⋮	…	⋮		
		Y_{i1n}	…	Y_{ijn}	…	Y_{icn}		
		$(Y_{i1\cdot})$	…	$(Y_{ij\cdot})$	…	$(Y_{ic\cdot})$	$Y_{i\cdot\cdot}$	$\overline{Y}_{i\cdot\cdot}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		Y_{r11}	…	Y_{rj1}	…	Y_{rc1}		
		Y_{r12}	…	Y_{rj2}	…	Y_{rc2}		
	A_r	⋮	…	⋮	…	⋮		
		Y_{r1n}	…	Y_{rjn}	…	Y_{rcn}		
		$(Y_{r1\cdot})$	…	$(Y_{rj\cdot})$	…	$(Y_{rc\cdot})$	$Y_{r\cdot\cdot}$	$\overline{Y}_{r\cdot\cdot}$
Sum		$Y_{\cdot 1\cdot}$	…	$Y_{\cdot j\cdot}$	…	$Y_{\cdot c\cdot}$	$Y_{\cdots}$	
Mean		$\overline{Y}_{\cdot 1\cdot}$	…	$\overline{Y}_{\cdot j\cdot}$	…	$\overline{Y}_{\cdot c\cdot}$		$\overline{Y}_{\cdots}$

ويقدر النموذج السابق كما يلى:

$$Y_{ijk} = \overline{Y}_{\cdots} + (\overline{Y}_{i\cdot\cdot} - \overline{Y}_{\cdots}) + (\overline{Y}_{\cdot j\cdot} - \overline{Y}_{\cdots})$$
$$+ (\overline{Y}_{ij\cdot} - \overline{Y}_{i\cdot\cdot} - \overline{Y}_{\cdot j\cdot} + \overline{Y}_{\cdots}) + (Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij\cdot})$$

حيث

$\overline{Y}_{\cdots}$: هو تقدير للمتوسط μ

و $(\overline{Y}_{i\cdot\cdot} - \overline{Y}_{\cdots})$: تأثير المستوى i من العامل A

و $(\overline{Y}_{\cdot j\cdot} - \overline{Y}_{\cdots})$: تأثير المستوى j من العامل B

و $(\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{...})$: تأثير التداخل بين العاملين

أما $(Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})$: تقدير للخطأ الخاص بالملاحظة Y_{ijk}

ويقدر مجموع المربعات الكلى المصحح (TSS) كما يلى:

$$TSS = \sum_i \sum_j \sum_k (Y_{ijk} - \overline{Y}_{...})^2$$

$$= \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk} - \frac{(Y_{...})^2}{rcn} \qquad (١١-١٥)$$

والحد الأخير فى (١١-١٥) يعرف بمعامل التصحيح CF أى

$$CF = \frac{(Y_{...})^2}{rcn}$$

ويقسم مجموع المربعات الكلى المصحح (TSS) إلى ما يلى:

مجموع المربعات بين مستويات العامل A (SSA) Sum of squares between A's حيث

$$SSA = cn \sum_i (\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_i \frac{Y_{i...}^2}{cn} - CF \qquad (١١-١٦)$$

ومجموع المربعات بين مستويات العامل B (SSB) Sum of squares between B's حيث

$$SSB = rn \sum_j (\overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...})^2 = \sum_j \frac{Y^2_{.j.}}{rn} - CF \qquad (١١-١٧)$$

ومجموع المربعات للتداخل (SSI) Interaction sum of squares حيث

$$SSI = \sum_i \sum_j \frac{Y^2_{ij.}}{n} - CF - SSA - SSB \qquad (١١-١٨)$$

أما المكون الأخير وهو مجموع المربعات للخطأ (SSE) Error sum of squares حيث

$$SSE = \sum_i \sum_j \sum_k (Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})^2 = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij.}^2}{n} \qquad (١٩-١١)$$

ويمكن تقدير (SSE) بالطرح أيضاً كما يلى:

$$SEE = TSS - (SSA + SSB + SSI) \qquad (٢٠-١١)$$

ويمثل جدول ١١-٥ تحليل التباين فى حالة عاملين مع وجود تداخل.

وتختلف قيمة متوسط المربعات المتوقع (EMS) حسب نوع النموذج المفترض فذا كان تأثير كل من A ، B عشوائياً فإن النموذج يكون عشوائياً بينما إذا كان كل من التأثيرين ثابتاً فإن النموذج يكون ثابتاً. أما إذا كان أحدهما ثابتاً والآخر عشوائياً فن النموذج يكون خليطاً mixed. وفى كل هذه الحالات فإن مجموع مربعات الانحرافات ودرجات الحرية متشابهة.

ودرجات الحرية للتداخل فهى دائماً مساوية لحاصل ضرب درجات الحرية للعوامل المتداخلة.

ولإجراء اختبارات المعنوية فإن هذا يتوقف على نوع النموذج كما هو مبين بالأسهم فى جدول ١١-٥ لكل الحالات الممكنة.

ويجب ملاحظة أنه فى حالة معنوية التداخل يعطى له أهمية أكبر من معنوية كل من العاملين الأساسيين. أما إذا كان التداخل غير معنوى تصبح الأهمية لمعنوية كل من العاملين الرئيسيين. وفى هذه الحالة هناك رأيان: الأول هو إضافة مجموع المربعات وأيضاً درجات الحرية للتداخل إلى مجموع المربعات ودرجات حرية الخطأ ثم تجرى اختبارات المعنوية وهذا يؤدى إلى زيادة درجات حرية الخطأ وبالتالى زيادة حساسية التجربة (أى قوة الاختبار). أما الرأى الآخر فيترك جدول تحليل التباين كما هو محتوياً على السطر الخاص بالتداخل. واحتمال الخطأ من النوع الأول فى الحالة الأولى يكون مشروطاً بعدم وجود تداخل والذى اختبر عند α ، β معينين.

وفى الحالات التى يكون فيها التداخل معنوياً يجب الحذر، كما سبق القول، عند تسير آثار العوامل الأساسية main effects ويمكن توضيح ذلك عند النظر للشكل ١١-١ (أ، ب، ج).

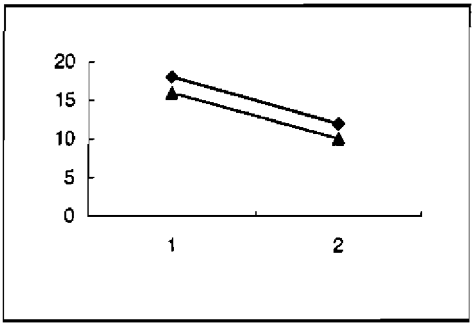
جدول ١١-٥ جدول تحليل التباين فى حالة عاملين مع وجود تداخل

SOV	df	SS	MS	EMS			
				A,B random	A,B fixed	A fixed, B random	A random, B fixed
Between A's	r-1	SSA	SSA/(r-1)	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2 + cn\sigma_A^2$	$\sigma_e^2 + cn\,K_A^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2 + cnK_A^2$	$\sigma_e^2 + cn\,\sigma_A^2$
Between B's	c-1	SSB	SSB/(c-1)	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2 + m\sigma_B^2$	$\sigma_e^2 + m\,K_B^2$	$\sigma_e^2 + m\,\sigma_B^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2 + mK_B^2$
A x B	(r-1)(c-1)	SSI	SSI/(r-1)(c-1)	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2$	$\sigma_e^2 + n\,K_{AB}^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_{AB}^2$
Error	rc(n-1)	SSE	SSE/rc(n-1)	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2
Total	rcn-1	TSS					

$$K_{AB}^2 = \frac{n\Sigma_i \Sigma_j (AB)_{ij}^2}{(r-1)(c-1)}, \quad K_B^2 = \frac{rn\,\Sigma_j\, B_j^2}{c-1}, \quad K_A^2 = \frac{cn\,\Sigma_i\, A_i^2}{r-1}$$

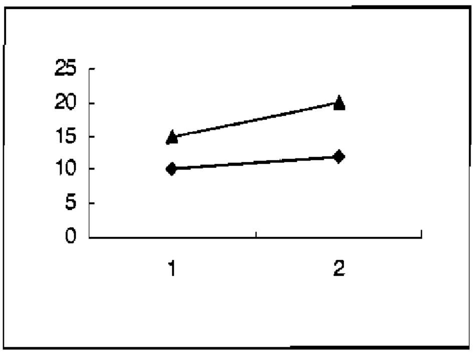
حالة (أ)

	سلالة أ	سلالة ب
بيئة ١	18	16
بيئة ٢	12	10



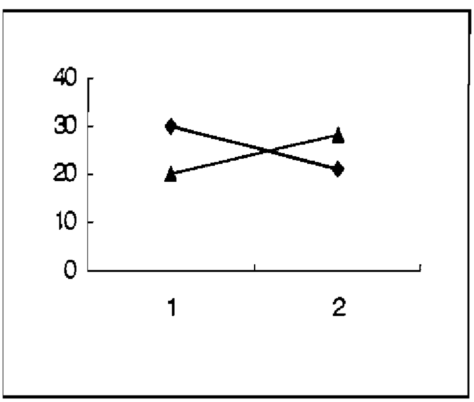
حالة (ب)

	معاملة أ	معاملة ب
موقع ١	10	15
موقع ٢	12	20



حالة (ج)

	درجة حرارة أ	درجة حرارة ب
درجة رطوبة ١	30	20
درجة رطوبة ٢	21	28



شكل ١١-١ حالات مختلفة من التداخل بين عاملين

فى الحالة (أ) لا يوجد تداخل ويمكن التعميم بسهولة بالنسبة لآثار العوامل الرئيسية وأى أثر كل من البيئة والسلالة. أى يمكن القول إن البيئة (١) أعلى من البيئة (٢) والسلالة (أ) أعلى من (ب) دون تحفظ.

وفى الحالة (ب) الفرق بين المعاملتين فى الموقع الأول هو $10-15=-5$ والفرق فى الموقع الثانى $12-20=-8$، أى يمكن القول إن المعاملة (أ) أقل من (ب)، أى يمكن القول إن المعاملة (أ) أقل من (ب) والموقع (١) أقل من (٢) ولكن بتحفظ حيث إن هناك فرقاً بين الفرقين وإذا أريد التعميم بالنسبة للآثار الرئيسية فيجب ألا يتعدى المدى المستويات من المعاملات المستخدمة فى التجربة.

بينما فى الحالة (ج) لا يجوز التعميم مطلقاً حيث إن درجة الحرارة (أ) تعطى قراءة أعلى عند درجة رطوبة (أ)، وأدنى عند درجة الرطوبة الأخرى بعكس درجة الحرارة (ب).

مثال ١١-٣

ثلاث معاملات تغذية أ، ب، ج جربت على مجموعتين من الحملان ذكوراً وإناثاً بحيث كان هناك حيوانان من كل جنس فى كل عليقة وكانت نتائج التجربة كالتالى (بعد أخذ وسط فرضى). والمطلوب إجراء تحليل التباين لمصادره المختلفة مع إجراء اختبارات المعنوية اللازمة.

	المعاملات الغذائية			
الجنس	**أ**	**ب**	**ج**	**المجموع**
ذكور	2 3	2 2	4 5	**18**
إناث	1 1	2 2	2 3	**11**
المجموع	**7**	**8**	**14**	**29**

مجموع المربعات الكلى المصحح TSS :

$$TSS = 2^2 + 3^2 + \ldots + 2^2 + 3^2 - \frac{(29)^2}{12} = 14.92$$

مجموع المربعات بين الجنسين SSS :

$$SSS = \frac{(18)^2 + (11)^2}{6} - \frac{(29)^2}{12} = 4.09$$

مجموع المربعات بين المعاملات SST :

$$SST = \frac{7^2 + 8^2 + (14)^2}{4} - \frac{(29)^2}{12} = 7.17$$

مجموع المربعات للتداخل SSI :

$$SSI = \frac{5^2 + 4^2 + 9^2 + 2^2 + 4^2 + 5^2}{2} - \frac{(29)^2}{12} - 4.09 - 7.17 = 2.16$$

مجموع المربعات للخطأ SSE :

$$SSE = 14.92 - (4.09 + 7.17 + 2.16) = 1.5$$

وإذا كان النموذج ثابتاً فإن جدول تحليل التباين واختبارات المعنوية تكون كما يلى:

ANOVA table

SOV	df	SS	MS	EMS
بين الجنسين (S)	1	4.09	4.09**	$\sigma_e^2 + 6K_s^2$
بين المعاملات (T)	2	7.17	3.59**	$\sigma_e^2 + 4K_t^2$
التداخل (S x T)	2	2.16	1.08	$\sigma_e^2 + 2K_{st}^2$
الخطأ	6	1.5	0.25	σ_e^2
الكلى	**11**	**14.92**		

ولاختبار معنوية الجنس فإن قيمة F المحسوبة $F = \frac{4.09}{0.25} = 16.36$ وهى أكبر من قيمة F الجدولية عند درجات حرية 1، 6 ومستوى معنوية 1% أى أن تأثير الجنس معنوى جداً.

أما قيمة F المحسوبة لإجراء اختبار لمعنوية المعاملات فهى $F = \frac{3.59}{0.25} = 14.36$ وهى أيضاً أكبر من قيمة F الجدولية عند درجات حرية 2، 6 ومستوى معنوية 1% .

أما قيمة F للتداخل فهى $F = \frac{1.08}{0,25} = 4.32$ وهى أقل من القيمة الجدولية عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية 2، 6 أى أنه ليس هناك تداخل.

وعلى ذلك فإن فرض العدم بتساوى متوسطى الجنسين يرفض ويقبل الفرض البديل الذى ينص على أن هناك فروقاً معنوية بدرجة ثقة 99% بين الجنسين.

أما فرض العدم الخاص بتساوى متوسطات المعاملات فيرفض أيضاً ويقبل الفرض البديل الذى ينص على أن بعض هذه المتوسطات يختلف، أى أن الفروق بين المعاملات معنوى وغير راجع للصدفة بينما فرض العدم الثالث والخاص بتساوى متوسطات الخلايا فلا يمكن رفضه.

ولمعرفة أى أزواج المتوسطات يختلف عن بعضه معنوياً فإنه يمكن إجراء اختبار دنكن كما يلى:

متوسط المعاملة الأول (أ) $\frac{7}{4} = 1.75$

متوسط المعاملة الثانية (ب) $\frac{8}{4} = 2.00$

متوسط المعاملة الثالثة (ج) $\frac{14}{4} = 3.50$

ويكون ترتيب المتوسطات (ج) ثم (ب) ثم (أ)

والخطأ القياسى $S_{\overline{Y}} = \sqrt{\frac{0.25}{4}} = 0.25$

والفرق بين متوسط المعاملة (ج) ومتوسط المعاملة (أ) يساوى 1.75 وهو أكبر من قيمة دنكن والتى تساوى $0.895 = (3.58)(0.25)$ حيث المدى هنا 3 ودرجات حرية الخطأ تساوى 6، أما الفرق بين متوسط المعاملة (ج) ومتوسط المعاملة (ب) فهو 1.5 وهو أيضاً أكبر من قيمة دنكن والتى تساوى $0.865 = (3.46)(0.25)$ حيث المدى فى هذه الحالة 2 وعلى ذلك فإن متوسط المعاملة ج يختلف معنوياً عن كل من متوسط المعاملة (أ) ومتوسط المعاملة (ب). أما الفرق بين متوسط المعاملة (ب) ومتوسط المعاملة (أ) فهو 0.25، أقل من قيمة دنكن 0.865 حيث المدى 2 ونفس درجة الحرية (أى 6) وعلى ذلك فالفرق بينهما غير معنوى.

ويمكن أن يستنتج من هذه التجربة وتحليلها أنه إذا كانت المعاملات الثلاث متوافرة فإن المعاملة (ج) ستعطى أفضل النتائج، أما فى حالة الاضطرار لاستخدام إحدى المعاملتين (أ)، (ب) فإن اختيار أى منهما يتوقف على عوامل أخرى كتكاليف كل معاملة مثلاً حيث إن الفرق بينهما غير معنوى.

مثال ١١-٤

استخدام برنامج SAS مثال ١١-٣

```
DATA LAMB;
INPUT RATION $ SEX $  RESPONSE @@;
CARDS;
A M 2 A M 3 A F 1 A F 1
B M 2 B M 2 B F 2 B F 2
C M 4 C M 5 C F 2 C F 3
PROC GLM;
CLASS RATION SEX;
MODEL RESPONSE = SEX RATION SEX*RATION/SS3;
MEANS RATION/DUNCAN;
RUN;
```

لاحظ

يمكن وضع نموذج التحليل بطريقة مختصرة عند الرغبة فى وضع التداخل فى النموذج كالتالى MODEL RESPONSE = RATION | SEX

نتائج التحليل:

The GLM Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
RATION	3	A B C
SEX	2	F M

Number of observations 12

The GLM Procedure

Dependent Variable: RESPONSE

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	13.41666667	2.68333333	10.73	0.0059
Error	6	1.50000000	0.25000000		
Corrected Total	11	14.91666667			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	RESPONSE Mean
0.899441	20.68966	0.500000	2.416667

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEX	1	4.08333333	4.08333333	16.33	0.0068
RATION	2	7.16666667	3.58333333	14.33	0.0052
RATION*SEX	2	2.16666667	1.08333333	4.33	0.0685

The GLM Procedure

Duncan's Multiple Range Test for RESPONSE

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the xperimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	6
Error Mean Square	0.25

Number of Means	2	3
Critical Range	.8651	.8966

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	RATION
A	3.5000	4	C
B	2.0000	4	B
B	1.7500	4	A

صندوق ١١-١

- الأثر الرئيسى هو الفرق بين متوسطات مستويات العوامل بينما التداخل هو الفرق بين الفروق بين متوسطات عامل ما عند مستويات عامل آخر.
- فى غياب التداخل يمكن التعميم بالنسبة للعوامل الرئيسية ولكن فى وجوده قد ينتفى تماما معنى الآثار الرئيسية، لذا يجب الحذر عند تفسير العوامل الرئيسية فى وجود التداخل.

تمارين الباب الحادى عشر

١١-١ من البيانات التالية كون واملأ جدول تحليل التباين واختبر الفروض الإحصائية التالية مع كتابة النموذج الرياضى model والنص على الافتراضات علماً بأن مجموع المربعات الكلى الغير مصحح 820 :

أ- لا توجد فروق بين العلائق

ب- لا توجد فروق بين السلالات

ج- لا توجد فروق تداخل بين العلائق والسلالات

	العليقة		
	أ	ب	ج
	3	2	0
السلالة I	2	3	1
	6	2	3
	3	-1	2
السلالة II	6	4	-2
	7	4	4
	5	6	7
السلالة III	7	5	2
	7	7	5
	5	9	1
السلالة IV	6	7	7
	5	0	4

١١-٢ B ، A معاملتان أجريتا على ذكور وإناث الحيوانات بين أى الحالات فيها تداخل بين الجنس والمعاملة فى كل من الحالات الآتية:

أ- متوسط المعاملة A فى الذكور 40 وفى الإناث 40 ومتوسط المعاملة B فى الذكور 20 وفى الإناث 10

ب- متوسط المعاملة A فى الذكور 40 وفى الإناث 30 ومتوسط المعاملة B فى الذكور 20 وفى الإناث 10

ج- متوسط المعاملة A فى الذكور 5 وفى الإناث 10 ومتوسط المعاملة B فى الذكور 10 وفى الإناث 5

د- متوسط المعاملة A فى الذكور 5 وفى الإناث 10 ومتوسط المعاملة B فى الذكور 7 وفى الإناث 5

١١-٣ البيانات التالية تمثل إدرار الحليب اليومى بالكيلوجرام لأبقار من ثلاثة تراكيب وراثية مختلفة تحت نظامين مختلفين للإيواء، المطلوب كتابة النموذج الكامل وتقسيم التباين إلى مصادرِه المختلفة واختبار فروض العدم الملائمة مع محاولة تفسير النتائج تفسيراً بيولوجياً.

	التركيب الوراثى		
	فريزيان	أبقار خليط	أبقار بلدية
حظائر مسقوفة	23	18	4
	33	18	9
	34	15	4
	40	15	7
	26	12	2
	24	23	12
حظائر مكشوفة	10	4	2
	26	3	7
	13	13	7
	23	14	8
	18	13	4
	8	13	5