

Design of Experiments

- ١- مقدمة
- ٢- المتغيرات
- ٣- كفاءة التصميم التجريبي
- ٤- تحديد حجم العينة
- ٥- التصميمات التجريبية
- ٦- التصميم تام التعشية
- ٧- تصميم القطاعات العشوائية الكاملة
- ٨- تصميم القطاعات العشوائية مع تكرار الوحدات التجريبية
- ٩- تصميم المربع اللاتيني
- ١٠- تصميم القطاعات المنشقة
- ١١- تحليل المشاهدات المتكررة على نفس الوحدة التجريبية
- ١٢- تحليل التباير

يعتبر تصميم التجارب أحد الخطوات الرئيسية التي تتبع عند إجراء أى بحث علمى حيث إنه يُمكن الباحث من الحصول على المعلومات اللازمة للإجابة على السؤال أو الأسئلة محل الدراسة بطريقة منطقية. و يتناول التصميم التجريبي experimental design هذا الأمر بدءاً بوضع المعلومات المرغوب الحصول عليها فى صورة أسئلة حتى يمكن الحصول فعلياً على هذه المعلومات واتخاذ قرارات بشأنها بعبارة احتمالية. وأسلوب التصميم التجريبي أساساً هو مقارنة واختبار الاختلافات (التباين) بين الوحدات التجريبية. وعندما تكون هذه الاختلافات صغيرة بالنسبة لمجموعة معينة فإنه نادراً ما يكون هناك حاجة إلى تصميم تجريبي معقد والعكس صحيح.

ويمكن القول إن الاصطلاح "تصميم التجارب" يقصد به أنه الخطة المعينة والمحددة لتوزيع ووضع الوحدات التجريبية experimental units بالنسبة للمعاملات والمؤثرات المختلفة.

ويتناول تصميم التجارب أنشطة رئيسية متطلبية فى البحث العلمى وهى بالترتيب حسب أسبقية استخدامها:

١- تحديد أهداف التجربة وهذه الخطوة تؤدي إلى صياغة أسئلة محددة يلزم الإجابة عليها وهذه الأسئلة سوف تحدد اتخاذ القرارات فيما يتعلق بالخطوات التالية.

٢- تكوين الفروض (النظريات) الإحصائية statistical hypotheses (فرض العدم null والفرض البديل alternative). فرض العدم null hypothesis هو مقولة عن واحد أو أكثر من معالم العشييرة population parameters، ونادراً ما تكون الفروض الإحصائية هى نفسها الفروض البحثية ولكن يمكن وضع الثانية فى صورة الأولى حتى يمكن اختبارها. فقد يكون السؤال البحثي مثلاً هو: هل يؤثر مستوى الطاقة فى عليفة الحملان على معدل نموها؟. وعند الرغبة فى اختبار ذلك إحصائياً فإنه يتم وضع السؤال فى صورة نظرية إحصائية فرضية يطلق عليها فرض العدم H_0 وهذه قد تكون متوسط المستوى الأول = متوسط المستوى الثانى = ... = متوسط المستوى الأخير. ثم يتم اختبار هذا الفرض، والنتيجة ستكون إما رفض هذا الفرض (أى أنه يوجد فرق بين متوسطات هذه المستويات سواء جميعها أو بعضها) أو عدم القدرة على رفضه (أى لا يوجد فروق بين المتوسطات) وذلك باحتمالات معينة فى وجود فروض بديلة معينة.

٣- تحديد قواعد اتخاذ القرارات مثل احتمال خطأ النوع الأول واحتمال خطأ النوع الثاني والفروق المرغوب إعلانها معنوية.

٤- تحديد جميع مصادر الاختلاف sources of variation وهذه تتضمن:

أ- تحديد المعاملات ومستويات كل معاملة (وقد سبق الحديث في الباب التاسع عن المتغير والعامل والمعاملة والمستوى).

ب- تحديد الوحدات التجريبية experimental units، والوحدة التجريبية يقصد بها أصغر وحدة يتم وضعها تحت نفس مستوى المعاملة محل الدراسة. وبالتالي قد تكون الوحدة التجريبية عبارة عن حيوان واحد أو مجموعة حيوانات في حظيرة واحدة أو دجاجة واحدة أو مجموعة دجاج داخل قفص واحد أو بطارية واحدة أو مجموعة أسماك في حوض واحد أو حوض plot واحد في أرض زراعية. وتحديد نوعية الوحدة التجريبية يكون مهم جداً لتحديد نوعية المكررات replicates. والمكررات هي عبارة عن مجموعة من الوحدات التجريبية تقع تحت نفس مستوى المعاملة. فإذا كانت الوحدة التجريبية هي حيوان واحد فإن المكررات عبارة عن مجموعة الحيوانات التي تخضع لنفس مستوى المعاملة. أما إذا كانت الوحدة التجريبية هي مجموعة دجاج في قفص واحد أو مجموعة أسماك في حوض واحد أو حوض في أرض زراعية فإنه يلزم تكرار أفضاض الطيور أو أحواض السمك أو أحواض الزراعة التي تخضع لنفس مستوى المعاملة. ولا بد هنا من التفرقة بين المكررات replicates والقياسات المتكررة repeated measurements حيث أن الأخيرة عبارة عن تكرار نفس القياس على نفس الوحدة التجريبية مثل أخذ أكثر من عينة دم على نفس الحيوان في نفس الوقت أو في أوقات مختلفة.

ج- تحديد عوامل القطاعات blocking factors، العوامل المزعجة noise factors، والمتغيرات covariates إن وجدت.

٥- اختيار طريقة التوزيع العشوائي للوحدات التجريبية على مستويات المعاملة أو ما يسمى بطريقة التعمية randomization.

٦- تحديد القياسات المطلوب أخذها على الوحدات التجريبية وطريقة قياسها.

٧- توصيف نموذج model التحليل.

٨- حساب عدد المشاهدات observations المطلوب أخذها.

٩- جمع البيانات طبقاً للخطة الموضوعية مسبقاً.

- ١٠- تحليل البيانات طبقاً للخطة الموضوعية مسبقاً.
١١- اتخاذ القرارات الخاصة بالفروض الإحصائية (صحتها من عدمه) طبقاً للقواعد الموضوعية مع استنباط احتمالات أن تكون هذه العبارات خاطئة.
ومما سبق يتضح وجود مبدئين أساسيين في تصميم التجارب (Fisher, 1960) هما:

١- التعشية randomization

٢- التكرار replication

وهما الأساس الذي يختلف فيه تصميم تجريبي عن آخر، كما سيتضح فيما بعد، وهذان المبدآن لازمان أيضاً للحصول على تقدير سليم لخطأ التباين (أو الخطأ التجريبي) اللازم لاختبار الفروض واتخاذ قرارات باحتمالات خطأ محسوبة كما سبق التنويه إليه في الباب السادس.

وعادة ما يتم إجراء التجارب لسبب أو أكثر من الأسباب التالية والتي سوف يختلف في كل منها طريقة صياغة فرض العدم null hypothesis والفرض البديل alternative hypothesis:

- ١- تحديد الأسباب الرئيسية لوجود اختلافات في متغير الاستجابة response variable الذي تم قياسه تحت ظروف تجريبية معينة.
٢- تحديد الظروف التي تؤدي إلى الحصول على أعلى maximum أو أقل minimum قيمة لمتغير الاستجابة.
٣- مقارنة ما تحقق في متغير الاستجابة عند مستويات مختلفة للعوامل التي يتحكم فيها الباحث.
٤- الحصول على نموذج رياضي mathematical model بغرض التنبؤ prediction بسلوك متغير الاستجابة مستقبلاً.

١٥-٢ المتغيرات Variables

المتغير variable عبارة عن الشيء الذي يتم قياسه أو التحكم فيه أو التعامل معه بطريقة معينة أثناء إجراء التجارب. وعادة ما يطلق عليه المتغير العشوائي random variable. ويوجد عدة أنواع من المتغيرات وهي المتغير المستقل independent variable والمتغير التابع dependent variable والمتغير المضايق (المزعج) nuisance variable.

المتغير المستقل هو المتغير الذى يقع تحت سيطرة الباحث والذى سوف يؤثر علي متغير آخر. أما المتغير التابع (يسمى أحيانا متغير الاستجابة response variable) فهو المتغير الذى يتم قياسه أثناء إجراء التجربة ويتأثر بالمتغير المستقل ويعكس أثره. مثلا عند الرغبة فى دراسة أثر العمر على الوزن، فالعمر متغير مستقل والوزن متغير تابع، أو عند دراسة أثر معاملة معينة على العمر عند النضج الجنسى فتكون لمعاملة هي المتغير المستقل والعمر هو المتغير التابع، أو دراسة الاختلاف فى درجات الإجهاد الحرارى على مستوى هرمون معين فى الدم فتكون درجات الإجهاد الحرارى هي المتغير المستقل ومستوى الهرمون فى الدم هو المتغير التابع ... وهكذا. وعلى المجرى أن يتحرى الدقة فى اختيار متغيراته. فالمتغير التابع الذى عادة ما يريد لمجرى دراسته وكيفية تأثره بالعوامل الأخرى يجب أن يختار بحيث يكون حساسا بالدرجة التى يريد بها المجرى وسهل القياس بقدر الإمكان. أما اختيار مستويات المتغير المستقل فقد تعتمد على نتائج تجارب سابقة أو اعتبارات نظرية. وأحيانا يكون من المفيد عمل تجربة استطلاعية لتحديد مستويات العامل المستقل (بمعنى مستويات لمعاملة) وذلك قبل إجراء التجربة الفعلية.

المتغيرات المضايقة (المزعجة) nuisance variables هي متغيرات عادة تمثل مصادر للتباين غير مرغوب فيها ولا تمثل أى رغبة مباشرة لدى المجرى لقياس واختبار تأثيرها ولكنها موجودة فى التجربة ولها تأثير على المتغير المستقل. لذلك لابد من أخذها فى الاعتبار حتى يتم تجنب أثرها على احتمال طمس أو إخفاء أثر المتغير المستقل المرغوب قياسه أصلا. فإذا أراد مجرى مثلا أن يدرس أثر مستوى التغذية على التسمين فى الحملان وأن المجرى هذا اشترى حملانه من الأسواق، هذه الحملان غالبا ما تختلف فى أوزانها عند الشراء وهذا الاختلاف فى الوزن قد يؤثر على أدائها فى التسمين لذلك لابد من أخذ هذه الاختلافات فى الوزن عند بداية التسمين حتى لا يخفى أثر الاختلاف فى مستويات التغذية. وفى تجارب الإنتاج الحيوانى كثيرا ما تكون لمتغيرات المضايقة هذه ممثلة فى جنس الحيوان، عمر الحيوان ووزنه، عمر أم الحيوان فى حالات الحيوانات صغيرة السن، مكان شراء وتنتشة هذا الحيوان ... الخ. وفى التجارب الزراعية الأخرى قد يكون المتغير المضايق عبارة عن السنة، درجة لحرارة أو الرطوبة ... الخ. ويجب التعامل مع المتغيرات المضايقة بطريقة تسمح بأن ينجلى الأثر الرئيسى للمتغير أو المتغيرات المستقلة المرغوب دراستها. ويمكن التعامل مع المتغيرات المضايقة بالطرق التالية:

١- تحكم تجريبى experimental control وذلك من خلال:

أ- تثبيت الوحدات التجريبية عضويا physical control إن أمكن كان تؤخذ كل الحيوانات من نفس الجنس أو نفس الوزن أو مشترة من نفس المنطقة ... الخ.

ب- توزيع الوحدات التجريبية عشوائياً على كل مستويات المعاملات المختلفة وبالتالي يتم توزيع المصادر المعلومة وغير المعلومة أو التحيز bias بطريقة عشوائية على كل التجربة وبالتالي لا يكون التأثير موزع على مستوى واحد أو عدد محدود من مستويات المعاملة بمعنى أن لا يكون أثرها متحيزاً عند تقدير المتوسطات وتباين الخطأ.

ج- وضع مستوى يمثل المتغير المضايق ضمن مستويات المعاملة عند تصميم التجربة.

٢- تحكم إحصائي statistical control وذلك عن طريق وضع المتغير المضايق عند التحليل كمغاير covariate أو يطلق عليه متغير ملازم concomitant variable إذا كان مستمراً.

١٥-٣ كفاءة التصميم التجريبي Efficiency of experimental design

من أوائل الأسئلة التي تواجه الباحث في مجال معين هو أى من التصميمات الإحصائية يؤدي إلى الحصول على خلاصة للبحث محل الدراسة بأكثر قدر من الكفاءة الممكنة. ويمكن تعريف الكفاءة في هذه الحالة بعدة طرق، فقد تعرف الكفاءة بمدى الوقت اللازم لتجميع بيانات التجربة، أو تكاليف تجميع هذه البيانات، أو نسبة بين المعلومات المتحصل عليها إلى تكلفة جمع هذه البيانات ... الخ. وعادة ما يصعب الحصول على قيمة رقمية لكفاءة تصميم تجريبي معين بصورة مطلقة ولكن يمكن الحصول على الكفاءة النسبية لتصميم بالإشارة إلى تصميم آخر. وهذا هو الأكثر واقعية فكفاءة التصميم التجريبي ١ إلى التصميم التجريبي ٢ يمكن حسابها من المعادلة التالية (Kirk, 1968)

$$\text{Relative efficiency of design 1 to design 2} = \frac{\left(\frac{n_2 C_1}{\sigma_1^2} \right) \left(\frac{df_1 + 1}{df_1 + 3} \right)}{\left(\frac{n_1 C_2}{\sigma_2^2} \right) \left(\frac{df_2 + 1}{df_2 + 3} \right)}$$

حيث:

- n : عدد الوحدات التجريبية في كل من التصميمين،
- σ^2 : تباين الخطأ المقدر في كل من التصميمين،
- df : درجات حرية الخطأ في كل من التصميمين،
- C : تكلفة الوحدة التجريبية في كل من التصميمين.

ومن هذه المعادلة يتضح بصورة أساسية أنه كلما زاد تباين الخطأ لتصميم ما كلما قلت كفاءته النسبية وكذلك كلما زادت تكلفة الوحدة التجريبية فيه قلت كفاءته النسبية.

١٥-٤ تحديد حجم العينة Determination of sample size

بمجرد أن يتم توصيف المتغيرات المستقلة والمعتمدة فإنه لا بد من تحديد حجم العينة. والسؤال عن حجم العينة مهم ومتكرر، وقد تم تناول هذا الموضوع بإسهاب في اليايين الخامس والسادس.

١٥-٥ التصميمات التجريبية Experimental designs

التصميمات التجريبية عديدة جداً ومتشعبة بقدر تشعب المواقف التجريبية ذاتها ولا قيل لهذا المؤلف أن يتناولها جميعاً بالتفصيل فقد أصبح لكل فرع من العلوم تصميماته الأكثر استخداماً فيه بجانب أن هذا المؤلف لم يقصد به أصلاً أن يكون شاملاً في تصميم التجارب. ففي هذا الكتاب سيتم تناول بعض التصميمات الإحصائية الأكثر شيوعاً والتي تعتبر مقدمة لهؤلاء المتخصصين في هذا الفرع ولمن أراد مزيداً من المعلومات فعليه الرجوع إلى المراجع الأكثر تخصصاً.

والقاعدة العامة التي يجب أن تتبع هي أن أفضل التصميمات التجريبية لوضع ما هي أسهلها. فهي سهلة التخطيط سهلة التنفيذ وأيضاً نتائجها أسهل في التفسير ونعقيدات الرياضياتية أقل. ويجب ألا يلجأ إلى التصميم الأكثر تعقيداً إلا لحاجة محددة وليس لتعود أو هواية. وعند إلقاء نظرة عامة على التصميمات التجريبية المتاحة للجرب فإن أسسطها على الإطلاق هو عندما تكون المادة التجريبية متجانسة تماماً. وهنا يستخدم المجرّب تصميم تام التعشية *completely randomized design*، وفيه تقسم الوحدات التجريبية على عدد المعاملات (أو ما يراد دراسته) وتوزع الوحدات التجريبية على هذه المعاملات عشوائياً. وعندما لا تتوفر الوحدات التجريبية المتجانسة تماماً يبدأ التعقيد تدريجياً.

وهناك عدة نقاط يجب أن تؤخذ في الاعتبار عند المفاضلة بين أنواع التصميمات التجريبية المختلفة لاختيار أفضل تصميم منها:

١- نوعية البيانات اللازمة لاختبار فرض العدم:

أ- عدد مستويات المعاملة اللازم استخدامها

ب- كيفية اختيار مستويات المعاملة هل بناء على معلومات مسبقة *apriori* أم *basis* يتم الاختيار عشوائياً لمستويات المعاملة من ضمن عدد من المستويات يمثل عشيرة مستويات المعاملة.

ج- هل يلزم استخدام التجارب العاملية factorial experiments والتي من خلالها يمكن تقدير آثار التداخل؟

د- مدى أهمية المستويات المختلفة للمعاملات المختلفة بالنسبة للباحث، فإنه يتم في بعض التصميمات التضحية بقوة اختبار أثر معين في مقابل زيادة قوة اختبار أثر آخر.

٢- مدى كفاية عدد الوحدات التجريبية لاختبار فرض العدم:

أ- مدى عشوائية اختيار الوحدات التجريبية من عشيرة تمثل الوحدات التجريبية والتي يرغب الباحث في دراستها.

ب- مدى إمكانية تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات blocks.

ج- مدى ملائمة الوحدة التجريبية للوضع تحت أكثر من مستوى للمعاملة.

د- مدى المخاطرة التي يمكن أن تتعرض لها الوحدات التجريبية من حيث الإصابة أو الموت وبالتالي محدودية استخدام نوعيات معينة من الوحدات التجريبية.

٣- مدى قوة التصميم التجريبي لاختبار فرض العدم:

أ- حجم أثر المعاملة والذي يرغب المجرى في قياسه عمليا.

ب- النتائج التي قد تترتب على إهمال كل من خطأ النوع الأول والنوع الثاني.

٤- مدى كفاءة التصميم التجريبي في اختبار فروض العدم:

أ- مدى التحسين في كفاءة التصميم عند استخدام قطاعات من الوحدات التجريبية المتجانسة في كل قطاع مقارنة بالتوزيع العشوائي لعدد أكبر من الوحدات التجريبية على المستويات المختلفة للمعاملة.

ب- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبي عن طريق استخدام عدد أكبر من الوحدات التجريبية أو عن طريق التحكم التجريبي experimental control.

ج- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبي عن طريق أخذ مقياس أو أكثر على علاقة بالمتغير التابع وبالتالي إمكانية استخدام طريقة تحليل الانحدار regression analysis.

د- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبي عن طريق استخدام تصميم أكثر تعقيداً وما يتطلبه ذلك من زيادة في الوقت اللازم لتصميم وتنفيذ وتحليل التجربة.

١٥-٦ التصميم تام التعشية Completely Randomized Design

هذا التصميم هو أبسط التصميمات الإحصائية على الإطلاق من حيث توزيع اوحداث التجريبية على مستويات المعاملة وكذلك من حيث تحليل نتائج التجربة. ويتطلب هذا التصميم:

- ١- معاملة واحدة لها مستويين أو أكثر.
- ٢- أن تكون الوحدات التجريبية متجانسة، كأن تكون قطعة أرض متجانسة في خصوبتها أو أن تكون مجموعة الحيوانات التي ستجرى عليها التجربة جميعها من نفس السلالة ونفس الجنس ونفس العمر تقريباً ... وهكذا. ويتم توزيع الوحدات التجريبية عشوائياً على مستويات المعاملة بحيث أن كل وحدة تجريبية تقع تحت مستوى واحد فقط من مستويات المعاملة.

١٥-٦-١ Randomization التعشية

إذا كان هناك عدد k من مستويات المعاملة المرغوب دراستها، فنقسم الوحدات التجريبية عشوائياً إلى k من الأقسام ثم يعطى كل قسم أحد المستويات. وعادة ما تكون هذه الأقسام متساوية في عدد الوحدات التجريبية.

فإذا فرض أن مجرب يود تجريب 4 مستويات لمعاملة معينة (أي $k = 4$) على 32 حيواناً. جميع هذه الحيوانات متجانسة في كل ما يمكن أن يدركه المجرب، وفيما قد يؤثر على استجابة الحيوانات لمستويات المعاملة. وبالتالي يمكن استخدام التصميم تام التعشية بأن يقسم المجرب الحيوانات بطريقة عشوائية تماماً إلى أربعة أقسام كل منها به 8 حيوانات (أي $n = 8$) ثم يحدد مستوى معين من الأربع مستويات لكل قسم. ويمكن تمثيل ذلك بشكل ١٥-١.

المستويات levels			
٤	٣	٢	١
Y ₄₁	Y ₃₁	Y ₂₁	Y ₁₁
Y ₄₂	Y ₃₂	Y ₂₂	Y ₁₂
Y ₄₃	Y ₃₃	Y ₂₃	Y ₁₃
Y ₄₄	Y ₃₄	Y ₂₄	Y ₁₄
Y ₄₅	Y ₃₅	Y ₂₅	Y ₁₅
Y ₄₆	Y ₃₆	Y ₂₆	Y ₁₆
Y ₄₇	Y ₃₇	Y ₂₇	Y ₁₇
Y ₄₈	Y ₃₈	Y ₂₈	Y ₁₈

شكل ١٥-١ التصميم تام التشبية

١٥-٦-٢ النموذج الإحصائي Statistical Model

النموذج الإحصائي هو عبارة عن تعبير رياضي عن العوامل التي تؤثر في المشاهدة Y طبقاً لافتراضات التجربة ولا بد أن يعكس النموذج العلاقة بين متغير الاستجابة (المعتمد) والمتغير الرئيسي (المستقل) والمسئول عن إحداث تغير في معامل الاستجابة. وقد سبق شرح كيفية كتابة النموذج الإحصائي أو الرياضي في الباب التاسع.

ويمكن كتابة النموذج الرياضي لهذا التصميم كما يلي:

متغير الاستجابة = ثابت + أثر المعاملة + خطأ

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

حيث: $i = 1, 2, 3, 4$ أي $k = 4$ ، $j = 1, 2, \dots, 8$ ، أي $n = 8$

فالقائمة Y_{11} تعني أنها المشاهدة الأولى في المستوى الأول للمعاملة (أى الحيوان الأول في المستوى الأول)، Y_{12} تمثل الحيوان الثاني في المستوى الأول، بينما Y_{43} تمثل الحيوان الثالث في المستوى الرابع للمعاملة ... وهكذا. ومن الواضح أن هذا التصميم لا يخرج عن كونه بيانات منظمة في اتجاه واحد، كذلك التي تم مناقشتها وتحليل مثلها في الباب التاسع. وكل قيمة من قيم Y هي محصلة لمتوسط عام μ

بضائف إليه أثر المعاملة τ_j بجانب خطأ عشوائى ممثل فى ϵ_{ij} وهو الخاص بكل مشاهدة منفردة. والمثال التالى يوضح كيفية تحليل هذا النوع من التصميمات.

مثال ١٥-١

فى تجربة لدراسة أثر إضافة فيتامين ب على النمو فى الدجاج، جربت ثلاث مستويات من الفيتامين: 0, 10, 20 مجم لكل كج من وزن الجسم، وجرب كل مستوى على 4 طيور. ويوضح جدول ١٥-١ أوزان الطيور عند عمر ٩ أسابيع.

جدول ١٥-١ وزن الطيور (كج) عند ٩ أسابيع من العمر بعد معاملتها بفيتامين ب

مستوى المعاملة مجم/كج من وزن الجسم	الوزن	المجموع	المتوسط
0	1.43, 1.22, 1.24, 1.00	4.89	1.2225
10	1.60, 2.00, 1.83, 1.88	7.31	1.8275
20	2.18, 1.92, 1.89, 1.80	7.79	1.9475
الكلى		19.99	1.66

وطبقاً للنموذج الإحصائى فإن التباين بين هذه القيم يمكن إرجاعه إلى المتوسط (أى معامل التصحيح) بالإضافة إلى تباين راجع إلى المعاملة t بالإضافة إلى تباين راجع إلى الخطأ أو الصدفة e وهو الشئ الذى لا يمكن للتجربة أن تفسره أكثر من هذا، كأن تكون الطيور مختلفة وراثياً إلى حد ما أو أى عوامل أخرى. وعلى هذا فكون:

مجموع مربعات الانحرافات الكلية عن المتوسط:

$$= \sum \sum Y_{ij}^2 - \frac{(\sum \sum Y_{ij})^2}{nk}$$

$$= 1.43^2 + 1.22^2 + \dots + 1.89^2 + 1.80^2 - \frac{(19.99)^2}{12} = 1.465$$

والمكون الأخير فى المعادلة يطلق عليه معامل التصحيح كما سبق ذكره من قبل.

مجموع المربعات بين المعاملات:

$$= \sum_i \frac{Y_i^2}{n} - CF = \frac{4.89^2 + 7.31^2 + 7.79^2}{4} - \frac{(19.99)^2}{12} = 1.208$$

مجموع المربعات الراجعة للخطأ أو المتبقى في هذه الحالة:

$$= 1.465 - 1.208 = 0.257$$

وهذه القيمة الأخيرة هي نفسها الممكن الحصول عليها بحساب مجموع مربعات الانحرافات داخل كل معاملة (كل له 3 درجات حرية) ثم جمعها أى:

$$= \sum_i \left[\left(\sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_i^2}{n} \right) \right]$$

$$= \left(1.43^2 + \dots + 1.00^2 - \frac{4.89^2}{4} \right) + \left(1.60^2 + \dots + 1.88^2 - \frac{7.31^2}{4} \right)$$

$$+ \left(2.18^2 + \dots + 1.80^2 - \frac{7.79^2}{4} \right) = 0.257$$

ويمكن وضع النتائج في جدول تحليل التباين analysis of variance (ANOVA) كما في جدول ١٥-٢.

جدول ١٥-٢ تحليل التباين (ANOVA) لتجربة دراسة أثر إضافة فيتامين ب إلى العليقة على تسمين الدجاج.

SOV	df	SS	MS	EMS
بين المعاملات	$k - 1$ $3 - 1 = 2$	1.208	0.604**	$\sigma_e^2 + 4\sigma_t^2$
داخل المعاملات أو الخطأ أو المتبقى	$k(n - 1)$ $3(4 - 1) = 9$	0.257	0.029	σ_e^2
الكلى عن المتوسط	$kn - 1$ $(3)(4) - 1 = 11$	1.465		

١٥-٦-٣ الافتراضات اللازمة لإجراء تحليل التباين

لا يمكن إجراء تحليل التباين رياضياً إلا إذا فرضت افتراضات معينة على التقديرات للمعالم المنصوص عليها في النموذج الإحصائي. وهناك العديد من هذه الافتراضات التي يمكن وضعها، ولكن على المجرى أن يختار أنسبها وأكثرها سهولة في التفسير عند الحصول على النتائج. ففي المثال السابق ١٥-١ يمكن القول إن المجرى يريد فقط تقدير الفروق بين مستويات المعاملة وبعضها البعض، أو بين كل مستوى ومستوى معاملة معينة أخرى، وهذا هو الأهم من الناحية التجريبية. ومن الناحية النظرية فإن المراد الأول غير قابل للتحقيق لأسباب قد تبدو فيما بعد لبعض اقراء، وقد يتطلب شرحها تفصيلاً لأساليب أبعد من مجال هذا المؤلف. بينما يمكن تقدير المطلب الثاني كما سيتضح فيما بعد. وإذا وضعت كل المعالم المراد تقديرها في معادلات أنية لمحاولة حلها يمكن الحصول على ما يسمى بالمعادلات الاعتيادية normal equations: ففي المثال السابق وطبقاً للنموذج فإن المجرى يود تقدير المتوسط μ وأثر كل من المستويات الثلاثة للمعاملة حيث يعرف أثر مستوى المعاملة بأنه متوسط مستوى المعاملة مطروحاً منه المتوسط العام. فالمجموع الكلي 19.99 وطبقاً للنموذج محصلة لجمع 12 متوسط μ وأربعة أثار لكل مستوى. بينما يكون مجموع الأربعة طيور في مستوى المعاملة محصلة لجمع أربعة متوسطات بالإضافة إلى أربعة أثار من المستوى الأول ... وهكذا. ويمكن وضع ذلك في المعادلات الاعتيادية كما يلي:

$$14\hat{\mu} + 4t_1 + 4t_2 + 4t_3 = 19.99 \quad (١)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_1 = 4.89 \quad (٢)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_2 = 7.31 \quad (٣)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_3 = 7.79 \quad (٤)$$

وتسمى المعادلة (١) بمعادلة المتوسط والمعادلة (٢) بمعادلة المستوى الأول والمعادلة (٣) بمعادلة المستوى الثاني والمعادلة (٤) بمعادلة المستوى الثالث. وواضح أنه، طبقاً للنموذج، فإن لكل معلومة فيه يراد تقديرها يوجد معادلة اعتيادية. ويمكن انظر إلى هذه المعادلات على إنها معادلات أنية أي أن هناك أربعة مجاهيل (μ ، t_1 ، t_2 ، t_3) ويراد تقديرها من أربعة معادلات. ولكن بالتدقيق في المعادلات يتضح أنها غير مستقلة عن بعضها non-orthogonal linearly، بمعنى أن أحد المعادلات محصلة للثلاثة الباقية فمثلاً (١) = (٢) + (٣) + (٤) أو (٢) = (١) - (٣) - (٤) ... وهكذا. ولذا فهذه المعادلات لا يمكن حلها بالطرق العادية. ولكن مثلاً إذا وضع المجرى شرط أو افتراض constraint أن مجموع أثار المعاملات مساوي

للسفر أى $\sum \hat{t}_j = 0$ فتصبح هذه المعادلات ممكنة الحل. ومثل هذا الافتراض لن يعقد من إمكانية المحرب فى تفسير نتائجه لأن الفروق بين المعاملات ستظل كما هى لا تتغير بالرغم من هذا الافتراض.

وبتطبيق هذا الفرض على المعادلة (١) يصبح:

$$12 \hat{\mu} + 4(t_1 + t_2 + t_3) = 12\bar{\mu} = 12.99$$

ومنها:

$$\hat{\mu} = \frac{19.99}{12} = 1.66 \text{ kg}$$

وبالتالى يمكن حساب أثر المستوى الأول للمعاملة باستخدام المعادلة (٢) كالتالى:

$$t_1 = \frac{4.89}{4} - 1.66 = -0.44 \text{ kg}$$

وأثر المستوى الثانى للمعاملة من المعادلة (٣):

$$t_2 = \frac{7.31}{4} - 1.66 = 0.16 \text{ kg}$$

وأثر المستوى الثالث للمعاملة من المعادلة (٤):

$$t_3 = \frac{7.79}{4} - 1.66 = 0.29 \text{ kg}$$

ويلاحظ أن $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ (فيما عدا فروق التقريب). وبدون هذا الشرط وشرط آخر أن $\sum e_{ij} = 0$ حيث e_{ij} هى تقدير ε_{ij} لما أمكن الحصول على هذه التقديرات.

ويمكن القول بأن كل فرض كهذا يفقد من أجله درجة حرية واحدة. ففي المثال السابق كان مجموع المربعات حول المتوسط له II درجة حرية لأنه يشترط أن مجموع الانحرافات حول المتوسط يساوى صفرأ بمعنى أن $\sum (Y_{ij} - \mu) = 0$. وبين المعاملات يفقد درجة حرية نتيجة للشرط أن $\sum t_j = 0$... وهكذا.

عموماً فإن الافتراضات الخاصة بهذا التصميم هى $\sum t_j = \sum e_{ij} = 0$. ويمكن للمحرب أن يضع افتراضات أخرى مثل إن أحد المعاملات = صفر ... الخ.

١٥-٦-٤ اختبارات الفروض الإحصائية

قبل إجراء اختبارات الفروض الإحصائية يجب على المجرّب:

١- تقدير ما إذا كانت المعاملات في التجربة عشوائية أم ثابتة، وهذا مهم في كيفية صياغة الفرض، وأيضاً في استخدام النتائج المتحصّل عليها. فالافتراض بأن المعاملة ثابتة يعني أن المجرّب يحصر اهتمامه الأساسى في هذه المعاملات بعينها دون غيرها ولا يمكن بذلك تعميم النتائج على معاملات أخرى لم تدخل في نطاق التجربة. فإذا كان المجرّب يدرس الفروق بين سلالات مثلاً، واختار السلالات أ، ج، د بعينها، فالنتائج المتحصّل عليها تنحصر فقط على هذه السلالات الثلاثة دون غيرها، ويمكن للمجرّب أن يربّتها طبقاً لقيم متوسطاتها. بينما إذا كان لدى المجرّب العديد من السلالات ويود دراسة الفروق بين هذه السلالات واختار عشوائياً ثلاثة منها وكانت بينها فروق فهذا ينطبق على العشيرة الأصلية التي أخذت منها السلالات عشوائياً، أى أن هذه السلالات مختلفة. بينما إذا لم يجد فرقاً فيمكن التعميم بأن هذه السلالات لا تختلف عن بعضها البعض.

وفي حالة الافتراض بأن المعاملات ثابتة فإن فرض العدم يكون:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3$$

وهو نفسه:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

حيث μ_1 ، μ_2 ، μ_3 تمثل متوسطات مستويات المعاملة.

والفرض البديل H_1 هو أن بعض أو كل متوسطات مستويات المعاملة غير متساوية.

وفي حالة ما إذا كانت المعاملات عشوائية فإن:

$$H_0 : \sigma_t^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_t^2 \neq 0$$

أى أنه في حالة عشوائية المعاملات فإن المجرّب يكون أكثر اهتماماً بالتباين بين المعاملات عن الفرق بين المتوسطات، حيث إن هذه المتوسطات تعنى قليلاً لأنها لأقسام مأخوذة عشوائياً. وإن كانت طريقة اختبار الفروض الإحصائية واحدة في الإثنين بالنسبة لهذا التصميم.

وتوقع متوسطات مربعات الانحرافات (EMS) في جدول ١٥-٢ وهي للمعاملات العشوائية. أما في حالة المعاملات الثابتة فإنها تكون نفس الشيء ماعدا استبدال القيمة σ_t^2 بالقيمة K_t^2 حيث إن:

$$K_t^2 = \frac{\sum t_i^2}{k-1}$$

٢- قبل الإجراء الفعلي لاختبارات الفروض يجب على المجرّب مراجعة الافتراضات اللازمة لذلك مثل أن تتوزع e_{ij} في النموذج حسب التوزيع الطبيعي، وتجانس التباين واستقلالية الخطأ كما سبق إيضاحه في الباب الثاني عشر. وبعد توافر هذه الافتراضات فإن الفروض الإحصائية يمكن اختبارها باختبار F.

ومن جدول ١٥-٢ فإن F المحسوبة $F = 0.604 \div 0.029 = 20.83$ بدرجات حرية البسط والمقام أي 2، 9 أما F الجدولية $F(2,9,0.01) = 8.02$ وبالتالي يرفض فرض العدم. فإذا كانت المعاملات ثابتة يستنتج المجرّب أن هناك فروقاً بين متوسطات المعاملات. أما إذا كانت المعاملات عشوائية فيكون الاستنتاج أن هناك تبايناً بين عشيرة المعاملات التي أخذت منها هذه العينة من المعاملات الثلاث.

١٥-٦-٥ طرق فصل المتوسطات Mean Separation Procedures

عادة ما يرغب المجرّب، كما سبق الإشارة في الباب التاسع، أن يذهب بتحليل تجربته إلى تفاصيل أكثر من مجرد الانتهاء عند المقولة أن متوسطات المعاملات تختلف عن بعضها وذلك في حالة المعاملات الثابتة. فغالبا ما يهتم المجرّب بأن يقارن أي من هذه المعاملات أفضل أو أسوأ من معاملة أخرى بعينها، وهذا ما يطلق عليه فصل المتوسطات. وقد يستخدم اختبار t المستقل أو اختبار F المستقل أو LSD أو أي من الاختبارات السابق الإشارة إليها في الباب التاسع.

١٥-٦-٥-١ اختبار t المستقل Orthogonal t Test

كما سبق بيانه أن بين كل عدد (t) من المعاملات يوجد فقط عدد (t-1) من المقارنات المستقلة بين هذه المعاملات. ففي المثال ١٥-١ حيث هناك ٣ معاملات فإن عدد المقارنات المستقلة هو اثنين فقط. فالمقارنات كلها هي:

$$أ- المعاملة (١) - المعاملة (٢) أي: 1.22 - 1.83 = -0.61 \text{ kg}$$

ب- المعاملة (١) - المعاملة (٣) أى: $1.22 - 1.95 = -0.73 \text{ kg}$

ج- المعاملة (٢) - المعاملة (٣) أى: $1.83 - 1.95 = -0.12 \text{ kg}$

وأن هناك مقارنتين مستقلتين فقط بمعنى أن أى مقارنة من الثلاث مقارنات السابقة يمكن حسابها من المقارنتين الأخرين:

المقارنة أ : ب - ج، أى: $-0.73 - (-0.12) = -0.61 \text{ kg}$

المقارنة ب: أ + ج، أى: $-0.61 + (-0.12) = -0.73 \text{ kg}$

المقارنة ج : ب - أ، أى: $-0.73 - (-0.61) = -0.12 \text{ kg}$

ويمكن للمجرب أن يصمم مقارناته المستقلة بين المعاملات بحيث تعكس ما يريد، ففى المثال السابق إذا أراد المجرب مقارنتين مستقلتين فيجرب ما يلي:

١- توضع معاملات coefficients ولتكن λ_i لكل معاملة لتعكس ما يريد.

٢- يختبر إذا كانت مجموع المعاملات يساوى صفر، أى $\sum \lambda_i = 0$ لكل مقارنة.

٣- يختبر إذا كان مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين يساوى صفر أيضا، أى $\sum \lambda_i \lambda_{i'} = 0$ حيث i إحدى المقارنات، i' مقارنة أخرى.

فمثلا:

المعاملة	(١)	(٢)	(٣)	المتوسط
	1.22	1.83	1.95	
مجموعة مقارنات أولى	λ_i	-0.5	-0.5	
	$\lambda_{i'}$	0	1	
مجموعة مقارنات ثانية	λ_i	1	0	
	$\lambda_{i'}$	1	-2	
مجموعة مقارنات ثالثة	λ_i	1	-1	
	$\lambda_{i'}$	1	0	

ففي مجموعة المقارنات الأولى يعنى المجرى أن يحسب الفرق بين المعاملة (١) ومتوسط المعاملتين (٢)، (٣) فى المقارنة الأولى وأن يحسب الفرق بين المعاملة (٢) والمعاملة (٣) فى المقارنة الثانية. وبالتالي فإن:

$$\sum \lambda_i = 1 + (-0.5) + (-0.5) = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الأولى:}$$

$$\sum \lambda_{i'} = 0 + 1 + (-1) = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الثانية:}$$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(0) + (-0.5)(1) + (-0.5)(-1) = 0$$

إن هاتان المقارنتان مستقلتان عن بعضهما. أما مجموعة المقارنات الثانية فإن المجرى يعنى مقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٣) فى المقارنة الأولى ويعنى مقارنة متوسط المعاملتين (١)، (٣) بالمعاملة (٢) وبالتالي فإن:

$$\sum \lambda_i = 1 + 0 + (-1) = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الأولى:}$$

$$\sum \lambda_{i'} = 1 + (-2) + 1 = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الثانية:}$$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(1) + (0)(-2) + (-1)(1) = 0$$

وبالتالى فإن مقارنتى هذه المجموعة، أيضا، مستقلتان. أما مجموعة المقارنات الثالثة فإن المجرى يرغب فى مقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٢) ومقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٣) وبالتالي فإن:

$$\sum \lambda_i = 1 + (-1) + 0 = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الأولى:}$$

$$\sum \lambda_{i'} = 1 + (0) + (-1) = 0 \quad \text{مجموع معاملات المقارنة الثانية:}$$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(1) + (-1)(0) + (0)(1) \neq 0$$

وبهذا لم يتحقق شرطا استقلال المقارنات. ولذا فإن مقارنتى المجموعة الثالثة غير مستقلتين .non-orthogonal comparisons or contrasts

وفي اختبار t المستقل يختار المجرّب مجموعة مقارنات مستقلة واحدة فقط والتي تحكس ما يريده. فمثلاً بالنظر إلى مجموعة المقارنات الأولى فإن هناك منطقاً واضحاً في تصميم هذه المقارنة، ففي المقارنة الأولى بحسب المجرّب الفرق بين الطيور التي أعطيت الفيتامين (أى العليقتين ٢، ٣) وتلك التي لم تعط أى فيتامين (أى المعاملة ١، والتي تسمى كنترول فى هذه الحالة). بينما فى المقارنة الثانية فإن المجرّب بحسب الفرق بين المعاملتين (٢) و(٣)، بمعنى أى المستويين أدى إلى نمو أكبر، مستوى 10 مجم أو مستوى 20 مجم.

إجراء اختبار t المستقل

باستخدام المعادلة التالية:

$$t = \frac{\sum \lambda_i \bar{Y}_i}{\sqrt{\frac{\sum \lambda_i^2}{n_i} S^2}}$$

حيث S^2 من جدول ١٥-٢ هى متوسط المربعات داخل المعاملات أو الخطأ أو المتبقى (0.029)، $n = 4$ أى عدد الطيور فى كل معاملة. وبالتالي فإن t للمقارنة الأولى:

$$t = \frac{(1)(1.2225) + (-0.5)(1.8275) + (-0.5)(1.9475)}{\sqrt{\frac{0.029}{4} [1^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2]}} = \frac{0.665}{0.104} = 6.394$$

و t للمقارنة الثانية:

$$t = \frac{(0)(1.2225) + (1)(1.8275) + (-1)(1.9475)}{\sqrt{\frac{0.029}{4} [0^2 + 1^2 + (-1)^2]}} = \frac{0.12}{0.12} = 1.00$$

والمقارنة الأولى هى اختبار لفرض العدم أن متوسط المعاملة (١) - [متوسطى المعاملتين (٢)، (٣)] = صفر، والفرض البديل أن الفرق لا يساوى صفرأ، بمعنى أن:

$$H_0 : \mu_1 = (\mu_2 + \mu_3) / 2 \quad \text{فرض العدم}$$

$$H_1 : \mu_1 \neq (\mu_2 + \mu_3) / 2 \quad \text{والفرض البديل}$$

بينما فرض العدم للمقارنة الثانية هو أن متوسط المعاملة (٢) - متوسط المعاملة (٣) = صفر والفرض البديل أن الفرق لا يساوى صفرأ، أى:

$$H_0: \mu_2 - \mu_3 = 0 \quad \text{فرض العدم:}$$

$$H_1: \mu_2 - \mu_3 \neq 0 \quad \text{والفرض البديل:}$$

وتختبر قيمة t أمام درجات الحرية لـ S^2 من جدول ١٥-٢ والتي تساوى 9 تحت مستوى $\alpha = 5\%$ أى أن $t(9, 0.05) = 2.262$. فى الحالة الأولى t معنوية، وفى الحالة الثانية غير معنوية. أى أن هناك زيادة معنوية فى وزن الجسم نتيجة لإضافة الفيتامين، ولكن الفرق بين إضافة 10 ملجم وإضافة 20 مجم غير معنوى.

١٥-٦-٥-٢ تقسيم التباين بين المعاملات وإجراء اختبار F المستقل

من جدول ١٥-٢ مجموع المربعات بين المعاملات هو 1.208 بدرجتى حرية. وإذا كانت المقارنتان مستقلتين، فإنه يمكن تقسيم التباين بين المعاملات إلى أجزاء كل منها يقابل مقارنة، وبحيث أن مجموع هذه الأجزاء يساوى مجموع المربعات بين المعاملات

$$\text{Sum of squares due to a comparison} = \frac{n(\sum \lambda_i \bar{Y}_i)^2}{\sum \lambda_i^2} \quad (1-15)$$

ومن المثال ١٥-١ فإن:

مجموع المربعات للمقارنة الأولى:

$$= \frac{4[(1)(1.225) + (-0.5)(1.8275) + (-0.5)(1.9475)]^2}{1^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2} = \frac{4(0.665)^2}{1.5} = 1.179$$

مجموع المربعات للمقارنة الثانية:

$$= \frac{4[(0)(1.225) + (1)(1.8275) + (-1)(1.9475)]^2}{0^2 + (1)^2 + (-1)^2} = \frac{4(0.12)^2}{2} = 0.029$$

وواضح أن مجموع المربعات بين المعاملات هو: $1.179 + 0.029 = 1.208$

وعليه يمكن إعادة كتابة جدول تحليل التباين ١٥-٢ أكثر تفصيلاً كما يلى:

SOV	df	SS	MS
بين المعاملات	2	1.208	0.604**
المقارنة الأولى	1	1.179	1.179**
المقارنة الثانية	1	0.029	0.029
الخطأ	9	0.257	0.029
الكلى عن المتوسط	11	1.465	

ومن هذا الجدول يمكن اختبار معنوية المقارنة الأولى بواسطة:

$$F_9^1 = \frac{1.179}{0.029} = 40.6554$$

و اختبار معنوية المقارنة الثانية بواسطة:

$$F_9^1 = \frac{0.029}{0.029} = 1.0$$

وهما يقودان لقرارات متطابقة تمام التطابق لاختبارى t المقابلين، ولأن F هنا بدرجة حرية واحدة للوسط فإن للمقارنة الأولى:

$$F = t^2 = (6.394)^2 = 40.655$$

والمقارنة الثانية

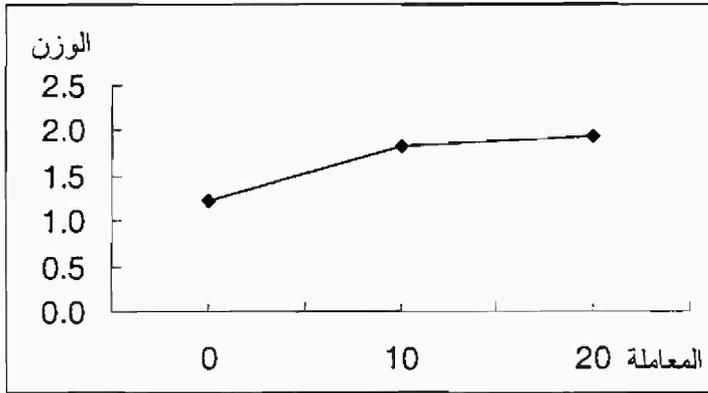
$$F = t^2 = 1$$

ما عدا أخطاء التقريب. كما يمكن إتباع طرق فصل المتوسطات الأخرى مثل LSD أو دنكن أو توكى سابقة الشرح.

١٥-٦-٦ الحدود المتعددة المستقلة (المتعامدة) Orthogonal Polynomials

يمكن التمييز بين نوعين من المعاملات هما معاملات وصفية وأخرى كمية. ففي المعاملات أو الأقسام الوصفية، كل قسم يختلف فى صفته، مثلاً كالفرق بين السلالات أو المواقع أو اختلافات راجعة إلى الجنس أو الطلائق ... الخ. بينما المعاملات الكمية فإنها تختلف عن بعضها فى الدرجة كأن تكون المعاملات 20، 30، 40 درجة حرارة سنوية أو 100، 150، 200 كج سماد للقدان أو كما فى المثال ١٥-١ حيث يعطى للطيور 0، 10، 20 مجم من الفيتامين لكل كج من وزن الجسم. وفى كلا النوعين من

المعاملات فإنه يمكن إتباع طرق فصل المتوسطات السابق شرحها. إلا أنه في حالة المعاملات الكمية هناك وسيلة إضافية لدراسة تأثير المعاملات، فكثيراً ما يود المجرّب معرفة العلاقة بين مستوى المعاملة والاستجابة لها ونوع هذه العلاقة، هل هي علاقة خطية أم غير ذلك. ويمكن إجراء هذا بيسر من خلال الحدود المتعددة المستقلة orthogonal polynomial. ففي المثال ١٥-١ قد يتساءل المجرّب هل العلاقة بين كمية الفيتامين ونمو الطيور خطية فقط؟ أي أنه بزيادة الفيتامين بوحدة واحدة يزداد النمو بنفس القدر بغض النظر عن مستوى الفيتامين. أم أن الزيادة في النمو هذه تكون سريعة عند المستويات المنخفضة من الفيتامين ثم تقل سرعة النمو بعد ذلك. فواضح من شكل ١٥-٢ أن بزيادة الفيتامين من 0 إلى 10 مجم فإن معدل الزيادة في النمو أعلى منه عند زيادة الفيتامين من 10 إلى 20 مجم.



شكل ١٥-٢ العلاقة بين إضافة الفيتامين ومتوسط وزن الجسم في الدجاج

فهناك علاقة خطية ولا شك بمعنى أن هناك زيادة في الوزن بزيادة الفيتامين، ولكن هذه العلاقة ليست هكذا فقط، لأن معدل التغيير في الوزن نفسه يتغير. والحدود المتعددة المستقلة orthogonal polynomial تفيد في:

- ١- تحديد نوعية هذه العلاقات.
- ٢- فصل مجموع المربعات بين المعاملات إلى أجزاء يقابل كل منها نوع العلاقة المحددة.
- ٣- اختبار معنوية هذه العلاقات.
- ٤- حساب معامل اعتماد المتغير التابع (وهو في مثال ١٥-١ يعبر عن الوزن) على المتغير المستقل (وهو المعاملة).

ففي حالة وجود مستويين من المعاملة يوجد بينهما درجة حرية واحدة وهي لا تقبس إلا الاتجاه الخطي linear فقط. بينما إذا كان هناك ثلاث معاملات بينهما درجتان حرية فإنه يمكن تقسيمها لتقيس أحدهما الاتجاه الخطي والأخرى لتقيس الاتجاه من الدرجة الثانية (أو التربيعي) quadratic. وفي حالة أربع معاملات بينها ثلاث درجات حرية يمكن تقسيمها إلى اتجاه خطي وآخر تربيعي وآخر من الدرجة الثالثة (أو تكعبي) cubic ... وهكذا. ولإجراء هذا على مثال ١٥-١ تستخرج معاملات coefficients الحدود المتعددة المستقلة من جدول ١٧ ملحق أ وهي:

مستوى المعاملة	0	10	20
المتوسط	1.2225	1.8275	1.9475
Linear	-1	0	1
Quadratic	1	-2	1

ويلاحظ أنها مستقلة ويتوافر فيها الشرطان $\sum \lambda_i = 0$ ، $\sum \lambda_i \lambda_i' = 0$ كما سبق الإشارة في ١٥-٦-٥-١، وطبقاً للمعادلة (١٥-١) فإن مجموع المربعات الراجعة للأثر الخطي linear :

$$\text{Sum of squares due to linear effect} = \frac{n(\sum \lambda_i \bar{Y}_i)^2}{\sum \lambda_i^2}$$

$$= \frac{4[(1.2225)(-1) + (1.8275)(0) + (1.9475)(1)]^2}{(1)^2 + (0)^2 + (-1)^2} = 1.051$$

مجموع المربعات الراجعة للأثر التربيعي quadratic :

$$= \frac{4[(1.2225)(1) + (1.8275)(-2) + (1.9475)(1)]^2}{(1)^2 + (-2)^2 + (1)^2} = 0.157$$

ومجموع الأثرين: $= 1.051 + 0.157 = 1.208$

وهو نفس مجموع المربعات بين المعاملات في جدول ١٥-٢، ولكنه قسم بطريقة أخرى ويمكن وضع النتائج في الصورة التالية:

SOV	df	SS	MS
بين المعاملات	2	1.208	0.604**
خطى L	1	1.051	1.051**
الدرجة الثانية Q	1	0.157	0.157*
الخطأ	9	0.257	0.029
الكلى عن المتوسط	11	1.465	

ويمكن اختبار فرض العدم أن الاتجاه الخطى = صفر بواسطة:

$$F = \frac{1.051}{0.029} = 36.24$$

وهذه القيمة معنوية عند 0.01 .

وكذلك اختبار فرض العدم أن الاتجاه من الدرجة الثانية = صفر بواسطة:

$$F = \frac{0.157}{0.029} = 5.41$$

وهذه القيمة معنوية عند 0.05. وبهذا يستنتج أن الاتجاه الخطى موجود أى أن هناك بصفة عامة زيادة فى الوزن مصاحبة للزيادة فى الفيتامين ويستنتج أيضا أن الزيادة فى الوزن هذه تتغير معنويا بزيادة مستوى الفيتامين كما استدل على ذلك بمعنوية المستوى الثانى من العلاقة.

ويمكن حساب معامل انحدار الوزن على المعاملة كما يلى:

$$b = \frac{\sum \lambda_i \bar{Y}_i}{\sum \lambda_i^2} \quad (١٥-٢)$$

وعليه يكون معامل الانحدار الخطى:

$$b_L = \frac{0.73}{2} = 0.365 \text{ kg/10 mg}$$

ومعامل الانحدار التربيعى:

$$b_Q = \frac{-0.49}{6} = -0.082 \text{ kg/10 mg}$$

ويمكن التعامل مع b_L ، b_Q بنفس كيفية التعامل مع معامل الانحدار البسيط من حيث الخطأ القياسي واختبارات المعنوية ... الخ.

و b_L تعنى أنه فى المتوسط يزيد وزن الطيور بقدر 0.365 كج لكل 10 مجم زيادة فى الفيتامين بينما b_Q تعنى أن هذه الزيادة الخطية تنقص بقدر 0.082 كج / 10 مجم، وذلك واضح من شكل ١٥-٢، واختبار معنوية معاملى الانحدار هذين هو نفسه اختبار المعنوية لمجموع المربعات الراجع إلى الخطى وإلى الدرجة الثانية المبينة فى الجدول السابق.

والمعاملات المبينة فى جدول ١٧ ملحق أ تستخدم فقط إذا كان الفرق بين المستويات متساوى أى 0، 10، 20 مثلا. أما إذا كان الفرق بين المستويات غير متساوى كأن يكون 5، 10، 30 مثلا فيمكن إتباع نفس المبادئ، ولكن بطرق حسابية أكثر تعقيدا لن يتم التطرق لها فى هذا المؤلف.

وليس معنى أن متعددة الحدود المستقلة تمكن من تجزئة درجات حرية ومجموع مربعات المعاملة أنه لا بد أن يجرى هذا وبالتجزئ الكامل فى كل حالة. فمثلا إذا وجد 6 معاملات بينها 5 درجات حرية فإنه يمكن فصل المكون الخطى، ومكون الدرجة الثانية (التربيعى)، ومكون الدرجة الثالثة (التكعيبى) كل على حدة، بينما يترك مكون الدرجة الرابعة ومكون الدرجة الخامسة مع بعضهما بدرجتى حرية وكثيرا ما يصعب تفسير المكونات الأعلى من الدرجة الثالثة تفسيراً بيولوجياً.

١٥-٦-٧ متوسط المربعات المتوقعة (EMS) Expected Mean Squares

كمتطلب لإجراء اختبار F، ومتطلب لتقدير ثوابت أخرى فى العشرة سيوضح بعضها فيما بعد، عادة ما يود المجرى أن يرجع متوسط المربعات mean squares أو مجموع المربعات إلى مكوناته أو بمعنى آخر التعبير عنه بدلالة التباينات (أو القيم المربعة) التى تم ذكرها فى النموذج الإحصائى. ففى المثال ١٥-١ يمكن القول إن التباين بين الطيور التابعة لنفس المعاملة تختلف فيما بينها فى e_{ij} وبالتالى فإن التباين بين طيور نفس المعاملة يحتوى فقط على σ_e^2 طبقاً للنموذج الإحصائى. أما الاختلاف بين متوسط معاملة ومتوسط معاملة أخرى (وبفرض أن المعاملة هنا عشوائية) فإن هذا الفرق جزء منه مرجعه إلى أثر المعاملة نفسها t، وجزء آخر مرجعه إلى الاختلاف فى قيمة e_{ij} (الخطأ). وعليه فإن التباين بين المعاملات مرجعه إلى σ_e^2 ، σ_t^2 والمطلوب هنا حساب توقع متوسط المربعات معبراً عنه بدلالة التباينات أو القيم المربعة المنصوص عليها فى النموذج. وفيما يلى قواعد تساعد على هذا الاستنباط بصفة عامة ثم مثال لأبسط الحالات حتى يمكن للقارئ المبتدئ متابعته وتركت الحالات الأكثر تشعباً إلى مجال آخر.

قواعد حساب توقع متوسط المربعات (أو توقع مجموع المربعات):

١- عبر عن مجموع المربعات sum of squares بدلالة الثوابت فى النموذج الأصيلى.

٢- اتبع قواعد حساب مربع المجموع ومجموع المربعات فمثلا

$$\begin{aligned}(A + B - C)^2 &= A^2 + B^2 + C^2 + 2AB - 2AC - 2BC \\ &= A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB - AC - BC)\end{aligned}$$

ومثلاً

$$\sum_{i \neq i'}^n a_i a_{i'} + \sum_{i=1}^n a_i^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2$$

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i + \sum_{j=1}^m b_j \right)^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{i \neq i'} a_i a_{i'} + \sum_{j=1}^m b_j^2 + \sum_{j \neq j'} b_j b_{j'} + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j$$

٣- استنبط توقعات التعبير السابق.

٤- القيمة المتوقعة لتغاير عناصر النموذج مساوية للصفر، لأنه عادة ما يفترض أن المشاهدات مستقلة عن بعضها.

٥- عند تقدير توقع متوسط المربعات EMS لمؤثر ثابت fixed effect فإن المتوقع فى الـ EMS المتداخلة مع مؤثر عشوائى random effect آخر لا تساوى صفراً. بينما يكون توقع التداخل هذا فى المؤثر العشوائى مساوياً للصفر. لو أن العاملين (المؤثرين) ثابتين فإن القيمة المتوقعة للتداخل فى الـ EMS تكون مساوية للصفر.

ويمكن توضيح ذلك باستخدام أبسط أنواع النماذج وبفرض أن المعاملة عشوائية:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

حيث

$$\varepsilon_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\tau_i \sim \text{NID}(0, \sigma_\tau^2) \text{ أى } \sigma_\tau^2 \text{ قدره } t \text{ عشوائية بتباين قدره } t$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= n \sum_{i=1}^k \left(\frac{\sum_{j=1}^n Y_{ij}}{n} - \frac{\sum_{ij} Y_{ij}}{nk} \right)^2 = n \sum_{i=1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2$$

حيث تعبر \bar{Y}_i عن متوسط المعاملة i ، $\bar{Y}_{..}$ المتوسط العام.

$$\begin{aligned} &= n \sum_{i=1}^k \left[\left(\mu + t_i + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij} \right) - \left(\mu + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i + \frac{1}{nk} \sum_{ij} e_{ij} \right) \right]^2 \\ &= n \sum_{i=1}^k \left[\left(t_i - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i \right) + \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij} - \frac{1}{nk} \sum_{ij} e_{ij} \right) \right]^2 \\ &= n \sum_{i=1}^k \left[\left(t_i^2 + \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k t_i^2 - 2 \frac{1}{k} t_i^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n e_{ij}^2 + \frac{1}{n^2 k^2} \sum_{ij} e_{ij}^2 - 2 \frac{1}{n^2 k} \sum_{j=1}^n e_{ij}^2 \right) \right] + \text{other products} \end{aligned}$$

وبأخذ التوقع فإن مجموع المربعات المتوقع بين المعاملات

(expected sum of squares between treatments)

$$\begin{aligned} &= n \sum_i \left[\left(\sigma_t^2 + \frac{\sigma_t^2}{k} - 2 \frac{\sigma_t^2}{k} \right) + \left(\frac{\sigma_e^2}{n} + \frac{1}{nk} - \frac{2}{nk} \sigma_e^2 \right) \right] \\ &= nk \left[\sigma_t^2 \left(1 - \frac{1}{k} \right) + \sigma_e^2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{nk} \right) \right] \\ &= n \sigma_t^2 (k-1) + \sigma_e^2 (k-1) \end{aligned}$$

ويحسب توقع مجموع المربعات للخطأ (أو بين أفراد نفس المعاملة)

sums of squares due to error (or between individuals within treatment)

$$= \sum_i^k \sum_j^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i.)^2 = \sum_i^k \sum_j^n (\mu + t_i + e_{ij} - \mu - t_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij})^2$$

$$= \sum_i^k \sum_j^n (e_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij})^2$$

وتكون القيمة المتوقعة:

$$E[\sum_i^k \sum_j^n (e_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij})^2] = \sum_i^k \sum_j^n (\sigma_e^2 + \frac{n}{n^2} \sigma_e^2 - \frac{2}{n} \sigma_e^2)$$

$$= \sum_i^k \sum_j^n [\sigma_e^2 (1 - \frac{1}{n})]$$

$$= \sigma_e^2 k(n-1)$$

ويمكن وضع النتائج على هيئة جدول ٣-١٥ التالي:

جدول ٣-١٥ متوسط الانحرافات المتوقعة في أبسط صورة (معاملات عشوائية)

SOV	df	مجموع المربعات المتوقعة Expected sum of squares	متوسط المربعات المتوقعة Expected mean squares (EMS)
بين المعاملات	k-1	$\sigma_e^2(k-1) + \sigma_t^2 n(k-1)$	$\sigma_e^2 + n\sigma_t^2$
الخطأ Error (بين الوحدات التجريبية داخل المعاملات)	k(n-1)	$\sigma_e^2 k(n-1)$	σ_e^2
الكلي	kn-1		

ويمكن الحصول على متوسط المربعات المتوقعة EMS بقسمة مجموع المربعات المتوقعة على درجات الحرية كما في جدول ٣-١٥. وبما أنه قد افترض أن أثر المعاملات عشوائي random فإن هناك تباين حقيقي بين مستويات المعاملة المختلفة.

ولكن إذا افترض أن أثر المعاملات ثابت $fixed$ فلن يكون هناك تباين حقيقي، ولكنه مجرد قيم مربعة، وفي الحالة البسيطة هذه يظل كل شيء على ما هو عليه إلا أنه تستبدل σ_e^2 بالرمز k_1^2 لتدل على أنها مجرد قيم مربعة.

ويمكن وصف ما تم التوصل إليه في جدول ١٥-٣ بأن التباين بين أى طائرين فى نفس مستوى المعاملة يتوقع أن يكون σ_e^2 بينما التباين بين أى مستويين مختلفين يتوقع أن يكون $\sigma_e^2 + n\sigma_t^2$ والـ n توضح أنه فى كل معاملة فإن الوحدة التجريبية (الطائر) تتكرر عدد n من المرات. وبتطبيق هذا الجزء على مثال ١-١٥ يمكن الحصول على تقدير لكل من σ_e^2 و σ_t^2 والتى يطلق عليها اصطلاح مكونات التباين variance component كما هو موضح بجدول ١٥-٢.

$$\sigma_t^2 = \frac{0.604 - 0.029}{4} = 0.144 \quad , \quad \sigma_e^2 = 0.029$$

وجدير بالذكر أنه يمكن القول بأن جملة التباين المتوقع للقيمة Y_{ij} والتى قد يرمز لها بـ σ_p^2 أو σ_T^2 هو: $\sigma_p^2 = \sigma_t^2 + \sigma_e^2 = 0.144 + 0.029 = 0.173$

ومن فوائد مكونات التباين variance components أنها تفيد فى معرفة الأهمية النسبية لكل مصدر من مصادر التباين المختلفة إلى المصادر الأخرى فالأهمية النسبية للاختلافات بين المعاملات عبارة عن:

$$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.144}{0.029 + 0.144} = 0.83$$

حيث أن σ_p^2 تمثل التباين الكلى. بينما الأهمية النسبية للاختلافات داخل المعاملات عبارة عن:

$$\frac{\sigma_e^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.029}{0.029 + 0.144} = 0.17$$

ونظرية ومفهوم وتطبيق مكونات التباين لها شأن هام جداً فى مجال الوراثة الكمية وتربية الحيوان وتربية النبات.

١٥-٦-٨ استخدام برنامج SAS في تحليل التباين للتصميم تام التعشبية

يمكن استخدام برنامج SAS لتحليل البيانات المتحصل عليها من تجارب التصميمات تامة التعشبية وذلك للحصول على تحليل التباين والتفرقة بين المتوسطات وحساب مكونات التباين ولكن لابد من ملاحظة الأتى:

١- يعطى برنامج SAS أربع أنواع من مجموع المربعات ويطلق عليها Type I SS، Type II SS، Type III SS، Type IV SS وذلك فى حالة تحليل التباين.

٢- يمكن إجراء تحليل التباين باستخدام طريقتين:

أ- استخدام طريقة PROC ANOVA وهذه تستخدم فقط فى حالة البيانات المتزنة والأربعة أنواع من مجموع المربعات متساوية ولا يوجد فرق بينها.

ب- استخدام طريقة PROC GLM وهى تصلح للاستخدام فى جميع أنواع البيانات سواء متزنة أو غير متزنة. فى حالة ما إذا كانت البيانات متزنة فإن الأربعة أنواع من مجموع المربعات متساوية. أما إذا كانت البيانات غير متزنة مع عدم وجود خلايا مفقودة missing cells فإن Type III SS يتساوى مع Type IV SS. وهذا هو مجموع المربعات المطلوب والذى سوف يختلف عن Type I SS، Type II SS. فى حالة وجود خلايا مفقودة فإن تقدير Type III SS يختلف عن تقدير Type IV SS. وفى هذه الحالة فإن اختبارات Type III SS لها خاصية الاستقلال orthogonal property أما اختبارات Type IV SS فلها خاصية الاتزان balancing property.

٣- فى حالة البيانات غير المتزنة، سواء عدم تساوى الوحدات التجريبية أو وجود خلايا مفقودة فإنه يلزم تقدير متوسطات أقل مجموع مربعات least-squares means (وقد يسمى population marginal means) وليس المتوسطات الحسابية arithmetic means. متوسطات أقل مجموع مربعات عبارة عن القيمة المتوقعة لمتوسط الفئة class أو تحت الفئة subclass كما لو كانت البيانات متزنة مع الأخذ فى الاعتبار القيمة المتوسطة لجميع المتغيرات covariates إذا وجدت. ويستخدم اختبار LSMEAN لتقدير هذه المتوسطات مع PROC GLM.

٤- عند الرغبة فى حساب المقارنات المستقلة orthogonal comparisons يمكن عمل ذلك باستخدام اختبار CONTRAST والذى يأتى بعد النموذج model فى طريقة PROC GLM.

٥- تستخدم PROC VARCOMP عند الرغبة في حساب مكونات التباين variance components. وفي هذه الحالة يلزم تحديد طريقة حساب هذه المكونات حيث إنه يوجد عدة طرق للحساب منها على سبيل المثال TYPE1 و MIVQUE0 و ML (maximum likelihood). وهذه الطرق خارج نطاق هذا الكتاب.

مثال ١٥-٢

حل مثال ١٥-١ باستخدام

PROC ANOVA و PROC GLM و PROC VARCOMP

```
DATA POULTRY;
INPUT VITAMIN GROWTH @@;
CARDS;
0 1.43 0 1.22 0 1.24 0 1
10 1.6 10 2 10 1.83 10 1.88
20 2.18 20 1.92 20 1.89 20 1.8
*----- PROC ANOVA -----;
PROC ANOVA;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN;
MEANS VITAMIN/LSD;
*---- PROC GLM -----;
PROC GLM;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN/SS3;
MEANS VITAMIN/LSD;
CONTRAST 'TRT 1 VS AV TRT 1 & 2' VITAMIN 1 - 0.5 -0.5;
CONTRAST 'TRT 2 VS 3' VITAMIN 0 1 -1;
*----- PROC VARCOMP -----;
PROC VARCOMP METHOD = TYPE1;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN;
RUN;
```

لاحظ

عند استخدام اختيار MEANS فإن المتغيرات التي تأتي مع هذا الاختيار لا بد أن تكون مذكورة مع أمر CLASS.

يمكن استخدام اختبار (t) أو أقل فرق معنوي LSD أو دنكن DUNCAN أو توكي Tukey للتفرقة بين المتوسطات في حالة معنوية اختبار F. وجميع هذه الاختبارات تأتي بعد اختبار MEANS.

عند استخدام طريقة PROC VARCOMP لتقدير مكونات التباين، يأت n بعدها طريقة التقدير إما TYPE1 أو ML أو MIVQUE0. يكتبى بكتابة الأمر RUN مره واحدة في نهاية البرنامج.

نتائج التحليل:

The ANOVA Procedure

Class Level Information
Class Levels Values

VITAMIN 3 0 10 20
Number of observations 12

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004
Error	9	0.25702500	0.02855833		
Corrected Total	11	1.46509167			

R-Square Coeff Var Root MSE GROWTH Mean
0.824567 10.14460 0.168992 1.665833

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
VITAMIN	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004

t Tests (LSD) for GROWTH

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
Error Degrees of Freedom 9
Error Mean Square 0.028558
Critical Value of t 2.26216
Least Significant Difference 0.2703
Means with the same letter are not significantly different.

t Grouping	Mean	N	VITAMIN
A	1.9475	4	20
A	1.8275	4	10
B	1.2225	4	0

The GLM Procedure

Class Level Information
 Class Levels Values
 VITAMIN 3 0 10 20
 Number of observations 12

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004
Error	9	0.25702500	0.02855833		
Corrected Total	11	1.46509167			

R-Square Coeff Var Root MSE GROWTH Mean
 0.824567 10.14460 0.168992 1.665833

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
VITAMIN	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004

t Tests (LSD) for GROWTH

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 9
 Error Mean Square 0.028558
 Critical Value of t 2.26216
 Least Significant Difference 0.2703

Means with the same letter are not significantly different.

t Grouping	Mean	N	VITAMIN	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
A	1.9475	4	20					
A	1.8275	4	10					
B	1.2225	4	0					
Contrast				DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT 1 VS AV TRT 1 & 2				1	1.17926667	1.17926667	41.29	0.0001
TRT 2 VS 3				1	0.02880000	0.02880000	1.01	0.3415

Variance Components Estimation Procedure

Class Level Information		
Class	Levels	Values
VITAMIN	3	0 10 20
Number of observations		12

Dependent Variable: GROWTH
Type I Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Expected Mean Square
VITAMIN	2	1.208067	0.604033	Var(Error) + 4 Var(VITAMIN)
Error	9	0.257025	0.028558	Var(Error)

Type I Estimates

Variance Component	Estimate
Var(VITAMIN)	0.14387
Var(Error)	0.02856

١٥-٦-٩ معامل الارتباط الجواني Intra-class Correlation

ينشأ بين الأفراد أو الوحدات التجريبية التي تتبع نفس مستوى المعاملة أو القسم ارتباط بالمضاهاة بأفراد لا تنتمي لنفس مستوى المعاملة أو القسم. وإذا كانت هذه المعاملات أو الأقسام عشوائية فإن النسبة $\sigma_e^2 / (\sigma_e^2 + \sigma_t^2)$ والتي أطلق عليها Fisher المسمى intra-class correlation بمعنى معامل الارتباط الجواني (الداخلي) يمكن أن تقيس شدة هذا الارتباط.

ومعامل الارتباط الجواني بين الطيور التي تنتمي لنفس مستوى المعاملة في مثال

١٥-٦-١ هو

$$r_I = \frac{0.144}{0.029 + 0.144} = 0.83$$

١٥-٦-١٠ تحليل تصميم تام التعشبية في حالة غياب مشاهدة أو أكثر

إذا فقدت وحدة تجريبية أو أكثر فإنه يتم تعديل التحليل بدرجة طفيفة كما يلي:

١- مجموع المربعات غير المصحح كما هو.

٢- معامل التصحيح يحسب بتربيع المجموع الكلي مقسوما على عدد الوحدات التجريبية منقوصا منها عدد الوحدات التي فقدت.

٣- للحصول على مجموع المربعات بين المعاملات يربع مجموع كل معاملة ويقسم على عدد الوحدات التجريبية في هذه المعاملة ثم تجمع ويطرح منها معامل التصحيح.

٤- يبقى تحليل التباين كم هو فيما عدا إنقاص درجات الحرية للخطأ بعدد الوحدات المفقودة.

٥- تحسب k (في مكونات التباين) على أنها المتوسط التوافقي لعدد الوحدات داخل كل معاملة.

بينما إذا فقدت جميع الوحدات التجريبية التابعة لمعاملة معينة فتحذف هذه المعاملة تماماً من التجربة ولا سبيل لاسترجاع المعلومات عنها.

صندوق ١٥-١

○ يختلف تصميم إحصائي عن آخر في الطريقة التي يتم بها تعشية الوحدات التجريبية.

○ تصميم تام العشوائية هو أبسط التصميمات الإحصائية والذي يجب إتباعه في حالة عدم وجود دواعي لاستخدام تصميمات أخرى أكثر تعقيداً.

○ يشترط في التصميم تام العشوائية تجانس الوحدات التجريبية.

○ يمكن حساب المتوسطات من أي تصميم ولكن لا يجوز اختبار معنوية المتوسطات إلا في حالة توافر شروط معينة أهمها أن الخطأ في النموذج الإحصائي يتوزع توزيعاً طبيعياً، أنه متجانس وأنه مستقل من وحدة تجريبية إلى أخرى.

○ في حالة عدم توافر شرط أو أكثر من الشروط السابقة فإنه يجب اللجوء إلى طرق إحصائية أخرى.

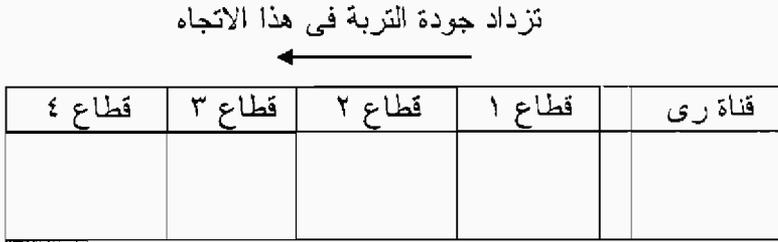
٧-١٥ تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

Complete Randomized Block Design

ويطلق عليه أيضاً القطاعات العشوائية Randomized Block، في التصميم السابق (تام التعشية) كان الشرط لاستخدامه هو تجانس الوحدات التجريبية. وفي كثير من الأحيان لا يتوافر هذا الشرط وبالتالي فإن عدم التجانس هذا سوف يؤدي إلى إخفاء أثر المعاملات التي يرغب المجرّب في دراستها بالإضافة إلى أن هذه الاختلافات تعتبر من المتغيرات المزعجة nuisance variables والتي يمكن تقليل أثرها عن طريق استخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة. وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم في حالة:

- ١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.
- ٢- إمكانية توزيع الوحدات التجريبية على هيئة قطاعات blocks بحيث أن الاختلافات بين الوحدات التجريبية داخل كل قطاع within blocks أقل من تلك التي بين القطاعات among blocks.
- ٣- التوزيع العشوائي لمستويات التجربة على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع. ويمكن الوصول إلى تجانس الوحدات التجريبية داخل كل قطاع بعدة طرق تعتمد على نوعية الدراسة. فمثلاً عندما يكون هناك عدم تجانس في اتجاه واحد فقط كما في حالة إجراء تجربة لاختبار مجموعة أصناف جديدة من محصول معين وقطعة الأرض المتاحة للتجربة تقع بجوار قناة ري الأمر الذي يسيء إلى صرف التربة المجاورة للقناة مباشرة، بينما يتحسن الوضع تدريجياً كلما تم الابتعاد عن القناة، كما هو موضح في شكل ١٥-٣. فلو أن المجرّب تجاهل هذا الأمر تماماً وصمم تجربته بالتصميم كامل العشوائية فقد يتكرر صنف مرة أو أكثر في جزء سيئ التربة بالصدفة المحضة أو في جزء جيد من التربة، ويعزى الأداء في هذه الحالة إلى أداء الصنف نفسه مع العلم بأن التربة كانت عاملاً مؤثراً في التجربة. لذا يلجأ المجرّب إلى تقسيم قطعة الأرض (أو مادته التجريبية) إلى قطاعات blocks، كل منها متجانس بقدر الإمكان. ثم توزع الأصناف عشوائياً في كل قطاع على حدة، وبذلك يضمن المجرّب أنه في كل مستوى من المستويات جودة التربة ممثلة في القطاعات المختلفة وأن كل صنف أو معاملة سوف يمثل. لذا فإن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات يكون عمودياً على اتجاه الاختلاف كما في الشكل ١٥-٣. وفي هذه الحالة فإن العامل الأساسي الذي يحدد عدد القطاعات هو الحجم الذي يعتبر متجانساً بقدر الإمكان. وقد لا يكون الاتجاه ثابتاً في كل المادة التجريبية كأن تزيد خصوبة التربة ثم تقل ثم تزيد مثلاً. وفي هذه الحالة

تصميم التجارب
 أيضاً يمكن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات بحيث في النهاية يكون كل قطاع متجانساً بقدر الإمكان.



شكل ١٥-٣ تكوين القطاعات عمودياً على اتجاه عدم التجانس

وفي التجارب الحيوانية قد يختلف العمر في الحيوانات الأمر الذي قد ينعكس على أداء الحيوانات في تجارب التسمين وبالتالي فإنه يمكن ترتيب الحيوانات حسب أعمارها وتقسيمها إلى قطاعات (أعمار) بحيث تكون كل مجموعة متجانسة في العمر إلى حد ما وداخل كل مجموعة توزع مستويات المعاملة عشوائياً. أو قد يكون هناك عدة سلالات مثلاً ويراد تجربة علائق تسمين فتعتبر كل سلالة بمثابة قطاع توزع داخله مستويات المعاملة عشوائياً.

وهذا التصميم شائع الاستعمال جداً، وإن كان أصعب درجة من التصميم تام العشوائية إلا أنه ما زال سهل التنفيذ والتحليل والاستنباط.

أما سبب وصف هذا التصميم "بالكاملة complete" لأنه في بعض الأحيان يكون عدد المعاملات كبير بحيث لا يسمح بوضعها كلها في قطاع واحد لضمان التجانس. وفي هذه الحالة تقسم المعاملات بطريقة معينة بحيث يحتوى القطاع على جزء فقط من المعاملات وفي هذه الحالة يسمى التصميم "بغير الكاملة incomplete".

١٥-٧-١ العشوائية Randomization

بعد تحديد عدد القطاعات يقسم كل قطاع إلى أجزاء متساوية بعدد مستويات المعاملة ثم توزع مستويات المعاملة عشوائياً في كل قطاع على حدة. ويجب التنويه بوجود استقلالية عملية العشوائية من قطاع إلى آخر. فلو فرض أن هناك 5 مستويات من معاملة معينة (أ - ب - ج - د - هـ) وحدد عدد القطاعات بثلاثة فإنه من الممكن أن تكون الخريطة الواقعية للعشوائية كما يلي:

القطاعات		
III	II	I
أ	ب	د
ج	أ	ب
هـ	ج	أ
د	هـ	ج
ب	د	هـ

١٥-٧-٢ النموذج الإحصائي

$$Y_{ij} = \mu + b_i + t_j + e_{ij}$$

حيث Y_{ij} هي المشاهدة التابعة للمعاملة z في القطاع i ، b_i أثر القطاع i ، t_j أثر المعاملة z ، e_{ij} الخطأ لهذه المشاهدة. والتحليل في هذه الحالة شبيه للتحليل ذي الاتجاهين والذي تمثل فيه المعاملة كاتجاه والقطاع كاتجاه آخر (الباب الحادى عشر).

١٥-٧-٣ تحليل القطاعات العشوائية

ليس في التحليل مبادئ جديدة أكثر من تلك التى تم تناولها عند مناقشة تحليل التباين ذي الاتجاهين (الباب الحادى عشر) وعليه فيكون:

$$\sum y^2 = \sum Y_{ij}^2 - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk} \quad \text{مجموع المربعات الكلية عن المتوسط:}$$

$$\sum_i (\sum_j Y_{ij})^2 / k - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk} \quad \text{مجموع المربعات بين القطاعات:}$$

$$\sum_j (\sum_i Y_{ij}^2) / n - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk} \quad \text{مجموع المربعات بين المعاملات:}$$

مثال ١٥-٣

مجرب يود دراسة تأثير أربعة إضافات غذائية كمنشطات نمو على التسمين في الدجاج بالمقارنة بعدم إضافة أى منشطات. أى أن المجرب لديه معاملة لها خمسة

مستويات هي A، B، C (بدون إضافات للمقارنة)، D، E. وكان لدى المجرّب ثلاث بيوت تسمين هذه البيوت قد تختلف فيما بينها من حيث الموقع وتيارات الهواء ... الخ. قسم المجرّب كل بيت إلى خمسة أجزاء متساوية ووزع الخمسة معاملات على خمسة أجزاء عشوائياً في كل بيت. ووضع في كل قطاع عدد متساوي من دجاج اللحم المتشابه بحيث كان كل قطاع به 1000 طائر. وفي نهاية فترة التسمين تم وزن الدجاج في كل جزء جملة واحدة، أي أن الوحدة التجريبية هي مجموعة الطيور في لجزء الواحد. ويبين جدول ١٥-٤ البيانات التي حصل عليها المجرّب.

جدول ١٥-٤ نتائج تجربة أثر منشطات النمو على التسمين في الدجاج والمصممة كقطاعات عشوائية، وزن الدجاج بالكيلوجرام.

المعاملة	القطاع			المجموع	المتوسط
	١	٢	٣		
A	2540	1905	2275	6720	2240
B	2792	2227	2712	7731	2577
C (المقارنة)	1965	1910	1990	5865	1955
D	2498	2388	2533	7419	2473
E	2480	1920	1960	6090	2030
المجموع	12275	10350	11200	33825	
المتوسط	2455	2070	2240		2255

سجموع المربعات الكلية غير المصحح

$$\sum_{ij} Y_{ij}^2 = (2540)^2 + (2792)^2 + \dots + (1960)^2 = 77886949$$

$$CF = \frac{(\sum_{ij} Y_{ij})^2}{nk} = \frac{(33825)^2}{15} = 76275375$$

معامل التصحيح

$$= 77886949 - 76275375 = 1611574$$

سجموع المربعات الكلية (عن المتوسط)

مجموع مربعات القطاعات

$$= \frac{(12275)^2 + (10350)^2 + (11200)^2}{5} - CF = 372250$$

مجموع مربعات المعاملات

$$= \frac{(6720)^2 + (7731)^2 + (5865)^2 + (7419)^2 + (6090)^2}{3} - CF = 876174$$

$$= 1611574 - (372250 + 876174) = 363150 \quad \text{مجموع مربعات الخطأ}$$

ويمكن تلخيص نتائج التحليل في جدول التباين ١٥-٥ التالي:

جدول ١٥-٥ تحليل التباين لتجربة دراسة أثر منشطات النمو على التسمين في الدجاج والمصممة كقطاعات عشوائية

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات Between Blocks	$(n - 1) = 2$	372250	186125.0
بين المعاملات Between treatments	$(k - 1) = 4$	876174	219043.5*
Error الخطأ	$2 \times 4 = 8$	363150	45393.8
المربعات الكلية عن المتوسط		1611574	

$$F \text{ للقطاعات } = 186152 / 45393.8 = 4.1$$

$$F \text{ للمعاملات } = 219043.5 / 45393.8 = 4.8$$

ولاختبار الفرض أنه لا يوجد فروق معنوية بين المعاملات فإن $F = 4.8$ معنوية عند مستوى $\alpha = 0.05$ أى أن فرض العدم يرفض بينما الفروق بين القطاعات غير معنوية.

١٥-٧-٤ طرق فصل المتوسطات

يمكن فصل متوسطات المعاملات بواسطة أى من اختبار LSD أو اختبار HSD (توكي) أو اختبار دنكن Duncan.

١٥-٧-٤-١ اختبار LSD

يتم حساب قيمة LSD عند مستوى معنوية 0.05 و 8 درجات حرية (وهي درجات حرية الخطأ) حيث $t = 2.036$ وبالتالي فإن:

$$LSD = 2.306 \sqrt{\frac{2(45393.8)}{3}} = 401.2$$

ترتب قيم متوسطات مستويات المعاملة تنازلياً حيث الأكبر فالأصغر فتكون B، C، E، A، D

يتم حساب الفروق بين أزواج المتوسطات ثم مقارنة الفرق الناتج بالقيمة المحسوبة لـ LSD وهي 401.2 مع وضع علامة (*) للدلالة على معنوية الفرق بين المتوسطين من عدمه كالتالي:

$$B - C = 2577 - 1955 = 622 \text{ kg} *$$

$$B - E = 2577 - 2030 = 547 \text{ kg} *$$

$$B - A = 2577 - 2240 = 337 \text{ kg}$$

$$B - D = 2577 - 2473 = 104 \text{ kg}$$

$$D - C = 2473 - 1955 = 518 \text{ kg} *$$

$$D - E = 2473 - 2030 = 443 \text{ kg} *$$

$$D - A = 2473 - 2240 = 133 \text{ kg}$$

$$A - C = 2240 - 1955 = 285 \text{ kg}$$

$$A - E = 2240 - 2030 = 210 \text{ kg}$$

$$E - C = 2030 - 1955 = 75 \text{ kg}$$

١٥-٧-٤-٢ اختبار توكي (HSD)

الانحراف القياسي

$$= \sqrt{\frac{45393.8}{3}} = \sqrt{15131.25} = 123 \text{ kg}$$

$$HSD = 4.89 \sqrt{\frac{45393.8}{3}} = 601.5 \text{ kg}$$

وطبقاً لـ HSD فإن الفرق بين المعاملة B والمعاملة C وهو 622 كج معنوياً وبقية الفروق غير معنوية عند مستوى 0.05 .

المعاملتين	الفرق المعنوي	الفرق المشاهد
B - C	3.52 x 123 = 433 kg	622*
B - E	3.47 x 123 = 433 kg	547*
B - A	3.39 x 123 = 433 kg	337
B - D	3.26 x 123 = 433 kg	104
D - C	3.47 x 123 = 433 kg	518*
D - E	3.39 x 123 = 433 kg	443
D - A	3.26 x 123 = 433 kg	133
A - C	3.39 x 123 = 433 kg	285
A - E	3.26 x 123 = 433 kg	210
E - C	3.26 x 123 = 433 kg	75

وجدير بالذكر أنه كثيراً ما يراد معرفة إذا كانت المعاملة ككل قد أثرت في أداء هذه الطيور من عدمه، ويمكن اختبار هذا بمضاهاة متوسط الأربعة منشطات ضد المقارنة (C) كما يلي:

فرض العدم: متوسط المعاملات = متوسط المقارنة

متوسط المعاملات A، B، D، E عبارة عن

$$\bar{Y}_t = (\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_D + \bar{Y}_E) / 4$$

$$= (22440 + 2577 + 2473 + 2030) / 4 = 2330 \text{ kg}$$

ولاختبار فرض العدم يلزم حساب تباين هذا المتوسط

$$V(\bar{Y}_t) = V[(\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_D + \bar{Y}_E) / 4]$$

$$= (1/16)V(\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_D + \bar{Y}_E)$$

$$= (1/16)[V(\bar{Y}_A) + V(\bar{Y}_B) + V(\bar{Y}_D) + V(\bar{Y}_E)]$$

وحيث إن التباين بكل متجانس (فرضاً) فإن:

$$S_{\bar{Y}_t}^2 = \frac{1}{16} \left(\frac{4S^2}{3} \right) = \frac{S^2}{12} = \frac{\text{Error MS}}{12}$$

وهذه القيمة في المثال ١٥-٣ عبارة عن:

$$S^2_{\bar{Y}_t} = 45393.8/12 = 3782.8$$

وبالتالى:

$$t = \frac{\bar{Y}_c - \bar{Y}_t}{\sqrt{S^2_{\bar{Y}_t} + S^2_{\bar{Y}_c}}} = \frac{2330 - 1955}{\sqrt{3782.8 + 15131.25}} = \frac{375}{137.53} = 2.73 *$$

وهذه القيمة معنوية عند مستوى 0.01 وعليه يرفض فرض العدم ويستخلص أن إضافة المنشط بصفة عامة يزيد من النمو.

وللحصول على تقديرات للمتوسطات وإمكانية تحليل التباين يلزم الافتراض أن

$$\sum_{i=1}^3 b_i = \sum_{j=1}^5 t_j = \sum_{ij} e_{ij} = 0$$

بذلك فى المعادلات الاعتيادية NE's المذكورة فى جدول ١٥-٦.

وبتطبيق هذه الافتراضات يمكن تقدير كل من:

$$\hat{\mu} = 233825/15 = 2255 \text{ kg} \quad \text{المتوسط العام}$$

$$\hat{b}_1 = \frac{12275}{5} - 2255 = 200 \text{ kg} \quad \text{أثر القطاع الأول}$$

$$\hat{b}_2 = \frac{10350}{5} - 2255 = -185 \text{ kg} \quad \text{أثر القطاع الثانى}$$

$$\hat{b}_3 = \frac{11200}{5} - 2255 = -15 \text{ kg} \quad \text{أثر القطاع الثالث}$$

$$\hat{t}_1 = \frac{6720}{3} - 2255 = -15 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة A}$$

$$\hat{t}_2 = \frac{7731}{3} - 2255 = 322 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة B}$$

$$\hat{t}_3 = \frac{5865}{3} - 2255 = -300 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة C}$$

$$\hat{t}_4 = \frac{7419}{3} - 2255 = 218 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة D}$$

$$\hat{t}_5 = \frac{6090}{3} - 2255 = -225 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة E}$$

جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة واختبارات المعنوية عند تكرار الوحدة التجريبية في القطاعات العشوائية

SOV		متوسط المربعات المتوقعة وطريقة الاختبار مبنية بالأسم			
		كلاهما عشوائي	كلاهما ثابت	B ثابتة، t عشوائية	B عشوائية، t ثابتة
السلالات b	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2 + 12\sigma_b^2$	$\sigma_e^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 12\sigma_b^2$	
المعاملات t	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 16K_t^2$	$\sigma_e^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2 + 16K_t^2$	
الخطأ التجريبي	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2$	$\sigma_e^2 + 4K_{b_i}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{b_i}^2$	
الخطأ المعنى	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	

١٥-٧-٥ حساب الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

يسمح تصميم القطاعات العشوائية الكاملة للمجرب بتقليل الاختلافات بين الوحدات التجريبية عن طريق فصل جزء من التباينات الكلية والراجع إلى القطاعات وبالتالي خفض قيمة الخطأ التجريبي. ولقد سبق ذكر أن كفاءة أى تصميم تتناسب أساساً تناسباً عكسياً مع قيمة الخطأ التجريبي، وإلى درجة أقل تتناسب طردياً مع درجات الحرية لخطأ. وبعد إجراء وتنفيذ تصميم إحصائي معين قد يتساءل المجرب: هل استفادت التجربة فعلاً من التصميم المتبع بالنسبة إلى تصميم آخر كان يمكن إتباعه؟. ففي امثال ١٥-٣ ما الذى استفادته التجربة من كونها صممت على هيئة قطاعات عشوائية كاملة بالنسبة مثلاً إلى ما لو اتبع التصميم تام التعشية. ويمكن حساب هذه الكفاءة النسبية (RE) relative efficiency كما يلي:

$$RE = \frac{(n-1)M_B - n(k-1)M_E}{(nk-1)M_E} \quad (٣-١٥)$$

حيث

MB = متوسط مربعات القطاعات،

ME = متوسط مربعات الخطأ،

n = عدد القطاعات،

k = عدد مستويات المعاملة

وبالتعويض عن هذه الرموز بقيمتها فى مثال ١٥-٣ فإن كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة إلى التصميم تام العشوائية:

$$RE = \frac{(3-1)(186125) - 3(5-1)(45393.8)}{(3 \times 5 - 1)(45393.8)} = 1.44$$

ومعنى هذا أن كفاءة التجربة زادت بمقدار 44% عما إذا كانت أجريت باستخدام التصميم التام العشوائية.

١٥-٧-٦ تقدير القيم الغائبة missing values فى تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

فى بعض الأحيان تفقد واحدة أو أكثر من الوحدات التجريبية لسبب أو آخر خارجاً عن إرادة المجرب ومن غير أن تكون المعاملات سبباً فى هذا الفقد. ففى المحاصيل

الحقلية مثلاً قد تأكل الحيوانات أحد الوحدات التجريبية أو قد تروى بالخطأ مما يجعلها غير صالحة لغرض التجربة ... الخ. وفي التجارب الحيوانية قد يموت الحيوان لسبب غير وارد في التجربة أو قد تقتل الحيوانات البرية بعض حيوانات التجربة ... الخ. فلو فرض في المثال ١٥-٣ أن المعاملة D في القطاع (٢) قد فقدت لسبب ما ويود المجرّب أن يحلّل النتائج بعد تقدير هذه القيمة المفقودة، فعليه إتباع الخطوات التالية:

١- تقدر قيمة للوحدة التجريبية الغائبة من المعادلة التالية:

$$\hat{Y}_m = \frac{k(t_m) - n(b_m) - Y_{..}}{(k-1)(n-1)}$$

حيث

$$\hat{Y}_m = \text{تقدير القيمة الغائبة،}$$

$$k = \text{عدد المعاملات،}$$

$$n = \text{عدد القطاعات،}$$

$$t_m = \text{مجموع المعاملة التي بها الوحدة التجريبية الغائبة،}$$

$$b_m = \text{مجموع القطاع الذي به الوحدة التجريبية الغائبة،}$$

$$Y_{..} = \text{المجموع الكلي.}$$

وفي المثال الحالي فإن القيمة المفقودة للمعاملة D في القطاع (٢) والتي تأخذ القيمة 2388 في جدول ١٥-٤ سيتسبب عن فقدها أن مجموع المعاملة D يصبح $5031 = 2385 - 7419 = t_m$ ، وإن القطاع (٢) سيكون مجموعة $b_m = 7962$ وإن المجموع الكلي سيصبح 31436، وعليه تكون القيمة المفقودة

$$\hat{Y}_m = \frac{(5)(5031) - (3)(7962) - 31437}{(5-1)(3-1)} = 2200.5$$

٢- توضع القيمة المقدرة هذه مكان الوحدة التجريبية المفقودة ويجرى تحليل التباين عادياً تماماً وكأن شيئاً لم يحدث.

٣- توضع النتائج في جدول تحليل التباين العادي مثل جدول ١٥-٥ تماماً غير أن درجات حرية كل من التباين الكلي والخطأ تنقص درجة حرية واحدة هي عدد الوحدات الغائبة ويصبح الجدول كالتالي:

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات	2	463312.5	231656.2*
بين المعاملات	4	803799	200949.8*
الخطأ	7	327400	46771.4
الكلي	13	1594511.5	

٤- تجرى اختبارات المعنوية كالمعتاد إلا أنه عند مقارنة معاملة وحداتها التجريبية ناقصة فإن التباين بين متوسطيهما هو:

$$M_E \left(\frac{2}{n} + \frac{k}{n(n-1)(k-1)} \right) = 46771.4 \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3(3-1)(5-1)} \right) = 40924.95$$

وإذا فقدت وحدتان تجريبيتان أ، ب مثلاً فتفرض قيمة وسطى لإحدهما ولتكن أ مثلاً ثم على أساسها تقدر ب ثم تقدر أ من ب ثم جولة ثانية لتقدير ب من أ ... وهكذا حتى يتقارب تقديريين متتاليين لكل من أ، ب. ويتبع نفس الإجراء في تحليل التباين إلا أنه ينقص درجتان حرية من كل من الخطأ والتباين الكلي هذا ويجب مراعاة ألا يكون الفقد مركز في معاملة معينة أو في قطاع معين مما قد يجعل المعلومات المتحصل عليها من الوحدات المتبقية قليلة القيمة. وفي حالة توافر حاسب إلكتروني فإن تقدير القيم المفقودة، يصبح سهلاً ولا سيما في حالة فقد أكثر من وحدتين تجريبيتين حيث تتعقد فيها طريقة التقدير نسبياً.

١٥-٧-٧ اختبار توكي للتجمعية Tukey's Test for additivity

كما سبق شرحه في الباب الثاني عشر فإن هناك شروطاً معينة يجب توافرها حتى يتمكن المجرّب من إجراء اختبارات الفروض وأن أحد هذه الشروط هي أن تكون العوامل في النموذج الإحصائي تجميعية. ففي تصميم القطاعات العشوائية والذي وصف نموذجه بأنه:

$$Y_{ij} = \mu - b_i - t_j - e_{ij}$$

بمعنى أن كل من μ ، b ، t ، e تحدث أثرها بأن يجمع كل أثر على الآخر فلا تكون العلاقة مثلاً $\mu b t$ أو μb^t ... وهكذا.

ويمكن باستخدام اختبار Tukey (1949) لإجراء اختبار ما إذا كانت الآثار تجميعية من عدمه. ومن فوائد هذا الاختبار أنه:

- ١- يساعد في معرفة إذا كانت هناك حاجة إلى تحويل transformation البيانات.
 - ٢- قد يساعد في اقتراح تحويل معين.
 - ٣- يختبر ما إذا كان التحويل أدى الهدف المرجو منه.
- ولن يتم التطرق إلى نظرية هذا الاختبار ولكن سيتم تطبيق الطريقة على مثال ٧-١٥ في جدول ٣-١٥.

جدول ٧-١٥ اختبار توكي لتجمعية العوامل في النموذج الإحصائي لتجربة أثر منشطات النمو على الزيادة في وزن الدجاج.

$w_j = Y_{ij}d_i$	d_j	المتوسط $\bar{Y}_{.j}$	المجموع $Y_{.j}$	القطاع			المعاملة
				٣	٢	١	
121450	-15	2240	6720	2275	1905	2540	A
105725	322	2577	7731	2712	2227	2792	B
9800	-300	1955	5865	1990	1910	1965	C
19825	218	2473	7419	2533	2388	2498	D
115450	-225	2030	6090	1960	1920	2480	E
372250	0.0		33825	11200	10350	12275	المجموع $Y_{i.}$
		2255		2240	2070	2455	المتوسط $\bar{Y}_{i.}$
			0.0	-15	-185	200	d_i

لاحظ في جدول ٧-١٥ أن $d_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ ، $d_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$ ، (لاحظ أن: $w_j = \sum Y_{ij}d_i$ ، $(\sum d_i = \sum d_j = 0$

فمثلا

$$d_{(j=1)} = 2240 - 2255 = -15$$

$$d_{(i=1)} = 2455 - 2255 = 200$$

$$w_1 = (2540)(200) - (1905)(-185) - (2275)((-15)) = 121450 \dots \text{ الخ.}$$

لاحظ أن $\sum w_j = 372250$ وهذه القيمة تساوى أيضا

$$\sum w_j = (12275)(200) - (10350)(-185) - (11200)(-15)$$

$$N = \sum w_j d_j = (121450)(-15) - (1055725)(322) - (9800)(-300) \\ + (19825)(218) + (115450)(-225) = 7627300$$

$$\sum d_i^2 = (200)^2 + (-185)^2 + (-15)^2 = 74450$$

$$\sum d_j^2 = (-15)^2 + (322)^2 + (-300)^2 + (218)^2 + (-225)^2 = 292058$$

حساب مجموع المربعات الناجم عن عدم التجمعية

$$\frac{N^2}{\sum d_i^2 \sum d_j^2} = \frac{(7627300)^2}{(74450)(292058)} = 2676$$

ويمكن تطوير جدول تحليل التباين ١٥-٦ كما يلي في جدول ١٥-٨.

جدول ١٥-٨ تحليل التباين لإجراء اختبار التجمعية.

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات	2	372250	186125
بين المعاملات	4	876174	219043.5
الخطأ	8	363150	
الغير تجمعية	1	2676	2676
المتبقى	7	360474	51496
الكلى	14	1611574	

ويختبر فرض أنه لا يوجد هناك تجمعية بواسطة اختبار F حيث البسط هو متوسط المربعات للغير تجمعية والمقام هو متوسط المربعات للمتبقى والذي له 7 درجات حرية. وبالتالي $F = 2676/51496 = 0.052$ وهي غير معنوية، ومن هذا لا يمكن رفض هذا الفرض أى أن الآثار فى النموذج الإحصائى تحدث أثارها بصفة تجمعية.

١٥-٨ تصميم القطاعات العشوائية مع تكرار الوحدات التجريبية

وإن كان تصميم القطاعات العشوائية السابق وصفه، والذي فيه تمثل كل وحدة تجريبية مرة واحدة فقط في كل قطاع، هو الأكثر شيوعاً في التجارب الحقلية وبعض التجارب الحيوانية إلا أنه في كثير من التجارب الحيوانية فإن الوحدة التجريبية تتكرر أكثر من مرة في نفس المعاملة والقطاع. فمثلاً قد تتمثل القطاعات في الأعمار وداخل كل من الأعمار توزع المعاملات عشوائية بحيث أن كل منها يمثل بحيوانين أو أكثر. في هذه الحالة وإن كان التصميم أساساً كالذي سبق وصفه إلا أنه جد عنصر جديد هنا هو الفرق بين وحدتين في نفس القطاع ولهما نفس المعاملة. هذا النوع من الخطأ يطلق عليه خطأ عيني (أى من العينة) sampling error مقارنة بالخطأ الآخر الذى ذكر فى مثال ١٥-١ حيث يطلق عليه خطأ تجريبى $\text{experimental error}$. ويصبح النموذج الإحصائى:

$$Y_{ijk} = \mu - b_i - t_j - e_{ij} - E_{ijk}$$

حيث تمثل μ ، b_i ، t_j ، e_{ij} كما سبق، بينما تمثل E_{ijk} الخطأ العيني.

مثال ١٥-٤

أجريت تجربة لدراسة أثر نسبة العليقة الخشنة إلى العليقة المركزة على وزن الحملان بالكيلوجرام عند عمر ١٠ أسابيع، وكان هناك أربع سلالات، والتي اعتبرها المجرب كقطاعات، وثلاث نسب (المعاملات) كما فى جدول ١٥-٩.

فى النموذج $k=4$ ، $j=3$ ، $i=4$

$$\text{مجموع المربعات الكلية} = 31^2 + 35^2 + \dots + 11^2 - (960)^2 / 48 = 3302$$

مجموع المربعات بين السلالات (أى بين القطاعات)

$$= \frac{(300)^2 + (216)^2 + (216)^2 + (228)^2}{12} - \frac{(960)^2}{48} = 408$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(480)^2 + (256)^2 + (224)^2}{16} - \frac{(960)^2}{48} = 2432$$

جدول ١٥-٩ بيانات مثال ١٥-٤ لدراسة أثر نسبة العليقة الخشنة إلى المركزة على نمو حملان أربع سلالات من الأغنام

المجموع	السلالة				المعاملة خشنة : مركزة
	د	ج	ب	أ	
	34	24	33	31	٧٠ : ٣٠
	29	27	27	35	
	29	28	28	35	
	28	29	28	35	
المجموع	120	108	116	136	
	16	9	17	19	٥٥ : ٤٥
	12	16	16	22	
	12	14	12	28	
	12	13	11	27	
المجموع	52	52	56	96	
	20	17	15	23	٤٠ : ٦٠
	12	16	7	15	
	13	13	11	16	
	11	10	11	14	
المجموع	56	56	44	68	
الإجمالي	228	216	216	300	

وحسابياً مجموع مربعات الخطأ التجريبي عبارة عن التداخل interaction بين القطاعات (أى السلالات) والمعاملات وكما سبق فى الباب الحادى عشر فإن الخطأ التجريبي:

$$= \frac{(136)^2 + (116)^2 + \dots + (56)^2}{4} - \frac{(960)^2}{48} - 408 - 2432 = 112$$

أما الخطأ العينى sampling error فإنه بحسب إما بطرح كل شئ من مجموع المربعات الكلية أى

$$= 3302 - 408 - 2432 - 112 = 350$$

وتكون درجات الحرية له

$$= 47 - 3 - 2 - 6 = 36$$

أو أنه يحسب بجمع مجموعات المربعات الكلية بين كل أربعة حيوانات تابعة لنفس السلالة ونفس المعاملة أي:

$$= [31^2 + \dots + 35^2 - \frac{(136)^2}{4}] + [33^2 + \dots + 28^2 - \frac{(116)^2}{4}] + \dots$$

$$+ [20^2 + \dots + 11^2 - \frac{(56)^2}{4}] = 350$$

و درجات الحرية له $(12)(4 - 1) = 36$

ويمكن تلخيص نتائج تحليل التباين لمثال ١٥-٤ (حالة تكرار الوحدة التجريبية) كالتالي:

SOV	df	SS	MS
القطاعات	3	408	136
المعاملات	2	2432	1216
الخطأ التجريبي	6	112	18.7
الخطأ العيني	36	350	9.7
الكلية	47	3302	

ويبقى السؤال أي الخطأين يستخدم في اختبارات المعنوية؟ وللإجابة يلزم الأخذ في الاعتبار ما قيل سالفًا في الباب الحادي عشر من حيث أن العوامل المختبرة هل هي عشوائية random أو ثابتة fixed، فإذا كان العاملان عشوائيين فيختبر معنويتهما بقسمة كل من متوسط المربعات للعامل على متوسط المربعات للخطأ التجريبي. بينما إذا كانا ثابتين فيقسم كل من متوسط مربعات العامل على متوسط المربعات للخطأ العيني. ويلخص جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة EMS واختبارات المعنوية تحت الافتراضات المختلفة.

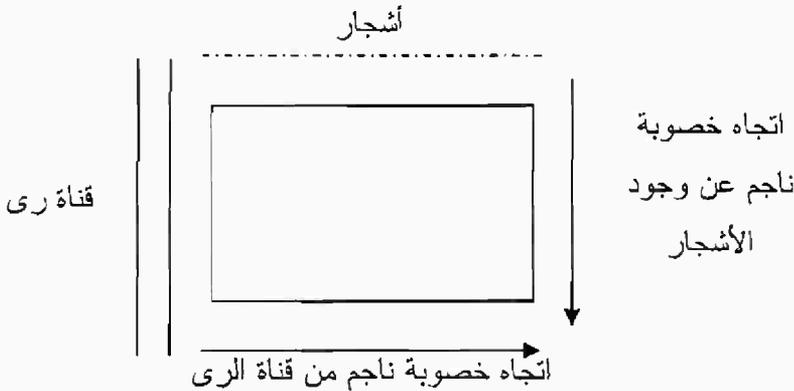
وفي محاولة لجعل اختبار المعنوية أكثر قوة قد يلجأ بعض المجرىين إلى اختبار معنوية الخطأ التجريبي أولاً وذلك بقسمة متوسط المربعات التابعة له على تلك التابعة للخطأ العيني فإذا لم تكن F معنوية استدل من هذا على أنهما لا يختلفان عن بعضهما باحتمال خطأ معين وعليه فيقوم المجرى بضم مجموع مربعاتهما سوياً وكذلك درجات حريتهما ويعتبرهما كأنهما خطأ واحد. وفي المثال المذكور سيكون حاصل جمع

مجموعى مربعات الخطأين $350 - 112 = 462$ بدرجات حرية $36 - 6 = 42$ وهذا يعطى متوسط مربعات قدره 11 .

ولا ينصح بمثل هذا الإجراء إلا إذا كانت درجات الحرية للخطأ التجريبي فعلا منخفضة وإن المجرى فى حاجة حقيقية إلى درجات حرية أكبر حتى تزيد من قوة اختبار المعنوية. وحتى عند إتباع هذا الإجراء فيجب على المجرى أن يكون واعيا إلى أن مستوى المعنوية الذى يجرى عنده الاختبارات قد تغير. ذلك لأنه أصبح مشروطا بعدم معنوية الفرق بين الخطأين. حيث أنه عندما لا يرفض الفرض بأن الخطأين متساويين فإنه يفعل ذلك عند درجة احتمال معين أى أنه ليس رفضا مطلقا وهذا من شأنه أن يزيد من قيمة α عند استخدام الخطأ (بعد ضمهما) لاختبارات المعنوية فى التجربة. وطبقاً للخطأ الذى سيتقرر فإنه هو الذى يستخدم فى فصل المتوسطات ... الخ.

٩-١٥ تصميم المربع اللاتيني Latin Square Design

تم التطرق فى ٧-١٥ إلى تصميم القطاعات العشوائية حيث أن هناك اتجاهها واحدا للاختلاف بين الوحدات التجريبية والذى تكون فيه القطاعات عمودية على هذا الاتجاه. وطبيعى أن يفكر المجرى أنه ربما يكون هناك أكثر من اتجاه لهذه الاختلافات. فمثلا إذا فرض أن هناك قطعة أرض ويراد إجراء التجربة عليها وأحد جوانب هذه الأرض محدود بقناة رى مما سينجم عنه اختلاف فى الخصوبة فى اتجاه معين. ويمكن أيضا تصور أن الجانب العمودى على هذا الجانب ملاصق لصف من الأشجار العالية التى تؤثر على نمو النباتات بحجبها لضوء الشمس والعناصر الغذائية بدرجات متفاوتة تتوقف على بعد النبات عن الأشجار. كما فى شكل ٤-١٥.



شكل ٤-١٥ الاختلاف فى المادة التجريبية الناجم عن مؤثرين فى اتجاهين مختلفين.

جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة واختبارات المعنوية عند تكرار الوحدة التجريبية في القاطعات العشوائية

SOV	متوسط المربعات المتوقعة وطريقة الاختيار مبنية بالأشهر			
	كلاهما عشوائي	كلاهما ثابت	B ثابتة، t عشوائية	B عشوائية، t ثابتة
المسجلات b	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12\sigma_b^2$	$\sigma_e^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 12\sigma_b^2$
المعاملات t	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 16K_t^2$	$\sigma_e^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16K_t^2$
الخطأ التجريبي	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4K_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$
الخطأ العيني	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2

وعليه فلو أن المجرّب استخدم التصميم العشوائى التام لكانت هناك فرصة أن تتوزع المعاملات بصورة غير متوازنة بالنسبة لمستويات الخصوبة الناجمة عن القناة أو عن الأشجار وإذا استخدم تصميم القطاعات العشوائية معتبراً الأشجار فقط فإن المعاملات تتوزع بصورة غير متزنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن قناة الري ... وهكذا. لذا فإن المجرّب حريص على أن تمثل معاملاته بدرجة متوازنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن وجود الأشجار وأيضاً الناتج عن قناة الري. وتصميم المربع اللاتينى يوفر للمجرّب هذا الشرط . وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم فى حالة:

- ١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.
- ٢- لا بد من عدم وجود تداخل بين الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة للمربع.
- ٣- تساوى عدد الصفوف والأعمدة مع عدد مستويات المعاملة. وهذا الاتزان من الصعب الوصول إليه فى المربعات التى تكون أكبر من 8×8 حيث تزداد المساحة كثيراً مما يهدد بزيادة عدم التجانس لعوامل أخرى غير تلك المعتبرة فى الدراسة.
- ٤- التوزيع العشوائى لمستويات المعاملة على الصفوف والأعمدة بشرط أن كل مستوى من مستويات المعاملة يظهر مرة واحدة فى الصف ومرة واحدة فى العمود.

١٥-٩-١ العشوائية Randomization

إذا استخدم شكل ١٥-٤ للشرح فإنه يمكن تقسيم قطعة الأرض عمودياً على اتجاه عدم التجانس الناجم عن قناة الري وبهذا تنشأ قطاعات سوف يصطلح تسميتها باسم الأعمدة columns، وإذا كونت قطاعات عمودية على اتجاه عدم التجانس الناجم عن الأشجار سينشأ قطاعات يطلق عليها صفوفاً rows. وشرط من شروط استخدام تصميم المربع اللاتينى، كما سبق ذكره، هو أن يكون عدد الأعمدة يساوى عدد الصفوف يساوى عدد مستويات المعاملة. يتم توزيع مستويات المعاملة على الأعمدة والصفوف بطريقة عشوائية بشرط أن كل مستوى يمثل مرة فى كل صف ومرة فى كل عمود. وسيرمز لمستويات المعاملة بالحروف اللاتينية. المربع القياسى standard square هو ذلك المربع الذى يترتب فيه المعاملات فى العمود الأول أو فى الصف الأول ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً. فإذا كان هناك معاملة ذات مستويين فإنه يوجد مربع قياسى واحد هو:

A	B
B	A

وفي حالة معاملة لها ثلاثة مستويات فإنه يوجد مربع قياسي واحد هو:

A	B	C
B	C	A
C	A	B

لاحظ أن كل معاملة ممثلة مرة في كل عمود ومرة في كل صف، ويتبادل مواقع كل من الأعمدة فيما بينها وكل من الصفوف فيما بينها في المربع 3×3 يمكن الحصول على ١٢ مربعا هي المربعات الممكنة كما يلي:

A	B	C	A	C	B	B	C	A	B	A	C
B	C	A	B	A	C	C	A	B	C	B	A
C	A	B	C	B	A	A	B	C	A	C	B
C	B	A	C	A	B	A	B	C	A	C	B
A	C	B	A	B	C	C	A	B	C	B	A
B	A	C	B	C	A	B	C	A	B	A	C
B	C	A	B	A	C	C	B	A	C	A	B
A	B	C	A	C	B	B	A	C	B	C	A
C	A	B	C	B	A	A	C	B	A	B	C

لاحظ أن المربع الأول فقط من هذه المربعات هو القياسي أما باقي المربعات فجميعها غير قياسية. كما أنه في كل منها مستويات المعاملة ممثلة مرة في كل عمود ومرة في كل صف.

أما في حالة المربع 4×4 فإنه يوجد عدد أربعة مربعات قياسية ولكل منها عدد من المربعات الممكن تكوينها وهي $4!(4-1) = 144$ ، وبالتالي فإن مجموع المربعات الممكن تكوينها هي ٥٧٦ مربعا منها ٤ قياسية هي:

مربع (٢)				مربع (١)				
د	ج	ب	أ	د	ج	ب	أ	
A	B	C	D	A	B	C	D	أ
B	A	D	C	B	D	A	C	ب
C	D	B	A	C	A	D	B	ج
D	C	A	B	D	C	B	A	د

مربع (٤)				مربع (٣)				
د	ج	ب	أ	د	ج	ب	أ	
A	B	C	D	A	B	C	D	أ
B	C	D	A	B	A	D	C	ب
C	D	A	B	C	D	A	B	ج
D	A	B	C	D	C	B	A	د

في حالة المربع 5×5 فإن هناك ٥٦ مربعاً قياسياً وأن جميع المربعات الممكنة عددها ١٦١٢٨٠ مربعاً. ويعطى Fisher and Yates (1949) قوائم المربعات القياسية لكل من 4×4 ، 5×5 ، ومشتقاتها كما أعطى Kitagarwa and Miome (1953) جميع المربعات 4×4 الممكنة. ويقترح Fisher and Yates (1949) ما يلي عند إجراء التعشية للمربعات المختلفة:

١- في المربع اللاتيني 2×2 رتب عشوائياً أعمدة المربع القياسي.

٢- في المربع اللاتيني 3×3 وزع عشوائياً ترتيب الثلاث أعمدة في المربع القياسي وكذلك الصفين الآخرين. أو اختر عشوائياً أحد المربعات الإثنى عشر.

٣- في المربع اللاتيني 4×4 اختر أحد الأربع مربعات القياسية عشوائياً ثم وزع عشوائياً ترتيب الأعمدة وكذلك الثلاث صفوف الأخيرة. أو يختار عشوائياً أحد المربعات من الـ ٥٧٦ مربعاً. فمثلاً إذا اختير احد المربعات القياسية عشوائياً وكان المربع (٢) توزع الأعمدة عشوائياً. وليكن هذا

الترتيب د أ ب ج ثم توزع الصفوف الثلاث الأخيرة عشوائياً كأن تصبح ج د ب كما يلي:

تعشية الأعمدة:

ج	ب	أ	د	
B	C	D	A	أ
A	D	C	B	ب
D	B	A	C	ج
C	A	B	D	د

وبتعشية الصفوف الثلاث الأخيرة يمكن الحصول على المربع العشوائي:

ج	ب	أ	د	
B	C	D	A	أ
D	B	A	C	ج
C	A	B	D	د
A	D	C	B	ب

ويلاحظ أيضاً أنه بعد التعشية هذه ما زال المربع اللاتيني يحتفظ بالخاصية الأساسية أن كل معاملة ممثلة مرة واحدة في كل عمود وفي كل صف.

٤- في المربع اللاتيني 5×5 يختار أحد الـ ٥٦ مربعاً قياسياً ثم توزع الأعمدة عشوائياً وأيضاً الأربع صفوف الأخيرة.

ولإجراء التعشية لمربعات أكبر من 5×5 يحال القارئ إلى مرجع Federer (1963) السابق أو إلى Fisher and Yates (1949).

١٥-٩-٢ النموذج الإحصائي Statistical Model

بجانب المتوسط والخطأ التجريبي هناك ثلاث مؤثرات هي الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة. وإذا فرض أن عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد المعاملات = n فإنه يمكن توصيف النموذج الإحصائي كما يلي:

$$Y_{ijk} = \mu - r_i - c_j - t_k - e_{ijk}$$

حيث

Y_{ijk} : الملاحظة على الوحدة التجريبية في العمود j والصف i والمعاملة k ،

μ : المتوسط،

e_{ijk} : الخطأ لهذه الملاحظة،

$i = j = k = 1, 2, \dots, n$ ، أي أن عدد الصفوف = عدد الأعمدة = عدد المعاملات
 $n =$

والافتراضات اللازمة لتحليل التباين وحساب المتوسطات هي أن

$$\sum r_i = \sum c_j = \sum t_k = \sum e_{ijk} = 0$$

و درجات الحرية للتباين الكلي من المتوسط = $(n^2 - 1)$

و درجات الحرية لكل من الأعمدة والصفوف والمعاملات = $(n - 1)$

و درجات الحرية للخطأ = $(n - 1)(n - 2)$

مثال ١٥-٥

أراد مجرب في أحد البلاد الحارة أن يختبر أربعة أنواع من الهوايات في حظائر مائية اللبن وكان لديه أربعة حظائر، والأبقار عنده مقسمة إلى تلك التي تحلب في موسمها الأول أو الثاني أو الثالث أو الأكثر من ذلك. صمم المجرب تجربته باعتبار موسم الحليب هو الأعمدة والحظائر هي الصفوف وأنواع الهوايات هي المعاملات (أي كمرعب لاتيني 4×4). وكان إنتاج اللبن بالكيلوجرام كما هو مبين في جدول ١٥-١١.

ويمكن إجراء التحليل كما يلي:

مجموع المعاملات: $A = 17610$ ، $B = 15850$ ، $C = 16110$ ، $D = 14240$

متوسط المعاملات: $A = 4402.5$ ، $B = 3962.5$ ، $C = 4027.5$ ، $D = 3560$

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (1870)^2 + (4280)^2 + \dots + (4490)^2 - \frac{(63810)^2}{16} = 15006043.7$$

جدول ١٥-١١ إنتاج اللبن بالكيلوجرام لأبقار مختلفة المواسم فى أربعة تصميمات من الحظائر بها أربعة أنواع من الهويات.

المجموع المتوسط	الموسم الأول	الموسم الثانى	الموسم الثالث	الموسم الرابع	
3662.5	1870 D	4280 C	3660 B	4840 A	الحظيرة الأولى
3985.0	2150 C	4500 B	4880 A	4410 D	الحظيرة الثانية
4417.5	3200 B	4140 A	5010 D	5320 C	الحظيرة الثالثة
3887.5	3750 A	2950 D	4360 C	4490 B	الحظيرة الرابعة
63810	10970	15870	17910	19060	المجموع
3988.1	2742.5	3967.5	4477.5	4765	المتوسط

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$= \frac{(10970)^2 + \dots + (19060)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 9580118.7$$

مجموع المربعات بين الصفوف

$$= \frac{(14650)^2 + \dots + (15550)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1202118.7$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(17610)^2 + \dots + (14240)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1428818.7$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15006043.7 - 9580118.7 - 1202118.7 - 1428818.7 = 2794987.69$$

ويمكن تلخيص النتائج في جدول ١٥-١٢ لتحليل التباين

جدول ١٥-١٢ تحليل التباين لتجربة تأثير نوع الهوايات على إنتاج الأبقار والمصممة كمرجع لاتيني ٤ x ٤

SOV	df	SS	MS
الأعمدة (موسم الحليب)	3	9580118.7	3193372.9
الصفوف (الحظائر)	3	1202118.7	400706.2
المعاملات (الهوايات)	3	1428818.7	476272.9
الخطأ	6	2794987.6	465831.3
الكلى عن المتوسط	15	15006043.7	

ويمكن اختبار فرض العدم أن مواسم الحليب متساوية أى عمود ١ = عمود ٢ = عمود ٣ = عمود ٤ بواسطة:

$$F = 3193372.9 / 465831.3 = 6.86$$

وهي معنوية ويرفض الفرض.

واختبار فرض العدم أن الحظائر كلها متساوية أى صف ١ = صف ٢ = صف ٣ = صف ٤ بواسطة:

$$F = 400706.2 / 465831.3 = 0.86$$

وهي غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

كما يمكن اختبار فرض العدم أن المعاملات متساوية بواسطة:

$$F = 476272.9 / 465831.3 = 1.02$$

وهي غير معنوية، وعليه لا يرفض فرض العدم أى أنه لا يوجد ما يدل على أن الهوايات مختلفة عن بعضها.

كما يمكن إجراء فصل متوسطات مواسم الحليب المعنوية بالطرق السابق شرحها

حيث إن:

الخطأ القياسى لمتوسط موسم الحليب عبارة عن

$$S_{\bar{Y}_j} = \sqrt{\frac{465831.3}{4}} = 341.3$$

والخطأ القياسى للفرق بين متوسطين هو

$$S_d = \sqrt{\frac{2(465831.3)}{4}} = 482.6$$

ويمكن بسهولة كتابة المعادلات الاعتيادية للتجربة السابقة وحل تلك المعادلات وذلك بوضع افتراضات إضافية مثل $\sum c_i = \sum r_j = \sum t_k = 0$ وبالتالي يمكن الحصول على:

$$\hat{\mu} = \frac{63810}{16} = 3988.125 \text{ kg}$$

$$\hat{c}_1 = \frac{10970}{4} - 3988.125 = -1245.625 \text{ kg} \quad \text{أثر العمود الأول}$$

$$\hat{c}_2 = \frac{15870}{4} - 3988.125 = -20.625 \text{ kg} \quad \text{أثر العمود الثانى}$$

$$\hat{c}_3 = \frac{17910}{4} - 3988.125 = +489.375 \text{ kg} \quad \text{أثر العمود الثالث}$$

$$\hat{c}_4 = \frac{19060}{4} - 3988.125 = +776.875 \text{ kg} \quad \text{أثر العمود الرابع}$$

$$\hat{r}_1 = \frac{14650}{4} - 3988.125 = -325.625 \text{ kg} \quad \text{أثر الصف الأول}$$

$$\hat{r}_2 = \frac{15940}{4} - 3988.125 = -3.125 \text{ kg} \quad \text{أثر الصف الثانى}$$

$$\hat{r}_3 = \frac{17670}{4} - 3988.125 = +429.375 \text{ kg} \quad \text{أثر الصف الثالث}$$

$$\hat{r}_4 = \frac{15550}{4} - 3988.125 = -100.625 \text{ kg} \quad \text{أثر الصف الرابع}$$

$$\hat{t}_1 = \frac{17610}{4} - 3988.125 = +414.375 \text{ kg} \quad \text{أثر المعاملة الأولى}$$

$$\hat{t}_2 = \frac{15850}{4} - 3988.125 = -25.625 \text{ kg}$$

أثر المعاملة الثانية

$$\hat{t}_3 = \frac{16110}{4} - 3988.125 = +39.375 \text{ kg}$$

أثر المعاملة الثالثة

$$\hat{t}_4 = \frac{14240}{4} - 3988.125 = -428.125 \text{ kg}$$

أثر المعاملة الرابعة

استخدام اختيار PROC GLM لحل مثال ١٥-٥ والتفرقة بين المتوسطات.

```
DATA LATIN;
INPUT SEASON BARN FAN $ MILK @@;
CARDS;
1 1 D 1870 1 2 C 2150 1 3 B 3200 1 4 A 3750
2 1 C 4280 2 2 B 4500 2 3 A 4140 2 4 D 2950
3 1 B 3660 3 2 A 4880 3 3 D 5010 3 4 C 4360
4 1 A 4840 4 2 D 4410 4 3 C 5320 4 4 B 4490
PROC GLM;
CLASS SEASON BARN FAN;
MODEL MILK = SEASON BARN FAN/SS3;
MEANS SEASON BARN FAN/DUNCAN;
RUN;
```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure

Class	Levels	Values
SEASON	4	1 2 3 4
BARN	4	1 2 3 4
FAN	4	A B C D

Number of observations 16

Dependent Variable: MILK

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	9	12211056.25	1356784.03	2.91	0.1031
Error	6	2794987.50	465831.25		
C-Total	15	15006043.75			
R-Square		Coeff Var	Root MSE	MILK Mean	
0.813743		17.11376	682.5183	3988.125	

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEASON	3	9580118.750	3193372.917	6.86	0.0230
BARN	3	1202118.750	400706.250	0.86	0.5109
FAN	3	1428818.750	476272.917	1.02	0.4464

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 6
 Error Mean Square 465831.3

Number of Means 2 3 4
 Critical Range 1181 1224 1245
 Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	SEASON
A	4765.0	4	4
A	4477.5	4	3
A	3967.5	4	2
B	2742.5	4	1

Duncan's Multiple Range Test for MILK

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 6
 Error Mean Square 465831.3

Number of Means 2 3 4
 Critical Range 1181 1224 1245

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	BARN
A	4417.5	4	3
A	3985.0	4	2
A	3887.5	4	4
A	3662.5	4	1

Duncan's Multiple Range Test for MILK

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 6
 Error Mean Square 465831.3

Number of Means	2	3	4
Critical Range	1181	1224	1245

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	FAN
A	4402.5	4	A
A	4027.5	4	C
A	3962.5	4	B
A	3560.0	4	D

١٥-٩-٣ كفاءة المربع اللاتيني

كفاءة المربع اللاتيني بالنسبة للتصميم تام العشوائية

$$= \frac{M_r - M_c - (n - 1)M_e}{(n + 1)M_e}$$

حيث M_r ، M_c ، M_e ، n هي متوسط المربعات لكل من الصفوف والأعمدة والخطأ وعدد الصفوف، على التوالي. وبالتطبيق على البيانات المذكورة في مثال ١٥-٥ فإن هذه النسبة تساوى:

$$= \frac{400706.2 - 3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4 + 1)(465831.3)} = 2.14$$

أى أن تصميم المربع اللاتيني أكفأ من التام العشوائية بنسبة 214% .

بينما كفاءة تصميم المربع اللاتيني بالنسبة لتصميم القطاعات العشوائية مع اعتبار أن الأعمدة هي القطاعات تقاس بالمعادلة:

$$= \frac{M_c - (n - 1)M_e}{nM_e}$$

بينما إذا اعتبر أن الصفوف هي القطاعات فإن المعادلة تصبح:

$$= \frac{M_r - (n - 1)M_e}{nM_e}$$

وبالتطبيق على البيانات المذكورة في مثال ١٥-٥ فإن النسبة الأولى تساوى:

$$= \frac{3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 2.46$$

والمعادلة الثانية تساوى:

$$= \frac{400706.2 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 0.97$$

وذلك الفرق الكبير بين النسبتين راجع إلى الاختلافات الواسعة بين الأعمدة أى مواسم الحليب كما هو واضح من جدول تحليل التباين ١٥-١٢.

١٥-٩-٤ تقدير القيم الغائبة

تقدر القيمة الغائبة \hat{Y}_m باستخدام المعادلة

$$\hat{Y}_m = \frac{n(C_m - R_m - T_m) - 2Y_{...}}{(n-1)(n-2)}$$

حيث C_m ، R_m ، T_m هى مجموع كل من العمود والصف والمعاملة التى تقع بها القيمة الغائبة، $Y_{...}$ المجموع الكلى، n عدد الصفوف.

ففى البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٥ إذا فرض أن المعاملة D فى العمود الرابع والصف الثانى غائبة (قيمتها 4410) يصبح

$$Y_{...} = 59400, T_m = 9830, R_m = 11530, C_m = 14650$$

وتكون القيمة المقدرة لها

$$\hat{Y}_m = \frac{4(14650 - 11530 - 9830) - (2)(59400)}{(4-1)(4-2)} = 4206.7 \text{ kg}$$

توضع هذه القيمة مكان القيمة الغائبة ويعاد حساب تحليل التباين مع خفض درجات حرية الخطأ بدرجة واحدة إذا كانت درجات الحرية تسمح بذلك. ويكون تباين الفرق بين متوسطين أحدهما المعاملة ذات القيمة الغائبة:

$$= \sqrt{M_C \left[\frac{2}{n} + \frac{1}{(n-1)(n-2)} \right]}$$

وكما سبق القول في حالة تصميم القطاعات العشوائية فإنه إذا فقدت أكثر من قيمة (ايمتان مثلاً) فإنهما يقدران أولاً بقيم وسطى ثم تثبت إحداها وتقدر الأخرى ثم تثبت هذه وتقدر الأولى وتعاد الكرة حتى يثبت تقديران متتاليان فتكون القيمة هي التقدير. ويجري التحليل عادياً وتنقص درجات حرية الخطأ بعدد المشاهدات الغائبة إذا كان يسمح بذلك، فمثلاً عندما يكون المربع 3×3 فإن درجات حرية الخطأ 2 وبالتالي إذا فُقد قيمتان فلن تبقى هناك درجات حرية للخطأ.

١٥-٩-٥ تعدد المشاهدات في تصميم المربع اللاتيني

في مثال البيانات المذكورة في ١٥-٥ كانت كل معاملة في صف أو في عمود ممثلة ببقرة (أو وحدة تجريبية) واحدة ولكن في بعض الأحيان يضع المجرّب وحدتين تجريبيتين بدلاً من واحدة وذلك لزيادة قوة اختبار الفرق بين المتوسطات. وكما أتضح في تصميم انقطاعات العشوائية فإن تكرار الوحدة التجريبية يجعل للتجربة خطأين أحدهما تجريبي experimental error والآخر عيني sampling error.

مثال ١٥-٦

أورد Kirk (1995) مثلاً به أربعة أصناف من إطارات السيارات وكان الهدف هو اختبار الفرق بينها. والمتغير هنا هو سمك قشرة الإطار بعد استخدامه لمسافة 16000 كيلومتر. وحيث أن استهلاك الإطار ممكن أن يتأثر بنوع العربة وأيضاً بوضع الإطار فيجب ضمان أن كل نوع إطار مجرب مع كل عربة وفي كل موقع، أي يمين أمامي وخلفي ويسار أمامي وخلفي. صممت التجربة على هيئة مربع لاتيني 4×4 وبكل خلية مشاهدتين كالتالي:

موقع الإطار في السيارة				نوع السيارة
أمامي يمين	أمامي يسار	خلفي يمين	خلفي يسار	
b_4	b_3	b_2	b_1	
a_1	b_4 10، 7	b_3 7، 5	b_2 4، 2	b_1 1، 3
a_2	b_1 2، 6	b_4 10، 8	b_3 8، 6	b_2 3، 5
a_3	b_2 4، 4	b_1 3، 2	b_4 9، 9	b_3 5، 7
a_4	b_3 6، 6	b_2 3، 3	b_1 3، 2	b_4 11، 8

ويمكن تلخيص البيانات كما يلي:

المجموع	موقع الإطار في السيارة								نوع السيارة
	b ₁		b ₂		b ₃		b ₄		
39	t ₁	4	t ₂	6	t ₃	12	t ₄	17	a ₁
48	t ₂	8	t ₃	14	t ₄	18	t ₁	8	a ₂
43	t ₃	12	t ₄	18	t ₁	5	t ₂	8	a ₃
72	t ₄	19	t ₁	5	t ₂	6	t ₃	12	a ₄
172	43		43		41		45		المجموع

مجموع المعاملات: $t_4 = 72$ ، $t_3 = 50$ ، $t_2 = 28$ ، $t_1 = 22$.

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= 3^2 + 1^2 + \dots + 6^2 + 6^2 - \frac{(172)^2}{32} = 235.5$$

مجموع المربعات بين الأعمدة (مواقع الإطارات)

$$= \frac{(43)^2 + \dots + (45)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 1$$

مجموع المربعات بين الصفوف (العربات)

$$= \frac{(39)^2 + \dots + (42)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 5.25$$

مجموع المربعات بين المعاملات (أنواع الإطارات)

$$= \frac{(22)^2 + \dots + (72)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 194.5$$

مجموع مربعات الخطأ التجريبي

$$= \frac{4^2 + 8^2 + \dots + 8^2 + 12^2}{2} - \frac{(172)^2}{32} - 1.0 - 5.25 - 194.5 = 2.75$$

$$= 235.5 - 1 - 5.25 - 194.5 - 2.75 = 32 \quad \text{مجموع مربعات الخطأ العيني}$$

وهو في نفس الوقت = بين الوحدات التجريبية داخل الخلايا

$$= (3^2 + 1^2 - \frac{4^2}{2}) + (5^2 + 3^2 - \frac{8^2}{2}) + \dots + (6^2 + 6^2 - \frac{12^2}{2})$$

أى أنه يمكن حساب الخطأ العيني مباشرة وليس بالطرح.

ويمكن تلخيص النتائج في جدول تحليل التباين التالي:

SOV	df	SS	MS
الأعمدة (مواقع الإطارات)	$(n - 1) = 3$	1.0	0.333
الصفوف (العربات)	$(n - 1) = 3$	5.25	1.750
المعاملات (أنواع الإطارات)	$(n - 1) = 3$	194.5	64.833
الخطأ التجريبي	$(n - 1)(n - 2) = 6$	2.75	0.458
الخطأ العيني	$n^2(2 - 1) = 16$	32.0	2.0
الكلي عن المتوسط	$2n^2 - 1 = 31$	235.5	

وفي حالة افتراض أن العوامل كلها ثابتة فإنه يمكن اختبار فروض العدم التالية:

١- عدم وجود فروق بين مواقع الإطارات بواسطة $F = \frac{0.333}{0.458} = 0.73$ وهى غير معنوية فلا يرفض فرض العدم.

٢- عدم وجود فروق بين العربات بواسطة $F = \frac{1.750}{0.458} = 3.82$ وهى أيضاً غير معنوية.

٣- عدم وجود فروق بين أنواع الإطارات يمكن اختباره بواسطة $F = \frac{64.833}{0.458} = 141.56$ وهى معنوية جداً، فيرفض فرض العدم هذا.

وإذا كان التفاعل بين كل من الأعمدة والصفوف والأعمدة والمعاملات والصفوف والمعاملات غير موجود فإن الخطأ التجريبي والخطأ العيني هما تقديران لنفس الشيء أى لتباين الخطأ σ_e^2 وأيضاً

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الخطأ التجريبي}}{\text{متوسط مربعات الخطأ العيني}}$$

هى اختبار جزئى للتجمعية addivity ولكن يمكن أيضاً استخدام Tukey's test لاختبار التجمعية بصورة أكمل ويرجع القارئ فى هذا إلى Kirk (1968).

ويمكن ضم كلا من الخطأين فى واحد إذا لم يكونا مختلفين عن بعضهما معنوياً لتعزيد درجات الحرية بغية زيادة قوة الاختبار وهذا الإجراء خاضع لنفس الضوابط التى نوقشت فى فصل ١٥-٨.

أما فصل المتوسطات فيتبع نفس الإجراءات السابقة.

١٥-٩-٦ تصميم المربع اللاتينى اليونانى Graceo-Latin Square Design

تتم التعشية فى المربع اللاتينى بطريقة تضمن أن كل العوامل الثلاث (العمود والصف والمعاملة) تتكرر مع بعضها الآخر بدرجة متساوية. ولكن ممكن تخيل أن هناك أربعة عوامل يراد تعشيتها. ففى البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٤ حيث كان يوجد ٤ حظائر، ٤ مواسم حليب، ٤ معاملات. وبافتراض أنه يوجد ٤ سلالات ويراد إجراء التعشية بحيث أن كل معاملة تتكرر مرة فى كل حظيرة ولكل موسم حليب وفى كل سلالة. فإذا رمز لمواسم الحليب بالأعمدة والحظائر بالصفوف والمعاملات بالحروف اللاتينية A، B، C، D كما سبق، ورمز للسلالات الأربعة بالحروف اليونانية α ، β ، γ ، δ فإنه يمكن وضعها جميعاً فى تصميم لاتينى يونانى كما يلى:

أعمدة				صفوف
A α	B β	C γ	D δ	
B δ	A γ	D β	C α	
C β	D α	A δ	B γ	
D γ	C δ	B α	A β	

وواضح من هذا الترتيب أن α ممثلة مرة في كل عمود ومرة في كل صف ومرة مع كل معاملة (أى A, B, C, D) وكذلك كل من β, γ, δ . وكذلك A ممثلة مرة في كل عمود ومرة في كل صف ومرة في كل حرف يوناني (أى سلالة) ... وهكذا. وجدير بالذكر أنه ليس لكل عدد من المعاملات مربع لاتينى يونانى.

١٥-٩-٧ تصميمات أخرى تتبع عائلة تصميم المربع اللاتينى

من أهم ما يتميز به تصميم المربع اللاتينى أنه يضبط الاختلافات بين المادة التجريبية فى اتجاهين فى وقت واحد وعليه يمكن إزالة جزء من التباين والذي بدون هذا التصميم سيتبقى فى الخطأ وبالتالي قد يقلل من قوة الاختبار فى التجربة. ولكن لاحظ أن تصميم المربع اللاتينى محدد بأن يكون عدد المعاملات = عدد الأعمدة = عدد الصفوف، وهذا قيد أيضاً فإذا قل عدد المعاملات عن ٤ ستخفص درجات الحرية للخطأ بدرجة ملحوظة وهذا يضعف من قوة الاختبار. فمثلاً فى حالة وجود ٣ معاملات فإن درجات الحرية للخطأ هى 2 بينما إذا كان عدد المعاملات ٢ فإنه لا يوجد درجات حرية للخطأ. بينما إذا زاد عدد المعاملات كثيراً فإنه لابد من زيادة عدد الوحدات التجريبية مما قد يخلق عدم تجانس فى المادة التجريبية هذه، وهذا أمر غير مرغوب فيه. لذا فإن تصميم المربع اللاتينى بالطريقة التى وصف بها حتى الآن لا ينصح باتباعه إلا إذا كان عدد المعاملات يتراوح بين ٤، ١٠. ماذا إذن فى حالة وجود عدد قليل من المعاملات؟

مثال ١٥-٧

هناك اختباران أ، ب يراد مقارنة الدرجات التى تحصل عليها التلاميذ فى كل منهما. وهناك فترتان وكل تلميذ سيختبر فى الفترتين. يمكن تخيل تصميم المربع اللاتينى 2×2 التالى:

التلميذ	التلميذ	
(٢)	(١)	
ب	أ	الفترة الأولى
أ	ب	الفترة الثانية

وواضح أن فى مثل هذا التصميم الإحصائى البسيط لن يتبقى من درجات الحرية شيئاً لاختبارات المعنوية. ويمكن للمجرب أن يكرر مثل هذا المربع عدة مرات. وقد

تكون كل المربعات من نفس المجموعة المتجانسة من التلاميذ أو قد يكون كل مربع ممثلاً لمتغير آخر (مثل العمر) ويجرى تقسيم المادة التجريبية عليه وهذا الأخير هو خليط بين تصميم القطاعات العشوائية والمربع اللاتيني. أي أنه يتم تقسيم المادة التجريبية عمودياً على اتجاه العمر مثلاً ثم داخل كل قطاع بدلاً من التوزيع عشوائياً فإنها توزع لتكون مربعاً لاتينياً، والتصميم الأول يطلق عليه تصميم العبور أو تصميم التغيير change over design أو cross over design. بينما الترتيب الثاني يطلق عليه تصميم مجموعة مربعات لاتينية. و الجدول التالي يمثل الدرجات التي تحصل عليها التلاميذ في الاختبارين.

		التلاميذ												
		١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	مجموع
480	الفترة الأولى	ب 52	أ 36	ب 34	أ 16	ب 16	أ 62	ب 28	أ 56	ب 20	أ 48	ب 46	أ 66	
432	الفترة الثانية	أ 52	ب 26	أ 28	ب 26	أ 22	ب 40	أ 54	ب 24	أ 22	ب 40	أ 42	ب 56	
912	مجموع	104	62	62	42	38	102	82	80	42	88	88	122	

مجموع الاختبار أ، ب على التوالي 504، 408

ولو فرض أن كل التلاميذ متجانسون من حيث ما يمكن أن يؤثر على النتيجة فيكون التحليل كما يلي:

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (66)^2 + (56)^2 + \dots + (52)^2 + (104)^2 - \frac{(912)^2}{24} = 5352$$

مجموع المربعات بين التلاميذ

$$= \frac{(122)^2 + (88)^2 + \dots + (104)^2}{2} - \frac{(912)^2}{24} = 4032$$

مجموع المربعات الراجعة لترتيب أخذ الاختبار

$$= \frac{(480)^2 + (432)^2}{12} - \frac{(912)^2}{24} = 96$$

مجموع المربعات الراجعة إلى الاختبار

$$= \frac{(504)^2 + (408)^2}{12} - \frac{(912)^2}{24} = 384$$

$$= 5352 - 4032 - 96 - 384 = 840$$

مجموع مربعات الخطأ

ويمكن تلخيص النتائج في جدول تحليل التباين التالي:

SOV	df	SS	MS
بين التلاميذ	11	4032	366.5
بين الترتيبين	1	96	96.0
بين الاختبارين	1	384	384.0
الخطأ	10	840	84.0
الكلية عن المتوسط	23	5352	

وفي حالة فرض أن تأثير الترتيبين والاختبارين ثابتان فإن اختبار فرض العدم لكن منهما هو $F = \frac{96}{84} = 1.14$ ، $F = \frac{384}{84} = 4.57$ على التوالي وكلاهما غير معنوي عند مستوى 5%.

وبهذه الطريقة أمكن توفير عدد كاف من درجات الحرية للخطأ لإجراء اختبار معنوية ذي قوة مناسبة وقد أطلق على هذا التصميم العبور أو Cross-over لأنه إذا نظر إلى مثال ٧-١٥ وتم توصيل أ في التلميذ الأول مع أ في التلميذ الثاني وكذلك ب للتلميذ الأول مع ب للتلميذ الثاني فإن الخططين يتقاطعان.

حل مثال ١٥-٧ باستخدام برنامج SAS

```
DATA COVLATIN;
INPUT STUDENT PERIOD TEST $ GRAD @@;
CARDS;
1 1 A 66 2 1 B 46 3 1 A 48 4 1 B 20
5 1 A 56 6 1 B 28 7 1 A 62 8 1 B 16
9 1 A 16 10 1 B 34 11 1 A 36 12 1 B 52
1 2 B 52 2 2 A 42 3 2 B 40 4 2 A 22
5 2 B 24 6 2 A 54 7 2 B 40 8 2 A 22
9 2 B 26 10 2 A 28 11 2 B 26 12 2 A 52
PROC GLM;
CLASS STUDENT PERIOD TEST;
MODEL GRAD = STUDENT PERIOD TEST/SS3;
RUN;
```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure
Class Level Information

	Class	Levels	Values
student	12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	
period	2	1 2	
test	2	a b	

Number of observations 24

Dependent Variable: grad

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	13	4512.000000	347.076923	4.13	0.0153
Error	10	840.000000	84.000000		
Corrected Total	23	5352.000000			
	R-Square	Coeff Var	Root MSE	grad Mean	
	0.843049	24.11882	9.165151	38.00000	

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
student	11	4032.000000	366.545455	4.36	0.0138
period	1	96.000000	96.000000	1.14	0.3102
test	1	384.000000	384.000000	4.57	0.0582

والآن افترض أنه في المثال السابق أن مجموعة التلاميذ لم تكن متجانسة في
 اعمر الشئ الذى قد يؤثر على نتيجة الاختبار. وإذا فرض أن هناك مقدرة من
 الاستفادة من الاختبار الأول عند حل الاختبار الثانى وأن هذه المقدرة تتأثر بعمر
 التلميذ وجب إذن أن تصمم التجربة كمجموعة من المربعات اللاتينية. افترض الآن أن
 امجرب حصل على 12 تلميذا قسما إلى 6 مجاميع عمرية كل منها يمثل مربع
 لاتينى كما يلى:

	(٦)	(٣)		(٧)	(٢)		(١٢)	(١)	
مجموع	أ	ب	مجموع	أ	ب	مجموع	أ	ب	مجموع
76	28	48	82	40	42	118	52	66	
	أ	ب		أ	ب		أ	ب	
94	54	40	108	62	46	108	52	56	
	82	48		102	88		104	122	مجموع الأعمدة
	130			190			226		مجموع المربعات
	(٩)	(٨)		(١١)	(٤)		(١٠)	(٥)	
مجموع	أ	ب	مجموع	أ	ب	مجموع	أ	ب	مجموع
48	26	22	48	26	22	90	34	56	
	أ	ب		أ	ب		أ	ب	
32	16	16	56	36	20	52	28	24	
	42	38		62	42		62	80	مجموع الأعمدة
	80			104			142		مجموع المربعات

وعلى أساس هذه الافتراضات والتصميم الموضوع يكون التحليل كما يأتى:

مجموع المربعات الكلى عن المتوسط = ذلك للتصميم السابق = 5352

مجموع المربعات بين المربعات

$$= \frac{(226)^2 + \dots + (80)^2}{4} - \frac{(912)^2}{24} = 3708$$

مجموع المربعات بين الأعمدة (التلاميذ) داخل المربعات

$$= \left[\frac{(122)^2 + (104)^2}{2} - \frac{(226)^2}{4} \right] + \dots + \left[\frac{(42)^2 + (38)^2}{2} - \frac{(80)^2}{4} \right] = 324$$

مجموع المربعات بين الصفوف (الفترات) داخل المربعات

$$= \left[\frac{(118)^2 + (108)^2}{2} - \frac{(226)^2}{4} \right] + \dots + \left[\frac{(32)^2 + (48)^2}{2} - \frac{(80)^2}{4} \right] = 716$$

مجموع المربعات بين الاختبارين = ذلك للتصميم السابق = 384

مجموع مربعات الخطأ = 220 = 5352 - 3708 - 324 - 716 - 384 - 220

ويمكن تلخيص النتائج في جدول تحليل التباين التالي:

SOV	df	SS	MS
بين المربعات	5	3708	741.6**
بين التلاميذ داخل المربعات	6(2-1) = 6	324	54
بين الفترات داخل المربعات	6(2-1) = 6	716	119.3
الاختبار	1	384	384*
الخطأ	5	220	44
الكلى عن المتوسط	23	5352	

وإذا فرض أن العوامل في النموذج الإحصائي ثابتة فإنه يمكن اختبار فروض العدم التالية:

١- عدم وجود فروق بين الأعمار (المربعات) بواسطة: $F = \frac{741.6}{44} = 16.8$ وهي معنوية باحتمال 0.01 ويرفض فرض العدم.

٢- عدم وجود فرق بين الاختبارين بواسطة: $F = \frac{384}{44} = 8.7$ وهي معنوية باحتمال 0.05 ويرفض فرض العدم.

حل مثال ١٥-٨ باستخدام برنامج SAS

```

DATA COVLATIN;
INPUT SQUARE STUDENT PERIOD TEST $ GRAD @@;
CARDS;
1 1 1 A 66 2 2 1 B 46 3 3 1 A 48 5 4 1 B 20 4 5 1 A 56 3 6 1 B 28
2 7 1 A 62 6 8 1 B 16 6 9 1 A 16 4 10 1 B 34 5 11 1 A 36 1 12 1 B 52
1 2 2 B 56 2 2 2 A 42 3 3 2 B 40 5 4 2 A 22 4 5 2 B 24 3 6 2 A 54
2 7 2 B 40 6 8 2 A 22 6 9 2 B 26 4 10 2 A 28 5 11 2 B 26 1 12 2 A 52
PROC GLM;
CALSS SQUARE STUDENT PERIOD TEST;
MODEL GRAD = SQUARE STUDENT(SQUARE)
PERIOD(SQUARE) TEST/SS3;
RUN;

```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
SQUARE	6	1 2 3 4 5 6
STUDENT	12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
PERIOD	2	1 2
TEST	2	A B

Number of observations 24

Dependent Variable: GRAD

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	18	5132.000000	285.111111	6.48	0.0240
Error	5	220.000000	44.000000		
Corrected Total	23	5352.000000			
	R-Square	Coeff Var	Root MSE	GRAD Mean	
	0.958894	17.45592	6.633250	38.00000	

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SQUARE	5	3708.000000	741.600000	16.85	0.0038
STUDENT(SQUARE)	6	324.000000	54.000000	1.23	0.4203
PERIOD(SQUARE)	6	716.000000	119.333333	2.71	0.1466
TEST	1	384.000000	384.000000	8.73	0.0317

من الواضح أنه أمكن التغلب على نقص درجات الحرية للخطأ في حالة العدد القليل من المعاملات في تصميم المربع اللاتيني وذلك بإتباع إما التصميم العبوري أو تصميم مجاميع المربعات اللاتينية وكل له اشتراطاته. ومن الواضح أيضا أنه قد تم تجاوز الحد في تحليل نفس البيانات طبقاً لتصميمين إحصائيين مختلفين وذلك بسبب أن التحليل يجب أن يتبع التصميم الواقعي فقط دون التلاعب به بعد الحصول على البيانات، ولكن كان المقصود هنا معالجة البيانات بطريقتين مختلفتين بافتراض أن كلا من التحليلين كان هو المقصود فعلا. وكثيراً ما يستخدم التصميم العبوري أو تصميم مجاميع المربعات اللاتينية في تجارب الإنتاج الحيواني خاصة في ماشية اللبن، حيث يقسم منحى الحليب إلى فترات متساوية بعدد المعاملات ثم تكون مجاميع من الأبقار كل منها بعدد المعاملات. كلما كانت منحنيات الحليب جميعها متوازنة في الأبقار المختلفة (أى متساوية في المثابرة) أمكن استخدام التصميم العبوري ولكن إذا اختلفت أشكال منحنيات الحليب في الحيوانات المختلفة تقسم الحيوانات إلى مجاميع كل منها متشابهة في شكل منحنيات الحليب ويكون عدد كل مجموع مساوي لعدد المعاملات أو مضاعفاتها وتكون منها مربعات لاتينية. أما كون منحى الحليب لنفس الحيوان يقسم إلى عدة أقسام (وحدات تجريبية) بعدد المعاملات فإن هذا يستوجب أن يكون هناك فاصلاً زمنياً مناسباً بين كل معاملتين حتى لا تؤثر المعاملة السالفة في المعاملة الحالية، وهذه الفترة يحددها المجرى طبقاً للمعلومات البيولوجية، ولكن إذا شك المجرى في أن المعاملة السالفة لن يزول أثرها تماماً فهناك من الأساليب والتصميمات الإحصائية التي تسمح بتقدير الأثر المتبقي residual effect من المعاملة السالفة على المعاملة الحالية وإزالته إحصائياً (Cochran and Cox, 1950).

١٥-١٠ تصميمات القطاعات المنشقة Split Plot Designs

في كثير من التجارب التي يستخدم فيها تصميم القطاعات العشوائية الكاملة قد يكون من غير الممكن توزيع كل توليفات العوامل محل الدراسة داخل قطاع واحد. وهذا قد يحدث عندما تحتاج بعض هذه العوامل عدد كبير من الوحدات التجريبية لتقييمها بينما يوجد عوامل أخرى تحتاج إلى عدد أقل من الوحدات التجريبية. كما أنه قد تتفاوت في بعض الأحيان درجة الدقة التي يود أن يوليها المجرى لدراسة ومقارنة العوامل المختلفة. ويقصد باصطلاح القطاعات المنشقة أن التجربة عبارة عن تجريبه عاملية factorial experiment مع وجود مزج confounded بين العامل الرئيسي main effect والقطاعات blocks ولكن مع وجود عدد كاف من المكررات replicates لكي يمكن تقدير هذه العوامل. فإذا فرض أن مجرباً يود اختبار ٤ هجن من دجاج اللحم. تقييم الهجن هذا يحتاج إلى أعداد كبيرة من الطيور، وليكن 600 طائر من كل من الهجن. وإذا كان لدى المجرى ٥ حظائر فإنه يمكنه أن يصمم

التجربة مبدئياً كقطاعات عشوائية حيث تمثل كل حظيرة بقطاع ويقسم كل قطاع عشوائياً إلى ٤ أجزاء بكل جزء منها عدد 150 طائراً، كل جزء يخص أحد الهجن. فإذا تم إجراء التوزيع عشوائياً ومستقلاً لكل حظيرة (أى القطاع) وكانت الوحدة التجريبية هنا هي 150 طائر يصبح تحليل التباين كما يلي:

SOV	Df
القطاعات (الحظائر)	4
الهجن	3
الخطأ	12
الكلى	19

ويمكن استغلال الإمكانات التجريبية إلى أكفأ حد فقد بود المجرب تجربة بعض علائق التسمين وعددها 3 على هذه الطيور. وبالتالي يقوم بتقسيم طيور كل هجين فى كل حظيرة إلى ثلاثة تحت أقسام sub-plot متساوية كل منها 50 طائر ويتم توزيع كل من هذه العلائق عليها عشوائياً. وتجرى هذه التعشية مستقلة تماماً فى كل الهجن والحظائر، ويمكن التعبير عن هذا التصميم التجريبي بالشكل التالي حيث القطاعات تمثل الحظائر (٥ قطاعات) والأقسام الرئيسية تمثل الهجن ويرمز لها بالحروف أ، ب، ج، د وتحت ٣ أقسام تمثل العلائق ويرمز لها بالأرقام ١، ٢، ٣:

الحظائر (أو القطاعات أو المكررات)

الخامسة	الرابعة	الثالثة	الثانية	الأولى
هجين ب	هجين د	هجين د	هجين ج	هجين أ
٣ ١ ٢	٣ ١ ٢	١ ٢ ٣	٣ ٢ ١	٣ ١ ٢
هجين ج	هجين ب	هجين أ	هجين أ	هجين ج
٣ ١ ٢	١ ٢ ٣	٣ ٢ ١	٢ ٣ ١	٢ ٣ ١
هجين أ	هجين ج	هجين ج	هجين د	هجين ب
٢ ٣ ١	١ ٢ ٣	١ ٢ ٣	٣ ١ ٢	٣ ١ ٢
هجين د	هجين أ	هجين ب	هجين ب	هجين د
٣ ١ ٢	٣ ١ ٢	١ ٣ ٢	٢ ٣ ١	٢ ٣ ١

ويمكن النظر إلى هذه التجربة كتجربتين اجريا على نفس المادة التجريبية. الأولى تجربة اختبارات الهجن والثانية اختبارات العلائق وتداخلها مع الهجن. العاملان

المدروسان وهما الهجن والعلائق يسمى أحدهما الأقسام الرئيسية main plots وهى الهجن والآخر تحت الأقسام sub-plots وهى العلائق. وهذا يتحدد من أى العاملين المعشى داخل الآخر. فالعامل المعشى داخل الآخر يسمى بالتحت قسم بينما العامل المعشى داخله العامل الآخر يكون هو العامل الرئيسى. ويلاحظ هنا أنه يمكن مقارنة أى عليقتين (تحت قسم) ببعضهما داخل نفس الهجين بينما لا يمكن مقارنة هجينين داخل نفس العليقة وهذا ينعكس على المقارنات بين مستويات العوامل. فواضح أنه بمقارنة عليقتين تحت نفس الهجين تكون المقارنة أدق من مقارنة هجينين لأنهما ليسا تحت نفس العليقة وهذا ينعكس على اختبارات المعنوية التى ستجرى من جدول تحليل التباين.

وهذا التصميم شائع الاستخدام فى التجارب الحقلية التى يتطلب بعض عواملها مساحة أكبر من الأخرى، فمثلا اختبارات الجرارات تحتاج إلى مساحات كبيرة بينما اختبارات مسافات الزراعة قد تتطلب مساحة أقل بينما تجارب التسميد قد تتطلب مساحة أقل... وهكذا. كما يستخدم هذا التصميم فى التجارب الحيوانية (وأحياناً دون وعى كاف) عندما يستمر أخذ المشاهدات على نفس الحيوان لفترة زمنية continuous in time فيما يعرف بالقياسات المتكررة repeated measures وهذه تتطلب عناية معينة سيتم تناولها فيما بعد.

١٥-١٠-١ النموذج الإحصائى

بغض النظر مؤقتاً عن تحت الأقسام فإنه يوجد تجربة مصممة كقطاعات عشوائية كما سبق توضيحه فى ١٥-١٠ و جدول تحليل التباين. والآن إذا أدخل فى الصورة العامل الجديد فإنه سيمثل مصدراً جديداً للتباين وكذلك تداخله مع العامل الرئيسى وسيكون لهما خطأ آخر غير ذلك التابع للعامل الرئيسى. ويمكن كتابة النموذج الرياضى للتجربة المبينة كما يلى:

$$Y_{ijk} = \mu - b_i - h_j - e_{ij} - r_k - (hr)_{jk} - e_{2ijk}$$

حيث

μ تمثل المتوسط العام، b_i تمثل تأثير القطاع (الخطيرة) حيث $i = 1, \dots, 5$ أو n ، h_j تمثل تأثير الهجين حيث $j = 1, 2, 3, 4$ أو m ، e_{ij} تمثل الخطأ الأول بينما r_k تمثل تأثير العليقة حيث $k = 1, 2, 3$ أو p ، $(hr)_{jk}$ تمثل التداخل بين العليقة k والهجين j ، e_{2ijk} تمثل الخطأ الثانى.

أورد Federer (1963) في مثال عدد البذور النابتة من كل 100 بذرة في تجربة مصممة كقطاعات منشقة لاختبار 8 أصناف نبات V (والتي تحتاج إلى وحدات تجريبية أكثر) و 4 معاملات للبذور للإنبات r (والتي تحتاج إلى مادة تجريبية أقل). وفي هذه التجربة يراد اختبار الأصناف كعامل رئيسي ومعاملات البذور كعامل تحت رئيسي على نسبة الإنبات في البذور، وكانت النتائج كالتالي:

المكررة الثالثة						المكررة الثانية						المكررة (القطاع) الأولى					
المجموع			الصف			المجموع			الصف			المجموع			الصف		
92	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	v ₇	80	r ₁	r ₄	r ₂	r ₃	v ₄	97	r ₄	r ₁	r ₃	r ₂	v ₁
	45	16	24	7			40	9	15	16			6	66	13	12	
127	r ₄	r ₁	r ₂	r ₃	v ₈	78	r ₄	r ₂	r ₃	r ₁	r ₄	89	r ₃	r ₂	r ₁	r ₄	v ₃
	12	54	25	36			8	16	16	38			20	8	51	10	
102	r ₂	r ₄	r ₃	r ₁	v ₆	104	r ₂	r ₃	r ₁	15	v ₈	88	r ₂	r ₃	r ₄	r ₁	v ₄
	8	16	29	49			20	28	41				4	19	13	52	
91	r ₄	r ₂	r ₁	r ₃	v ₅	86	r ₃	r ₁	r ₄	r ₂	v ₅	109	r ₁	r ₄	r ₂	r ₃	v ₆
	11	16	52	12			10	51	12	13			59	8	14	28	
84	r ₄	r ₂	r ₁	r ₃	v ₄	98	r ₂	r ₃	r ₁	r ₄	v ₁	86	r ₂	r ₁	r ₄	r ₃	v ₅
	7	11	59	7			10	13	63	12			20	45	12	9	
116	r ₁	r ₄	r ₂	r ₃	v ₃	67	r ₄	r ₂	r ₁	r ₃	v ₂	145	r ₄	r ₁	r ₃	r ₂	v ₂
	63	10	14	29			4	11	47	5			15	77	27	26	
101	r ₃	r ₁	r ₄	r ₂	v ₁	127	r ₁	r ₄	r ₃	r ₂	v ₆	102	r ₁	r ₃	r ₂	r ₄	v ₈
	11	70	7	13			66	21	32	8			49	30	14	9	
110	r ₄	r ₃	r ₁	r ₂	v ₂	141	r ₄	r ₁	r ₃	r ₂	v ₃	109	r ₁	r ₄	r ₃	r ₂	v ₇
	15	11	66	18			14	81	30	16			56	15	26	12	
823 مجموع						781 مجموع						825 مجموع					

ويمكن كتابة النموذج الرياضي للتجربة كما يلي:

$$Y_{ijk} = \mu - b_j - v_j - e_{1ij} - t_k - (vt)_{jk} - e_{2ijk}$$

حيث

μ تمثل المتوسط العام،

b_j تمثل تأثير القطاع حيث $i = 1, 2, 3$

v_j تمثل تأثير الصنف حيث $j = 1, 2, \dots, 8$ ،

e_{1ij} تمثل الخطأ أ،

t_k تمثل تأثير المعاملة k حيث $k = 1, 2, 3, 4$ ،

$(vt)_{jk}$ تمثل التداخل بين الصنف j والمعاملة k ،

e_{2ij} تمثل الخطأ ب.

ومن بيانات التجربة يمكن عمل الملخص التالي:

المتوسط	المجموع	الأصناف								المعاملات
		V_8	V_7	V_6	V_5	V_4	V_3	V_2	V_1	
55.8	1340	144	139	174	148	151	195	190	199	r_1
13.9	334	59	44	24	49	30	38	55	35	r_2
20.0	481	94	66	89	31	42	79	43	37	r_3
11.4	274	36	30	51	35	29	34	34	35	r_4
	2429	333	279	238	263	252	346	322	296	المجموع
25.3		27.7	23.2	28.2	21.9	21.0	28.8	26.8	24.7	المتوسط

ويمكن حساب مجموع المربعات للمصادر المختلفة من التباين كما يلي:

الكلية عن المتوسط:

$$= (12)^2 + (13)^2 + \dots + (11)^2 + (15)^2 - \frac{(2429)^2}{96} = 36736.24$$

بين المكررات:

$$= \frac{(825)^2 + (781)^2 + (823)^2}{32} - \frac{(2429)^2}{96} = 38.58$$

بين الأصناف:

$$= \frac{(296)^2 + (322)^2 + \dots + (279)^2 + (333)^2}{12} - \frac{(2429)^2}{96} = 763.16$$

الخطأ أ: وهو حسابياً يساوى التداخل بين الأصناف والمكررات (أو القطاعات)

$$= \frac{(97)^2 + (89)^2 + \dots + (101)^2 + (110)^2}{4} - \frac{(2429)^2}{96} - 38.58 - 763.16 = 1377.25$$

بين المعاملات:

$$= \frac{(1340)^2 + \dots + (274)^2}{24} - \frac{(2429)^2}{96} = 30774.28$$

التداخل بين الأصناف والمعاملات:

$$= \frac{(199)^2 + (190)^2 + \dots + (30)^2 + (36)^2}{3} - \frac{(2429)^2}{96} - 763.16 - 30774.28 = 2620.13$$

لخطأ ب (المتبقى):

$$= 36736.24 - 38.58 - 763.16 - 1377.25 - 30774.28 - 2620.13 = 1162.84$$

ويمكن تكوين جدول تحليل التباين ١٥-١٣.

وبفرض أن كلا من الأصناف والمعاملات ثابتة فتجرى اختبارات فروض العدم كما يلي:

$$F = \frac{109.02}{98.3} = 1.1, \text{ فرض العدم: الفروق بين الأصناف} = \text{صفر،}$$

وهي غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

$$F = \frac{10258.09}{24.23} = 423.36, \text{ فرض العدم: الفروق بين المعاملات} = \text{صفر،}$$

وهي معنوية جداً ويرفض فرض العدم.

$$F = \frac{124.77}{24.23} = 5.15, \text{ فرض العدم: التداخل} = \text{صفر،}$$

وهي معنوية ويرفض فرض العدم.

جدول ١٥-١٣ تحليل التباين لتجربة مصممة كقطاعات منشقة بعدد مكررات $n = 3$ ، عدد أقسام رئيسية (أصناف) $m = 8$ ، عدد أقسام تحت رئيسية (معاملات) $p = 4$

SOV	df	SS	MS
<u>الأقسام الرئيسية:</u>	<u>$mn - 1 = 23$</u>		
مكررات	$n - 1 = 2$	38.58	19.29
أصناف (V)	$m - 1 = 7$	763.16	109.02
خطأ أ	$(m - 1)(n - 1) = 14$	1377.25	98.38
<u>الأقسام تحت رئيسية:</u>	<u>$mn(p - 1) = 72$</u>		
معاملات (r)	$p - 1 = 3$	30774.28	10258.09**
R X V	$(m - 1)(p - 1) = 21$	2620.13	124.77*
خطأ ب	$m(n - 1)(p - 1) = 48$	1162.84	24.23
الكلي	$mnp - 1 = 95$	36736.24	

لاحظ أن الخطأ القياسي لكل من متوسطات المعاملات يمكن الحصول عليه كالتالي:

$$\sqrt{\frac{MS_{\text{error}(b)}}{nm}} = \sqrt{\frac{24.23}{3 \times 8}} = 1.005$$

أما الخطأ القياسي لكل من متوسطات الأصناف فيمكن الحصول عليه كالتالي:

$$\sqrt{\frac{MS_{\text{error}(a)}}{np}} = \sqrt{\frac{98.38}{3 \times 4}} = 2.863$$

وهناك ملاحظتان يجدر الإشارة إليهما بخصوص جدول ١٥-١٤:

أولاً: متوسط مربعات الخطأ (ب) أقل من متوسط مربعات الخطأ (أ) وهذا متوقع لأن المقارنات بين الأقسام تحت رئيسية تتم تحت نفس القسم الرئيسي.

ثانياً: درجات الحرية للخطأ (أ) أقل دائماً عن تلك للخطأ (ب).

وكلا الملاحظتين توديان إلى أن تكون اختبارات معنوية الأقسام الرئيسية (أى الأصناف) أقل دقة وأقل قوة من اختبارات كل من الأقسام تحت الرئيسية والتداخل بين المعاملات الرئيسية والمعاملات تحت الرئيسية وهذا ما أشير له عند تقديم هذا التصميم.

ولفصل المتوسطات بفرض أن العوامل ثابتة يكون هناك عدة احتمالات كما يلي:

مقارنة معاملة رئيسية بأخرى (أى الأصناف فى المثال السابق) مثلا $(V_1 - V_2)$ فن الفرق بين المتوسطين هنا له خطأ قياسى قدره:

$$= \sqrt{\frac{2MSerror(a)}{np}} = \sqrt{\frac{(2)(98.38)}{3 \times 4}} = 4.049$$

والفرق بين متوسطين لمعاملتين تحت رئيسيتين (أى المعاملة فى المثال السابق) فى نفس القسم أى $(t_1 - t_2)$ مثلا له خطأ قياسى:

$$= \sqrt{\frac{2MSerror(b)}{nm}} = \sqrt{\frac{(2)(24.23)}{3 \times 8}} = 1.421$$

والفرق بين متوسطى معاملتين رئيسيتين (أصناف) عند نفس المعاملة تحت ا رئيسية أى $(V_2t_1 - V_1t_1)$ مثلا لها خطأ قياسى:

$$= \sqrt{\frac{2[(p-1)MSerror(b) + MSerror(a)]}{np}}$$

$$= \sqrt{\frac{2[(4-1)(24.23) + 98.38]}{3 \times 4}} = 5.34$$

ولمقارنات أخرى يرجع إلى (Federer (1963).

وبمقارنة كفاءة تصميم القطاعات المنشقة بالقطاعات العشوائية مثلا ستظهر أن لها نفس درجة الكفاءة بصفة عامة بالنسبة للعاملين معا إلا أن تصميم القطاعات العشوائية يستقطع من كفاءة العامل الرئيسى ليزيد من كفاءة العامل تحت الرئيسى وللاستزادة فى هذا الموضوع يرجع إلى (Federer (1963), Cochran and Cox (1957) وكذلك أحساب القيم الغائبة.

حل مثال ١٥-١٠ باستخدام برنامج SAS

```

DATA SPLITP;
INPUT REP VARIETY TRT PLANT @@;
CARDS;
1 1 1 66 1 1 2 12 1 1 3 13 1 1 4 6 1 2 2 26 1 2 3 27 1 2 1 77
1 2 4 15 1 3 1 51 1 3 2 8 1 3 3 20 1 3 4 10 1 4 1 52 1 4 2 4
1 4 3 19 1 4 4 13 1 5 1 45 1 5 2 20 1 5 3 9 1 5 4 12 1 6 1 59
1 6 2 8 1 6 3 28 1 6 4 14 1 7 1 56 1 7 2 12 1 7 3 26 1 7 4 15
1 8 1 49 1 8 2 14 1 8 3 30 1 8 4 9 2 1 1 63 2 1 2 10 2 1 3 13
2 1 4 12 2 2 1 47 2 2 2 11 2 2 3 5 2 2 4 4 2 3 1 81 2 3 2 16
2 3 3 30 2 3 4 14 2 4 4 9 2 4 3 16 2 4 1 40 2 4 2 15 2 5 1 51
2 5 2 13 2 5 3 10 2 5 4 12 2 6 1 66 2 6 2 8 2 6 3 32 2 6 4 21
2 7 1 38 2 7 2 16 2 7 3 16 2 7 4 8 2 8 1 41 2 8 2 20 2 8 3 28
2 8 4 15 3 1 1 70 3 1 2 13 3 1 3 11 3 1 4 7 3 2 1 66 3 2 2 18
3 2 3 11 3 2 4 15 3 3 1 63 3 3 2 14 3 3 3 29 3 3 4 10 3 4 1 59
3 4 2 11 3 4 3 7 3 4 4 7 3 5 1 52 3 5 2 16 3 5 3 12 3 5 4 11
3 6 1 49 3 6 2 8 3 6 3 29 3 6 4 16 3 7 1 45 3 7 2 16 3 7 3 24
3 7 4 7 3 8 1 54 3 8 2 25 3 8 3 36 3 8 4 12
PROC GLM;
CLASS REP VARIETY TRT;
MODEL PLANT = REP VARIETY REP*VARIETY TRT
          VARIETY*TRT/SS3;
TEST H = REP E = REP*VARIETY / HTYPE = 3 ETYPE = 3;
TEST H = VARIETY E = REP*VARIETY / HTYPE = 3 ETYPE = 3;
MEANS VARIETY / DUNCAN E = REP*VARIETY ETYPE = 3;
MEANS TRT / DUNCAN ETYPE = 3;
LSMEANS VARIETY / E = REP*VARIETY STDERR;
LSMEANS TRT / STDERR;
RUN;

```

لاحظ

تم اختبار الأصناف والمكررات باستخدام خطأ (أ) والذي يمثل في النموذج بـ $REP*VARIETY$. واستخدم في هذه الحالة أمر $TEST$ والذي لابد أن يذكر معه H والتي تمثل المتغير المراد اختباراه وكذلك E والتي تمثل الخطأ المراد استخدامه في الاختبار.

تم وضع نوع type مجموع المربعات المراد استخدامه، وقد استخدم في هذا البرنامج النوع الثالث type III والذي لابد أن يحدد لكل من H و E باستخدام $HTYPE=3$ و $ETPYPE=3$.

عند الرغبة في استخدام اختبار الفصل بين المتوسطات، وهو Duncan في هذا المثال، لابد من تحديد الخطأ المراد استخدامه والذي إذا لم يحدد فإن البرنامج سيستخدم خطأ النموذج، والذي يمثل الخطأ (ب) في المثال السابق. لذلك عند الرغبة في التفرقة بين متوسطات الأصناف فلا بد من استخدام الخطأ (أ) والذي يعبر عنه باختبار $E=REP*VARITY$ وكذلك تحديد نوعه والذي عبر عنه باختبار $ETPYPE = 3$.

استخدم اختبار LSMEANS للحصول متوسطات أقل المربعات (سبق شرح هذا المفهوم من قبل) للعوامل التي تذكر بعد هذا الاختيار (الصنف والمعاملة في هذا المثال) وكذلك الحصول على الخطأ القياسي لهذه المتوسطات باستخدام اختبار STDERR مع ذكر نوع الخطأ الذي سوف يستخدم في حساب الخطأ القياسي عن طريق استخدام اختبار $E=REP*VARITY$ لحساب الخطأ القياسي للأصناف والذي إذا لم يحدد فإن البرنامج سيستخدم خطأ النموذج (وهو الخطأ ب) وهذا من الأخطاء الشائعة في مثل هذه الحالات.

نتائج التحليل

The GLM Procedure			
Class Level Information			
Class	Levels	Values	
REP	3	1 2 3	
VARITY	8	1 2 3 4 5 6 7 8	
TRT	4	1 2 3 4	
Number of observations		96	

Dependent Variable: PLANT

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	47	35573.40625	756.88098	31.24	<.0001
Error	48	1162.83333	24.22569		
Corrected Total	95	36736.23958			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	PLANT Mean
0.968346	19.45279	4.921960	25.30208

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
REP	2	38.58333	19.29167	0.80	0.4568
VARITY	7	763.15625	109.02232	4.50	0.0006
REP*VARITY	14	1377.25000	98.37500	4.06	0.0001
TRT	3	30774.28125	10258.09375	423.44	<.0001
VARITY*TRT	21	2620.13542	124.76835	5.15	<.0001

Tests of Hypotheses Using the Type III MS for REP*VARITY as an Error Term

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
REP	2	38.5833333	19.2916667	0.20	0.8241
VARITY	7	763.1562500	109.0223214	1.11	0.4100

Duncan's Multiple Range Test for PLANT

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	14
Error Mean Square	98.375

Number of Means	2	3	4	5	6	7	8
Critical Range	8.685	9.100	9.357	9.530	9.653	9.742	9.810

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	VARITY
A	28.833	12	3
A	28.167	12	6
A	27.750	12	8
A	26.833	12	2
A	24.667	12	1
A	23.250	12	7
A	21.917	12	5
A	21.000	12	4

Duncan's Multiple Range Test for PLANT

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	48
Error Mean Square	24.22569

Number of Means	2	3	4
Critical Range	2.857	3.005	3.102

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	TRT
A	55.833	24	1
B	20.042	24	3
C	13.917	24	2
C	11.417	24	4

Least Squares Means

Standard Errors and Probabilities Calculated Using the Type III MS for REP*VARITY as an Error Term

VARITY	PLANT LSMEAN	Standard Error	Pr > t
1	24.6666667	2.8632004	<.0001
2	26.8333333	2.8632004	<.0001
3	28.8333333	2.8632004	<.0001
4	21.0000000	2.8632004	<.0001
5	21.9166667	2.8632004	<.0001
6	28.1666667	2.8632004	<.0001
7	23.2500000	2.8632004	<.0001
8	27.7500000	2.8632004	<.0001

TRT	PLANT LSMEAN	Standard Error	Pr > t
1	55.8333333	1.0046910	<.0001
2	13.9166667	1.0046910	<.0001
3	20.0416667	1.0046910	<.0001
4	11.4166667	1.0046910	<.0001

١٥-١٠-٢ أشكال أخرى من تصميم القطاعات المنشقة

قد تتطلب الحاجة إلى أن يؤخذ عامل ثالث ويعشى داخل العامل الثانى (غير الرئيسى) لنفس الدواعى التي سبق ذكرها من حجم المادة التجريبية المتطلب ودرجة الدقة المنشودة ... الخ. وفي هذه الحالة يسمى التصميم القطاعات المنشقة المنشقة Split split-plot design وهكذا إلى أى درجة توجبها التجربة.

كما لوحظ في تحليل المثال ١٥-١٠ أن العامل الرئيسي وهو الأصناف كان يتبع تصميم القطاعات العشوائية بينما العامل تحت الرئيسي يتبع التصميم تام العشوائية. ولكن هذا ليس هو الحال بالضرورة في جميع الحالات. فقد يصمم العامل الرئيسي مثلا تصميمًا تام العشوائية والتحت رئيسي كتمام العشوائية أيضا. كأن يكون هناك مثلا ثلاث سلالات وبكل سلالة عشر حيوانات مختارة عشوائيا، إلى هنا والتجربة تصميمها تام العشوائية. وإذا طبقت معاملات على الحيوانات عشوائيا فإن هذه المعاملات تعتبر تحت أقسام، فكل العامل الرئيسي والتحت رئيسي يتبعان التصميم تام العشوائية. وقد يكون العامل الرئيسي تابعا لتصميم المربع اللاتيني بينما العامل تحت رئيسي يتبع العشوائي التام، أو أيضا المربع اللاتيني. وهكذا يمكن مزج أي تصميمات بالنسبة للعامل الرئيسي والعامل تحت رئيسي طبقا لمقتضيات المادة التجريبية.

ويبين الشكل التالي تجربة قطاعات منشقة لأربعة مستويات للعامل الرئيسي A مصممة كمربع لاتيني 4×4 وثلاث مستويات للعامل B كتحت رئيسي يتبع التصميم تام العشوائية.

		عمود ٣		عمود ٢		عمود ١		
b_1		b_3		b_3		b_2		صف ١
b_3	a_1	b_2	a_2	b_1	a_3	b_3	a_4	
b_2		b_1		b_2		b_1		
b_3		b_3		b_1		b_1		صف ٢
b_1	a_4	b_2	a_1	b_2	a_2	b_3	a_3	
b_2		b_1		b_3		b_2		
b_2		b_1		b_2		b_1		صف ٣
b_3	a_3	b_2	a_4	b_1	a_1	b_2	a_2	
b_1		b_3		b_3		b_3		
b_2		b_1		b_1		b_2		صف ٤
b_1	a_2	b_3	a_3	b_2	a_4	b_1	a_1	
b_3		b_2		b_3		b_3		

ويمكن وضع تحليل التباين لمثل هذا التصميم كما يلي:

SOV	df
<u>العامل الرئيسي:</u>	$(a^2 - 1) = 15$
أعمدة	$(a - 1) = 3$
صفوف	$(a - 1) = 3$
معاملة A	$(a - 1) = 3$
خطأ أ	$(a - 1)(a - 2) = 6$
<u>العامل تحت الرئيسي</u>	$a^2(b - 1) = 32$
معاملة B	$(b - 1) = 2$
A x B تداخل	$(a - 1)(b - 1) = 6$
خطأ ب	$a(a - 1)(b - 1) = 24$
<u>الكلية</u>	$a^2b - 1 = 47$

وهناك تصميم على علاقة بتصميمات القطاعات المنشقة يطلق عليه split block وفيه يكون كلا العاملين على قدم المساواة ولا يعشى أحدهما داخل الآخر ولكن كل يعنى على الآخر وفي هذه الحالة فإن التجربة تركز أكثر على التداخل بين العاملين. فإذا فرض أن هناك عاملين A (4 مستويات)، B (3 مستويات)، وزع A عشوائياً على المادة التجريبية بغض النظر عن B، ووزع B عشوائياً على نفس المادة التجريبية بغض النظر عن A ويصبح شكل التصميم كما يلي:

مكررة ٢		مكررة ١							
	a_2	a_3	a_1	a_4		a_1	a_4	a_2	a_3
b_3					b_2				
b_2					b_1				
b_1					b_3				

ويكون تحليل التباين كما يلي:

SOV	df
مكررات	1
بين A	3
خطأ أ	3
بين B	2
خطأ ب	2
A x B تداخل	6
خطأ ج	6

ويختبر $A, B, A \times B$ على خطأ أ، خطأ ب، خطأ ج على التوالي.

١٥-١٠-٣ تنويه عن استخدام تصميم القطاعات المنشقة في التجارب على الإنسان والحيوان والمحاصيل الحقلية المستديمة

في التصميم الأساسى للقطاعات المنشقة يكون العامل الرئيسى معشى وأيضاً العامل تحت الرئيسى معشى داخل العامل الرئيسى. وهذا يؤدي إلي الاعتقاد بتجانس مصفوفة التباين والتغاير الخاصة بمستويات المعاملة تحت الرئيسية. فمثلاً إذا كانت B هي العامل تحت الرئيسى فيتوقع وجود شرط أن تباينات المجاميع b_1, b_2 متساوية وكذلك تغاير كل b مع الأخرى. هذا الشرط مطلوب وضروري لإجراء اختبار F سليم. تخيل أن باحث يقارن بين سلالتين من الحيوانات من حيث إنتاج الحيوانات المنوية ويأخذ عشوائياً 10 حيوانات من كل سلالة، وهو أيضاً يدرس أثر المواسم المختلفة الأربعة على إنتاج السائل المنوى على هذه الحيوانات فإن هذا ما أطلق عليه تصميم القطاعات المنشقة المستمر في الزمن Split plot design continuous in time وشاع استخدامه في هذا النوع من التجارب حيث تعتبر السلالات (أو أى أقسام أخرى) العامل الرئيسى والمواسم العامل تحت الرئيسى. وفي التجربة سابقة الشرح يكون تحليل التباين كالتالى:

SOV	df
بين السلالات	1
بين الحيوانات داخل السلالات (خطأ أ)	18
بين المواسم	3
التداخل بين السلالات والمواسم	3
المتبقى (خطأ ب)	54
الكلى	79

وعادة ما يستخدم خطأ (أ) لاختبار السلالات وهذا صحيح تماماً. ولكن عند النظر إلى المواسم فإنها لم تعش بالمعنى السابق شرحه. هذه التعشية هي التي تضمن تجانس مصفوفة التباين والتغاير بين مجاميع المعاملة تحت رئيسية (المواسم). وللغرض أن يظن أن التغاير بين موسمين متتاليين على نفس الحيوان سيكون أعلى من التغاير بين موسمين غير متتاليين. وإذا صح هذا الظن فإن المجرى يكون قد تجاوز الحدود بهذا التصميم وعليه:

أولاً: أن يختبر مصفوفة التباين والتغاير هذه،

ثانياً: أنه ليس هناك أثر باقى فى الحيوان فى مجموعة حالية من المجموعة السابقة. وسوف يتم تناول هذا الاختبار فيما بعد.

وقد حذر كل من (Allen et al (1983)، Rowell and Walter (1976) من مثل هذا الاستخدام الجائر وتطرقاً إلى أساليب لمعالجة مثل هذا النوع من البيانات، وهذه المعالجة تختلف باختلاف المواقف. ومن هذه الأساليب استخدام الـ multivariate analysis polynomial أو تحليل التغاير covariance analysis.

ومع وجوب التحفظ الشديد حتى فى إتباع تصميم القطاعات المنشقة فى البيانات المستمرة فى الزمن continuous in time وتخصيص خطأ مستقل لكل من العوامل المنروسة فإن كثيراً من البحوث تجرى تحليلاتها بافتراض تمام استقلالية المشاهدات وتجانس مصفوفة تباينها وتغايرها وهذا تجاوز أبشع يجب العمل على تلافيه تماماً. والمثل السيئ لهذا هو أن تحلل التجربة السابقة كما يلى:

df	SOV
1	بين السلالات
3	بين المواسم
3	التداخل بين السلالات والمواسم
72	الخطأ
79	الكلى

١٥ - ١١ تحليل المشاهدات المتكررة على نفس الوحدة التجريبية

يقصد بالمشاهدات المتكررة بصفة عامة أنها البيانات التى تعبر عن الاستجابة والنسبة تقاس على الوحدة التجريبية فى فترات متعددة. إذا تكررت المشاهدة مرتين على نفس الفرد فإن تحليل مثل هذه البيانات قد تم شرحه سابقاً "اختبار (t" للأزواج). ولكن فى هذا الفصل سيتم شرح طرق التحليل فى حالة ثلاثة مشاهدات أو أكثر. وقد نال هذا الموضوع أهمية مؤخرًا فقط، مثلاً أنظر (Davis (2002).

فكثير من التجارب تصمم على أن تقاس استجابة الفرد على فترات لمعرفة تطور هذه الاستجابة. وتجارب أخرى تصمم على أخذ المشاهدة على نفس الفرد واستخدام هذا الفرد عدة مرات لتسجيل مشاهدات أخرى. مثال الحالة الأولى أن يحقن حيوان بهرمون ويؤخذ عليه عدة مشاهدات لتسجيل تركيز الهرمون على فترات زمنية معينة.

الباب الخامس عشر

ومثال الحالة الثانية أن تقاس درجة حرارة الحيوان في الصيف ثم تقاس درجة حرارته ثانياً وثالثاً ورابعاً في الخريف والشتاء والربيع. فمثلاً مجرب يريد أن يدرس أثر نظامين لإيواء الأبقار (نظام مسقوف وآخر مكشوف) على درجة حرارة الحيوان (درجة حرارة المستقيم) خلال اليوم (عند الساعات ٦، ١٢، ١٨، ٢٤)، المجرب لديه ٣٢ حيواناً متماثلاً. ويقوم بتقسيم الحيوانات إلى ٨ (= ٢ نظام × ٤ أوقات) مجاميع عشوائية ويخصص لكل توليفة نظام إيواء ووقت ٤ حيوانات كما في الشكل التالي:

الساعة ٢٤	الساعة ١٨	الساعة ١٢	الساعة ٦	
١٣	١٢	٢٥	٨	إيواء مسقوف
٢	٣٢	٢١	١٥	
١٦	٤	٣٠	٢٣	إيواء مكشوف
٣١	٢٨	٢٩	١٤	

ويصبح توزيع درجات الحرية (وبالتالي التحليل) كما يلي:

SOV	df
نظام الإيواء	1
الوقت	3
نظام الإيواء x الوقت	3
الخطأ (حيوان داخل توليفة الإيواء والوقت)	24
الكلي	31

ولكن بفرض أن المجرب قرر ألا يعشى الحيوانات على الوقت وتم قياس درجات الحرارة في الأربع أوقات على نفس الحيوان فيصبح التصميم كما هو موضح بالشكل التالي:

أرقام الحيوانات تحت نظام الإيواء المسقوف

الوقت	٢	٥	٧	١٢	١٥	١٦	١٧	١٨	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٧	٢٩	٣٠	٣١
٦																
١٢																
١٨																
٢٤																

أرقام الحيوانات تحت نظام الإيواء المكشوف

الوقت	١	٣	٤	٦	٨	٩	١٠	١١	١٣	١٤	١٩	٢٠	٢٥	٢٦	٢٨	٣٢
٦																
١٠																
١٠٠																
٢:																

ويكون شكل التحليل كالتالي:

SOV	df
نظام الإيواء	1
الحيوانات (داخل الإيواء) = خطأ أ	30
الوقت	3
نظام الإيواء x الوقت	3
الخطأ = خطأ ب	90
الكلية	127

الفرق بين التحليلين السابقين هو لب تحليل المشاهدة المتكررة. ففي التحليل الأول كانت الوحدة التجريبية هي الحيوان ولكن في التحليل الثاني كانت الوحدة التجريبية هي القياس في الوقت المعين ويوجد منه ١٢٨ قياس.

ويلاحظ التشابه بين التحليل الثاني وتصميم القطاعات المنشقة مع فارق هام هو أنه لم تتم التعشية على الوقت على خلاف القطاعات المنشقة حيث تتم مثل هذه التعشية. بمعنى أن المتغير الأول له مستويين هما نظاما الإيواء وفيه تعشى الحيوانات على الإيواء حيث يمثل مصدر التباين الحيوانات داخل الإيواء الخطأ (أ). أما المتغير الثاني وهو الوقت وله الخطأ الأخير ذو الـ ٩٠ درجة حرية وهو ما قد يطلق عليه الخطأ (ب) ولم تتم التعشية على الوقت على خلاف القطاعات المنشقة حيث تتم مثل هذه التعشية، أي أن نفس الحيوان سيقاس عليه الأربعة أوقات. والسؤال هنا هل غياب التعشية أمر مسموح به أو مرغوب؟ من المهم معرفة أن هذا أمر مجافى تماماً للفرض بن جميع المشاهدات مستقلة، فكون المشاهدة تؤخذ على نفس الحيوان يخلق ارتباطاً محتملاً بين هذه المشاهدات وهذا إخلال بالفرض الأساسي، إذن كيف التصرف في مثل هذه الحالة؟

١٥-١١-١ مميزات ومضار المشاهدات المتكررة

١- المشاهدات المتكررة هي إخلال صريح لاختبارات فرض العدم (أى استقلالية المشاهدات) ولكن لا يمكن التغاضي عن هذا فى التحليل إلا بعد إتمام بعض الاختبارات التى سيتم شرحها فيما بعد.

٢- واضح جداً أن المشاهدات المتكررة تزيد كثيراً من درجات الحرية المتاحة للمتغير الذى لم يتم عليه التعشية وعليه فإن قوة اختبار فرض العدم تزيد، (فى المثال السابق 24 درجة حرية للخطأ فى التحليل الأول مقارنة بـ 90 درجة فى التحليل الثانى).

٣- تثبيت قياس المعاملة فى أوقات مختلفة على نفس الحيوان يزيل أثر الحيوان وربما يوضح بدرجة أكبر فرق المعاملات. وهذا نفس المنطق الذى من أجله يستخدم اختبار t فى حالة الأزواج.

إذا توافرت الاشتراطات اللازمة لإتباع التحليل الثانى فإن هذا سيؤدى إلى خفض عدد الوحدات التجريبية إلى حد كبير وبالتالي خفض تكاليف التجربة. ويبين الشكل ١٥-٥ الاستراتيجية التى يمكن إتباعها عند وجود بيانات ذات مشاهدات متكررة.

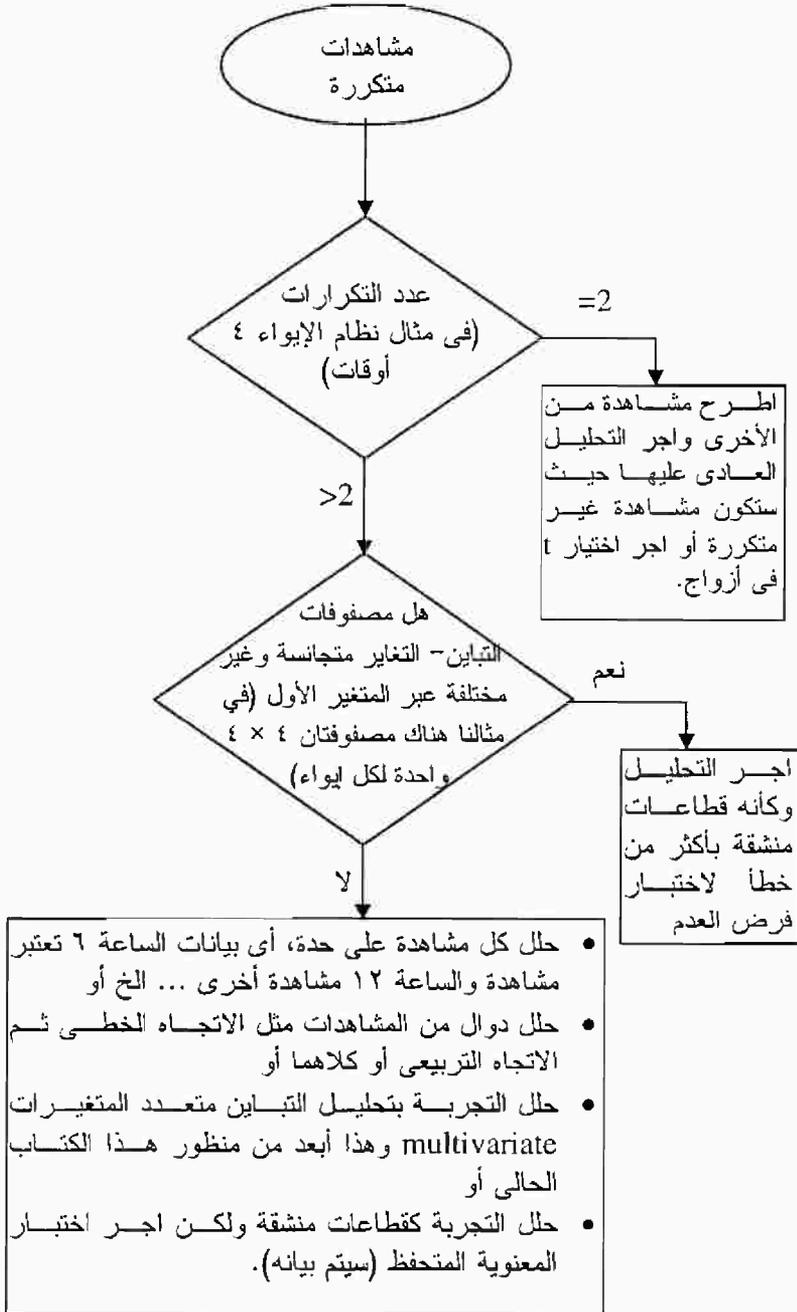
مثال ١٥-١٢

يقيس مجرب النشاط الجنسى لكباش بالمدة الزمنية التى يأخذها الكباش لاعتلاء النعجة عند إدخال نعجة شائعة عليه. والتالى المدد بالدقائق لثلاث تراكيب وراثية فى الأربعة فصول للسنة. وقد اختيرت الكباش عشوائياً من كل سلالة وأخذت المشاهدات على نفس الكباش فى الفصول الأربعة وكانت البيانات كالتالى:

السلالة	الحيوان	فصل السنة		
		خريف	شتاء	ربيع
مرينو	١	44	39	10
	٢	31	23	35
	٣	48	39	18
	٤	19	36	25
	٥	51	38	27
خليط	١	23	24	12
	٢	17	21	3
	٣	16	17	14
	٤	10	16	13
	٥	16	13	19
أوسيمي	١	36	16	9
	٢	21	44	19
	٣	21	14	23
	٤	20	34	25
	٥	48	23	17

ويكون تحليل التباين لبيانات مثال ١٥-١٢، إذا افترض تصميم القطاعات المنشقة، كما يلي:

SOV	df	SS	MS
السلالة	2	1833.23	916.62
الحيوانات/السلالة (خطأ أ)	12	600.00	50.00
الفصل	3	1016.98	338.99
السلالة x الفصل	6	770.77	128.46
خطأ ب	36	3426.90	95.16



شكل ١٥-٥ استراتيجية تحليل البيانات ذات المشاهدات المتكررة

حل مثال ١٥-١٢ باستخدام برنامج SAS

```

DATA SHEEP;
INPUT BREED $ SEASON $ ANIMAL TIME @@;
*-- M = MERINO --- C = CROSS --- O = OSSIMI ----;
* -- A = AUTUMN --- W = WINTER --- S = SPRING ---
    SR = SUMMER ---;
CARDS;
M A 1 44 M A 2 31 M A 3 48 M A 4 19 M A 5 51
M W 1 39 M W 2 23 M W 3 39 M W 4 36 M W 5 38
M S 1 10 M S 2 35 M S 3 18 M S 4 25 M S 5 27
M SR 1 19 M SR 2 15 M SR 3 22 M SR 4 28 M SR 5 9
C A 1 23 C A 2 17 C A 3 16 C A 4 10 C A 5 16
C W 1 24 C W 2 21 C W 3 17 C W 4 16 C W 5 13
C S 1 12 C S 2 3 C S 3 14 C S 4 13 C S 5 19
C SR 1 26 C SR 2 26 C SR 3 25 C SR 4 2 C SR 5 2
O A 1 36 O A 2 21 O A 3 21 O A 4 20 O A 5 48
O W 1 16 O W 2 44 O W 3 14 O W 4 34 O W 5 23
O S 1 9 O S 2 19 O S 3 23 O S 4 25 O S 5 17
O SR 1 30 O SR 2 23 O SR 3 26 O SR 4 38 O SR 5 21
PROC GLM;
CLASS BREED SEASON ANIMAL;
MODEL TIME = BREED ANIMAL(BREED) SEASON
          BREED*SEASON/SS3;
TEST H = BREED E = ANIMAL(BREED)/ HTYPE = 3 ETYPE = 3;
MEANS BREED / DUNCAN E = ANIMAL(BREED) ETYPE = 3;
MEANS SEASON / DUNCAN ETYPE=3;
LSMEANS BREED / E = ANIMAL(BREED) STDERR;
LSMEANS SEASON / STDERR;
RUN;

```

نتائج التحليل

```

The GLM Procedure
Class Level Information
Class      Levels  Values
BREED      3      C M O
SEASON     4      A S SR W
ANIMAL     5      1 2 3 4 5
Number of observations 60

```

Dependent Variable: TIME

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	4220.983333	183.521014	1.93	0.0376
Error	36	3426.000000	95.166667		
Corrected Total	59	7646.983333			

R-Square 0.551980
 Coeff Var 41.83849
 Root MSE 9.755340
 TIME Mean 23.31667

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	1833.233333	916.616667	9.63	0.0004
ANIMAL(BREED)	12	600.000000	50.000000	0.53	0.8839
SEASON	3	1016.983333	338.994444	3.56	0.0235
BREED*SEASON	6	770.766667	128.461111	1.35	0.2612

Tests of Hypotheses Using the Type III MS for ANIMAL(BREED) as an Error Term

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	1833.233333	916.616667	18.33	0.0002

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 12
 Error Mean Square 50

Number of Means 2 3
 Critical Range 4.872 5.100

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	BREED
A	28.800	20	M
A	25.400	20	O
B	15.750	20	C

Duncan's Multiple Range Test for TIME

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha 0.05
 Error Degrees of Freedom 36
 Error Mean Square 95.16667

Number of Means	2	3	4
Critical Range	7.224	7.595	7.836

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	SEASON
A	28.067	15	A
A	26.467	15	W
B A	20.800	15	SR
B	17.933	15	S

Least Squares Means

Standard Errors and Probabilities Calculated Using the Type III MS for ANIMAL(BREED) as an Error Term

BREED	TIME LSMEAN	Standard Error	Pr > t
C	15.7500000	1.5811388	<.0001
M	28.8000000	1.5811388	<.0001
O	25.4000000	1.5811388	<.0001

SEASON	TIME LSMEAN	Standard Error	Pr > t
A	28.0666667	2.5188181	<.0001
S	17.9333333	2.5188181	<.0001
SR	20.8000000	2.5188181	<.0001
W	26.4666667	2.5188181	<.0001

١٥-١١-٢ اختبار صلاحية التحليل على أساس القطاعات المنشقة

يلزم اختبار تساوي مصفوفات التباين-التغاير وكذلك اختبار تماثل symmetry تلك المصفوفات حتى يكون تصميم القطاعات المنشقة صالحا valid للاستخدام في حالة تحليل البيانات ذات المشاهدات المتكررة.

أولاً: اختبار تساوي مصفوفات التباين-التغاير

١- تكوين مصفوفة تباين - تغاير var-cov matrix مصححة للمتوسط للملاحظات المتكررة داخل كل مستوى أساسي (السلالات في مثال ١٥-١٢).

٢- أى سوف يكون هناك المصفوفات A_1 ، A_2 ، A_3 للسلالات الثلاثة كما يلي:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 178.3 & 42.00 & -49.50 & -60.45 \\ 42.00 & 46.5 & -50.00 & 9.75 \\ -49.6 & -50.00 & 89.5 & -21.25 \\ -60.45 & 9.75 & -21.25 & 51.3 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 21.3 & 14.15 & -3.85 & 40.90 \\ 14.15 & 18.7 & -16.55 & 44.70 \\ -3.85 & -16.55 & 33.7 & -46.05 \\ 40.90 & 44.70 & -46.05 & 168.2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 154.7 & -61.8 & -48.40 & -38.15 \\ -61.8 & 160.2 & 26.6 & 3.85 \\ -48.40 & 26.60 & 38.8 & 11.30 \\ -38.15 & 3.85 & 11.30 & 45.3 \end{bmatrix}$$

فالقائمة 178.3 مثلاً هي مجموع مربعات قيم المرينو المصححة في الخريف مقسوماً على درجات الحرية، أى

$$= [44^2 + 31^2 + \dots + 51^2 - \frac{193^2}{5}] / 4$$

والقيمة 42.00 هي مجموع حاصل ضرب مشاهدات الخريف فى مشاهدات الشتاء للمرينو مقسوماً على درجات الحرية، أى

$$= [(44)(39) + (31)(23) + \dots + (51)(38) - \frac{(193)(175)}{5}] / 4$$

٣- تحسب المصفوفة الكلية A_{pooled} وكل عنصر فيها هو متوسط العناصر الثلاثة المقابلة فى A_1 ، A_2 ، A_3 وهى:

$$A_{\text{pooled}} = \begin{bmatrix} 118.100 & -1.883 & -33.917 & -19.233 \\ -1.883 & 75.1333 & -13.483 & 19.433 \\ -33.917 & -13.483 & 54.000 & -18.667 \\ -19.233 & 19.433 & -18.667 & 88.2667 \end{bmatrix}$$

حيث

$$118.100 = \frac{178.3 - 21.3 - 154.7}{3}$$

وهكذا لبقية العناصر.

٣ - حساب قيمة محدد determinant للمصفوفات A_1 ، A_2 ، A_3 ، A_{pooled} وللحصول على ذلك للمثال ١٥-١٢ افترض:

عدد مستويات المتغير الأساسي (السلالات) $p = 3$ حيث

عدد مستويات المتغير الثانوي (الفصول) $q = 4$ حيث

عدد الوحدات داخل كل متغير أساسي $n = 5$ حيث

عدد الوحدات في كل مستويات المتغير الأساسي $N = np = 15$ حيث

وبالرمز لمحدد المصفوفة بالخطين الرأسيين يمكن الحصول على المحددات التالية:

$$|A_1| = 2,368,612.38$$

$$|A_2| = 104,166.57$$

$$|A_3| = 17,040,426.05$$

$$|A_{\text{pooled}}| = 25,873,858.91$$

٤- حساب قيمة M_1 و E_1 حيث

$$M_1 = (N - p) \ln |A_{\text{pooled}}| - \left[\sum_i^p (n_i - 1) \ln |A_i| \right]$$

$$E_1 = \frac{2q^2 + 3q - 1}{6(q+1)(p-1)} \left(\sum_{i=1}^p \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N-p} \right)$$

حيث \ln هو اللوغاريتم الطبيعي. وبالتعويض في مثال ١٥-١٢ فإن

$$M_1 = (15 - 3)(17.069) - 4(14.678 - 11.554 - 16.651) = 33.296$$

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2(4^2) + 3(4) - 1}{6(4+1)(3-1)} \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{15-3} \right] \\ &= \frac{2(16) + 11}{(30)(2)} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right) = (1.394)(0.896) = 3.463 \end{aligned}$$

٥ - حساب χ_1^2 ودرجات الحرية لها حيث

$$\chi_1^2 = (1 - E_1)M_1$$

و درجات الحرية

$$df_1 = \frac{q(q+1)(p-1)}{2}$$

وبالتعويض في مثال ١٥-١٢

$$\chi_1^2 = (1 - 3.463)(33.296) = 3.463$$

و درجات الحرية

$$df_1 = \frac{4(4+1)(3-1)}{2} = 20$$

قيمة مربع كاي غير معنوية وعليه لا يرفض فرض العدم ويستخلص تساوى التباين - التغيرات داخل السلالات.

ثانيا: اختبار تماثل symmetry المصفوفات

١- تكوين مصفوفة تسمى A_{ave} وذلك بأخذ متوسط كل العناصر القطرية من المصفوفة A_{pooled} لتشكل كل العناصر القطرية في المصفوفة A_{ave} ، ثم يؤخذ متوسط جميع القيم خارج القطر من المصفوفة A_{pooled} (نصف المصفوفة فقط) لتشكل بقية عناصر المصفوفة A_{ave} .

بالتعويض في مثال ١٥-١٢ تكون القيم القطرية للمصفوفة A_{ave} عبارة عن

$$= \frac{118.1 - 75.1333 - 54 - 88.2667}{4} = 83.875$$

والقيم خارج القطر عبارة عن

$$= \frac{(-1883 - 33.917 - 19.233 - 13.483 - 19.433 - 18.667)}{6} = -11.292$$

وبالتالي تكون A_{ave} عبارة عن

$$A_{ave} = \begin{bmatrix} 83.875 & -11.292 & -11.292 & -11.292 \\ -11.292 & 83.875 & -11.292 & -11.292 \\ -11.292 & -11.292 & 83.875 & -11.292 \\ -11.292 & -11.292 & -11.292 & 83.875 \end{bmatrix}$$

٢- حساب محدد A_{ave}

$$|A_{ave}| = 43,094,771.06$$

في مثال ١٥-١٢ يكون المحدد

٣- حساب قيمة M_2 و E_2 حيث

$$M_2 = -(N - P) \ln \frac{|A_{pooled}|}{|A_{ave}|}$$

$$E_2 = \frac{q(q+1)^2(2q-3)}{6(N-P)(q-1)(q^2+q-4)}$$

بالتعويض في مثال ١٥-١٢

$$M_2 = -(15 - 3) \ln \left(\frac{25,873,858.91}{43,094,771.06} \right) = -12 \ln (0.600) = 6.122$$

$$E_2 = \frac{4(4+1)^2(8-3)}{6(15-3)(4-1)(16+4-4)} = \frac{500}{3456} = 0.145$$

٤- حساب χ^2_2 ودرجات الحرية لها حيث

$$\chi^2_2 = (1 - E_2)M_2$$

و درجات الحرية

$$df_2 = \frac{q^2 + q - 4}{2}$$

وبالتعويض في مثال ١٥-١٢

$$\chi^2_2 = (1 - 0.145)(6.122) = 5.234$$

و درجات الحرية

$$df_2 = \frac{4^2 + 4 - 4}{2} = 8$$

وقيمة مربع كاي عند درجات الحرية هذه غير معنوية وعليه لا يرفض فرض العدم: أن المصفوفات الثلاثة متماثلة. وعليه يمكن تبني تحليل القطاعات المنشقة واختبار معنويات الفروق بنفس الطريقة السابق شرحها عند مناقشة القطاعات المنشقة.

وفي حالة إذا بين التحليل أن مصفوفات التباين- التغاير غير متماثلة أو غير متساوية فيجرى تحليل التباين لقطاعات منشقة ولكن تضرب قيمة درجات الحرية للخطأ في القيمة $\theta = [1/(1 - q)]$ وهذا من شأنه أن يجعل اختبار المعنوية أكثر تحفظاً (أى يرفض فرض العدم بدرجة أقل أى الاختبار المتحفظ) يرجع في هذا إلى

. Geisser and Greenhouse (1958) و Kirk (1995)

١٥-١٢ تحليل التغاير Analysis of Covariance

في كل التصميمات السابق شرحها كان هناك متغير واحد يقاس على الوحدة التجريبية وهذا المتغير يتم تحليل التباين فيه لمعرفة أثر العوامل المذكورة في النموذج model. ففي مثال ١٥-١ كان هذا المتغير هو النمو في الدجاج والعامل المؤثر هو كمية الفيتامين في العليقة. بينما في مثال ١٥-٤ كانت الصفة هي محصول اللبن بينما المؤثرات هي نوع الهوايات والحظائر وموسم الحليب ... وهكذا. وفي كثير من الأحيان يكون أحد العوامل المؤثرة على المتغير المدروس ليس بمتغير متقطع discrete ولكنه متغير متصل continuous أى متغير مستقل متصل. فعلى سبيل المثال إذا كانت التجربة هي دراسة أثر ثلاثة علائق على معدل التسمين في الحملان، فإنه عادة ما يكون من غير الممكن الحصول على حملان متساوية في وزنها الابتدائي. وبتوزيع الحملان عشوائياً على المعاملات الثلاث فإنه من المتوقع، ولكن ليس هناك ضمان، أن تتساوى المعاملات في متوسط أوزانها الابتدائية، خصوصاً إذا

صندوق ١٥-٢

تكرار المشاهدة على نفس الوحدة التجريبية وتجاهل هذا عند التحليل يعتبر أمراً مخطئاً بافتراضات تحليل التباين (أساساً استقلال المشاهدات). إذا كان التكرار على الوقت أو المكان فإن هيكل البيانات يشبه تلك التابع للقطاعات المنشقة ولكن الأخيرة إذا صممت جيداً فإن المشاهدات بها تكون مستقلة. في مثل هذه الحالات يمكن تحليل تجارب المشاهدات المتكررة على أنها قطاعات منشقة فقط بعد إتمام اختبارين هما تساوى مصفوفات التباين- التباين وكذلك تماثلها. إذا لم يرفض فرض العدم بتجانسها أو تساويها- فإنه يمكن تحليل البيانات على أنها قطاعات منشقة أما إذا رفض أحد فرضي العدم (أى التساوى والتجانس) يمكن إجراء التحليل كقطاعات منشقة ولكن يستخدم اختبار معنوية متحفظ.

كانت الأعداد كبيرة، ولكن سيظل هناك تباين بين حملان المعاملة الواحدة نتيجة لاختلاف أوزانها الابتدائية. هذا التباين من شأنه أن يزيد من تباين الخطأ وبالتالي الإنقاص من كفاءة التجربة أو قوة الاختبار. هذا بجانب الاحتمال القائم أن يتدخل المجرى لفرض تساوى المتوسطات بتحريك الحملان من معاملة إلى أخرى بغرض تسوية المتوسطات الابتدائية والذي سيؤدي إلى تحيز النتائج وهذا أمر غير مرغوب فيه.

وتحليل التباين ليس بالتصميم في حد ذاته ولكنه وسيلة لضبط الخطأ وزيادة كفاءة التجربة ويمكن أن يكون مصاحباً لأي تصميم من التصميمات سالف الذكر.

مثال ١٥-١٤

أراد مجرب أن يختبر الفروق بين ثلاثة علائق تسمين أ ، ب ، ج فاشترى 24 حملاً من الأسواق ووزعها عشوائياً على الثلاث معاملات. وحيث أن الحملان لم تكن متساوية في الأوزان عند الشراء، وحيث أنه من المعلوم أن الوزن الابتدائي في التسمين ممكن أن يكون له أثر على معدل زيادة الحيوان في الوزن فإن المجرى أراد

أن يزيل أثر الوزن الابتدائي هذا على الوزن النهائي فى تجربته. والنتائج التالية تمثل التجربة حيث X هى الوزن الابتدائي للحمل بينما Y هى وزنه النهائي (هذا المثال يمثل تحليل التباين فى تصميم تام العشوائية أو تقسيم أحادى الاتجاه).

الحيوان	عليقة أ		عليقة ب		عليقة ج	
	Y	X	Y	X	Y	X
١	38.5	24.5	40.5	25.6	29.9	22.6
٢	33.4	22.5	19.1	16.5	38.0	25.8
٣	38.0	25.5	22.3	18.5	29.0	24.5
٤	32.3	18.4	20.0	16.4	24.8	21.9
٥	24.4	16.9	25.1	20.4	19.2	18.9
٦	28.0	19.1	42.2	27.4	21.7	20.8
٧	42.5	23.2	15.1	14.4	28.4	22.8
٨	27.1	19.2	33.6	21.2	17.0	15.9
المجموع	264.2	169.3	217.9	160.4	208.0	173.2
المتوسط	33.03	21.16	27.23	20.05	26.0	21.65

إجمالى قيم $X = 502.9$ بمتوسط 20.95 كج وإجمالى قيم $Y = 690.1$ بمتوسط 28.75 كج.

وتحلل هذه البيانات مرة للمتغير Y ومرة للمتغير X ومرة ثالثة للمتغيرين X ، Y معاً كما يلى:

المتغير X :

مجموع المربعات الكلية

$$= (24.5)^2 + (22.5)^2 + \dots + (15.9)^2 - \frac{(502.9)^2}{24} = 296.060$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(169.3)^2 + (160.4)^2 + (173.2)^2}{8} - \frac{(502.9)^2}{24} = 10.761$$

$$= 296.060 - 10.761 = 285.299$$

داخل المعاملات

المتغير Y :

مجموع المربعات الكلية

$$= (38.5)^2 + (33.4)^2 + \dots + (17)^2 - \frac{(690.1)^2}{24} = 1561.80$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(264.2)^2 + (217.9)^2 + (208)^2}{8} - \frac{(690.1)^2}{24} = 225.006$$

$$= 1561.18 - 225.006 = 1336.174$$

داخل المعاملات

المتغيرين X ، Y معاً

هنا يكمن الجديد في هذا الجزء. والجديد هنا بسيط جداً حيث إنه بدلا من تربيع كل من X أو Y بمفردها فإن أحدهما يضرب في الآخر للحصول على التباين بينهما ونحليلة كما يلي:

مجموع حاصل الضرب الكلي

$$= (24.5)(38.5) + (22.5)(33.4) + \dots + (15.9)(17) - \frac{(690.1)(502.9)}{24}$$

$$= 15043.95 - 14460.47 = 583.48$$

مجموع حاصل الضرب بين المعاملات

$$= \frac{(169.3)(264.2) - (160.4)(217.9) - (173.2)(208.0)}{8} - \frac{(690.1)(502.9)}{24}$$

$$= 2.757$$

$$= 5843.48 - 2.757 = 580.723$$

مجموع حاصل الضرب داخل المعاملات

وجدير بالذكر أنه بينما لا يمكن لتباينات كل من X و Y أن تأخذ قيماً سالبة، فإن التباين بينهما ممكن أن يأخذ قيماً سالبة حسب نوع العلاقة بينهما. ويمكن تلخيص النتائج المتحصل عليها حتى الآن في جدول ١٥-١٤. ومن هذا الجدول يلاحظ:

جدول ١٥-١٤ تحليل التباين في تجربة تسمين الحملان

SOV	df	مجموع المربعات أو حاصل الضرب SS or SCP			التباين الراجع إلى الاعتماد		التباين بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد		MS
		X	Y	XY	df	SS	SS		
بين المعاملات	2	10.761	225.006	2.757					
داخل المعاملات	21	285.299	1336.174	580.723	1182.055	20	154.118	7.706	
الكلي	23	296.060	1561.180	583.480	1149.932	22	411.248		
لاختبار المعاملات						2	257.130	128.565**	

١- إذا اختبرت معنوية الفروق بين متوسطات المعاملات فى الوزن الابتدائى (X) فإنها لا تختلف عن الصفر وهذا متوقع نتيجة للتوزيع العشوائى للحملان على المعاملات.

٢- مع وجود فروق مشاهدة فى الوزن النهائى (Y) بين المعاملات (33، 27.2، 26 كج) إلا أن اختبار F بغض النظر عن التغير بين X ، Y عبارة عن:

$$F = \frac{225.006/2}{1336.174/21} = 1.77$$

وهى قيمة غير معنوية. وهذا يوضح أن التجربة قاصرة على أن تبين معنوية الفروق الموجودة.

٣- هناك ارتباط واضح بين الوزن الابتدائى X والوزن النهائى Y على مستوى البيانات كلها بغض النظر عن المعاملات. ومعامل الارتباط هذا مقداره:

$$r_{xy} = \frac{583.48}{\sqrt{(296.06)(1561.18)}} = 0.86$$

وعليه يمكن القول أن هناك تباينات فى Y مرتبطة مع X وهذه التباينات تبقى فى لخطأ التجريبي أن لم تزل بأسلوب معين. هذا الأسلوب هو التغير حيث يستقطع من هذا الخطأ الجزء الذى يرجع إلى كون Y مرتبطة مع X وبالتالي متأثرة بها. وقد سبق فى الباب العاشر بيان كيفية حساب التباين فى Y الراجع إلى اعتماده أو ارتداده على متغير آخر X بواسطة القيمة $(\sum xy)^2 / \sum x^2$.

وعليه فالتباين فى Y النقى من تأثير X عليها هو التباين فى Y بعد طرح التباين الراجع إلى تأثير X. أى أن مجموع مربعات خطأ Y بعد استقطاع تأثير X عبارة عن

$$= 1336.174 - \frac{(580.723)^2}{285.299} = 154.118$$

وهذا له 20 درجة حرية حيث استقطعت درجة حرية واحدة للارتداد.

أما لحساب التباين بين متوسطات المعاملات في Y بعد استقطاع تأثير X عليها فإن سطرى المعاملة والخطأ يجمعان. وفي هذا التصميم يعطى حاصل جمعهما سطر الكلى. ويستقطع الجزء الراجع إلى اعتماد أو ارتداد Y على X من التباين في Y أى:

$$= 1561.18 - \frac{(583.48)^2}{296.06} = 411.248$$

وهذا له 22 درجة حرية حيث استقطعت درجة حرية واحدة من الكلى (23) نتيجة للارتداد.

ويحسب مجموع المربعات بين المعاملات بعد إزالة أثر X على Y عن طريق $154.118 = 411.248 - 257.13$ وله درجتان حرية بمتوسط مربعات قدره 128.565.

ولاختبار فرض العدم أن متوسطات المعاملات في الوزن النهائى متساوية:

$$F = \frac{128.565}{7.706} = 16.684$$

بدرجات حرية 2، 20. وعليه يرفض فرض العدم حيث إن قيمة F الجدولية المناسبة هي 5.85 عند مستوى معنوية 1%. وبهذا فإن استخدام تحليل التباين زاد من مقدرة التجربة على إعلان معنوية الفروق إذا وجدت وهذا يعنى أن قوة التجربة زادت.

وجدير بالذكر أنه إذا أريد حساب علاقات معينة بين X، Y فإنها تقدر أساساً من السطر الخاص بالخطأ. فمثلاً إذا أريد حساب الارتباط بين الوزن الابتدائى X والوزن النهائى Y فإنه

$$r_{xy} = \frac{580.723}{\sqrt{(285.299)(1336.174)}} = 0.94$$

بينما اعتماد Y على X فإنه

$$b_{y.x} = \frac{580.723}{285.299} = 2.04 \text{ kg / kg}$$

والنموذج الإحصائى لمثل هذا التصميم (تصميم تام العشوائية أو تقسيم أحادى الاتجاه) دون اعتبار التباين هو

$$Y_{ij} = \mu - t_j - e_{ij}$$

أما النموذج في حالة اعتبار التغيرات يكون

$$Y_{ij} = \mu - t_j - b x_{ij} - e_{ij}$$

حيث تمثل b معامل ارتداد Y على X_{ij} وتمثل x_{ij} انحراف الوزن الابتدائي للحمل من المتوسط للوزن الابتدائي. والافتراضات الخاصة بتحليل التغيرات هي نفسها تلك الافتراضات الخاصة بكل من تحليل التباين وتحليل الانحدار والتي سبق الإشارة إليهما.

ويمكن فصل المتوسطات عن بعضها بالطرق سابقة الشرح ولكن مع اعتبار أن نكل مقارنة سوف يكون لها خطأ قياسي مختلف نتيجة لاختلاف متوسطها في المتغير X . فمثلا الخطأ القياسي للفرق بين المعاملتين أ ، ب هو الخطأ القياسي بين متوسطي لوزن النهائي بعد التعديل للوزن الابتدائي كالتالي:

$$\text{الوزن المعدل} = \bar{Y}_i - b_{yx}(\bar{X}_i - \bar{X})$$

$$\text{الوزن المعدل للمعاملة أ} = 33.03 - (2.04)(21.16 - 20.95) = 32.60 \text{ kg}$$

$$\text{الوزن المعدل للمعاملة ب} = 27.23 - (2.04)(20.05 - 20.95) = 29.07 \text{ kg}$$

$$\text{الوزن المعدل للمعاملة ج} = 26.00 - (2.04)(21.65 - 20.95) = 24.57 \text{ kg}$$

والفروق بين هذه القيم هي فروق خالية من أثر الوزن الابتدائي.

وتباين الفرق بين الوزنين المعدلين للمعاملتين أ ، ب يساوي

$$= \sqrt{\sigma_e^2 \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{\sum x^2} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2 \right]}$$

$$= \sqrt{7.706 \left[\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{285.299} (21.16 - 20.05)^2 \right]} = \sqrt{1.962} = 1.4$$

وهكذا لبقية الفروق وعلى أساس هذه القيم تقاس معنوية الفروق أما بدتكن أو توكى أو خلافة.

وفي هذا المثال اعتبر أن هناك معامل ارتداد b_{yx} واحد يمثل القيم في المعاملات الثلاثة، ولكن يمكن افتراض أن هناك ثلاث معاملات ارتداد مختلفة واحدة لكل معاملة وتكملة التحليل على هذا النحو.

مثال ١٥-١٥

حل مثال ١٥-١٤ باستخدام برنامج SAS

```
DATA ANLCOV1;
INPUT TRT $ X Y @@;
CARDS;
A 24.5 38.5 A 22.5 33.4 A 25.5 38 A 18.4 32.3 A 16.9 24.4
A 19.1 28 A 23.2 42.5 A 19.2 27.1 B 25.6 40.5 B 16.5 19.1
B 18.5 22.3 B 16.4 20 B 20.4 25.1 B 27.4 42.2 B 14.4 15.1
B 21.2 33.6 C 22.6 29.9 C 25.8 38 C 24.5 29 C 21.9 24.8
C 18.9 19.2 C 20.8 21.7 C 22.8 28.4 C 15.9 17
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL X = TRT/SS3;
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL Y = TRT/SS3;
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL Y = X TRT/SOLUTION;
RUN;
```

لاحظ:

استخدمت طريقة PROC GLM للحصول على ثلاثة تحليلات منفصلة لكل من X بمفردها في نموذج، Y بمفردها في نموذج ثم Y مع وضع X كتغاير. وفي الحالة الأخيرة لا توضع X في الـ CLASS ويوضع مع النموذج اختيار SOLUTION للحصول على تحليل التباين وتقدير معامل الانحدار. كما يلاحظ طريقة وضع الثلاثة نماذج حيث أنه لا يمكن استخدام PROC GLM إلا مرة واحدة فقط لكل نموذج.

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
TRT	3	A B C

Number of observations 24

Dependent Variable: X

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	10.7608333	5.3804167	0.40	0.6779
Error	21	285.2987500	13.5856548		
Corrected Total	23	296.0595833			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	X Mean
0.036347	17.59016	3.685872	20.95417

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT	2	10.76083333	5.38041667	0.40	0.6779

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	225.005833	112.502917	1.77	0.1951
Error	21	1336.173750	63.627321		
Corrected Total	23	1561.179583			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.144126	27.74093	7.976674	28.75417

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT	2	225.0058333	112.5029167	1.77	0.1951

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	1407.060161	469.020054	60.86	<.0001
Error	20	154.119423	7.705971		
Corrected Total	23	1561.179583			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.901280	9.654125	2.775963	28.75417

الباب الخامس عشر

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	1149.932120	1149.932120	149.23	<.0001
TRT	2	257.128041	128.564021	16.68	<.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	1182.054327	1182.054327	153.39	<.0001
TRT	2	257.128041	128.564021	16.68	<.0001

Parameter	Estimate	Standard		t Value	Pr > t
		Error			
Intercept	-18.06833933 B	3.69100615		-4.90	<.0001
X	2.03548911	0.16434775		12.39	<.0001
TRT A	8.01730094 B	1.39029203		5.77	<.0001
TRT B	4.49428258 B	1.41267082		3.18	0.0047
TRT C	0.00000000 B

NOTE: The X'X matrix has been found to be singular, and a generalized inverse was used to solve the normal equations. Terms whose estimates are followed by the letter 'B' are not uniquely estimable.

لاحظ أن النموذج الأول أعطى تحليل التباين للمتغير X والنموذج الثاني أعطى تحليل التباين للمتغير Y وكلا النموذجين لم يأخذا في الاعتبار العلاقة بين المتغيرين. أما النموذج الثالث فقد أخذ في الاعتبار العلاقة بين المتغيرين وأعطى نوعين من مجموع المربعات، الأول هو SS Type I (1149.932) والذي يمثل التباين الكلي الراجع إلى اعتماد Y على X أي $[(\sum xy)^2 / \sum x^2]$. أما الثاني فهو SS Type III (1182.06) والذي يمثل التباين الراجع إلى اعتماد Y على X داخل المعاملات. الخطأ الناتج من النموذج الثالث (154.119) يمثل بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد، بمعنى أنه مصحح للتغاير، وله 20 درجة حرية. ومجموع المربعات الناتج من النموذج الثالث لبيان المعاملات يمثل مجموع المربعات بين المعاملات بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد.

مثال ١٥-١٦

التالي يمثل الوزن بالكيلوجرام والعمر باليوم لعجول وعجلات من سلالتى أبقار الهيرفورد و السانتاجيرتروودس. المطلوب مقارنة أوزان العجول والعجلات وكل من السلالتين عند أعمار ثابتة (هذا المثال يمثل تحليل التغاير فى حالة تصميم القطاعات العشوائية أو التقسيم ثنائى الاتجاه).

المجموع		عجلات		عجول		
		الوزن	العمر	الوزن	العمر	
Y	X	Y	X	Y	X	
الهيرفورد						
		352	359	373	375	
		330	380	355	369	
		348	365	355	367	
		350	379	366	357	
		289	356	310	353	
3428	3660	1669	1839	1759	1821	المجموع
السنتاجيرترودس						
		340	354	332	355	
		293	331	362	338	
		268	318	311	314	
		300	308	340	310	
		315	335	316	309	
3177	3272	1516	1646	1661	1626	المجموع
6605	6932	3185	3485	3420	3447	الكلى

أولاً: تحليل العمر (X)

مجموع المربعات الكلية

$$= (375)^2 + (369)^2 + \dots + (335)^2 - \frac{(6932)^2}{20} = 11320.8$$

مجموع المربعات بين الجنسين

$$= \frac{(3447)^2 + (3485)^2}{10} - \frac{(6932)^2}{20} = 72.2$$

مجموع المربعات بين السلالتين

$$= \frac{(3660)^2 + (3272)^2}{10} - \frac{(6932)^2}{20} = 7527.2$$

مجموع مربعات التداخل بين السلالة والجنس

$$= \frac{(1821)^2 + (1839)^2 + (1626)^2 + (1646)^2}{5}$$

$$- \frac{(6932)^2}{20} - 72.2 - 7527.2 = 7599.6 - 7599.4 = 0.2$$

$$= 11320.8 - 72.2 - 7527.2 - 0.2 = 3721.2$$

مجموع مربعات الخطأ

ثانياً: تحليل الوزن (Y)

مجموع المربعات الكلية

$$= (373)^2 + (355)^2 + \dots + (315)^2 - \frac{(6605)^2}{20} = 15805.75$$

مجموع المربعات بين الجنسين

$$= \frac{(3420)^2 + (3185)^2}{10} - \frac{(6605)^2}{20} = 2761.25$$

مجموع المربعات بين السلالتين

$$= \frac{(3428)^2 + (3177)^2}{10} - \frac{(6605)^2}{20} = 3150.05$$

مجموع مربعات التداخل بين السلالة والجنس

$$= \frac{(1759)^2 + (1669)^2 + (1661)^2 + (1516)^2}{5}$$

$$- \frac{(6605)^2}{20} - 2761.25 - 3150.05 = 6062.55 - 5911.3 = 151.25$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15805.75 - 2761.25 - 3150.05 - 151.25 = 9743.20$$

ثالثاً: تحليل تباين X مع Y

مجموع حواصل الضرب الكلية

$$= (375)(373) + (369)(355) + \dots + (335)(315) - \frac{(6932)(6605)}{20} = 7682.0$$

مجموع حواصل الضرب بين الجنسين

$$= \frac{(3447)(3420) - (3485)(3185)}{10} - \frac{(6932)(6605)}{20} = -446.5$$

مجموع حواصل الضرب بين السلالتين

$$= \frac{(3660)(3428) - (3272)(3177)}{10} - \frac{(6932)(6605)}{20} = 4869.4$$

مجموع حواصل الضرب للتداخل بين الجنس والسلالة

$$= \frac{(1821)(1759) + (1839)(1669) + (1626)(1661) + (1646)(1516)}{5} - \frac{(6932)(6605)}{20} - (-446.5) - 4869.4 = -5.5$$

$$= 7682 - (-446.5) - (4869.4) - (-5.5) = 3264.6 \quad \text{الخطأ}$$

ويمكن تلخيص النتائج كما في جدول ١٥-١٥.

والتالي يبين كيفية الحصول على مجموع المربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء
الراجع إلى الاعتماد:

جدول ١٥-١٥ تحليل نتائج واختبارات المعنوية لتجربة الفرق بين جنس وسلالة أبقار اللحم (مثال ١٥-١٦)

SOV	df	مجموع المربعات أو حاصل الضرب		المتبقى في تباين Y بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد			
		X	Y	XY	df	SS	MS
بين الجنسين	1	72.2	2761.25	-446.5			
بين السلالتين	1	7527.2	3150.05	4869.4			
الجنس x السلالة	1	0.2	151.25	-5.5			
الخطأ	16	3721.2	9743.20	3264.6	15	6879.17	
الكل	19	11320.8	15805.75	7682.0			
لاختبار الجنسين	17	3793.4	12504.45	2818.1	16	10410.90	
فرق الجنسين معدل للعمر					1	3531.73	3531.73
لاختبار السلالتين	17	11248.4	12893.25	8134.0	16	7011.35	
فرق السلالتين معدل للعمر					1	132.18	132.18
لاختبار التداخل بين الجنس والسلالة	17	3721.4	9894.45	3259.1	16	7040.22	
فرق التداخل معدلة للعمر					1	161.05	161.05

مجموع المربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد للخطأ

$$= 9743.2 - \frac{(3264.6)^2}{3721.2} = 6879.17$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار بين الجنسين

$$= 12504.45 - \frac{(2818.1)^2}{3793.4} = 10410.90$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار بين السلالتين

$$= 12893.25 - \frac{(8134)^2}{11248.4} = 7011.30$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار التداخل بين الجنس والسلالة

$$= 9894.45 - \frac{(3259.1)^2}{3721.4} = 7040.22$$

أما مجموع المربعات للفروق المعدلة للعمر يتحصل عليها كما يلي:

للجنسين

$$= 10410.90 - 6879.17 = 3531.73$$

للسلالتين

$$= 7011.35 - 6879.17 = 132.18$$

للتداخل

$$= 7040.22 - 6879.17 = 161.05$$

وتحسب F لكل مصدر تباين يراد اختباره بقسمة متوسط مربعات هذا المصدر معدلاً للعمر على متوسط الخطأ معدل للعمر أيضاً.

لاختبار معنوية الجنسين تكون قيمة $F = \frac{3531.73}{458.61} = 7.70$ ، وللسلاتين هي $\frac{132.18}{458.61} = 0.29$ والتداخل بينهما هي $\frac{161.05}{458.61} = 0.35$

وواضح أن تلك التابعة للجنسين هي المعنوية فقط.

وإذا أريد حساب معامل ارتداد الوزن على العمر:

$$b_{yx} = \frac{3264.6}{3721.2} = 0.88 \text{ kg/day}$$

ومعامل الارتباط

$$r = 0.54$$

ويمكن تلخيص النتائج كما في جدول ١٥-١٧.

وبنفس الطريقة يمكن تطبيق تحليل التغيرات على التصميمات الأكثر تعقيداً.

مثال ١٥-١٧

حل مثال ١٥-١٦ باستخدام برنامج SAS

```
DATA ANLCOV2;
INPUT BREED $ SEX $ X Y @@;
CARDS;
H M 375 373 H M 369 355 H M 367 355 H M 357 366
H M 353 310 H F 359 352 H F 380 330 H F 365 348
H F 379 350 H F 356 289 S M 355 332 S M 338 362
S M 314 311 S M 310 340 S M 309 316 S F 354 340
S F 331 293 S F 318 268 S F 308 300 S F 335 315
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL X = SEX BREED SEX*BREED/SS3;
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL Y = SEX BREED SEX*BREED/SS3;
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL Y = X SEX BREED SEX*BREED/SOLUTION;
RUN;
```

نتائج التحليل

The GLM Procedure
 Class Level Information
 Class Levels Values
 SEX 2 F M
 BREED 2 H S

Number of observations 20

Dependent Variable: X

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	7599.60000	2533.20000	10.89	0.0004
Error	16	3721.20000	232.57500		
Corrected Total	19	11320.80000			

R-Square Coeff Var Root MSE X Mean
 0.671295 4.400003 15.25041 346.6000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEX	1	72.200000	72.200000	0.31	0.5851
BREED	1	7527.200000	7527.200000	32.36	<.0001
SEX*BREED	1	0.200000	0.200000	0.00	0.9770

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	6062.55000	2020.85000	3.32	0.0467
Error	16	9743.20000	608.95000		
Corrected Total	19	15805.75000			

R-Square Coeff Var Root MSE Y Mean
 0.383566 7.472191 24.67691 330.2500

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEX	1	2761.250000	2761.250000	4.53	0.0491
BREED	1	3150.050000	3150.050000	5.17	0.0371
SEX*BREED	1	151.250000	151.250000	0.25	0.6250

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	4	8926.57589	2231.64397	4.87	0.0102
Error	15	6879.17411	458.61161		
Corrected Total	19	15805.75000			

R-Square 0.564768 Coeff Var 6.484548 Root MSE 21.41522 Y Mean 330.2500

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	5212.805102	5212.805102	11.37	0.0042
SEX	1	3422.288065	3422.288065	7.46	0.0154
BREED	1	130.437179	130.437179	0.28	0.6016
SEX*BREED	1	161.045549	161.045549	0.35	0.5623

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	2864.025895	2864.025895	6.24	0.0246
SEX	1	3531.721930	3531.721930	7.70	0.0142
BREED	1	132.176603	132.176603	0.29	0.5992
SEX*BREED	1	161.045549	161.045549	0.35	0.5623

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	46.90280555 B	114.5656308	0.41	0.6880
X	0.87729765	0.3510597	2.50	0.0246
SEX F	-32.50919058 B	13.6167738	-2.39	0.0306
SEX M	0.00000000 B	.	.	.
BREED H	-14.61460819 B	19.2586901	-0.76	0.4597
BREED S	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED F H	11.35091906 B	19.1548689	0.59	0.5623
SEX*BREED F S	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED M H	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED M S	0.00000000 B	.	.	.

NOTE: The XX matrix has been found to be singular, and a generalized inverse was used to solve the normal equations. Terms whose estimates are followed by the letter 'B' are not uniquely estimable.

تمارين الباب الخامس عشر

١-١٥ أخذت مجموعة من 4 كباش من كل مربى من أربعة من مربى أغنام الصوف وقيس وزن الجزء بالكيلوجرام ووجد كما يلي:

3.4	4.6	4.1	4.3	المربى الأول
4.5	4.0	8.5	5.0	المربى الثاني
6.5	5.0	5.0	4.7	المربى الثالث
4.8	5.6	6.0	4.0	المربى الرابع

أ- أكتب النموذج الإحصائي الذي يمثل التباينات في هذه البيانات.

ب- أجر تحليل التباين واختبر ما إذا كان وزن الجزء يختلف من مربى لآخر.

ج- أجر اختبار LSD ، HSD ودنكن على المتوسطات.

٢-١٥ أجريت تجربة على أثر ٣ معاملات في قطاعين على وزن العجول بالكيلوجرام عند عمر 100 يوماً، وكانت النتائج كما يلي:

القطاع الأول	القطاع الثاني	
87.3	81.2	المعاملة ١
79.1	92.3	
75.4	79.1	
89.1	84.5	
69.5	72.8	المعاملة ٢
69.1	80.4	
75.9	73.6	
73.2	86.4	
74.1	74.5	المعاملة ٣
57.3	75.5	
65.9	65.4	
71.8	68.6	

أ- أكتب النموذج الإحصائي الذي يصف هذه البيانات وحل التباين طبقاً للنموذج الإحصائي. ما نوع التصميم؟

ب- اختبر الفروض الإحصائية المختلفة.

ج- أجر اختبارات LSD ، HSD ودنكن على متوسطات المعاملات.

د- قسم مجموع المربعات بين المعاملات إلى مجموع المربعات بين المعاملة الأولى ومتوسط المعاملتين الثانية والثالثة - واختبر لمعنوية الفروق.

١٥-٣ البيانات التالية تمثل أوزان جزات الصفوف بالكيلوجرام في أغنام الرامبوية التي عوملت بأربع معاملات مختلفة في أربع مزارع (الصفوف) وأربع طرق رعاية مختلفة (الأعمدة) حيث تدل الحروف على المعاملات المختلفة.

	رعاية ١	رعاية ٢	رعاية ٣	رعاية ٤
مزرعة ١	أ 3.4	د 4.1	ج 4.3	ب 4.1
	3.5	4.6	3.4	3.8
مزرعة ٢	ب 4.4	أ 2.7	د 4.2	ج 3.8
	3.7	2.7	5.3	4.1
مزرعة ٣	ج 3.2	ب 4.8	أ 3.5	د 4.3
	3.8	3.8	3.3	4.6
مزرعة ٤	د 3.9	ج 3.4	ب 4.0	أ 3.3
	3.7	4.3	4.2	3.8

أ- اكتب النموذج الإحصائي وحل التباين لمصادرة المختلفة واختبر معنوية الفروض الإحصائية المناسبة. ما نوع التصميم؟

ب- إذا كانت المعاملات هي أربعة مستويات مختلفة من الإضافات بالعليقة أ: 5، ب: 20، ج: 10، د: 15 مجم/كج عليقة. قسم مجموع المربعات بين المعاملات إلى خطي وتربيعي وتكعيبي ثم اختبر معنوية كل منها. قدر

معامل الارتداد الخطى للزيادة في الوزن على الإضافة بالعليقة مع حساب خطأ القياس.

٥-١٤ يراد مقارنة أوزان طلائق من سلالتى السانتاجيرتيرودس والهيرفورد ولكن وجد أن هناك فروق في أعمار هذه الطلائق كيف تجرى هذه المقارنة مع التصحيح لفروق العمر من البيانات التالية:

سانتاجيرتيرودس					
474	473	413	484	412	446
453	491	448	501	488	537
هيرفورد					
448	396	416	488	468	432
390	354	382	393	353	354

قدر معامل ارتداد الوزن على العمر من جدول تحليل التباين واحسب متوسط وزن كل سلالة معدلا للعمر.

٥-١٥ البيانات التالية تمثل درجات 12 طالب تم توزيعهم عشوائياً بالتساوى على كل من مقررین دراسيين A ، B على مدى اختبارات دورية خلال الفصل الدراسي علماً بأن الست طلاب هم أنفسهم الذين تعددت عليهم الاختبارات. المطلوب اختبار هل هناك فرق في الدرجات التى تحصل عليها الطلاب من مقرر إلى آخر؟ هل درجات الطلاب تتغير طبقاً لعدد الاختبارات التى يتعرض لها الطالب.

الاختبار الأول	الاختبار الثانى	الاختبار الثالث	
42	99	100	الطالب ١
25	100	71	الطالب ٢
42	55	95	الطالب ٣
66	82	83	الطالب ٤
39	68	47	الطالب ٥
33	67	83	الطالب ٦

المقرر الأول
A

الاختبار الأول	الاختبار الثاني	الاختبار الثالث	
98	55	100	الطالب ٧
60	56	91	الطالب ٨
13	52	30	الطالب ٩
42	17	57	الطالب ١٠
43	89	32	الطالب ١١
56	61	100	الطالب ١٢

المقرر الثاني
B

١٥-٦ التالي هي أوزان بالكيلوجرام وأعمار باليوم لعجول وعجلات تتبع ثلاث سلالات مختلفة من الأبقار في معاملتين. والمطلوب اختبار فرق الأوزان بين العجول والعجلات وبين السلالات معدلة للعمر مع حساب معامل ارتداد الوزن على العمر واختبارات فروض العدم الخاصة بالجنس والسلالة والتداخل بينهما.

معاملة ٢		معاملة ١		
الوزن	العمر	الوزن	العمر	
375	486	352	451	براهما
343	430	326	471	
368	475	285	438	
377	471	328	459	
537	446	368	478	سانتاجيرتيرودس
488	412	352	460	
501	484	345	485	
448	413	315	480	
553	484	493	474	شارولية
474	457	403	410	
480	467	407	484	
536	448	470	448	