الفصل الخامس عشر

اختيار العينات وتحليلها

SELECTION AND ANALYSIS OF SAMPLES

يقدم هذا الفصل بعض طرق اختيار العينات وكيفية تحليل ما ينجم عنها من بيانات لتقدير خواص المجتمعات التى أخذت منها .

ولقد ذكرنا فى مستهل هذا الكتاب أن المجتمع الإحصائى هو مجموعة من الأشياء أو الأحداث التى تكون موضع اهتمامنا فى وقت ما من حيث متغير ما أو عدة متغيرات ، وأشرنا إلى أن دراسة مجتمع ما تقتضى أن يكون هذا المجتمع معرفا تعريفا واضحا خاصة فيما يتعلق بالمتغيرات التى ندرسها وطريقة قياسها وفى تحديد الوحدات التى يتكون منها المجتمع . ونظرا لأنه من الصعب بل قد يكون من المستحيل دراسة المجتمع بكامله فإن هذه الدراسة تقوم فى أغلب الحالات من خلال عينات تختار بحسب خطط معينة تتفق مع طبيعة المجتمع والهدف من دراسته .

والعينة لا تكون ذات قيمة إلا بالقدر الذى تمكننا به من إصدار أحكام عن الثوابت الإحصائية للمجتمع الذى أخذت منه ، ومن ثم كانت ضرورة العناية القصوى باختيار العينة التى تمثل المجتمع أفضل تمثيل ممكن وبحيث تتسم بصفات تسمح بتحقيق هذا الغرض .

(١٥ - ١) المعاينة العشوائية :

من المتطلبات الرئيسية لعملية الاستدلال الإحصائى أن تكون المعاينة من المجتمع عشوائية بمعنى أن تختار العينة بخطة تضمن عدم وجود تحيز من أى نوع قد يؤثر

فى اختيارها . ولا يغرب عن بالنا أننا حين نختار عينة عشوائية ما من حجم ما من مجتمع ما بخطة ما فإنما نكون قد اخترنا واحدة من العينات العديدة التى يمكن أن تختار بنفس الخطة وبنفس الحجم من هذا المجتمع . وإذا كانت ا هى التقدير الذى وجدناه فى إحدى العينات لأحد ثوابت المجتمع – كالوسط الحسابى – فإن ا تكون واحدة من القيم العديدة التى توجد فى العينات الأخرى والتى يمكن أن نقدر بها نفس الثابت . ولذلك نعتبر أن ا هى إحدى قيم متغير عشوائى يهمنا أن نعرف توزيع احتماله لأن هذا التوزيع هو الذى نرتكز عليه فى بناء اختبارات الدلالة وتحديد فترات الثقة وتقدير درجات الثقة فيما نصدره من قرارات عن المجتمع ، مما يدخل فى موضوع الاستدلال الاحصائى . ولقد سبق الإشارة إلى ذلك فى أكثر من مناسبة .

(١٥ – ٢) المعاينة الاحتمالية PROBABILITY SAMPLING

المعاينة الاحتمالية مصطلح عام يطلق على خطط المعاينة العشوائية التى تختار فيها العينة بحيث يكون لكل وحدة من وحدات المجتمع **احتمال معروف** للدخول فيها وبحيث تتفق طريقة الاختيار مع هذه الاحتمالات .

إن معرفة هذه الاحتمالات هى التى تتيح لنا استخدام قواعد ونظريات الاحتمال لاستنباط توزيعات الاحتمال اللازمة لعملية الاستدلال الإحصائى .

أما إذا كانت المعاينة غير عشوائية أو كانت احتمالات بعض أو كل وحدات المجتمع للدخول فى العينة لا يمكن تحديده فإن العينة تكون حينئذ غير احتمالية . وفى هذه الحال لا نستطيع استخدام الاختبارات الإحصائية أو القيام بعملية الاستدلال الاحصائى بالطرق التى مرت بنا فى الفصول السابقة . ومع ذلك لا يجوز التقليل من أهمية مثل هذه العينات التى يمكن الإفادة منها بطرق أخرى .

وهناك عدة خطط للمعاينة الاحتمالية ، نتناول منها هنا الخطط الأكثر شيوعا فى مختلف الميادين التطبيقية وهى : المعاينة العشوائية البسيطة – المعاينة الطبقية –

المعاينة متعددة المراحل – المعاينة المنتظمة – المعاينة المساحية . وتتوقف الخطة التى نختارها لدراسة مجتمع ما على طبيعة هذا المجتمع من ناحية وعلى نوع الاستنتاجات التى نريد أن نخرج بها عنه من ناحية أخرى . على أن المعيار الرئيسى الذى يجب أن نضعه نصب أعيننا فى هذا الاختيار هو الحصول على أكبر قدر ممكن من الدقة فى الحكم على المجتمع بأقل مجهود ممكن وبأقل تكلفة .

وينبغى أن تُعد خطة المعاينة بالكامل قبل القيام بالتجربة والتجميع الفعلى للبيانات وبحيث تتضمن قاعدتين : قاعدة لطريقة سحب العينة من المجتمع ، وقاعدة لتقدير ثوابت المجتمع من البيانات التى نحصل عليها من العينة مع تقدير مدى الدقة فى هذه التقديرات .

سنفترض هنا لتسهيل الدراسة أن المجتمعات منتهية وإن كان أغلب المجتمعات ذات أعداد غير منتهية من الوحدات ، وسنهتم بصفة خاصة بتقدير ثابتين هما (١) الوسط الحسابى μ لمجتمع ذى متغير كمى ، (٢) النسبة ح لمجتمع ذى متغير نوعى ذى حدين ، ويتبع كل من هذين التقديرين تقدير المجموع الكلى لقيم المتغير فى المجتمع مع العناية بتقدير مدى الثقة فى كل من هذه التقديرات .

(١٥ – ٣) العينة العشوائية البسيطة SIMPLE RANDOM SAMPLE

إن هذا النوع من العينات هو أهم أنواع العينات الاحتمالية وأبسطها ويتخذ أساسا لبناء كثير من خطط المعاينات الأخرى ، ولقد سبق أن قدمنا العينة العشوائية البسيطة بالبند (١ – ٢) حيث عرّفناها بأنها تلك العينة التى تؤخذ من المجتمع بحيث يكون لكل وحدة من وحداته احتمال **متساوى** للدخول فى العينة ؛ وبحيث يكون دخول أى وحدة فى العينة **مستقلا** عن الوحدات الأخرى التى قد تدخل فيها . ويمكن إثبات أن طريقة المعاينة العشوائية البسيطة للعينات التى من حجم ن نعطى لكل مجموعة من ن من وحدات المجتمع نفس الفرصة لتكوين عينة .

نأخذ هذه الصفة كتعريف آخر للعينة العشوائية البسيطة

إن تعريف العينة العشوائية البسيطة يتضمن أن يكون اختيار العينة متروكا للصدفة وحدها . ولهذا فإن هذه العينة تكون مناسبة إذا كان المجتمع الذى نسحب منه متجانسا من حيث المتغير الذى نتناوله . وإذا كان المجتمع ذا حدين فإن المعاينة العشوائية البسيطة تكون مناسبة إذا كانت النسبة ح – وهى احتمال وقوع أى وحدة من وحدات المجتمع فى أحد قسمى المجتمع – واقعة بين ٢٠٪ و٨٠٪ .

ولا نحتاج فى هذه المرحلة لأى أسس جديدة فى تناول العينات العشوائية البسيطة فقد كانت هى التى نتناولها طوال دراستنا فى الفصول السابقة . على أنه من المهم أن نتذكر دائما أنه إذا أخذت عينة عشوائية بسيطة من مجتمع متوسطه μ وتباينه δ^2 فإن توزيع المعاينة للأوساط الحسابية للعينات التى من الحجم ں يكون متوسطه $\mu_{\bar{س}} = \mu$ وتباينه $\sigma^2_{\bar{س}} = \frac{\sigma^2}{ں}$ راجع البند (٦ – ٢) – وإذا كان المجتمع معتدلا فإن توزيع المعاينة هذا يكون معتدلا : مع $(\mu ، \frac{\sigma}{\sqrt{ں}})$ ، وإذا لم يكن المجتمع معتدلا وكان حجم العينة كبيرا فإن توزيع المعاينة يقترب من هذا التوزيع المعتدل كلما زاد حجم العينة – راجع البند (٦ – ٣) . وهذه الحقيقة تيسر لنا التوصل إلى الاستنتاجات التى تتعلق بمتوسطات المجتمعات ومجاميعها .

(١٥ – ٣ – ١) تقدير الوسط الحسابى والمجموع :

اعتبر مجتمعا حجمه ۃ ومتوسطه μ وتباينه σ^2 . إن المجموع الكلى لوحدات هذا المجتمع هو مـ = ۃ μ . نريد تقدير كل من μ ، مـ من عينة عشوائية بسيطة $س_1$ ، $س_2$ ، . . . ، $س_ں$ حجمها ں مأخوذة من هذا المجتمع . نعلم ما يلى :

(أولا) إذا كان متوسط العينة $\bar{س}$ حيث $\bar{س} = \frac{1}{ں} \sum_{1}^{ں} س_ر$

فإن هذا المتوسط هو تقدير غير متحيز للمتوسط μ للمجتمع . وبالتالى فإن

$$م = ۃ \, \bar{س} \qquad (١)$$

هو تقدير غير متحيز للمجموع مـ للمجتمع .

(ثانيا) إذا كان تباين العينة $ع^2$ حيث $ع^2 = \frac{1}{ن - 1} \sum_{1}^{ن} (س_ر - \bar{س})^2$

فإن $ع^2 \left(1 - \frac{ن}{ه}\right)$ يكون تقديرا غير متحيز للتباين σ^2 للمجتمع ، ومن هذا نستطيع اثبات أن $\frac{ع^2}{ن}\left(1 - \frac{ن}{ه}\right)$ ، $\frac{ه^2 ع^2}{ن}\left(1 - \frac{ن}{ه}\right)$ هما على الترتيب تقديران غير متحيزين للتباين لتوزيع المعاينة للمتوسطات وتوزيع المعاينة للمجاميع للعينات ذوات الحجم ن .

ويقدر الخطأ المعيارى للمتوسطات بالمقدار $ع_{\bar{س}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}} \sqrt{1 - \frac{ن}{ه}}$ (٢)

كما يقدر الخطأ المعيارى للمجاميع بالمقدار $ع_{م} = \frac{ه\, ع}{\sqrt{ن}} \sqrt{1 - \frac{ن}{ه}}$ (٣)

وهذان التقديران متحيزان تحيزا قليلا ولكننا نتجاوز عن ذلك فى معظم التطبيقات .

يلاحظ أنه إذا كان هناك تقدير غير متحيز لتباين توزيع ما فإن جذره التربيعى ليس من الضرورى أن يكون تقديرا غير متحيز للانحراف المعيارى للتوزيع .)

ويعرف العامل $\sqrt{1 - \frac{ن}{ه}}$ أو مربعه بأنه عامل التصحيح للمجتمعات المنتهية Finite population correction factor ويمكن إهماله إذا كانت النسبة $\frac{ن}{ه}$ (وهى نسبة حجم العينة إلى حجم المجتمع) تقل عن حوالى ١٠٪ لأن عامل التصحيح يكون فى هذه الحال قريبا من الواحد الصحيح . ويلاحظ من (٢) و(٣) أن كلا من الخطأين المعيارين $ع_{\bar{س}}$ ، $ع_{م}$ يساوى صفرا إذا كان ن = ه وهذا ما يجب أن يكون لأننا فى هذه الحال نكون قد استخدمنا جميع وحدات المجتمع ولا مجال للحديث عن توزيعات المعاينة أو الأخطاء المعيارية .

مثال (١٥ – ١) :

جمعت توقيعات على التماس ما فى ٦٧٦ بطاقة ، وكانت كل بطاقة قد أعدت لتكفى ٤٢ توقيعا، غير أن بعض البطاقات اشتملت على عدد من التوقيعات يقل

عن ٤٢ . أخذت عينة عشوائية بسيطة من ٥٠ بطاقة (أى بواقع حوالى ٧,٤٪) وحسب عدد التوقيعات بكل منها ووضعت النتيجة فى التوزيع التكرارى المبين بالجدول (١٥ - ١) .

الجدول (١٥ - ١)

عدد التوقيعات $س_ر$	التكرار $ك_ر$	عدد التوقيعات $س_ر$	التكرار $ك_ر$
٤٢	٢٣	١٤	١
٤١	٤	١١	١
٣٦	١	١٠	١
٣٢	١	٩	١
٢٩	١	٧	١
٢٧	٢	٦	٣
٢٣	١	٥	٢
١٩	١	٤	[illegible]
١٦	٢	٣	[illegible]
١٥	٢		
			٥٠

مج ك س = ١٤٧١ ، مج ك س² = ٥٤٤٩٧

(أولا) أوجد تقديراً للعدد الكلى للتوقيعات على هذا الالتماس .

(ثانيا) أوجد فترة ثقة [illegible] للعدد الكلى للتوقيعات .

الحل :

حجم المجتمع هـ = ٦٧٦ بطاقة ، حجم العينة ن = ٥٠ بطاقة

(أولا) $\bar{\text{س}} = \frac{١}{\text{ن}} \text{مجـ ك س} = \frac{١}{٥٠} \times ١٤٧١ = ٢٩,٤٢$

وهذا هو الوسط الحسابى لعدد التوقيعات فى العينة .

من (١) ، نقدر العدد الكلى للتوقيعات بالمقدار

$\text{ت} = \text{هـ}\ \bar{\text{س}} = ٦٧٦ \times ٢٩,٤٢ = ١٩٨٨٨$ توقيعا .

، ثانيا) لإيجاد فترة الثقة المطلوبة نحتاج إلى إيجاد الخطأ المعيارى للمجاميع وهذا بدوره يحتاج إلى إيجاد تباين العينة $\text{ع}^٢$ كالآتى .

$$\text{ع}^٢ = \frac{١}{\text{ن} - ١}\left[\text{مجـ ك س}^٢ - \frac{(\text{مجـ ك س})^٢}{\text{ن}}\right]$$

$$= \frac{١}{٤٩}\left(٥٤٤٩٧ - \frac{(١٤٧١)^٢}{٥٠}\right) = ٢٢٨,٩٨$$

$$\therefore \text{ع} = ١٥,١٣$$

من (٣) ، $\text{ع}_{\text{ت}} = \frac{\text{هـ ع}}{\sqrt{\text{ن}}} \sqrt{١ - \frac{\text{ن}}{\text{هـ}}} = \frac{٦٧٦ \times ١٥,١٣}{\sqrt{٥٠}} \sqrt{١ - \frac{٥٠}{٦٧٦}}$

$$= ١٣٩١,٤٨$$

بالرغم من أن التوزيع الأصلى لعدد التوقيعات يبدو بعيدا عن الاعتدال إلا أننا نستطيع أن نعتبر أن توزيع المعاينة للمتوسطات ، وبالتالى للمجاميع ، هو توزيع معتدل على وجه التقريب لأن حجم العينة كبيرا (ن = ٥٠) . ومن جدول المساحات أسفل المنحنى المعتدل المعيارى نجد أن القيمتين الحرجتين اللتين يقع بينهما ٨٠٪ من التوزيع هما ± ١,٢٨ . وكما فى البند (٦ - ٦ - ٢) أو البند (٦ - ١٠ - أولا) نجد ما يلى :

الحد الأدنى لمجموع التوقيعات = ١٩٨٨٨ - ١٣٩١,٤٨ × ١,٢٨ = ١٨١٠٧

الحد الأعلى لمجموع التوقيعات = ١٩٨٨٨ + ١٣٩١,٤٨ × ١,٢٨ = ٢١٦٦٩

وإذن الفترة (١٨١٠٧ ، ٢١٦٦٩) هى فترة ثقة بدرجة ٨٠٪ لعدد التوقيعات على الالتماس .

(أظهر العد الكلى لجميع البطاقات أن عدد التوقيعات ٢١٠٤٥)

(١٥ - ٣ - ٢) تقدير النسبة ح ومجموع الوحدات :

فى المجتمع ذى الحدين تكون كل وحدة من وحدات المجتمع منتمية إلى واحد من اثنين من الأقسام ا ، اَ وينصب اهتمامنا على تقدير الدليل ح وهو نسبة الوحدات التى تقع فى أحد القسمين وليكن القسم ا وعلى تقدير المجموع الكلى للوحدات فى هذا القسم .

نفرض أننا أخذنا من هذا المجتمع عينة عشوائية بسيطة حجمها ن . نذكر أنه فى توزيع ذى الحدين للعينات التى من الحجم ن يكون للمتغير س وسط حسابى ن ح وتباين ن ح (١ - ح) كما يكون لنسبة هذا المتغير وسط حسابى ح وتباين $\frac{\text{ح (١ - ح)}}{\text{ن}}$ وعلى ذلك فإن تناول هذه الحالة يمكن أن يتخذ نفس طريقة تناول المجتمع "كمى مع وضع ح بدلا من μ ، ح (١ - ح) بدلا من σ^2 .

وينتج ما يلى :

(أولا) النسبة $ر = \frac{س}{ن}$ (٤)

وهى نسبة عدد وحدات العينة التى تنتمى إلى القسم ا إلى العدد الكلى للوحدات فى العينة ، هى تقدير غير متحيز للنسبة ح .

كما أن العدد $م = ه ر$ (٥)

هو تقدير غير متحيز لمجموع الوحدات الواقعة فى القسم ا فى المجتمع .

(ثانيا) المقدار $ع_ر = \sqrt{\frac{ر(١ - ر)}{ن}} \sqrt{١ - \frac{ن}{ه}}$ (٦)

هو تقدير للخطأ المعيارى للنسبة ر

والمقدار $ع_م = ه ع_ر$ (٧)

هو تقدير للخطأ المعيارى لمجموع الوحدات فى القسم ا

والصيغ (٥) ، (٦) ، (٧) هى نفس الصيغ (١) ، (٢) ، (٣) بعد وضع ر بدلا من $\bar{س}$ ووضع ر (١ - ر) بدلا من $ع^٢$.

مثال (١٥ - ٢) :

فى قائمة من ٣٠٤٢ اسما وعنوانا سحبت عينة عشوائية بسيطة من ٢٠٠ اسم فظهر فيها أن هناك خطأ فى ٣٨ عنوانا . قدر العدد الكلى للعناوين التى تحتاج إلى تصحيح وأوجد الخطأ المعيارى لهذا التقدير .

الحل :

حجم المجتمع ه = ٣٠٤٢ شخصا وحجم العينة ن = ٢٠٠ شخصا

$ر = \frac{٣٨}{٢٠٠} = ٠,١٩$ (نسبة العناوين الخاطئة فى العينة)

من (٥) ، نقدر المجموع الكلى للعناوين الخاطئة بالمقدار

$م = ه ر = ٣٠٤٢ \times ٠,١٩ = ٥٧٨$ عنوانا خاطئاً .

من (٧) ، الخطأ المعيارى لهذا المجموع هو :

$$ع_م = ٣٠٤٢ \sqrt{\frac{٠,١٩ \times ٠,٨١}{٢٠٠}} = ٨٤,٣٨$$

وقد أهملنا عامل التصحيح لأن $\frac{ن}{هـ} = \frac{٢٠٠}{٣٠٤٢} = ٦,٥٧٪$ وهى نسبة صغيرة .

(١٥ - ٣ - ٣) حجم العينة :

كما سبق القول مرارا ، كلما كبر حجم العينة كلما زادت ثقتنا فيما نستخلصه من نتائج . ولذلك ينبغى أن نحرص على ألا يكون حجم العينة صغيرا بدرجة تكون معها دقة تقديراتنا أقل مما يجب . غير أنه ينبغى فى الوقت نفسه أن نتجنب أن يكون حجم العينة كبيرا بدرجة تثقل كاهلنا بالجهد والتكاليف . وبالتالى فإن الخطوة الأولى فى عملية التجريب هى تحديد الحجم المناسب للعينة . وفى هذا الصدد نحيل القارىء إلى البند (٦ - ١٠) وبصفة خاصة إلى الصيغة (٢٣) التى تعطينا الحد الأعلى لحجم العينة عندما تكون المعاينة من مجتمع معتدل ، وهى :

$$ن = \left(\frac{\sigma \; مع_{\frac{\alpha}{٢}}}{خ}\right)^٢ \qquad (٨)$$

والصيغتين (٢٦) ، (٢٧) فى حالة المعاينة من مجتمع ذى حدين وهما :

$$ن = ح ك \left(\frac{مع_{\frac{\alpha}{٢}}}{خ}\right)^٢ \qquad \text{حيث } ك = ١ - ح \qquad (٩)$$

$$، ن = \frac{١}{٤} \left(\frac{مع_{\frac{\alpha}{٢}}}{خ}\right)^٢ \qquad (١٠)$$

فى كثير من الأحيان يعرف الباحث أو يكون لديه ما يدعو إلى الشك فى أن المجتمع غير متجانس من حيث المتغير الذى يدرسه ، بل ينقسم إلى عدد من القطاعات تختلف الاستجابات فيها بين كل قطاع وآخر بينما تتجانس داخل كل قطاع على حدة . وإذا كان الأمر كذلك نقول إن المجتمع مقسم إلى طبقات أو شرائح تحددها تركيبة المجتمع ، وهذه الطبقات قد تكون بحسب الجنس أو العمر أو الجنسية أو المستوى الثقافى أو درجة الإصابة بمرض ما . فى هذه الحال لا تكون العينة العشوائية البسيطة صالحة لتمثيل المجتمع ، بل تكون خطة المعاينة المناسبة هى تلك المسماة بالمعاينة العشوائية الطبقية البسيطة ، أو اختصارا بالمعاينة الطبقية . وتتلخص هذه الخطة فى تحديد طبقات المجتمع بحيث لا تتداخل طبقة مع أخرى ثم أخذ عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة بحيث تكون المعاينة مستقلة من طبقة إلى أخرى . وتتألف العينة المطلوبة من مجموع هذه العينات الجزئية .

وتبدأ الخطة بتحديد الحجم الكلى للعينة أو النسبة التى يرى أخذها من الحجم الكلى للمجتمع ، ثم تحديد أحجام العينات الجزئية مع الأخذ فى الاعتبار أحجام الطبقات والتباين داخل كل طبقة ، أو أى عوامل أخرى تؤثر فى تركيب المجتمع .

مثال (١٥ - ٣) :

نفرض أن لدينا مجتمعا حجمه ٤٠٠٠ وأن الإمكانات لا تسمح إلا بفحص عينة حجمها ٦٠ أى بنسبة $\frac{٦٠}{٤٠٠٠}$ = ٠,٠١٥ من حجم المجتمع . ونفرض أننا نعرف أن المجتمع مقسم إلى ثلاث طبقات أحجامها ٢٠٠٠ ، ١٢٠٠ ، ٨٠٠ . نظرا لاختلاف أحجام الطبقات فإن العينة تكون أقدر تمثيلا للمجتمع إذا أتحنا للطبقة ذات الحجم الأكبر أن تسهم بقدر أكبر فى العينة ، وللطبقة ذات الحجم الأصغر أن تسهم بقدر أقل . ولتحقيق هذه العدالة نستخدم الطريقة الآتية .

طريقة التقسيم المتناسب

PROPORTIONAL ALLOCATION METHOD

تنص هذه الطريقة على أن نأخذ من كل طبقة عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة . فإذا رمزنا لحجم المجتمع بالرمز $ه$ وللحجم الكلى للعينة بالرمز $ن$ وكان المجتمع مقسما إلى $ك$ من الطبقات أُحجامها $ه_{١}$ ، $ه_{٢}$ ، ... ، $ه_{ك}$ (مجموعها $ه$) فإننا نأخذ من هذه الطبقات عينات أحجامها $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ ، ... ، $ن_{ك}$ (مجموعها $ن$) بحيث

$$\frac{ن_{١}}{ه_{١}} = \frac{ن_{٢}}{ه_{٢}} = ... = \frac{ن_{ك}}{ه_{ك}}$$

مع ملاحظة أن كلا من هذه النسب يساوى $\frac{ن}{ه}$ وهو فى هذا المثال يساوى ٠,٠١٥ . ومن السهل أن نرى أن الحجم $ن_{ى}$ الذى يؤخذ من الطبقة $ى$ يكون على الصورة

$$ن_{ى} = \frac{ن}{ه} \times ه_{ى} \text{ ، } \quad ى = ١ ، ٢ ، ... ، ك \qquad (١١)$$

ففى المثال (١٥ - ٣) تكون أحجام العينات الجزئية كما يلى - انظر الجدول (١٥ - ٢) :

$$ن_{١} = ٠,٠١٥ \times ٢٠٠٠ = ٣٠$$

$$\text{،} \; ن_{٢} = ٠,٠١٥ \times ١٢٠٠ = ١٨$$

$$\text{،} \; ن_{٣} = ٠,٠١٥ \times ٨٠٠ = ١٢$$

الجدول (١٥ - ٢)

أحجام العينات بطريقة التقسيم المتناسب

الطبقة	حجم الطبقة هـو	حجم العينة نو
(١)	٢٠٠٠	٣٠
(٢)	١٢٠٠	١٨
(٣)	٨٠٠	١٢
المجموع	٤٠٠٠	٦٠

الجدول (١٥-٣)

أحجام العينات بطريقة التقسيم الأمثل

الطبقة	حجم الطبقة هـو	الانحراف المعيارى σو	حجم العينة نو
(١)	٢٠٠٠	٤	٣١
(٢)	١٢٠٠	٣	١٤
(٣)	٨٠٠	٥	١٥
المجموع	٤٠٠٠		٦٠

إن المعاينة بطريقة التقسيم المتناسب تأخذ فى الاعتبار الفروق بين أحجام الطبقات ولا تأخذ فى الاعتبار الفروق بين التباينات داخل هذه الطبقات بل تعتبر أن هذه التباينات متساوية . وإذا كانت التباينات تختلف من طبقة لأخرى فمن الأفضل أن نأخذ عينات أكبر حجما من الطبقات الأكثر تشتتا وعينات أصغر حجما من الطبقات الأقل تشتتا ، ولتحقيق ذلك نستخدم الطريقة الآتية .

طريقة التقسيم الأمثل OPTIMUM ALLOCATION METHOD

تنص هذه الطريقة على أن نأخذ من كل طبقة عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع كل من حجم الطبقة وانحرافها المعيارى ، فإذا كان $\sigma_{١}$ ، $\sigma_{٢}$ ، ... ، $\sigma_{\text{ك}}$ ترمز إلى الانحرافات المعيارية للطبقات فإن الأحجام التى تؤخذ من هذه الطبقات تكون بحيث :

$$\frac{\text{ن}_{١}}{\text{هـ}_{١}\,\sigma_{١}} = \frac{\text{ن}_{٢}}{\text{هـ}_{٢}\,\sigma_{٢}} = \dots = \frac{\text{ن}_{\text{ك}}}{\text{هـ}_{\text{ك}}\,\sigma_{\text{ك}}}$$

ويمكن اثبات أن هذه المتساويات تؤدى إلى أن يكون الحجم $\text{ن}_{\text{و}}$ الذى يؤخذ من الطبقة و على الصورة الآتية :

$$\text{ن}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}}{\text{هـ}_{١}\,\sigma_{١} + \text{هـ}_{٢}\,\sigma_{٢} + \dots + \text{هـ}_{\text{ك}}\,\sigma_{\text{ك}}} \times \text{هـ}_{\text{و}}\,\sigma_{\text{و}} \quad : \quad \text{و} = ١ ، ٢ ، \dots ، \text{ك}$$

$$= \frac{\text{ن}}{\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ك}} \text{هـ}_{\text{ر}}\,\sigma_{\text{ر}}} \times \text{هـ}_{\text{و}}\,\sigma_{\text{و}} \qquad (١٢)$$

ويلاحظ أنه إذا كانت الانحرافات المعيارية للطبقات متساوية جميعها فإن الصغية (١٢) تؤول بالضبط إلى الصيغة (١١) .

وفى المثال إذا كان $\sigma_1 = 4$ ، $\sigma_2 = 3$ ، $\sigma_3 = 5$ فإن أحجام العينات الجزئية تحسب كما يلى : انظر الجدول (١٥ – ٣) .

$$\text{مجـ } ﻫ_ر \sigma_ر = ٢٠٠٠ \times ٤ + ١٢٠٠ \times ٣ + ٨٠٠ \times ٥ = ١٥٦٠٠$$

$$\therefore \ ن_1 = \frac{٦٠}{١٥٦٠٠} \times ٢٠٠٠ \times ٤ = ٣١$$

$$،\ ن_2 = \frac{٦٠}{١٥٦٠٠} \times ١٢٠٠ \times ٣ = ١٤$$

$$،\ ن_3 = \frac{٦٠}{١٥٦٠٠} \times ٨٠٠ \times ٥ = ١٥$$

هذا مع ملاحظة أنه عند التعويض فى أى من الصيغتين (١١) أو (١٢) نأخذ أقرب عدد صحيح للقيمة التى تنتج من هذا التعويض . وفى الصيغة (١٢) إذا كانت الانحرافات المعيارية للطبقات غير معروفة فينبغى تقديرها من عينات سابقة .

تقدير البارامترات :

بعد تحديد أحجام العينات سواء بطريقة التقسيم المتناسب أو التقسيم الأمثل نقوم بسحب العينات من الطبقات بحسب هذه الأحجام ثم نجرى ما نريد من قياسات كقياس الطول أو الوزن ... على وحدات هذه العينات لنحصل على مجموعة من القيم لكل عينة . من هذه القيم نحسب متوسطات العينات $\bar{س}_1$ ، $\bar{س}_2$ ، ... ، $\bar{س}_ك$ وانحرافاتها المعيارية $ع_1$ ، $ع_2$ ، .... ، $ع_ك$ وذلك لاستخدامها فيما يلى :

(أولا) تقدير متوسطات الطبقات :

نظرا لأن العينات المسحوبة هى عينات عشوائية بسيطة فإن متوسط الطبقة ومجموعها والخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة تقدر بنفس الصيغ المبينة بالبند (١٥ – ٣ – ١) السابق .

(ثانيا) تقدير متوسط المجتمع والخطأ المعيارى .

(أ) تقدير الوسط الحسابى

يقدر الوسط الحسابى μ للمجتمع تقديرا غير متحيز بالمقدار $\bar{\text{س}}$ حيث

$$\bar{\text{س}} = \frac{1}{\text{ﻫ}} (\text{ﻫ}_1 \bar{\text{س}}_1 + \text{ﻫ}_2 \bar{\text{س}}_2 + \dots + \text{ﻫ}_\text{ك} \bar{\text{س}}_\text{ك})$$

$$= \frac{1}{\text{ﻫ}} \sum_{1}^{\text{ك}} \text{ﻫ}_\text{و} \bar{\text{س}}_\text{و} \qquad (13)$$

مع ملاحظة أن متوسطات العينات $\bar{\text{س}}_\text{و}$ قد رجحت بأحجام الطبقات وليس بأحجام العينات .

وحين تكون المعاينة بطريقة التقسيم المتناسب فإن $\frac{\text{ﻫ}_\text{و}}{\text{ﻫ}} = \frac{\text{ن}_\text{و}}{\text{ن}}$

وذلك من الصيغة (١١) وفى هذه الحالة تؤول الصيغة (١٣) إلى الصيغة الآتية :

$$\bar{\text{س}} = \frac{1}{\text{ن}} \sum_{1}^{\text{ك}} \text{ن}_\text{و} \bar{\text{س}}_\text{و} \qquad (14)$$

أى أن الوسط الحسابى μ للمجتمع يقدر فى هذه الحالة بواسطة الوسط الحسابى للمشاهدات فى العينة الكلية التى تنتج من ضم العينات الجزئية معا .

وفى كلتا الحالتين يقدر المجموع الكلى للمجتمع بالمقدار .

$$\text{م} = \text{ﻫ}\ \bar{\text{س}} \qquad (15)$$

(ب) تقدير الخطأ المعيارى .

من الصيغة (١٣) يمكن إثبات أن التباين $\sigma^2_{\bar{\text{س}}}$ لتوزيع المعاينة للوسط الحسابى يقدر بدلالة تباينات العينات $\text{ع}^2_\text{و}$ بالمقدار $\text{ع}^2_\text{خ}$ حيث

$$\text{ع}^2_\text{خ} = \sum \text{و}^2_\text{و} \times \frac{\text{ع}^2_\text{و}}{\text{ن}_\text{و}} \left(1 - \frac{\text{ن}_\text{و}}{\text{ﻫ}_\text{و}}\right) \qquad (16)$$

وحيث $\text{و}_{\text{ن}} = \frac{\text{هـ}_{\text{ن}}}{\text{هـ}}$ = نسبة حجم الطبقة ن إلى الحجم الكلى للمجتمع .

أما الخطأ المعيارى للمتوسطات فيقدر بالجذر التربيعى لهذا المقدار .

وإذا كانت المعاينة الطبقية بالتقسيم المتناسب للأحجام فإن عوامل التصحيح تكون واحدة لجميع الطبقات وكل منها يساوى $1 - \frac{\text{ن}}{\text{هـ}}$ كما أن

$$\text{ن}_{\text{ن}} = \frac{\text{هـ}_{\text{ن}}}{\text{هـ}} \times \text{ن}$$

وبالتعويض بهذا المقدار فى (١٦) تؤول إلى الصيغة الآتية

$$\text{ع}^2_{\text{خ}} = \frac{1}{\text{ن}\ \text{هـ}} \left(1 - \frac{\text{ن}}{\text{هـ}}\right) \text{مجـ}\ \text{هـ}_{\text{ن}}\ \text{ع}^2_{\text{ن}} \qquad (17)$$

وإذا أمكن أن نعتبر أن تباينات الطبقات $\text{ع}^2_{\text{ن}}$ متساوية وكل منها يساوى $\text{ع}^2_{\text{د}}$ فإن الصيغة (١٧) لحالة التقسيم المتناسب تؤول إلى الصيغة البسيطة الآتية :

$$\text{ع}^2_{\text{خ}} = \frac{\text{ع}^2_{\text{د}}}{\text{ن}} \left(1 - \frac{\text{ن}}{\text{هـ}}\right) \qquad (18)$$

والجذر التربيعى لهذه الصيغة هو بالضبط الصيغة (٢) لتقدير الخطأ المعيارى فى حالة المعاينة العشوائية البسيطة من مجتمع منتهى فيما عدا أن التباين المشترك $\text{ع}^2_{\text{د}}$ يحسب هنا من داخل العينات الجزئية كالآتى :

$$\text{ع}^2_{\text{د}} = \frac{1}{\text{ن} - \text{ك}} \left[(\text{ن}_1 - 1)\ \text{ع}^2_1 + (\text{ن}_2 - 1)\text{ع}^2_2 + \dots + (\text{ن}_{\text{ك}} - 1)\text{ع}^2_{\text{ك}}\right] \qquad (19)$$

وفى جميع الحالات تقدر تباينات المجاميع من تباينات المتوسطات بالضرب فى مربع حجم المجتمع وهو هـ^2 .

مثال (١٥ - ٤) :

فى المثال (١٥ - ٣) إذا كانت أحجام العينات قد حسبت بطريقة التقسيم المتناسب ، وعلى فرض تساوى تباينات الطبقات ، فاوجد فترة ثقة بدرجة ٩٥٪ لمتوسط المجتمع علما بأن الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية للعينات كالآتى :

$\bar{س}_١ = ٧$ ، $\bar{س}_٢ = ١٠$ ، $\bar{س}_٣ = ١٣$ ، $ع_١ = ٣$ ، $ع_٢ = ٢,٥$ ، $ع_٣ = ٤$.

الحل :

من الجدول (١٥ - ٢) والصيغة (١٤) نجد أن

$$\bar{س} = \frac{١}{ن} \text{مج}\ ن_و \bar{س}_و$$

$$= \frac{١}{٦٠} (٣٠ \times ٧ + ١٨ \times ١٠ + ١٢ \times ١٣) = ٩,١$$

من الصيغة (١٩) نقدر التباين المشترك للطبقات كالآتى :

$$ع^٢_د = \frac{١}{٦٠ - ٣} (٢٩ \times ٩ + ١٧ \times ٦,٢٥ + ١١ \times ١٦) = ٩,٥٣$$

$$\therefore ع_د = ٣,٠٩$$

من الصيغة (١٨) نقدر الخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة للأوساط الحسابية كالآتى مع ملاحظة أن عامل التصحيح قريب من الواحد ويمكن اهماله :

$$ع_خ = \frac{ع_د}{\sqrt{ن}} = \frac{٣,٠٩}{\sqrt{٦٠}} = ٠,٤٠$$

ولما كان حجم العينة كبيرا (ن = ٦٠) يمكن أن نعتبر أن توزيع المعاينة معتدلا ويكون حدا الثقة بدرجة ٩٥٪ لمتوسط المجتمع على الصورة الآتية :

$$\bar{س} \pm ع_{خ} \times ١,٩٦$$

∴ الحد الأدنى للفترة = ٩,١ − ٠,٤٠ × ١,٩٦ = ٨,٣٢

والحد الأعلى للفترة = ٩,١ + ٠,٤٠ × ١,٩٦ = ٩,٨٨

وبذلك تكون الفترة (٨,٣٢ ، ٩,٨٨) هى فترة ثقة بدرجة ٩٥٪ لمتوسط المجتمع .

مثال (١٥ − ٥) :

فى المثال (١٥ − ١) إذا كانت أحجام العينات قد حسبت بطريقة التقسيم الأمثل فاوجد فترة ثقة بدرجة ٩٩٪ لمتوسط المجتمع علما بأن الأوساط الحسابية للعينات هى $\bar{س}_{١}$ = ٨ ، $\bar{س}_{٢}$ = ١٢ ، $\bar{س}_{٣}$ = ١٣ وأن الانحرافات المعيارية للطبقات هى كما جاءت بالجدول (١٥ − ٣) : $\sigma_{١}$ = ٤ ، $\sigma_{٢}$ = ٣ ، $\sigma_{٣}$ = ٥ .

الحل :

من الجدول (١٥ − ٣) والصيغة (١٣) نجد أن

$$\bar{س} = \frac{١}{ن} \sum ن_{ﻫ} \bar{س}_{ﻫ}$$

$$= \frac{١}{٤٠٠٠} (٢٠٠٠ \times ٨ + ١٢٠٠ \times ١٢ + ٨٠٠ \times ١٣) = ١٠,٢$$

من الصيغة (١٦) نقدر الخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة للأوساط الحسابية كالآتى ، مع إهمال عوامل التصحيح لقرب كل منها من الواحد الصحيح .

لدينا : $و_{١}^{٢} = (\frac{٢٠٠٠}{٤٠٠٠})^{٢} = ٠,٢٥$ ، $و_{٢}^{٢} = (\frac{١٢٠٠}{٤٠٠٠})^{٢} = ٠,٠٩$

، $و_م^٢ = \left(\frac{٨٠٠}{٤٠٠٠}\right)^٢ = ٠,٠٤$

$$\therefore\ ع_خ^٢ = \frac{٠,٢٥ \times ١٦}{٣١} + \frac{٠,٠٩ \times ٩}{١٤} + \frac{٠,٠٤ \times ٢٥}{١٥} = ٠,٢٥٤$$

$$\therefore\ ع_خ = ٠,٥٠$$

ويكون حدا الثقة بدرجة ٩٩٪ لمتوسط المجتمع على الصورة

$$\bar{س} \pm ع_خ \times ٢,٥٨$$

وبالتعويض فى هذه الصيغة نجد أن الفترة (٨,٩١ ، ١١,٤٩) هى فترة ثقة بدرجة ٩٩٪ لمتوسط المجتمع .

مثال (١٥ - ٦) :

حسب تعداد السكان فى سنة ما فى ٦٤ مدينة من مدن إحدى الدول . وقد قسمت هذه المدن إلى طبقتين تتألف الأولى من المدن الأكبر حجما وعددها ١٦ مدينة وتتألف الثانية من الـ ٤٨ مدينة الباقية ، ولخصت البيانات فى الجدول الآتى .

الجدول (١٥ - ٤)

الطبقة	الحجم $هـ_ر$	مجـ $س_ر$	مجـ $س_ر^٢$
(١)	١٦	١٠٠٧٠	٧١٤٥٥٤٠
(٢)	٤٨	٩٤٩٨	٢١٤١٧٢٠

إذا قُدر المجموع الكلي للسكان فى تلك السنة من عينة من ٢٤ مدينة فأوجد الخطأ المعيارى لهذا التقدير

(أولا) إذا كانت العينة عشوائية بسيطة ،

(ثانيا) إذا كانت العينة طبقية ذات تقسيم متناسب ،

(ثالثا) إذا كانت العينة طبقية وأخذت ١٢ مدينة من كل طبقة .

الحل :

من البيانات المعطاة نستطيع أن نحسب تباين المجتمع وتباينات الطبقات ولا حاجة لنا إذن لتقدير هذه التباينات من العينة .

(أولا) إذا كانت العينة عشوائية بسيطة فإنها تكون قد أخذت من المجتمع ككل بصرف النظر عن الطبقات . ويكون لدينا ما يلى :

حجم المجتمع هـ = ٦٤ مدينة ، حجم العينة ن = ٢٤ مدينة

$\text{مجـ س} = ١٠٠٧٠ + ٩٤٩٨ = ١٩٥٦٨$ ألف نسمة (مجموع السكان)

$\text{مجـ س}^{٢} = ٧١٤٥٥٤٠ + ٢١٤١٧٢٠ = ٩٢٨٧١٧٠$

$$\therefore \text{تباين المجتمع} = \sigma^{٢} = \frac{١}{٦٤}\left[٩٢٨٧١٧٠ - \frac{(١٩٥٦٨)^{٢}}{٦٤}\right] = ٥١٦٢٨,٩٧$$

$$\therefore \sigma = ٢٢٧,٢٢$$

$$\text{من الصيغة (٣)} : \text{ع}_{\text{م}} = \frac{\text{هـ}\,\sigma}{\sqrt{\text{ن}}}\sqrt{١ - \frac{\text{ن}}{\text{هـ}}} = \frac{٦٤ \times ٢٢٧,٢٢}{\sqrt{٢٤}}\sqrt{١ - \frac{٢٤}{٦٤}}$$

$= ٢٣٤٦,٧٢$ (الخطأ المعيارى لمجموع السكان)

(ثانيا) إذا كانت المعاينة طبقية وبالتقسيم المتناسب فإن حجمى العينتين يكونان كالآتى :

$$ن_١ = \frac{ن}{هـ} \times هـ_١ = \frac{٢٤}{٦٤} \times ١٦ = ٦ \text{ ، } ن_٢ = \frac{٢٤}{٦٤} \times ٤٨ = ١٨$$

تباين الطبقة الأولى $ع^٢_١ = \frac{١}{١٦} \left[٧١٤٥٤٥٠ - \frac{(١٠٠٧٠)^٢}{١٦} \right] = ٥٠٤٧٧,٧٤$

تباين الطبقة الثانية $ع^٢_٢ = \frac{١}{٤٨} \left[٢١٤١٧٢٠ - \frac{(٩٤٩٨)^٢}{٤٨} \right] = ٥٤٦٤,٦٥$

نلاحظ أن تباين الطبقة الأولى حوالى عشرة أمثال تباين الطبقة الثانية ولذلك لا نستطيع اعتبارهما متساويين .

بضرب الصيغة (١٧) فى مربع حجم المجتمع ينتج أن تباين مجموع المجتمع هو

$$ع^٢_خ = \frac{٦٤^٢}{٢٤ \times ٦٤} \left(١ - \frac{٢٤}{٦٤}\right) [١٦ \times ٥٠٤٧٧,٧٤ + ٤٨ \times ٥٤٦٤,٦٥]$$

$$= \frac{٤٠}{٢٤} \times ١٠٦٩٩٤٧ = ١٧٨٣٢٤٥$$

$$\therefore ع_خ = ١٣٣٥,٣٨$$

(ثالثا) إذا كانت المعاينة طبقية وأخذنا $ن_١ = ن_٢ = ١٢$ نستخدم الصيغة العامة (١٦) بعد ضربها فى مربع حجم العينة مع ملاحظة ما يلى :

$$و_١ = \frac{١٦}{٦٤} \text{ ، } و_٢ = \frac{٤٨}{٦٤} \text{ ، } ن_١ = ١٢ \text{ ، } ن_٢ = ١٢$$

$$\text{، } \left(١ - \frac{١٢}{١٦}\right) = \frac{٤}{١٦} \text{ ، } ١ - \frac{١٢}{٤٨} = \frac{٣٦}{٤٨}$$

$$ع^٢_خ = \frac{٦٤^٢}{١٢} \left[\frac{١٦^٢}{٦٤^٢} \times ٥٠٤٧٧,٧٤ \times \frac{٤}{١٦} + \frac{٤٨^٢}{٦٤^٢} \times ٥٤٦٤,٦٥ \times \frac{٣٦}{٤٨} \right].$$

$$= \frac{١}{١٢} \left(١٦ \times ٥٠٤٧٧,٧٤ \times ٤ + ٤٨ \times ٥٤٦٤,٦٥ \times ٣٦\right)$$

$$= ١٠٥٦١١٢٤,١$$

$$\therefore \; \text{ع}_{\text{خ}} = ١٠٢٧,٦٨$$

فى هذا المثال ، بمقارنة الأخطاء المعيارية وهى ٢٣٤٦,٧٢ ، ١٣٣٥,٣٨ ، ١٠٢٧,٦٨ نجد أن أخذ حجمين متساويين للعينتين كان أكثر دقة من طريقة التقسيم المتناسب وكلاهما أدق كثيرا من طريقة المعاينة العشوائية البسيطة .

المعاينة الطبقية من مجتمع ذى حدين :

نستخدم نفس الصيغ التى قدمت فى حالة المعاينة الطبقية من مجتمعات كمية مع وضع النسب $\text{س}_{١}$ ، $\text{س}_{٢}$ ، .... ، $\text{س}_{\text{ك}}$ المحسوبة من العينات بدلا من المتوسطات الحسابية ووضع التباينات $\text{س}_{\text{و}} (١ - \text{س}_{\text{و}})$ بدلا من التباينات $\text{ع}^{٢}_{\text{و}}$. ففى تحديد حجوم العينات نستخدم نفس الصيغة (١١) وهى

$$\text{ن}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}}{\text{هـ}} \times \text{هـ}_{\text{و}} \qquad (٢٠)$$

فى حالة استخدام طريقة التقسيم المتناسب . أما فى حالة التقسيم الأمثل فنستخدم الصيغة (١٢) بعد وضعها كالآتى :

$$\text{ن}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}}{\text{مج}\; \text{هـ}_{\text{ر}} \sqrt{\text{ح}_{\text{ر}} (١ - \text{ح}_{\text{ر}})}} \times \text{هـ}_{\text{و}} \sqrt{\text{ح}_{\text{و}} (١ - \text{ح}_{\text{و}})} \qquad (٢١)$$

حيث $\text{ح}_{\text{و}}$ هو نسبة وقوع الحدث فى الطبقة و .

وفى تقدير النسبة ح وهى احتمال وقوع الحدث فى المجتمع نستخدم الصيغة (١٣) بعد وضعها فى الصورة الآتية :

$$\text{ر} = \frac{1}{\text{ه}} \sum_{1}^{\text{ك}} \text{ه}_{\text{و}} \, \text{ر}_{\text{و}} \qquad (٢٢)$$

وحين تكون المعاينة بطريقة التقسيم المتناسب تؤول هذه الصيغة إلى :

$$\text{ر} = \frac{1}{\text{ن}} \sum_{1}^{\text{ك}} \text{ن}_{\text{و}} \, \text{ر}_{\text{و}} \qquad (٢٣)$$

وهذا يعنى أننا فى هذه الحالة نقدر الاحتمال ح فى المجتمع بواسطة النسبة المشاهدة فى العينة الكلية التى تتألف من ضم جميع العينات الجزئية .

كذلك ، لتقدير الخطأ المعيارى $\sigma_{\text{ر}}$ لتوزيع المعاينة للنسبة ر نستخدم الصيغة (١٦) بعد وضعها كالآتى :

$$\text{ع}_{\text{ر}} = \sqrt{\sum_{1}^{\text{ك}} \text{و}_{\text{و}}^{2} \times \frac{\text{ر}_{\text{و}} (1 - \text{ر}_{\text{و}})}{\text{ن}_{\text{و}}} \left(1 - \frac{\text{ن}_{\text{و}}}{\text{ه}_{\text{و}}}\right)} \qquad (٢٤)$$

حيث $\text{و}_{\text{و}} = \text{ه}_{\text{و}} / \text{ه}$

وحين تكون المعاينة بطريقة التقسيم المتناسب وعلى فرض تساوى تباينات الطبقات نستخدم الصيغة (١٨) وهى

$$\text{ع}_{\text{ر}} = \frac{\text{ع}_{\text{د}}}{\sqrt{\text{ن}}} \sqrt{1 - \frac{\text{ن}}{\text{ه}}} \qquad (٢٥)$$

حيث $\text{ع}_{\text{د}}^{2} = \frac{1}{\text{ن} - \text{ك}} \sum (\text{ن}_{\text{و}} - 1) \, \text{ر}_{\text{و}} (1 - \text{ر}_{\text{و}}) \qquad (٢٦)$

هو تقدير للتباين المشترك للطبقات .

مثال (١٥ – ٧) :

كان عدد الأطفال فى إحدى المدن الكبرى ٤٣١٥٤٢ طفلا . وفى إحدى التجارب كان المطلوب تحديد فترة ثقة بدرجة ٩٥٪ لنسبة الإصابة بمرض ما بين هؤلاء الأطفال عن طريق عينة من ٤٥٠ طفلا أى بواقع $\frac{٤٥٠}{٤٣١٥٤٢}$ = ٠,٠٠١٤ تقريبا . وقد قسم المجتمع إلى ثلاث طبقات بحسب كثافة السكان ، إذ كان من المعتقد أن الإصابة بهذا المرض تختلف باختلاف هذه الكثافة . وقد وجد أن أعداد الأطفال فى هذه الطبقات ٢٢٠٣٨٦ ، ١٤٦٠٣١ ، ٦٥١٢٥ .

الحل :

نظرا لعدم وجود معلومات عن تباينات الإصابة بالمرض فى الطبقات فقد استخدم لتحديد أحجام العينات طريقة التقسيم المتناسب بحسب الصيغة (١١) وهى

$$ن_ى = \frac{ن}{هـ} \times هـ_ى .$$

$$\therefore ن_١ = \frac{٤٥٠}{٤٣١٥٤٢} \times ٢٢٠٣٨٦ = ٢٣٠ \text{ طفلا}$$

$$، ن_٢ = \frac{٤٥٠}{٤٣١٥٤٢} \times ١٤٦٠٣١ = ١٥٢ \text{ طفلا}$$

$$، ن_٣ = \frac{٤٥٠}{٤٣١٥٤٢} \times ٦٥١٢٥ = ٦٨ \text{ طفلا}$$

وقد اختيرت عينات عشوائية بسيطة من تلك الطبقات بحسب الأحجام الناتجة . وبفحص الأطفال وجد أن أعداد الأطفال المصابين بالمرض ونسبة هذه الإصابة فى العينات كما هو مبين بالعمودين الآخرين من الجدول (١٥ – ٥) الآتى :

الجدول (١٥ - ٥)

أعداد المصابين بالمرض ونسب هذه الإصابة

نوع الطبقة	حجم الطبقة هـو	حجم العينة نو	عدد المصابين فى العينة	نسبة الإصابة٪ رو
شديدة الازدحام	٢٢٠٣٨٦	٢٣٠	١٦٤	٧١,٣
متوسطة الازدحام	١٤٦٠٣١	١٥٢	٩٢	٦٠,٥
قليلة الازدحام	٦٥١٢٥	٦٨	١٨	٢٦,٥
المجموع	٤٣١٥٣٢	٤٥٠	٢٧٤	٦٠,٩

نظرا لأننا استخدمنا طريقة التقسيم المتناسب فإن نسبة الإصابة بالمرض فى مجتمع الأطفال تقدر بنسبة الإصابة فى العينة الكلية وهى

ر = ٦٠,٩٪

نظرا لافتراضنا أن التباينات متساوية فى الطبقات فإننا نقدر التباين المشترك بالصيغة (٢٦) كما يلى :

ع²د = (١ / ٤٤٧) (٢٢٩ × ٠,٧١٣ × ٠,٢٨٧ + ١٥١ × ٠,٦٠٥ × ٠,٣٩٥

+ ٦٧ × ٠,٢٦٥ × ٠,٧٣٥)

= ٠,٢١٤٨

∴ $ع_د = ٠,٤٦٣$

∴ الخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة للنسبة $ن$ للعينات التى من الحجم ٤٥٠ هو حسب الصيغة (٢٥) :

$$ع_{ن} = \frac{٠,٤٦٣}{\sqrt{٤٥٠}} = ٠,٠٢٢$$ (مع إهمال عامل التصحيح لقربه من الواحد)

فى عينة بالحجم ٤٥٠ يكون المتوسط النسبى موزعا توزيعا معتدلا على وجه التقريب وبالتالى يكون حدا الثقة بدرجة ٩٥٪ لمتوسط الاصابة بالمرض فى المجتمع هما $ن \pm ع_{ن} \times ١,٩٦$ أى $٠,٦٠٩ \pm ٠,٠٢٢ \times ١,٩٦$. وبحساب هاتين القيمتين نجد أن الفترة المطلوبة هى (٥٦,٦٪ ، ٦٥,٢٪) .

(١٥ – ٥) العينة المتعددة المراحل MULTISTAGE SAMPLE

(أو العينة العشية nested sample)

حين يكون المجتمع كبيرا نضطر أحيانا إلى اختيار العينة عن طريق سلسلة من المراحل . وكمثال لذلك نفرض أننا نريد اختيار عينة لتقدير عدد الحالات من المرضى الذين فحصوا بالأشعة فى أسبوع فى المستشفيات الحكومية بدولة ما . فى هذه الحال يصعب بل يستحيل تصميم خطة للمعاينة من المرضى مباشرة ، ولذلك نلجأ إلى المعاينة على مراحل كما يلى . نجرى حصرا بالمحافظات أو المناطق الجغرافية التى بها مستشفيات حكومية . تبدأ المعاينة باختيار عينة عشوائية بسيطة من هذه المناطق حجمها $ن_١$ منطقة ونسجل أسماء المستشفيات الحكومية بكل منها ، وهذه هى المرحلة الأولى . نأخذ من كل منطقة من المناطق السابق اختيارها عينة عشوائية بسيطة من المستشفيات حجمها $ن_٢$ من المستشفيات وهذه هى المرحلة الثانية وبذلك يكون لدينا $ن_١ \times ن_٢$ مستشفى . نأخذ من كل من هذه المستشفيات

عينة عشوائية بسيطة من المرضى الذين دخلوها أو كانوا مقيمين بها فى الأسبوع المحدد وليكن حجمها $ن_{٣}$ مريضا وهذه هى المرحلة الثالثة والأخيرة ، وبذلك نكون قد حصلنا على عينة إجمالية حجمها $ن_{١} \times ن_{٢} \times ن_{٣}$ من المرضى ، ونستطيع حينئذ أن نفحص ملفاتهم لمعرفة عدد الذين فحصوا بالأشعة .

وقد يكون من المناسب أحيانا استخدام التقسيم الطبقى فى واحدة أو أكثر من مراحل المعاينة إذا استدعى الأمر ذلك فتقسم المناطق الجغرافية مثلا إلى مدن كبيرة ومدن صغيرة وقرى ، أو تقسم المستشفيات بحسب التخصص ، أو يقسم المرضى بحسب الجنس .

وكمثال آخر ، نفرض أننا نريد تقدير متوسط طول فتلة القطن فى بالة كبيرة من القطن . نأخذ عدة حفنات من القطن عشوائيا من جوانب مختلفة من البالة وهذه مرحلة أولى . نأخذ كل حفنة من الحفنات التى اخترناها ونقسمها إلى جزءين نرمى أحدهما ونحتفظ بالآخر وهذه مرحلة ثانية . نكرر هذه العملية عدة مرات حتى نحصل على عدد مناسب من الفتلات لقياسها وحساب متوسط الطول فيها .

يلاحظ فى هذا المثال أن الوحدات المختارة فى كل مرحلة على هيئة « مجموعات » aggregates وليست على هيئة مفردات . فى مثل هذه الحالة توصف المعاينة بأنها معاينة **عنقودية** cluster sampling ومن أمثلتها أيضا سحب عينات من رمال أحد الشواطىء أو سحب عبوات من ماء مجرى نهر ، أو سحب فصول كاملة من عدد من المدارس .

ومن الحالات التى تستلزم المعاينة المتعددة المراحل تلك التى تحتاج إلى إجراء الاختبارات الكيميائية أو الفيزيائية أو البيولوجية التى يصعب إجراؤها إلا على أجزاء صغيرة من المادة المختبرة كما فى المثال (١٥ – ٨) الآتى .

التحليل الإحصائى :

يحتاج تحليل العينات متعددة المراحل إلى استخدام أسلوب تحليل التباين بالنموذج عشوائى التأثيرات – راجع البند (٨ – ١٤) – ولنرى ذلك نبدأ بتناول العينة ذات المرحلتين مستعينين بالمثال (٨ – ١٦) حيث كان اهتمامنا بتقدير نسبة الكلسيوم في أوراق اللفت الأخضر وكانت المعاينة على مرحلتين أولهما أخذ عينة **عشوائية** من أوراق النبات ، وتسمى وحدات هذه العينة بالوحدات الابتدائية primary sampling units ، وثانيهما أخذ عينة عشوائية من أجزاء كل ورقة وقياس نسبة الكلسيوم ، وتسمى وحدات هذه العينة بوحدات المرحلة الثانية second-stage units, or sub-units . ولقد اعتبرنا أن الوحدات الابتدائية هى عينة **عشوائية** من « المعالجات » وأن نسب الكلسيوم هى القيم الناتجة تحت تأثير هذه المعالجات . ومن ثم كان تحليلنا للبيانات عن طريق تحليل التباين بالنموذج عشوائى التأثيرات الذى يأخذ الصيغة الآتية :

$$س_{رو} = \mu + ا_ر + خ_{رو} \qquad (٢٧)$$

لقد قدمنا فى البند (٨ – ١٤) تفصيلا لهذا التحليل مدعما بالمثالين (٨ – ١٦) و(٨ – ١٧) وليس هناك ما يدعو لتكرار ذلك هنا .

نقوم الآن بتحليل عينة ذات ثلاث مراحل ونستعين فى ذلك بالمثال (١٥ – ٨) الآتى .

مثال (١٥ – ٨) :

اعتبر تجربة المثال (٨ – ١٦) عن محتوى الكلسيوم فى أوراق نبات اللفت الأخضر . وافرض أننا لم نبدأ باختيار عينة عشوائية من الأوراق بل بدأنا بعينة عشوائية من نبات اللفت ذاته حجمها ك =٤ نباتات (الوحدات الابتدائية) ثم أخذنا من كل نبات عينة عشوائية من ا = ٣ ورقات (وحدات المرحلة الثانية)

ثم أخذنا من كل ورقة عينة عشوائية من ب = ٢ من الأجزاء وزن كل منها ١٠٠ ملليجرام (وحدات المرحلة الثالثة) فحصلنا بذلك على ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ جزءا من أوراق النبات هى التى نقوم بقياس محتوى الكلسيوم فيها . نفرض أن القياسات جاءت كما فى الجدول (١٥ – ٦) الآتى .

الجدول (١٥ – ٦)

النسب المئوية للكالسيوم فى ب = ٢ جزءا من كل من ا = ٣ ورقة من كل من ك = ٤ نباتا

النبات	(١)			(٢)			(٣)			(٤)			
الأوراق	ا	ب	حـ	ا	ب	حـ	ا	ب	حـ	ا	ب	حـ	
نسبة الكالسيوم فى جزئى كل ورقة	٣,٢٨	٣,٥٢	٢,٨٨	٢,٤٦	١,٨٧	٢,١٩	٢,٧٧	٣,٧٤	٢,٥٥	٣,٧٨	٤,٠٧	٣,٣١	
	٣,٠٩	٣,٤٨	٢,٨٠	٢,٤٤	١,٩٢	٢,١٩	٢,٦٦	٣,٤٤	٢,٥٥	٣,٨٧	٤,١٢	٣,٣١	
المجموع للورقة	٦,٣٧	٧,٠٠	٥,٦٨	٤,٩٠	٣,٧٩	٤,٣٨	٥,٤٣	٧,١٨	٥,١٠	٧,٦٥	٨,١٩	٦,٦٢	
المجموع للنبات	١٩,٠٥			١٣,٠٧			١٧,٧١			٢٢,٤٦			٧٢,٢٩

(فى هذا المثال أخذنا عددا متساويا من الأوراق من كل نبات وكان من الممكن أى يختلف هذا العدد من نبات إلى آخر . وكذلك بالنسبة لعدد الأجزاء التى أخذت من كل ورقة .)

إذا كانت $\text{س}_{\text{روهـ}}$ ترمز إلى نسبة الكلسيوم فى الجزء ر من الورقة و من النبات هـ فإن النموذج الإحصائى للتحليل هو امتداد للنموذج (٢٣) :

$$\text{س}_{\text{روهـ}} = \mu + \text{أ}_{\text{و}} + \text{ب}_{\text{رو}} + \text{خ}_{\text{روهـ}} \qquad (٢٨)$$

(ر = ١ ، ٢ و و = ا ، ب ، حـ و هـ = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

حيث أ$_{ن}$ تشير إلى النباتات ، ب$_{ن و}$ تشير إلى الأوراق .
ولإمكانية التحليل الإحصائى سنفترض كالمعتاد أن

أ$_{ن}$: مع (٠ ، $\sigma_{أ}$) ، ب$_{ن و}$: مع (٠ ، $\sigma_{ب}$) ، خ$_{ن و هـ}$: مع (٠ ، σ) (٢٩)

فى تحليل التباين نفصل مجموع المربعات الكلى للقياسات (نسب محتوى الكلسيوم) إلى مصادر مستقلة للاختلاف . وفى هذا المثال نجد أن هذه المصادر هى : النباتات – أوراق نفس النبات – محتوى الكلسيوم بأجزاء نفس الورقة . ولايجاد الاختلافات فى هذه المصادر نحسب بالطريقة المعتادة كلا من م م (الكلى) ، م م (بين النباتات) ، م م (بين الأوراق) أما الاختلافان الباقيان فنحسبهما من هذه الاختلافات كالآتى :

(١) م م (بين أوراق نفس النبات) = م م (بين الأوراق) – م م (بين النباتات)

(٢) م م (بين القياسات على نفس الورقة) = م م (الكلى) – م م (بين الأوراق)

وفى المثال نجد من الجدول (١٥ – ٦) ما يلى .

$$\text{عامل التصحيح} = \frac{م^{2}}{ن} = \frac{٧٢,٢٩^{2}}{٢٤} = ٢١٧,٧٤٣٥$$

$$\text{م م (الكلى)} = ٣,٢٨^{2} + ٣,٠٩^{2} + \cdots + ٣,٣١^{2} + ٣,٣١^{2} \quad ٢١٧,٧٤٣٥$$

$$= ١٠,٢٧٠٤ \qquad \text{بدرجات حرية ن – ١ = ٢٣}$$

$$\text{م م (بين النباتات)} = \frac{١}{٦} (١٩,٠٥^{2} + ١٣,٠٧^{2} + ١٧,٧١^{2} + ٢٢,٤٦^{2}) - ٢١٧,٧٤٣٥$$

$$= ٧,٥٦٠٣ \qquad \text{بدرجات حرية ك – ١ = ٣}$$

م م (بين الأوراق) = $\frac{١}{٢}$(٦,٣٧^{٢} + ٧,٠٠^{٢} + ... + ٨,١٩^{٢} + ٦,٦٢^{٢})
-: ٢١٧,٧٤٣٥

= ١٠,١٩٠٥ بدرجات حرية ا ك − ١ = ١١

∴ م م (بين أوراق نفس النبات)= ١٠,١٩٠٥ − ٧,٥٦٠٣

= ٢,٦٣٠٢بدرجات حرية ا ك - ك = ٨

، م م(بين القياسات على نفس الورقة)= ١٠,٢٧٠٤ − ١٠,١٩٠٥

= ٠,٠٧٩٩ بدرجات حرية ىه − ا ك = ١٢

وينتج جدول التباين الآتى :

الجدول (١٥ - ٧)

مصدر التباين	م م	د ح	تقدير التباين	التباين المتوقع
بين النباتات	٧,٥٦٠٣	٣	ع^{٢} = ٢,٥٢٠١	$\sigma^{٢}$ + ب $\sigma^{٢}_{ب}$ + ا ب $\sigma^{٢}_{ا}$
بين الأوراق داخل النباتات	٢,٦٣٠٢	٨	ع$^{٢}_{ب}$ = ٠,٣٢٨٨	$\sigma^{٢}$ + ب $\sigma^{٢}_{ب}$
بين القياسات داخل الأوراق داخل النباتات	٠,٠٧٩٩	١٢	ع^{٢} = ٠,٠٠٦٧	
الكلى	١٠,٢٧٠٤	٢٣		

من العمود الأخير نلاحظ أن كل مركبة من مركبات التباين داخلة فى المركبة السابقة لها ، ولهذا يمكن بسهولة أن نرى ما يلى :

$ع^{٢}_{خ}$ هو تقدير غير متحيز للتباين σ^2 (٣٠)

$\frac{١}{ب}$ ($ع^{٢}_{ب}$ − $ع^{٢}_{خ}$) هو تقدير غير متحيز للتباين $\sigma^2_{ب}$ (٣١)

$\frac{١}{ا ب}$ ($ع^{٢}_{ا}$ − $ع^{٢}_{ب}$) هو تقدير غير متحيز للتباين $\sigma^2_{ا}$ (٣٢)

ففى هذا المثال نجد التقديرات الآتية :

(١) تقدير σ^2 = ٠,٠٠٦٧

(٢) تقدير $\sigma^2_{ب}$ = $\frac{١}{٢}$ (٠,٣٢٨٨ − ٠,٠٠٦٧) = ٠,١٦١١

(٣) تقدير $\sigma^2_{ا}$ = $\frac{١}{٦}$ (٢,٥٢٠١ − ٠,٣٢٨٨) = ٠,٣٦٥٢

كما نجد التقديرين الآتيين :

(٤) يقدر الوسط الحسابى μ للنسبة المئوية للكلسيوم فى المجتمع بالوسط الحسابى للعينة وهو :

$$\bar{س} = \frac{٧٢,٢٩}{٢٤} = ٣,٠١$$

(٥) يقدر الخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة للوسط الحسابى كالآتى :

$$\text{تقدير } \sigma^2_{\bar{س}} = \frac{ع^{٢}_{ا}}{ن} = \frac{\text{التباين بين النباتات (الوحدات الابتدائية)}}{\text{حجم العينة}} \qquad (٣٣)$$

$$= ٢,٥٢٠١ \div ٢٤ = ٠,١٠٥$$

ومن الجذر التربيعى لهذه القيمة نستطيع حساب فترات الثقة للوسط الحسابى لنسبة محتوى الكلسيوم فى المجتمع .

الاختبارات الإحصائية :

يهمنا هنا إجراء الاختبارين الآتيين :

(أولا) اختبار ما إذا كان محتوى الكلسيوم يختلف من نبات إلى آخر .

وهذا يعنى اختبار الفرض الصفرى $\sigma^2_{ا} = ٠$ – راجع البند (٨ – ١٤) . ومن الجدول (١٥ – ٧) نرى أنه إذا كان هذا الفرض صحيحا فإن $ع^2_{ا}$ ، $ع^2_{ب}$ يكونان تقديرين مستقلين لنفس التباين وإذن الاختبار المناسب لهذا الفرض هو اختبار ف بالصورة الآتية :

$$ف = \frac{ع^2_{ا}}{ع^2_{ب}} \qquad \text{بدرجتى حرية ك – ١ ، ا ك – ك} \qquad (٣٤)$$

$$\therefore \quad ف_{ى} = \frac{٢,٥٢٠١}{٠,٣٢٨٨} = ٧,٦٦^{**} \qquad \text{بدرجتى حرية ٣ ، ٨}$$

وهذه القيمة تزيد عن القيمة الحرجة $ف_{٠,٠١[٣ ، ٨]} = ٧,٥٩$ مما يدعونا إلى رفض الفرض الصفرى عند المستوى ٠,٠١ واستنتاج أن محتوى الكلسيوم لا يتساوى فى جميع النباتات .

(ثانيا) اختبار ما إذا كان محتوى الكلسيوم يختلف من ورقة إلى أخرى . وهذا يعنى اختبار الفرض الصفرى $\sigma^2_{ب} = ٠$ ومن الجدول (١٥ – ٧) نرى أنه إذا كان هذا الفرض صحيحا فإن $ع^2_{ب}$ ، $ع^2_{خ}$ يكونان تقديرين مستقلين للتباين σ^2 وإذن الاختبار المناسب هو :

$$ف = \frac{ع^2_{ب}}{ع^2_{خ}} \qquad \text{بدرجتى حرية ا ك – ك ، ں – ا ك} \qquad (٣٥)$$

$$\therefore \text{ف}_{ى} = \frac{٠,٣٢٨٨}{٠,٠٠٦٧} = ٤٩^{**}$$ بدرجتى حرية ٨ ، ١٢

وهذه القيمة تزيد كثيرا عن القيمة الحرجة $\text{ف}_{٠,٠١\ [٨ ، ١٢]}$ = ٤,٥٠ مما يجعلنا نرفض الفرض الصفرى عند مستوى عالى من الدلالة ونحكم بأن محتوى الكلسيوم لا يتساوى فى جميع الأوراق .

(١٥ - ٦) العينة المنتظمة SYSTEMATIC SAMPLE

تتخذ المعاينة المنتظمة الأسلوب المبين بالمثال الآتى . نفرض أن أحد الجيولوجيين مهتم بدراسة محتوى المعادن الثقيلة فى البطانة المعدنية mineral suit لمنطقة رملية بها ه = ١٠٠٠ طبقة بارزة من الصخور outrcops ممتدة فى صف على سطح الارض ، والمطلوب اختيار عينة حجمها ن = ٥٠ صخرة لتحليلها وفصل المعادن منها ، على أن تؤخذ وحداتها بحيث تكون موزعة توزيعا متعادلا على المنطقة . لتحقيق ذلك نرقم الصخور من ١ إلى ١٠٠٠ ثم نقسمها إلى ن = ٥٠ قسما بحيث يحتوى كل قسم على نفس العدد من الصخور أى على ك = ٢٠ صخرة (١٠٠٠ ÷ ٥٠ = ٢٠) . نختار عشوائيا عددا يقع بين ١ ، ٢٠ ليحدد رقم الصخرة التى تؤخذ من القسم الأول . فمثلا إذا كان العدد العشوائى ٣ يكون هذا العدد هو رقم الصخرة الأولى فى العينة ، ثم نأخذ بانتظام أعدادا يزيد كل منها عن سابقه بمقدار ٢٠ فتكون أرقام الصخور التى تدخل فى العينة هى ٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٦٣ ، ٨٣ ، ١٠٣ ، ... ، ٩٨٣ . أما إذا كان العدد العشوائى الذى اختير فى البداية هو ١٥ فإن أرقام الصخور تكون فى هذه الحالة ١٥ ، ٣٥ ، ٥٥ ، ٧٥ ، ٩٥ ، ١١٥ ، ... ، ٩٩٥ .

فى هذا المثال كان حجم المجتمع ه مضاعفا صحيحا لعدد الأقسام (ه = ن ك) ولذلك فإن أى عينة تختار بهذه الطريقة تأخذ نفس الحجم ن . أما ذا

كان ﻫ ≠ ن ك فإن العينات لا تكون جميعها من حجم واحد بل قد يزيد حجم بعضها بواحد عن البعض الآخر . فمثلا نفرض أن ﻫ = ٢٣ ، ك = ٥ . إن العينات الخمسة التى يمكن اختيارها تكون أرقام وحداتها كما فى الجدول (١٥ – ٨) الآتى :

الجدول (١٥ – ٨)

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
١	٢	٣	٤	٥
٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥
١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣		

حيث نلاحظ أن حجم كل من العينات الثلاث الأولى ن = ٥ بينما حجم كل من العينتين الأخيرتين ن = ٤ . وهذه الحقيقة تسبب إزعاجاً في تحليل بيانات العينة المنتظمة .

إذا كان ﻫ = ن ك (حيث تتساوى حجوم العينات التى تؤخذ) يكون الوسط الحسابى للعينة تقديراً غير متحيز للوسط الحسابى للمجتمع . أما إذا كان ﻫ ≠ ن ك فإن هذا التقدير يكون متحيزاً ، غير أنه يمكن إزالة هذا التحيز بإعطاء احتمالا أكبر لاختيار بعض العينات . ففى الجدول (١٥–٨) إذا أعطينا الاحتمال $\frac{٥}{٢٣}$ لاختيار كل من العينات الثلاث الأولى والاحتمال $\frac{٤}{٢٣}$ لاختيار كل من العينتين الأخيرتين فإن الوسط الحسابى للعينة يكون حينئذ تقديراً غير متحيز لمتوسط المجتمع . (لاحظ أن $\frac{٥}{٢٣} \times ٣ + \frac{٤}{٢٣} \times ٢ = \frac{١٥+٨}{٢٣} = ١٫٠$)

أما تقدير تباين المجتمع أو تقدير الخطأ المعيارى لتوزيع المعاينة للوسط الحسابى فلا توجد طريقة موثوق بها لايجادهما من بيانات مشاهدة فى عينة وهذا هو العيب الرئيسي فى المعاينة المنتظمة .

أما العيب الثانى فإن العينة المنتظمة تكون متحيزة ولا تعبر تعبيرا صادقا عن المجتمع إذا كان هناك نوع من الاختلافات الدورية أو الموسمية فى وحدات المجتمع خاصة إذا حدث أن كانت الوحدات المختارة قريبة من مراكز هذه الاختلافات .

ومن الواضح أن العينة العشوائية المنتظمة أسهل وأسرع فى اختيارها من أى عينة أخرى وأقل تعرضا للخطأ إذ يكفى تحديد عدد عشوائى واحد . ولذلك فهى تستخدم حين تكون أقل تكلفة بكثير من أى طريقة أخرى للمعاينة ، أو حين يكون المطلوب تغطية المجتمع بشكل متعادل فهى فى هذه الحالة تعطى نتائج أكثر دقة من العينة العشوائية البسيطة .

هذا مع ملاحظة أنه فى المعاينة المنتظمة يكون لكل وحدة من وحدات المجتمع نفس الفرصة فى الدخول فى العينة ، وهى فى هذه الصفة تشبه المعاينة العشوائية البسيطة . غير أن احتمال الحصول على عينة منتظمة من حجم ما لا يكون مساويا لاحتمال الحصول على عينة منتظمة أخرى من نفس الحجم (اختيرت بتغيير العدد العشوائى الابتدائى) كما هو الحال فى المعاينة العشوائية البسيطة ، وهذا فرق كبير بين هذين النوعين من المعاينة . والواقع أن العينة المنتظمة ليست عشوائية إلا فى اختيار العدد الابتدائى مما يعوق عملية التحليل الاحصائى .

(١٥ - ٧) المعاينة المساحية Area Sampling

المعاينة المساحية هى تلك التى تختار فيها العينات من مسطح من الأرض ، وهى تستخدم فى كثير من الدراسات السكانية وفى علوم الزراعة والجيولوجيا وغيرها .

وطريقة المعاينة المساحية ليس بها جديد من حيث المبدأ إذ تؤخذ العينات بنفس الطرق سابقة الذكر بحسب طبيعة الدراسة التى تجرى ، فقد تكون عشوائية بسيطة أو طبقية أو على مراحل أو منتظمة . ولا يحتاج الأمر إلا إلى إدخال تعديل فى خطة المعاينة يمكننا من تحديد الوحدات التى تدخل فى العينة .

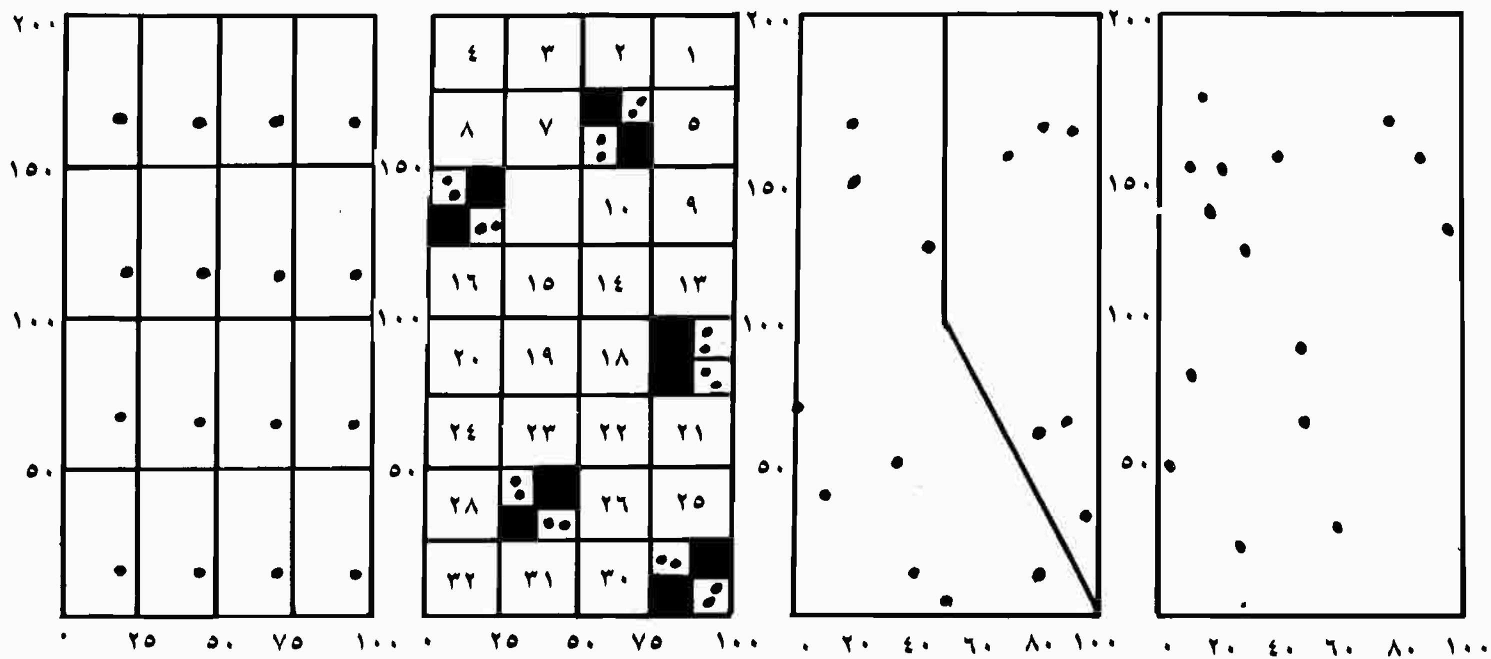
ومن الإجراءات المفيدة هنا رسم خريطة مصغرة للمسطح المعطى على مستوى يحدد بمحورين متعامدين أحدهما يعين مثلا الشمال والجنوب والآخر يعين الشرق والغرب مع تحديد نقطة أصل مناسبة . وعند المعاينة تختار النقط (أو القطع أو المربعات) التى تدخل فى العينة عن طريق الاختيار العشوائى لأزواج من الأعداد تتخذ كإحداثيات للنقط التى تحدد على الخريطة ومن ثم على المسطح الأصلى . والمعتاد اختيار وحدات هذه الأزواج من الأعداد عن طريق جداول الأرقام العشوائية .

مثال (١٥ - ٩) :

لدينا منطقة من الأرض مستطيلة الشكل عرضها ١٠٠ مترا وطولها ٢٠٠ مترا ونريد دراسة بعض الخواص الكيميائية لتربة هذه الأرض عن طريق اختيار عينة منها ، فى الحالات الأربع الآتية :

(أولاً) : اختيار عينة عشوائية بسيطة من ١٥ نقطة .

نستخدم جداول الأرقام العشوائية لاختيار ١٥ عددا عشوائيا يقع بين ٠ ، ١٠٠ مثلا ٧٤ ، ١٠ ، ١١ ، ٤٤ ، ١٦ ، ... ثم لاختيار ١٥ عددا عشوائيا يقع بين ٠ ، ٢٠٠ مثلا ١٦٨ ، ١٥٠ ، ١٧٤ ، ٩١ ، ١٣٦ ، ... وبهذا يتحدد لنا ١٥ زوجا من الأعداد هى (٧٤ ، ١٦٨) ، (١٠ ، ١٥٠) ، (١١ ، ١٧٤) ، (٤٤ ، ٩١) ، (١٦ ، ١٣٦) ، ... كل منها يحدد نقطة فى المستوى ، فتكون النقطة الناتجة هى وحدات العينة المطلوبة . انظر الشكل (١٥ -١ -ا) .



الشكل (١٥ - ١) : عيناتٌ عشوائية مساحية

(ثانيا) : اختيار عينة طبقية من ١٥ نقطة إذا كان من المعروف أن الأرض مقسمة إلى طبقتين مختلفتين النسبة بينهما ٢ : ٣ على وجه التقريب .

نسحب من الطبقتين عينتين عشوائيتين بسيطتين يتناسب حجماهما مع حجمى الطبقتين ، أى نسحب $\frac{٢}{٥}$ × ١٥ = ٦ وحدات من الطبقة الأولى ، $\frac{٣}{٥}$ × ١٥ = ٩ وحدات من الطبقة الثانية . وعلى ذلك نختار ٦ أزواج من الأعداد العشوائية بحيث تقع النقط الممثلة لها فى الطبقة الأولى ، ونختار ٩ أزواج من الأعداد العشوائية بحيث تقع النقط الممثلة لها فى الطبقة الثانية فنحصل مثلا على النقط الآتية :

للطبقة الأولى : (٩١ ، ١٦٣) ، (٩٥ ، ٣٥) ، (٨١ ، ٦١) ، (٨٠ ، ١٦٣) ، (٩٠ ، ٦٧) ، (٧٠ ، ١٥٥) .

للطبقة الثانية : (١٩ ، ١٦٦) ، (٤١ ، ١٦) ، (٠ ، ٦٩) ، (٣٢ ، ٥٣) ، (١٩ ، ١٤٧) ، (٥٢ ، ٥) ، (١١ ، ٤٠) ، (٤٥ ، ١٢٧) ، (٨٠ ، ١٥) .

انظر الشكل (١٥ – ١ – ب) .

(ثالثا) : اختيار عينة عشوائية من ٢٠ نقطة تؤخذ على ثلاث مراحل .

نقسم الأرض إلى عدد من المربعات المتساوية المساحة . فمثلا إذا أخذنا طول المربع ٢٥ فإن الأرض تنقسم إلى ٤ × ٨ = ٣٢ مربعا . نرقم هذه المربعات من ١ إلى ٣٢ . نبدأ بأخذ عينة عشوائية من ٥ مربعات ، مثلا المربعات ذوات الأرقام ١٧ ، ٢٧ ، ٦ ، ٢٩ ، ١٢ وهذه هى المرحلة الأولى (الوحدات الابتدائية) . نقسم كلا من هذه المربعات الخمسة إلى ٤ أجزاء متساوية المساحة ونأخذ من كل مربع جزءين عشوائيا ، وهذه هى المرحلة الثانية وتحتوى على ٥ × ٢ = ١٠ أجزاء كل منها ربع مربع . وأخيرا نختار من كل ربع مربع نقطتين عشوائيا فنحصل على ٢٠ نقطة هى التى تمثل العينة المطلوبة – انظر الشكل (١٥ – ١ – حـ) .

(رابعا) : اختيار عينة منتظمة من ١٦ نقطة .

نقسم كلا من الطول والعرض إلى ٤ أقسام متساوية الطول فنحصل على ١٦ قسما كل منها مستطيل عرضه ٢٥ مترا وطوله ٥٠ مترا . نحدد عددا عشوائيا بين ٠ ، ٢٥ وليكن ٢٢ ونحدد عددا عشوائيا بين ٠ ، ٥٠ وليكن ١٨ فيكون إحداثيا النقطة الابتدائية (٢٢ ، ١٨) . تحدد النقط الأخرى بانتظام بحيث تبعد كل نقطة عن سابقتها بمسافة قدرها ٢٥ على المحور الأفقى ، ٥٠ على المحور الرأسى . انظر الشكل (١٥ – ١ – ء) .

(١٥ – ٨) العينات غير الاحتمالية :

نعلم أن العينة غير الاحتمالية هى تلك التى نأخذها من المجتمع دون أن نعرف احتمالات دخول وحدات المجتمع فيها ومن ثم لا نستطيع إخضاعها لقواعد الاحتمالات ولا أن نطبق عليها الاختبارات الإحصائية سالفة الذكر . ومع ذلك لا يجوز التقليل من أهمية هذه العينات فكثير منها له استخدامات هامة ويمكن أن تعطى مؤشرات مفيدة عن المجتمعات التى تؤخذ منها .

ومن هذه العينات مايسمى **بالعينة الغرضية** Purposeful sample وهى تلك العينة غير العشوائية التى لا تختار بهدف التحليل الإحصائى المعتاد بل لأداء مهمة أو غرض محدد كما هو الحال فى البحوث الاستطلاعية لتقدير تكاليف البحث أو تلمس المشكلات المتوقعة أو لتدريب المساعدين على عملية جمع البيانات . وهنا يختار الباحث الجزء من المجتمع القريب من متناول يده دون تحمل مشقة المعاينة العشوائية .

وهناك ما يسمى **بالعينة بالحصص** Quota sample وهذا النوع تستخدمه كثير من المؤسسات الصحفية ومعاهد استطلاع الرأى ، ومن أشهرها معهد جالوب Gallup بالولايات المتحدة الأمريكية الذى يستشف نتائج الانتخابات العامة قبل

إجرائها بسرعة وتكاليف قليلة ، فيطلب من عدد من العاملين استطلاع رأى عدد معين من الناس (حصة) فى أحد الأحياء أو المناطق فيقوم كل عامل بسؤال من يصادفه من الناس فى المكان المحدد له حتى يتم الحصة المنوطة به .

كما أن هناك **عينات اضطرارية** كما هو الحال فى عينة تتألف من متطوعين فى الدراسات التى تكون فيها القياسات أو التجارب متعبة أو غير مستحبة أو تحتمل الضرر للأفراد الذين تجرى عليهم الدراسة .

وهناك مايسمى **بعينة التفتيش** Search sample وهى تلك التى تهدف إلى التفتيش عن معلومات جديدة كتصيد أنواع جديدة من الحشرات أو القواقع أو الصخور المعدنية ، أو الكشف عن رواسب جيرية تصلح لصناعة الأسمنت ، أو التنقيب عن الآبار والمياه الجوفية مما يفتح آفاقا جديدة للدراسة النظرية والتطبيقات العملية .

ملحق (١)

أجوبة التمارين

تمارين (١) :

(٢) ٦٥,٠   ٠,٠٦٤   ١٤٤,٠   ٣,٠   ٣,٤٥   ٢٥,٠

(٣) ٤٩,٤٨   ٤٩,٥

(٤) $\frac{١}{٣}$ $\frac{٢}{١٥}$ $\frac{٣}{١٥}$

(٥) $\frac{١٩}{٢٥}$

تمارين (٢ – ١) :

(١) ١٠٩   ١٣,١٥٧   ١٢,٠٧

(٢) ٤٨,٨٩   ١٠,٣٢   ٢١,١١

(٣) ٣,٠٢٥   ١,٧٦٥

(٤) ٤ مم × ١٠$^{-١}$ ، ٠,٣٤٦ مم × ١٠$^{-١}$ ، ٦٢,٦٪ ، ٤

(٦) ر$_{١}$ = ٢,٢٧٥ ، ر$_{٢}$ = ٢,٥ ، ر$_{٣}$ = ٢,٩٨

تمارين (٢ – ٢) :

(١) التوزيع ملتوى إلى اليمين .

(٢) فى توزيع غير المدخنين يتجمع عدد كبير فى وسط التوزيع (بين ١٩،٢١) ويتناقص هذا العدد تدريجيا عند الطرفين ، وبالعكس فى توزيع المدخنين .

(٣) نعم الفيران تتعلم من التدريب — فى الفيران المدربة يتجمع عدد كبير من الفروق حول القيمة ٤ وهى فى وسط التوزيع ويتناقص العدد تدريجيا فى الطرفين ، وبالعكس فى الفيران غير المدربة .

تمارين (٣ − ١) :

(١) ٩,٧٧ × ١٠$^{-١٤}$ ٠,٩٩٩٩

(٢) ٠,٣١١٥ ، س̄ = ٢ ع^{٢} = ١,٥ ليتوفر شرط الإستقلال

(٣) ٠,٦٧٢

(٤) وفق توزيع ذى الحدين دليلاه ٣ ، ٠,٠٢ ثم قارن التكرارات المتوقعة بالتكرارات المشاهدة .

تمارين (٣ − ٢) :

(١) ٠,٤٨٦٨ ٠,٣٥٠٥ ٠,١٢٦٢ ٠,٠٣٦٥

(٢) ٠,٩٠٤٨ ٠,٠٠٤٧

(٣) ٠,٥٧٦٧

(٤) س̄ = ٠,٤٣٦٣ ، ع^{٢} = ٠,٩٧٠٩

٣٨٠,٧ ١٦٦,١ ٣٦,٢ ٥,٣٠ ٠,٦ ٠,١ ٠,٠ ٠,٠ ٠,٠

(٥) س̄ = ٠,٤٦٤٣ ، ع^{٢} = ٠,٢٦٩

التكررات المتوقعة ٧٠,٤ ٣٢,٧ ٧,٦ ١,٢ ٠,١

(٦) ٠,٣٦٧٩ ٠,٢٦٤٢

تمارين (٤) :

(١) − أ − ٠,٤٣٣٢ ٠,٠٤٩٥ ٠,٢٢٩٦ ٠,٨٧٤٢

− ب − ٠,١٥٥٤ ٠,٠٠٨٠

(٢) ,٩٨٢٠ ٠,٦٨٢٦

(٣) ٠,٩٩٩٩ ٠,٠٤٣٦

تمارين (٥) :

(١) − أ − ٢,١٧٩ ٢,٤٢٣ ٢,٩٢١ ١,٩٦٠

− ب − ٣١,٤١٠ ٥٧,٣٤ ٤٧,٢١٢ ٣,٨٤١

− جـ − ٣,٥٨ ٤,١٥ ٤,١٧ ٥,٧٥

(٢) – أ –	٠,٠٥	٠,٠٢٥
– ب –	٠,٠١	٠,٥
– جـ –	٠,٠١	٠,٠٢٥

تمارين (٦ ـ ١) :

(١) ت × ٠,٠٥٥ نرفض الفرض الصفرى في الحالتين – (٠,٦٨٥٤ ، ٠,٩١٦٦)

(٢) ت = ٥,٦٩٣ نرفض الفرض الصفرى – (٨٢,٥٣ ، ٨٨,٠٧٢)

(٣) (٧,٩٩ ، ١٠,٨١)

(٤) ع = ٠,٦٩٢٨ خ . م = ٠,٤٣٧٩ ت = _ ,٢٧٤ الفرق ليس ذا دلالة

(٥) ع^{٢} = ١٧٢,٣٥٧خ . م = ٧,٠٥٨ ت = _ ١,٠١٢ الفرق ليس ذا دلالة

(٦) نرفض الفرض الصفرى في الحالتين – (٤٢,٨٩ ، ٤٥,٧٨) – (٤٢,٤١ ، ٤٦,٢٥)

تمارين (٦ – ٢) :

(١) لايوجد دليل للشك في نظرية مندل $\chi^{٢}$ = ٠,١٣٧ ، $\chi^{٢}$ = ٠,٤٥٠

(٢)$\chi^{٢}$ = ١٠,٥٢٦ الفرق بين المصايد ذو دلالة عند المستوى ٠,٠٥

(٣) $\chi^{٢}$ = ١,٩٤ عدد المواليد غير ثابت خلال شهور السنة (لايعتمد الاختبار لأن هناك نمط) .

(٤) $\chi^{٢}$ = ٤,٣٢ نقبل الفرض الصفرى عند ٠,٠١ ونرفضه عند ٠,٠٥ المجتمع ربما يفضل النوع أ

(٥) $\chi^{٢}$ = ٥,٢٢٤ نقبل الفرض الصفرى أن الزهر غير متحيز عند المستوى ٠,٠٥

(٧) $\chi^{٢}$ = ٢٣,٦٨٣ حيوية الحبوب غير مستقلة عن المعالجة الحرارية .

(٨) $\chi^{٢}$ = ٢,٣٨ الدواء ليس له تأثير بناء على هذه التجربة .

(٩) (٤,٨٥ ، ١١١,٧٤)

(١٠) (٦٨٣,٩١ ، ١٧٠٠,٨٥)

(١١) $\chi^2_{ى}$ = ٩,٨٧

تمارين (٦ – ٣) :

(١) ٠,٢٩٤ ، ٠,٣٨٦)(٢) (٠,٠٨٧ ، ٠,٢٣٣)(٣) ٠,٣١٦ ، ٠,٧٧٠)

(٤) ص ى = – ٦,٢٨٤ نرفض فِ (٥) ص ى = ٢,٩٤٨ نرفض ف

تمارين (٦ – ٤) :

(١) ن = ٦٨ (٢) (٣٠,٩٥ ، ٣٣,٠٠٥) ، ن = ٩٦, (٣) ن = ٥٤٥

تمارين (٦ - ٥) :

حدا المراقبة ٧،٣

تمارين (٧) :

(١) ا١ = ٤٨,٩٢ ، ا١ = ٤٢,٠٨ ، ى = ٠,٩٩٨

(٢) أولا : ا = ٢٥,٥٥٨ ، ى = ٠,٩٤

ثانيا : ا = ٢٥,٨٦٢ ، ا٢ = ٢٢,١٣٨ ، ى = ٠,٨٨ .

(٣) ه = ٠,١٣ تقريبا .

تمارين (٨ – ١)

	مصدر التباين	م٢	د.ح.	تقدير التباين	ف
(١)	بين الأقسام	٦٦,١٧	٢	٣٣,٠٨٥	< ١
	داخل الأقسام	٥٠٨,٥٧	٩	٥٦,٥٣	
	الكلى	٥٧٤,٩٢	١١		
	$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$				
(٢)	بين الأقسام	١٨٠٧,٧٣	٣	٦٠٢,٥٧	٥,٢٦**

	داخل الأقسام	٣٧٧٨	٣٣	١١٤,٤٨	
	الكلى	٥٥٨٥,٧٣	٣٦		
(٣)	بين الأقسام	٠,٥٠٥	٢	٠,٢٥٢٥	١>
	داخل الأقسام	٤,٧٠٠	٩	٠,٥٢٢٢	
	الكلى	٥,٢٠٥	١١		

(٤) ف = ٥,٩٣ هناك دليل على وجود فروق بين المعالجات .

(٥) ف = ٣,٨٩٩ نرفض ف. ، تختلف أنواع الخرسانة فى متوسط امتصاصها للرطوبة .

(٦) (أولا) ف = ٢٣,٢٧٥نرفض القول بتساوى أطوال الدورات الثلاث .

(ثانيا) ف = ٣,٦٧٦ نقبل الفرض الصفرى عند ٠,٠٥ ونرفضه عند ٠,٠١ .

(٧) ع٢ = ٠,٠٣٩٣ (أ) هناك اختلاف جوهرى بين مجموعتى العلاج ومجموعة المراقبة .

(ب) ليس هناك خلاف جوهرى بين نوعى العلاج .

تمارين (٨ - ٢)

(١) أولا : ٣,٦٧ ، ٤,٢٢ كل من العاملين ذو دلالة عالية .

ثانيا : ٤,٢٦ نرفض عند ٠,٠٥ .

(٢) للغذاء ف = ٦,٦٢ متوسطات الكلوسترول ليست متساوية فى أنواع الغذاء .

للمعامل ف= ٤,٨٦ متوسطات المعامل ليست متساوية .

(٣) عامل الأيام ف = ٢,٣٠ ليست ذات دلالة .

عامل العمق ف = ٢٨٥١,١ ذودلالة عالية . درجة الحرارة تنخفض بزيادة العمق .

تمارين (٨ - ٣)

بين الأعمدة (السلالات)	٢,٧٢٧	١	٢,٧٢٧	١ >
بين الصفوف (الملوحة)	٩٨,٧٦١	٢	٤٩,٣٨١	٤,٦٩٩٩*
تفاعل	٢٤,٢١٥	٢	١٢,١٠٨	١,١٥٢٣
خطأ	١٨٩,١٢٤	١٨	١٠,٥٠٧	
كلى	٣١٤,٨٢٧	٢٣		

تمارين (٨ - ٤)

(١) بين القسمين (الأعمدة)	٥٨٩,٦٣	١	٥٨٩,٦٣	٨,٥٢٩
بين الأفراد (الصفوف)	٤٤٨,٨٧	١٤	٣٢,٠٦	,٤٦٤
الخطأ	٩٦٧,٨٧	١٤	٦٩,١٣	
الكلى	٢٠٠٦,٣٧	٢٩		

(٢) ميزان الطبيب يعطى قراءات أعلى - (٠,٠٤٢٨ ، ٢,٧٥٧٢) .

تمارين (٨ - ٥)

(١) بين الصفوف	١٧,٢٥	٣	٥,٧٥	٠,٩
بين الأعمدة	١١٤,٧٥	٣	٣٨,٢٥	٥,٩*
بين المعالجات	١٧٤,٧٥	٣	٥٨,٢٥	٩,٠*
الخطأ	٣٩,٠٠	٦		
الكلى	٣٤٥,٧٥	١٥		

تمارين (٨ - ٦)

(١) ثانيا :

مصدر التباين	م م	د ح	ط م	ف
بين الأقسام	٣٣١٢	٤	٨٢٨	٢٠,٧**
$\hat{\psi}_{1}$	٤٠٥	١	٤٠٥	١٠,١٢٥**
$\hat{\psi}_{2}$	٢٨٨٠	١	٢٨٨٠	٧٢**
$\hat{\psi}_{3}$	٢٢,٥	١	٢٢,٥	١>
$\hat{\psi}_{4}$	٤,٥	١	٤,٥	١>
الخطأ	١٨٠٠	٤٥	٤٠	
الكلى	٥١١٢	٤٩		

ثالثا : لأى مقارنة ع$^{2}_{\psi}$ = ٨ - القيمة الحرجة ١١,٠٧١

(٢) - أولا

مصدر التباين	م م	د خ	تقدير التباين	ف
بين الأعمدة	٣١١٤١,١٩	٣	١٠٣٨٠,٣٩٦	٣٣,٢٦٤
بين الصفوف	٤٦٠,٠٦	٢	٢٣٠,٠٣	١>
تفاعل	٣٤٩٩,٧٢	٦	٥٨٣,٢٨٧	١,٨٦٩
الخطأ	٧٤٨٩,٣٤	٢٤	٣١٢,٠٥٦	
الكلى	٤٢٥٩٠,٣١	٣٥		

ثانيا : متوسطات الأعمدة ٩٤,٣٣٣ ، ٩٧,٦٦٧ ، ١٤٥,٨٨٩ ، ١٦١,٥٥٦

ثالثا : للمقارنات البعدية للأعمدة ، القيمة الحرجة ٣١,٣٣٦

تمارين (٩ - ١)

(١) $\hat{ص}$ = ١٢,٠٧ - ٧,٩٩ $س$ ، $ع_{ص.س}$ = ٢,٣٥٨ ، ت = ٢,٧٨٥ ، (٢٢,١٢ ، ٣٤,٢٣)

(٢) $\hat{ص}$ = ١,٩٣ $س$ + ١٨٤,٦٦ ، $ع_{ص.س}$ = ٥٩,٧٤١ ، ت = ٠,١٠٢
هناك علاقة خطية .

(٤) $\hat{ص}$ = ٥,٢٨ + ٠,٠٠١٩ $س$ ، $ع_{ص.س}$ = ٠,٩٩٥ ، ت = ٠,٩٤٥
لا توجد علاقة خطية .

(٦) ت = ٠,١٤٧ لا توجد علاقة خطية .

تمارين (٩ - ٢)

(١) $\hat{ص}$ = ٢٧,٨٦ - ٠,٥٩٩٩٦ $س$ ، $ف_{ى}$ = ٢٥٧,٤٤ الانحراف عن الخطية ذو دلالة .

$ف_{ى}$ = ٩٥,٨٣ نرفض β = ٠ هناك علاقة خطية ولكنها ليست أحسن العلاقات .

(٢) العلاقة الخطية تعبر تعبيرا جيدا عن العلاقة الحقيقية بين المتغيرين .

(٤) ف = ٨,٧٥ ص ليست مستقلة عن $س$.
ف = ٩,١٥ يوجد انحراف عن الخطية .
ف = ١٠,٠٠ هناك انحدار خطى ولكنه ليس أفضل العلاقات .

تمارين (١٠)

(١) $ر$ = ٠,٤١٨ ، ت = ١,٤٥٥ لا توجد علاقة خطية .

(٢) ر = ٠,٨٩٨٣ ، ت = ١١,١١٧٧ توجد علاقة خطية .
(٤) ر = ٠,١٢٨ ، ت = ٣٦٥, لا توجد علاقة خطية .
(٥) ر = -٠,٩٧٨٦ ، ت = ١٢,٦ توجد علاقة خطية سالبة .
(٦) $ر_{س}$ = ٠,٧٩٤ ، القيمة الحرجة عند ن = ١٠ والمستوى ٠,٠١ هى ٠,٧٤٥ . هناك ارتباط موجب
(٧) $ر_{س}$ = ٠,٩٨ ، هناك ارتباط موجب .
(٨) معاملا الارتباط متساويان فى المجتمع .

تمارين (١١ - ١)

$ف_{ى}$ = ٣٦,٠٣ يوجد انحدار خطى ، ف = ٢,١٤ المتوسطات متساوية فى المجتمع .

المصدر	ب	حـ²/ أ	ب - حـ²/أ	د ح	ط م	ف
بين الأقسام	—	—	٦٨,٦٩٧	٢	٣٤,٣٥	٢,١٤
داخل الأقسام	٩٩٥,١	٥٧٨	٤١٧,١٠٠	٢٦	١٦,٠٤	
الكلى	١٢٨٨,٧٠٠	٨٠٢,٩٠٣	٤٨٥,٧٩٧	٢٨		

تمارين (١١ - ٢)

$ف_{م}$ = ٢٤,٤ يوجد تأثير خطى ، ف = ٤,٧٩ المتوسطات ليست متساوية .
ب = - ٠,٣٤ . المتوسطات المعدلة ٢٣,٧٧ ، ٢٧,٥٢ ، ٢٥,١٩ ، ٢٤,٨٧ .

تمارين (١٢ - ١)

$\hat{ص} = ٩,٧٨٥٦ + ٠,٠٠١٧ \ س_{١} + ٠,٢١٧٤ \ س_{٢}$

ف = ٥,٨٣١٩ نرفض $\beta_{١} = \beta_{٢} = ٠$

$ت_{١} = ٢,١٠$ نقبل $\beta_{١} = ٠$ ، $ت_{٢} = ٢,٨٧$ نرفض $\beta_{٢} = ٠$

تمارين (١٢ - ٢)

(١) ف = ٤,٤٩٩٦ نرفض $\rho = ٠$

(٢) $r_{٢-٣١} = ٠,٤٤٥$ ، ت = ٢,٩٨ نرفض $\rho_{٢-٣١} = ٠$

تمارين (١٤-١)

(١) س = ١٠ ، $\mu_{ر} = ١٦$ ، $\sigma_{ر} = ٢,٦٠٣$ ، ص =٢,١١٣ .
هناك نمط دورى

(٢) الوسيط = ٣٠,٥ ، س = ١٣ ، $\mu_{ر} = ١٣$ ، $\sigma_{ر} = ٢,٣٩٦$
، ص = ± ٠,٢٠٩ . لا يوجد دليل ضد الفرض أن العينة عشوائية .

(٣) الوسيط = ٣٥ ، س = ١٠ ، $\mu_{ر} = ١١$ ، $\sigma_{ر} = ٢,١٧٦$ ،
ص = ــ ٠,٢٣ . لا يوجد دليل ضد الفرض أن العينة عشوائية .

تمارين (١٤ - ٢)

(١) ن = ١٥ ، س = ٤ ، ل (س ⩾ ٤) = ٠,٠٥٦ .
نقبل أن المتوسط يساوى ٠,٥٥ .

(٢)ن = ٢٦ ، س = ٦ ، ص = -٢٢,٥٥ .
نرفض الفرض الصفرى . العالم الأول أفضل .

تمارين (١٤ - ٣)

ن = ٥ ، س = ١ الامتناع عن التدخين يزيد الوزن .

تمارينن (١٤ – ٤)

(١) ن = ٧ ، ع = ٣ الأوكسجين ينقص مع العمق

(٢) ن = ١٠ ، ع = ٧ وزن القلب يزداد بازدياد ضغط الدم .

تمارين (١٤ – ٥)

(١) $ص_ى$ = ٥,٥٨ نرفض ف. عند α = ٠,١٠ ويبدو أن مستوى التلوث أكبر في النهر الثاني .

(٢) $ص_ى$ = ٩,٢٠ نرفض ف. عند α = ٠,١٠ اللون له تأثير .

ملحق (٢)
جداول احصائية

الجدول (١)

٢٥٠٠ من الأرقام العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	48461	14952	72619	73689	52059	37086	60050	86192	67049	64739	1
2	76534	38149	49692	31366	52093	15422	20498	33901	10319	43397	2
3	70437	25861	38504	14752	23757	59660	67844	78815	23758	86814	3
4	59584	03370	42806	11393	71722	93804	09095	07856	55589	46020	4
5	04285	58554	16085	51555	27501	73883	33427	33343	45507	50063	5
6	77340	10412	69189	85171	29082	44785	83638	02583	96483	76553	6
7	59183	62687	91778	80354	23512	97219	65921	02035	59847	91403	7
8	91800	04281	39979	03927	82564	28777	59049	97532	54540	79472	8
9	12066	24817	81099	48940	69554	55925	48379	12866	51232	21580	9
10	69907	91751	53512	23748	65906	91385	84983	27915	48491	91068	10
11	80467	04873	54053	25955	48518	13815	37707	68687	15570	08890	11
12	78057	67835	28302	45048	56761	97725	58438	91528	24645	18544	12
13	05648	39387	78191	88415	60269	94880	58812	42931	71898	61534	13
14	22304	39246	01350	99451	61862	78688	30339	60222	74052	25740	14
15	61346	50269	67005	40442	33100	16742	61640	21046	31909	72641	15
16	66793	37696	27965	30459	91011	51426	31006	77468	61029	57108	16
17	86411	48809	36698	42453	83061	43769	39948	87031	30767	13953	17
18	62098	12825	81744	28882	27369	88183	65846	92545	09065	22655	18
19	68775	06261	54265	16203	23340	84750	16317	88686	86842	00879	19
20	52679	19595	13687	74872	89181	01939	18447	10787	76246	80072	20
21	84096	87152	20719	25215	04349	54434	72344	93008	83282	31670	21
22	63964	55937	21417	49944	38356	98404	14850	17994	17161	98981	22
23	31191	75131	72386	11689	95727	05414	88727	45583	22568	77700	23
24	30545	68523	29850	67833	05622	89975	79042	27142	99257	32349	24
25	52573	91001	52315	26430	54175	30122	31796	98842	37600	26025	25
26	16586	81842	01076	99414	31574	94719	34656	80018	86988	79234	26
27	81841	88481	61191	25013	30272	23388	22463	65774	10029	58376	27
28	43563	66829	72838	08074	57080	15446	11034	98143	74989	26885	28
29	19945	84193	57581	77252	85604	45412	43556	27518	90572	00563	29
30	79374	23796	16919	99691	80276	32818	62953	78831	54395	30705	30
31	48503	26615	43980	09810	38289	66679	73799	48418	12647	40044	31
32	32049	65541	37937	41105	70106	89706	40829	40789	59547	00783	32
33	18547	71562	95493	34112	76895	46766	96395	31718	48302	45893	33
34	03180	96742	61486	43305	34183	99605	67803	13491	09243	29557	34
35	94822	24738	67749	83748	59799	25210	31093	62925	72061	69991	35
36	34330	60599	85828	19152	68499	27977	35611	96240	62747	89529	36
37	43770	81537	59527	95674	76692	86420	69930	10020	72881	12532	37
38	56908	77192	50623	41215	14311	42834	80651	93750	59957	31211	38
39	32787	07189	80539	75927	75475	73965	11796	72140	48944	74156	39
40	52441	78392	11733	57703	29133	71164	55355	31006	25526	55790	40
41	22377	54723	18227	28449	04570	18882	00023	67101	06895	08915	41
42	18376	73460	88841	39602	34049	20589	05701	08249	74213	25220	42
43	53201	28610	87957	21497	64729	64983	71551	99016	87903	63875	43
44	34919	78901	59710	27396	02593	05665	11964	44134	00273	76358	44
45	33617	92159	21971	16901	57383	34262	41744	60891	57624	06962	45
46	70010	40964	98780	72418	52571	18415	64362	90636	38034	04909	46
47	19282	68447	35665	31530	59832	49181	21914	65742	89815	39231	47
48	91429	73328	13266	54898	68795	40948	80808	63887	89939	47938	48
49	97637	78393	33021	05867	86520	45363	43066	00988	64040	09803	49
50	95150	07625	05255	83254	93943	52325	93230	62668	79529	65964	50

الجدول (٢)

معاملات ذى الحدين : ن ق ر

k	$\binom{1}{k}$	$\binom{2}{k}$	$\binom{3}{k}$	$\binom{4}{k}$	$\binom{5}{k}$	$\binom{6}{k}$	$\binom{7}{k}$	$\binom{8}{k}$	$\binom{9}{k}$	$\binom{10}{k}$	$\binom{11}{k}$	$\binom{12}{k}$	$\binom{13}{k}$
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2		1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78
3			1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286
4				1	5	15	35	70	126	210	330	495	715
5					1	6	21	56	126	252	462	792	1287
6						1	7	28	84	210	462	924	1716
7							1	8	36	120	330	792	1716
8								1	9	45	165	495	1287
9									1	10	55	220	715
10										1	11	66	286
11											1	12	78
12												1	13
13													1

k	$\binom{14}{k}$	$\binom{15}{k}$	$\binom{16}{k}$	$\binom{17}{k}$	$\binom{18}{k}$	$\binom{19}{k}$	$\binom{20}{k}$
0	1	1	1	1	1	1	1
1	14	15	16	17	18	19	20
2	91	105	120	136	153	171	190
3	364	455	560	680	816	969	1140
4	1001	1365	1820	2380	3060	3876	4845
5	2002	3003	4368	6188	8568	11628	15504
6	3003	5005	8008	12376	18564	27132	38760
7	3432	6435	11440	19448	31824	50388	77520
8	3003	6435	12870	24310	43758	75582	125970
9	2002	5005	11440	24310	48620	92378	167960
10	1001	3003	8008	19448	43758	92378	184756
11	364	1365	4368	12376	31824	75582	167960
12	91	455	1820	6188	18564	50388	125970
13	14	105	560	2380	8568	27132	77520
14	1	15	120	680	3060	11628	38760
15		1	16	136	816	3876	15504
16			1	17	153	969	4845
17				1	18	171	1140
18					1	19	190
19						1	20
20							1

تابع الجدول (٣)
الاحتمالات في توزيع ذى الحدين : د (س)

p

n	x	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
9	0	0.630	0.387	0.134	0.040	0.010	0.002					
	1	0.299	0.387	0.302	0.156	0.060	0.018	0.004				
	2	0.063	0.172	0.302	0.267	0.161	0.070	0.021	0.004			
	3	0.008	0.045	0.176	0.267	0.251	0.164	0.074	0.021	0.003		
	4	0.001	0.007	0.066	0.172	0.251	0.246	0.167	0.074	0.017	0.001	
	5		0.001	0.017	0.074	0.167	0.246	0.251	0.172	0.066	0.007	0.001
	6			0.003	0.021	0.074	0.164	0.251	0.267	0.176	0.045	0.008
	7				0.004	0.021	0.070	0.161	0.267	0.302	0.172	0.063
	8					0.004	0.018	0.060	0.156	0.302	0.387	0.299
	9						0.002	0.010	0.040	0.134	0.387	0.630
10	0	0.599	0.349	0.107	0.028	0.006	0.001					
	1	0.315	0.387	0.268	0.121	0.040	0.010	0.002				
	2	0.075	0.194	0.302	0.233	0.121	0.044	0.011	0.001			
	3	0.010	0.057	0.201	0.267	0.215	0.117	0.042	0.009	0.001		
	4	0.001	0.011	0.088	0.200	0.251	0.205	0.111	0.037	0.006		
	5		0.001	0.026	0.103	0.201	0.246	0.201	0.103	0.026	0.001	
	6			0.006	0.037	0.111	0.205	0.251	0.200	0.088	0.011	0.001
	7			0.001	0.009	0.042	0.117	0.215	0.267	0.201	0.057	0.010
	8				0.001	0.011	0.044	0.121	0.233	0.302	0.194	0.075
	9					0.002	0.010	0.040	0.121	0.268	0.387	0.315
	10						0.001	0.006	0.028	0.107	0.349	0.599
11	0	0.569	0.314	0.086	0.020	0.004						
	1	0.329	0.384	0.236	0.093	0.027	0.005	0.001				
	2	0.087	0.213	0.295	0.200	0.089	0.027	0.005	0.001			
	3	0.014	0.071	0.221	0.257	0.177	0.081	0.023	0.004			
	4	0.001	0.016	0.111	0.220	0.236	0.161	0.070	0.017	0.002		
	5		0.002	0.039	0.132	0.221	0.226	0.147	0.057	0.010		
	6			0.010	0.057	0.147	0.226	0.221	0.132	0.039	0.002	
	7			0.002	0.017	0.070	0.161	0.236	0.220	0.111	0.016	0.001
	8				0.004	0.023	0.081	0.177	0.257	0.221	0.071	0.014
	9				0.001	0.005	0.027	0.089	0.200	0.295	0.213	0.087
	10					0.001	0.005	0.027	0.093	0.236	0.384	0.329
	11							0.004	0.020	0.086	0.314	0.569
12	0	0.540	0.282	0.069	0.014	0.002						
	1	0.341	0.377	0.206	0.071	0.017	0.003					
	2	0.099	0.230	0.283	0.168	0.064	0.016	0.002				
	3	0.017	0.085	0.236	0.240	0.142	0.054	0.012	0.001			
	4	0.002	0.021	0.133	0.231	0.213	0.121	0.042	0.008	0.001		
	5		0.004	0.053	0.158	0.227	0.193	0.101	0.029	0.003		
	6			0.016	0.079	0.177	0.226	0.177	0.079	0.016		
	7			0.003	0.029	0.101	0.193	0.227	0.158	0.053	0.004	
	8			0.001	0.008	0.042	0.121	0.213	0.231	0.133	0.021	0.002
	9				0.001	0.012	0.054	0.142	0.240	0.236	0.085	0.017
	10					0.002	0.016	0.064	0.168	0.283	0.230	0.099
	11						0.003	0.017	0.071	0.206	0.377	0.341
	12							0.002	0.014	0.069	0.282	0.540

الجدول (٣)
الاحتمالات في توزيع ذى الحدين : د (س)

		p										
n	x	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
2	0	0.902	0.810	0.640	0.490	0.360	0.250	0.160	0.090	0.040	0.010	0.002
	1	0.095	0.180	0.320	0.420	0.480	0.500	0.480	0.420	0.320	0.180	0.095
	2	0.002	0.010	0.040	0.090	0.160	0.250	0.360	0.490	0.640	0.810	0.902
3	0	0.857	0.729	0.512	0.343	0.216	0.125	0.064	0.027	0.008	0.001	
	1	0.135	0.243	0.384	0.441	0.432	0.375	0.288	0.189	0.096	0.027	0.007
	2	0.007	0.027	0.096	0.189	0.288	0.375	0.432	0.441	0.384	0.243	0.135
	3		0.001	0.008	0.027	0.064	0.125	0.216	0.343	0.512	0.729	0.857
4	0	0.815	0.656	0.410	0.240	0.130	0.062	0.026	0.008	0.002		
	1	0.171	0.292	0.410	0.412	0.346	0.250	0.154	0.076	0.026	0.004	
	2	0.014	0.049	0.154	0.265	0.346	0.375	0.346	0.265	0.154	0.049	0.014
	3		0.004	0.026	0.076	0.154	0.250	0.346	0.412	0.410	0.292	0.171
	4			0.002	0.008	0.026	0.062	0.130	0.240	0.410	0.656	0.815
5	0	0.774	0.590	0.328	0.168	0.078	0.031	0.010	0.002			
	1	0.204	0.328	0.410	0.360	0.259	0.156	0.077	0.028	0.006		
	2	0.021	0.073	0.205	0.309	0.346	0.312	0.230	0.132	0.051	0.008	0.001
	3	0.001	0.008	0.051	0.132	0.230	0.312	0.346	0.309	0.205	0.073	0.021
	4			0.006	0.028	0.077	0.156	0.259	0.360	0.410	0.328	0.204
	5				0.002	0.010	0.031	0.078	0.168	0.328	0.590	0.774
6	0	0.735	0.531	0.262	0.118	0.047	0.016	0.004	0.001			
	1	0.232	0.354	0.393	0.303	0.187	0.094	0.037	0.010	0.002		
	2	0.031	0.098	0.246	0.324	0.311	0.234	0.138	0.060	0.015	0.001	
	3	0.002	0.015	0.082	0.185	0.276	0.312	0.276	0.185	0.082	0.015	0.002
	4		0.001	0.015	0.060	0.138	0.234	0.311	0.324	0.246	0.098	0.031
	5			0.002	0.010	0.037	0.094	0.187	0.303	0.393	0.354	0.232
	6				0.001	0.004	0.016	0.047	0.118	0.262	0.531	0.735
7	0	0.698	0.478	0.210	0.082	0.028	0.008	0.002				
	1	0.257	0.372	0.367	0.247	0.131	0.055	0.017	0.004			
	2	0.041	0.124	0.275	0.318	0.261	0.164	0.077	0.025	0.004		
	3	0.004	0.023	0.115	0.227	0.290	0.273	0.194	0.097	0.029	0.003	
	4		0.003	0.029	0.097	0.194	0.273	0.290	0.227	0.115	0.023	0.004
	5			0.004	0.025	0.077	0.164	0.261	0.318	0.275	0.124	0.041
	6				0.004	0.017	0.055	0.131	0.247	0.367	0.372	0.257
	7					0.002	0.008	0.028	0.082	0.210	0.478	0.698
8	0	0.663	0.430	0.168	0.058	0.017	0.004	0.001				
	1	0.279	0.383	0.336	0.198	0.090	0.031	0.008	0.001			
	2	0.051	0.149	0.294	0.296	0.209	0.109	0.041	0.010	0.001		
	3	0.005	0.033	0.147	0.254	0.279	0.219	0.124	0.047	0.009		
	4		0.005	0.046	0.136	0.232	0.273	0.232	0.136	0.046	0.005	
	5			0.009	0.047	0.124	0.219	0.279	0.254	0.147	0.033	0.005
	6			0.001	0.010	0.041	0.109	0.209	0.296	0.294	0.149	0.051
	7				0.001	0.008	0.031	0.090	0.198	0.336	0.383	0.279
	8					0.001	0.004	0.017	0.058	0.168	0.430	0.663

All values omitted in this table are 0.0005 or less

تابع الجدول (٣)

الاحتمالات في توزيع ذى الحدين : د (س)

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
13	0	0.513	0.254	0.055	0.010	0.001						
	1	0.351	0.367	0.179	0.054	0.011	0.002					
	2	0.111	0.245	0.268	0.139	0.045	0.010	0.001				
	3	0.021	0.100	0.246	0.218	0.111	0.035	0.006	0.001			
	4	0.003	0.028	0.154	0.234	0.184	0.087	0.024	0.003			
	5		0.006	0.069	0.180	0.221	0.157	0.066	0.014	0.001		
	6		0.001	0.023	0.103	0.197	0.209	0.131	0.044	0.006		
	7			0.006	0.044	0.131	0.209	0.197	0.103	0.023	0.001	
	8			0.001	0.014	0.066	0.157	0.221	0.180	0.069	0.006	
	9				0.003	0.024	0.087	0.184	0.234	0.154	0.028	0.003
	10				0.001	0.006	0.035	0.111	0.218	0.246	0.100	0.021
	11					0.001	0.010	0.045	0.139	0.268	0.245	0.111
	12						0.002	0.011	0.054	0.179	0.367	0.351
	13							0.001	0.010	0.055	0.254	0.513
14	0	0.488	0.229	0.044	0.007	0.001						
	1	0.359	0.356	0.154	0.041	0.007	0.001					
	2	0.123	0.257	0.250	0.113	0.032	0.006	0.001				
	3	0.026	0.114	0.250	0.194	0.085	0.022	0.003				
	4	0.004	0.035	0.172	0.229	0.155	0.061	0.014	0.001			
	5		0.008	0.086	0.196	0.207	0.122	0.041	0.007			
	6		0.001	0.032	0.126	0.207	0.183	0.092	0.023	0.002		
	7			0.009	0.062	0.157	0.209	0.157	0.062	0.009		
	8			0.002	0.023	0.092	0.183	0.207	0.126	0.032	0.001	
	9				0.007	0.041	0.122	0.207	0.196	0.086	0.008	
	10				0.001	0.014	0.061	0.155	0.229	0.172	0.035	0.004
	11					0.003	0.022	0.085	0.194	0.250	0.114	0.026
	12					0.001	0.006	0.032	0.113	0.250	0.257	0.123
	13						0.001	0.007	0.041	0.154	0.356	0.359
	14							0.001	0.007	0.044	0.229	0.488
15	0	0.463	0.206	0.035	0.005							
	1	0.366	0.343	0.132	0.031	0.005						
	2	0.135	0.267	0.231	0.092	0.022	0.003					
	3	0.031	0.129	0.250	0.170	0.063	0.014	0.002				
	4	0.005	0.043	0.188	0.219	0.127	0.042	0.007	0.001			
	5	0.001	0.010	0.103	0.206	0.186	0.092	0.024	0.003			
	6		0.002	0.043	0.147	0.207	0.153	0.061	0.012	0.001		
	7			0.014	0.081	0.177	0.196	0.118	0.035	0.003		
	8			0.003	0.035	0.118	0.196	0.177	0.081	0.014		
	9			0.001	0.012	0.061	0.153	0.207	0.147	0.043	0.002	
	10				0.003	0.024	0.092	0.186	0.206	0.103	0.010	0.001
	11				0.001	0.007	0.042	0.127	0.219	0.188	0.043	0.005
	12					0.002	0.014	0.063	0.170	0.250	0.129	0.031
	13						0.003	0.022	0.092	0.231	0.267	0.135
	14							0.005	0.031	0.132	0.343	0.366
	15								0.005	0.035	0.206	0.463

الجدول (٤)

قيم هـ-م

λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e^{-\lambda}$	0.36788	0.13534	0.04979	0.01832	0.006738	0.002479	0.000912	0.000335	0.000123	0.000045

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	1.0000	0.9900	0.9802	0.9704	0.9608	0.9512	0.9418	0.9324	0.9231	0.9139
0.1	0.9048	0.8958	0.8869	0.8781	0.8694	0.8607	0.8521	0.8437	0.8353	0.8270
0.2	0.8187	0.8106	0.8025	0.7945	0.7866	0.7788	0.7711	0.7634	0.7558	0.7483
0.3	0.7408	0.7334	0.7261	0.7189	0.7118	0.7047	0.6977	0.6907	0.6839	0.6771
0.4	0.6703	0.6636	0.6570	0.6505	0.6440	0.6376	0.6313	0.6250	0.6188	0.6126
0.5	0.6065	0.6005	0.5945	0.5886	0.5827	0.5770	0.5712	0.5655	0.5599	0.5543
0.6	0.5488	0.5434	0.5379	0.5326	0.5273	0.5220	0.5169	0.5117	0.5066	0.5016
0.7	0.4966	0.4916	0.4868	0.4819	0.4771	0.4724	0.4677	0.4630	0.4584	0.4538
0.8	0.4493	0.4449	0.4404	0.4360	0.4317	0.4274	0.4232	0.4190	0.4148	0.4107
0.9	0.4066	0.4025	0.3985	0.3946	0.3906	0.3867	0.3829	0.3791	0.3753	0.3716

مثال : هـ-٢,٣٤ = هـ-٢ . هـ-٠,٣٤ = ٠,١٣٥٣٤ × ٠,٧١١٨

= ٠,٠٩٦٣

الجدول (٥)

الاحتمالات والاحتمالات المتجمعة في توزيع بواسون

x	$\mu = 0.1$		$\mu = 0.2$		$\mu = 0.3$		$\mu = 0.4$		$\mu = 0.5$	
	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
	0.		0.		0.		0.		0.	
0	9048	0.9048	8187	0.8187	7408	0.7408	6703	0.6703	6065	0.6065
1	0905	0.9953	1637	0.9825	2222	0.9631	2681	0.9384	3033	0.9098
2	0045	0.9998	0164	0.9989	0333	0.9964	0536	0.9921	0758	0.9856
3	0002	1.0000	0011	0.9999	0033	0.9997	0072	0.9992	0126	0.9982
4	0000	1.0000	0001	1.0000	0003	1.0000	0007	0.9999	0016	0.9998
5							0001	1.0000	0002	1.0000

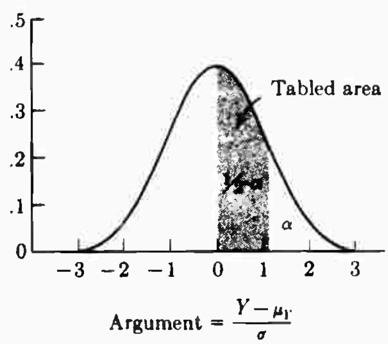
x	$\mu = 0.6$		$\mu = 0.7$		$\mu = 0.8$		$\mu = 0.9$		$\mu = 1$	
	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
	0.		0.		0.		0.		0.	
0	5488	0.5488	4966	0.4966	4493	0.4493	4066	0.4066	3679	0.3679
1	3293	0.8781	3476	0.8442	3595	0.8088	3659	0.7725	3679	0.7358
2	0988	0.9769	1217	0.9659	1438	0.9526	1647	0.9371	1839	0.9197
3	0198	0.9966	0284	0.9942	0383	0.9909	0494	0.9865	0613	0.9810
4	0030	0.9996	0050	0.9992	0077	0.9986	0111	0.9977	0153	0.9963
5	0004	1.0000	0007	0.9999	0012	0.9998	0020	0.9997	0031	0.9994
6			0001	1.0000	0002	1.0000	0003	1.0000	0005	0.9999
7									0001	1.0000

x	$\mu = 1.5$		$\mu = 2$		$\mu = 3$		$\mu = 4$		$\mu = 5$	
	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
	0.		0.		0.		0.		0.	
0	2231	0.2231	1353	0.1353	0498	0.0498	0183	0.0183	0067	0.0067
1	3347	0.5578	2707	0.4060	1494	0.1991	0733	0.0916	0337	0.0404
2	2510	0.8088	2707	0.6767	2240	0.4232	1465	0.2381	0842	0.1247
3	1255	0.9344	1804	0.8571	2240	0.6472	1954	0.4335	1404	0.2650
4	0471	0.9814	0902	0.9473	1680	0.8153	1954	0.6288	1755	0.4405
5	0141	0.9955	0361	0.9834	1008	0.9161	1563	0.7851	1755	0.6160
6	0035	0.9991	0120	0.9955	0504	0.9665	1042	0.8893	1462	0.7622
7	0008	0.9998	0034	0.9989	0216	0.9881	0595	0.9489	1044	0.8666
8	0001	1.0000	0009	0.9998	0081	0.9962	0298	0.9786	0653	0.9319
9			0002	1.0000	0027	0.9989	0132	0.9919	0363	0.9682
10					0008	0.9997	0053	0.9972	0181	0.9863
11					0002	0.9999	0019	0.9991	0082	0.9945
12					0001	1.0000	0006	0.9997	0034	0.9980
13							0002	0.9999	0013	0.9993
14							0001	1.0000	0005	0.9998
15									0002	0.9999
16									0000	1.0000

الجدول (٦)

المساحات أسفل المنحني المعتدل المعياري

Standard deviation units	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Stan devia uni
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359	0
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753	0
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141	0
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517	0
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879	0
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224	0
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549	0
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852	0
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133	0
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389	0
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621	1
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830	1
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015	1
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177	1
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319	1
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441	1
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545	1
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633	1
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706	1
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767	1
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817	2
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857	2
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890	2
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916	2
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936	2
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952	2
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964	2
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974	2
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981	2
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986	2
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990	3
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993	3
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995	3
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997	3
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998	3
3.5	.499767										
3.6	.499841										
3.7	.499892										
3.8	.499928										
3.9	.499952										
4.0	.499968										
4.1	.499979										
4.2	.499987										
4.3	.499991										
4.4	.499995										
4.5	.499997										
4.6	.499998										
4.7	.499999										
4.8	.499999										
4.9	.500000										

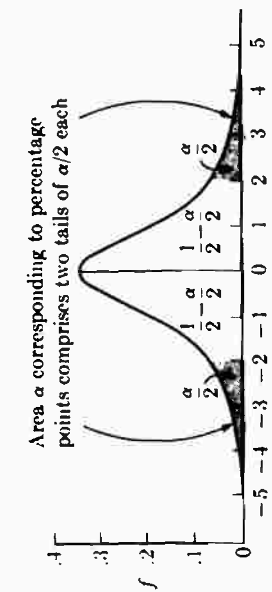


Note: The quantity given is the area under the standard normal density function between the mean and the critical point. The area is generally labeled $\frac{1}{2} - \alpha$ (as shown in the figure). By inverse interpolation one can find the number of standard deviations corresponding to a given area.

الجدول (٧)

القيم الحرجة لتوزيع ت

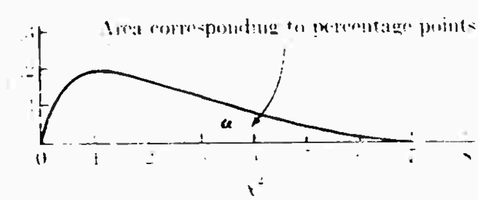
$\nu \backslash \alpha$	0.9	0.5	0.4	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001	α / ν
1	.158	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619	1
2	.142	.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598	2
3	.137	.765	.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924	3
4	.134	.741	.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610	4
5	.132	.727	.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869	5
6	.131	.718	.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959	6
7	.130	.711	.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408	7
8	.130	.706	.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041	8
9	.129	.703	.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781	9
10	.129	.700	.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587	10
11	.129	.697	.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437	11
12	.128	.695	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318	12
13	.128	.694	.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221	13
14	.128	.692	.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140	14
15	.128	.691	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073	15
16	.128	.690	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015	16
17	.128	.689	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965	17
18	.127	.688	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922	18
19	.127	.688	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883	19
20	.127	.687	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850	20
21	.127	.686	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819	21
22	.127	.686	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792	22
23	.127	.685	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767	23
24	.127	.685	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745	24
25	.127	.684	.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725	25
26	.127	.684	.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707	26
27	.127	.684	.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690	27
28	.127	.683	.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674	28
29	.127	.683	.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659	29
30	.127	.683	.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646	30
40	.126	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551	40
60	.126	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460	60
120	.126	.677	.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373	120
∞	.126	.674	.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291	∞



الجدول (٨)

القيم الحرجة لتوزيع χ^2

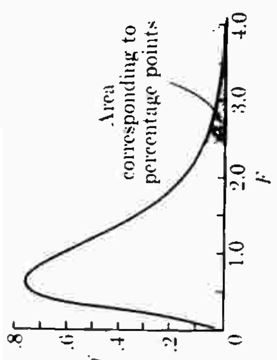
$\nu \backslash \alpha$	0.995	0.975	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	ν
1	.000	.000	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	1
2	0.010	0.051	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	2
3	0.072	0.216	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	3
4	0.207	0.484	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	4
5	0.412	0.831	1.610	4.351	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750	5
6	0.676	1.237	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	6
7	0.989	1.690	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	7
8	1.344	2.180	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	8
9	1.735	2.700	4.168	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	9
10	2.156	3.247	4.865	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	10
11	2.603	3.816	5.578	10.341	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	11
12	3.074	4.404	6.304	11.340	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	12
13	3.565	5.009	7.042	12.340	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	13
14	4.075	5.629	7.790	13.339	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	14
15	4.601	6.262	8.547	14.339	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	15
16	5.142	6.908	9.312	15.338	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	16
17	5.697	7.564	10.085	16.338	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	17
18	6.265	8.231	10.865	17.338	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	18
19	6.844	8.907	11.651	18.338	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	19
20	7.434	9.591	12.443	19.337	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	20
21	8.034	10.283	13.240	20.337	29.615	32.670	35.479	38.932	41.401	21
22	8.643	10.982	14.042	21.337	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	22
23	9.260	11.688	14.848	22.337	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	23
24	9.886	12.401	15.659	23.337	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558	24
25	10.520	13.120	16.473	24.337	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	25
26	11.160	13.844	17.292	25.336	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	26
27	11.808	14.573	18.114	26.336	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645	27
28	12.461	15.308	18.939	27.336	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	28
29	13.121	16.047	19.768	28.336	39.088	42.557	45.722	49.588	52.336	29
30	13.787	16.791	20.599	29.336	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	30
31	14.458	17.539	21.434	30.336	41.422	44.985	48.232	52.191	55.003	31
32	15.134	18.291	22.271	31.336	42.585	46.194	49.480	53.486	56.329	32
33	15.815	19.047	23.110	32.336	43.745	47.400	50.725	54.776	57.649	33
34	16.501	19.806	23.952	33.336	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964	34
35	17.192	20.569	24.797	34.336	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	35
36	17.887	21.336	25.643	35.336	47.212	50.998	54.437	58.619	61.582	36
37	18.586	22.106	26.492	36.335	48.363	52.192	55.668	59.892	62.884	37
38	19.289	22.878	27.343	37.335	49.513	53.384	56.896	61.162	64.182	38
39	19.996	23.654	28.196	38.335	50.660	54.572	58.120	62.428	65.476	39
40	20.707	24.433	29.051	39.335	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	40
41	21.421	25.215	29.907	40.335	52.949	56.942	60.561	64.950	68.053	41
42	22.138	25.999	30.765	41.335	54.090	58.124	61.777	66.206	69.336	42
43	22.859	26.785	31.625	42.335	55.230	59.304	62.990	67.459	70.616	43
44	23.584	27.575	32.487	43.335	56.369	60.481	64.202	68.710	71.893	44
45	24.311	28.366	33.350	44.335	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166	45
46	25.042	29.160	34.215	45.335	58.641	62.830	66.617	71.201	74.437	46
47	25.775	29.956	35.081	46.335	59.774	64.001	67.821	72.443	75.704	47
48	26.511	30.755	35.949	47.335	60.907	65.171	69.023	73.683	76.969	48
49	27.249	31.555	36.818	48.335	62.038	66.339	70.222	74.919	78.231	49
50	27.991	32.357	37.689	49.335	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490	50



تابع الجدول (٨)

القيم الحرجة لتوزيع χ^2

$\nu \backslash \alpha$	0.995	0.975	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	ν
51	28.735	33.162	38.560	50.335	64.295	68.669	72.616	77.386	80.747	51
52	29.481	33.968	39.433	51.335	65.422	69.832	73.810	78.616	82.001	52
53	30.230	34.776	40.308	52.335	66.548	70.993	75.002	79.843	83.253	53
54	30.981	35.586	41.183	53.335	67.673	72.153	76.192	81.069	84.502	54
55	31.735	36.398	42.060	54.335	68.796	73.311	77.380	82.292	85.749	55
56	32.490	37.212	42.937	55.335	69.918	74.468	78.567	83.513	86.994	56
57	33.248	38.027	43.816	56.335	71.040	75.624	79.752	84.733	88.237	57
58	34.008	38.844	44.696	57.335	72.160	76.778	80.936	85.950	89.477	58
59	34.770	39.662	45.577	58.335	73.279	77.931	82.117	87.166	90.715	59
60	35.534	40.482	46.459	59.335	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952	60
61	36.300	41.303	47.342	60.335	75.514	80.232	84.476	89.591	93.186	61
62	37.068	42.126	48.226	61.335	76.630	81.381	85.654	90.802	94.419	62
63	37.838	42.950	49.111	62.335	77.745	82.529	86.830	92.010	95.649	63
64	38.610	43.776	49.996	63.335	78.860	83.675	88.004	93.217	96.878	64
65	39.383	44.603	50.883	64.335	79.973	84.821	89.177	94.422	98.105	65
66	40.158	45.431	51.770	65.335	81.085	85.965	90.349	95.626	99.331	66
67	40.935	46.261	52.659	66.335	82.197	87.108	91.519	96.828	100.55	67
68	41.713	47.092	53.548	67.334	83.308	88.250	92.689	98.028	101.78	68
69	42.494	47.924	54.438	68.334	84.418	89.391	93.856	99.228	103.00	69
70	43.275	48.758	55.329	69.334	85.527	90.531	95.023	100.43	104.21	70
71	44.058	49.592	56.221	70.334	86.635	91.670	96.189	101.62	105.43	71
72	44.843	50.428	57.113	71.334	87.743	92.808	97.353	102.82	106.65	72
73	45.629	51.265	58.006	72.334	88.850	93.945	98.516	104.01	107.86	73
74	46.417	52.103	58.900	73.334	89.956	95.081	99.678	105.20	109.07	74
75	47.206	52.942	59.795	74.334	91.061	96.217	100.84	106.39	110.29	75
76	47.997	53.782	60.690	75.334	92.166	97.351	102.00	107.58	111.50	76
77	48.788	54.623	61.586	76.334	93.270	98.484	103.16	108.77	112.70	77
78	49.582	55.466	62.483	77.334	94.373	99.617	104.32	109.96	113.91	78
79	50.376	56.309	63.380	78.334	95.476	100.75	105.47	111.14	115.12	79
80	51.172	57.153	64.278	79.334	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32	80
81	51.969	57.998	65.176	80.334	97.680	103.01	107.78	113.51	117.52	81
82	52.767	58.845	66.076	81.334	98.780	104.14	108.94	114.69	118.73	82
83	53.567	59.692	66.976	82.334	99.880	105.27	110.09	115.88	119.93	83
84	54.368	60.540	67.876	83.334	100.98	106.39	111.24	117.06	121.13	84
85	55.170	61.389	68.777	84.334	102.08	107.52	112.39	118.24	122.32	85
86	55.973	62.239	69.679	85.334	103.18	108.65	113.54	119.41	123.52	86
87	56.777	63.089	70.581	86.334	104.28	109.77	114.69	120.59	124.72	87
88	57.582	63.941	71.484	87.334	105.37	110.90	115.84	121.77	125.91	88
89	58.389	64.793	72.387	88.334	106.47	112.02	116.99	122.94	127.11	89
90	59.196	65.647	73.291	89.334	107.56	113.15	118.14	124.12	128.30	90
91	60.005	66.501	74.196	90.334	108.66	114.27	119.28	125.29	129.49	91
92	60.815	67.356	75.101	91.334	109.76	115.39	120.43	126.46	130.68	92
93	61.625	68.211	76.006	92.334	110.85	116.51	121.57	127.63	131.87	93
94	62.437	69.068	76.912	93.334	111.94	117.63	122.72	128.80	133.06	94
95	63.250	69.925	77.818	94.334	113.04	118.75	123.86	129.97	134.25	95
96	64.063	70.783	78.725	95.334	114.13	119.87	125.00	131.14	135.43	96
97	64.878	71.642	79.633	96.334	115.22	120.99	126.14	132.31	136.62	97
98	65.694	72.501	80.541	97.334	116.32	122.11	127.28	133.48	137.80	98
99	66.510	73.361	81.449	98.334	117.41	123.23	128.42	134.64	138.99	99
100	67.328	74.222	82.358	99.334	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	100



	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	α	
1	.05	161	199	216	225	230	234	237	239	241	241	243	.05	1
	.025	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	973	.025	
	.01	4050	5000	5400	5620	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	.01	
2	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	.05	2
	.025	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	.025	
	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	.01	
3	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	.05	3
	.025	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	.025	
	.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	.01	
4	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	.05	4
	.025	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	.025	
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	.01	
5	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	.05	5
	.025	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	.025	
	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.99	.01	
6	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	.05	6
	.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	.025	
	.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	.01	
7	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.77	3.73	3.68	3.64	3.60	.05	7
	.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.89	4.82	4.76	4.71	.025	
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	.01	
8	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	.05	8
	.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.25	.025	
	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	.01	
9	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	.05	9
	.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	.025	
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	.01	
10	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	.05	10
	.025	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.67	.025	
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	.01	

تابع الجدول (٩)

القيم الحرجة لتوزيع ف

	α	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	α	
1	.05	244	246	248	249	250	251	252	253	254	.05	1
	.025	977	985	993	997	1000	1010	1010	1010	1020	.025	
	.01	6110	6160	6210	6230	6260	6290	6310	6340	6370	.01	
2	.05	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05	2
	.025	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	.025	
	.01	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	
3	.05	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	.05	3
	.025	14.3	14.3	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.9	.025	
	.01	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2	26.1	.01	
4	.05	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	.05	4
	.025	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26	.025	
	.01	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5	.01	
5	.05	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36	.05	5
	.025	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	[illegible]	[illegible]	.025	
	.01	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.01	
6	.05	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6
	.025	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	.01	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
7	.05	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7
	.025	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	.01	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
8	.05	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8
	.025	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	.01	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
9	.05	[illegible]	[illegible]	2.94	2.90	2.86	2.83	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9
	.025	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.61	3.56	3.51	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	.01	[illegible]	[illegible]	4.81	4.73	4.65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
10	.05	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	.05	10
	.025	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08	.025	
	.01	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91	.01	

تابع الجدول (٩)
القيم الحرجة لتوزيع ف

	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	α	
11	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	.05	11
	.025	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.48	.025	
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	.01	
12	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	[illegible]	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	.05	12
	.025	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	.025	
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	.01	
15	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	.05	15
	.025	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	.025	
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	.01	
20	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	.05	20
	.025	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72	.025	
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	.01	
24	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	.05	24
	.025	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59	.025	
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	.01	
30	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	[illegible]	[illegible]	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	.05	30
	.025	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.46	.025	
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.90	.01	
40	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	[illegible]	[illegible]	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	.05	40
	.025	5.42	4.05	3.46	[illegible]	[illegible]	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.33	.025	
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	[illegible]	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	.01	
60	.05	4.00	3.15	2.76	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	.05	60
	.025	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.22	.025	
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	[illegible]	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	.01	
120	.05	3.92	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	.05	120
	.025	5.15	3.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.39	2.30	2.22	2.16	2.10	.025	
	.01	6.85	[illegible]	3.95	[illegible]	[illegible]	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	.01	
∞	.05	3.84	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.94	1.88	1.83	1.79	.05	∞
	.025	5.02	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.19	2.11	2.05	1.99	.025	
	.01	6.63	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	.01	

تابع الجدول (٩)

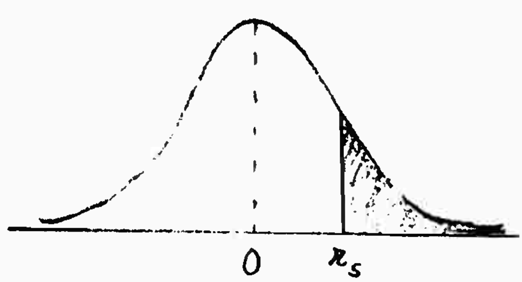
القيم الحرجة لتوزيع ف

	α	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	α	
1	.05	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40	.05	11
	.025	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88	.025	
	.01	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60	.01	
2	.05	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30	.05	12
	.025	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72	.025	
	.01	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36	.01	
5	.05	2.48	2.40	2.33	2.39	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07	.05	15
	.025	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40	.025	
	.01	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87	.01	
20	.05	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	.05	20
	.025	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09	.025	
	.01	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42	.01	
24	.05	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	.05	24
	.025	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94	.025	
	.01	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21	.01	
30	.05	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	.05	30
	.025	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79	.025	
	.01	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01	.01	
40	.05	2.04	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	.05	40
	.025	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64	.025	
	.01	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80	.01	
60	.05	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	.05	60
	.025	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48	.025	
	.01	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60	.01	
20	.05	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	.05	120
	.025	2.05	1.95	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31	.025	
	.01	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38	.01	
∞	.05	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00	.05	∞
	.025	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00	.025	
	.01	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00	.01	

الجدول (١٠)

القيم الحرجة لمعامل ارتباط الرتب (سبيرمان)

n	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
5	0.900	—	—	—
6	0.829	0.886	0.943	—
7	0.714	0.786	0.893	—
8	0.643	0.738	0.833	0.881
9	0.600	0.683	0.783	0.833
10	0.564	0.648	0.745	0.794
11	0.523	0.623	0.736	0.818
12	0.497	0.591	0.703	0.780
13	0.475	0.566	0.673	0.745
14	0.457	0.545	0.646	0.716
15	0.441	0.525	0.623	0.689
16	0.425	0.507	0.601	0.666
17	0.412	0.490	0.582	0.645
18	0.399	0.476	0.564	0.625
19	0.388	0.462	0.549	0.608
20	0.377	0.450	0.534	0.591
21	0.368	0.438	0.521	0.576
22	0.359	0.428	0.508	0.562
23	0.351	0.418	0.496	0.549
24	0.343	0.409	0.485	0.537
25	0.336	0.400	0.475	0.526
26	0.329	0.392	0.465	0.515
27	0.323	0.385	0.456	0.505
28	0.317	0.377	0.448	0.496
29	0.311	0.370	0.440	0.487
30	0.305	0.364	0.432	0.478



الجدول (١١)

التحويل ع = $\frac{١}{٢}$ لو $\frac{١ + ر}{١ - ر}$ لمعامل الارتباط

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
.0	0.000	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090
.1	.100	.110	.121	.131	.141	.151	.161	.172	.182	.192
.2	.203	.213	.224	.234	.245	.255	.266	.277	.288	.299
.3	.310	.321	.332	.343	.354	.365	.377	.388	.400	.412
.4	.424	.436	.448	.460	.472	.485	.497	.510	.523	.536
.5	.549	.563	.576	.590	.604	.618	.633	.648	.662	.678
.6	.693	.709	.725	.741	.758	.775	.793	.811	.829	.848
.7	.867	.887	.908	.929	.950	.973	.996	1.020	1.045	1.071
.8	1.099	1.127	1.157	1.188	1.221	1.256	1.293	1.333	1.376	1.422
	0.000	**0.001**	**0.002**	**0.003**	**0.004**	**0.005**	**0.006**	**0.007**	**0.008**	**0.009**
90	1.472	1.478	1.483	1.488	1.494	1.499	1.505	1.510	1.516	1.522
91	1.528	1.533	1.539	1.545	1.551	1.557	1.564	1.570	1.576	1.583
92	1.589	1.596	1.602	1.609	1.616	1.623	1.630	1.637	1.644	1.651
93	1.658	1.666	1.673	1.681	1.689	1.697	1.705	1.713	1.721	1.730
94	1.738	1.747	1.756	1.764	1.774	1.783	1.792	1.802	1.812	1.822
95	1.832	1.842	1.853	1.863	1.874	1.886	1.897	1.909	1.921	1.933
96	1.946	1.959	1.972	1.986	2.000	2.014	2.029	2.044	2.060	2.076
97	2.092	2.109	2.127	2.146	2.165	2.185	2.205	2.227	2.249	2.273
98	2.298	2.323	2.351	2.380	2.410	2.443	2.477	2.515	2.555	2.599
99	2.646	2.700	2.759	2.826	2.903	2.994	3.106	3.250	3.453	3.800

الجدول (١٢)
قيم معامل الارتباط ر بدلالة ع

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.000	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090
.1	.100	.110	119	.129	.139	.149	.159	.168	.178	.187
.2	.197	.207	.216	.226	.236	.245	.254	.264	.273	.282
.3	.291	.300	.310	.319	.327	.336	.345	.354	.363	.371
.4	380	.389	.397	.405	.414	.422	.430	.438	.446	.454
.5	.462	470	.478	.485	.493	.500	.508	.515	.523	.530
.6	.537	.544	.551	.558	.565	.572	.578	.585	.592	.598
.7	.604	.611	.617	.623	.629	.635	.641	.647	.653	.658
.8	.664	.670	.675	.680	.686	.691	.696	.701	.706	.711
.9	.716	.721	.726	.731	.735	.740	.744	.749	.753	.757
1.0	.762	.766	.770	.774	.778	.782	.786	.790	.793	.797
1.1	.800	.804	.808	.811	.814	.818	.821	.824	.828	.831
1.2	.834	.837	.840	.843	.846	.848	.851	.854	.856	.859
1.3	.862	.864	.867	.869	.872	.874	.876	.879	.881	.883
1.4	.885	.888	.890	.892	.894	.896	.898	.900	902	.903
1.5	.905	907	.909	.910	.912	.914	.915	.917	.919	.920
1.6	.922	923	.925	.926	.928	.929	.930	.932	.933	.934
1.7	.935	937	.938	.939	.940	.941	.942	.944	945	.946
1.8	.947	948	.949	.950	.951	.952	.953	954	.954	.955
1.9	.956	957	.958	.959	.960	.960	.961	.962	.963	.963
2.0	.964	965	.965	.966	.967	.967	.968	.969	.969	.970
2.1	.970	.971	.972	.972	.973	.973	.974	.974	.975	.975
2.2	.976	.976	.977	.977	.978	.978	.978	.979	.979	.980
2.3	.980	.980	.981	.981	.982	.982	.982	.983	.983	.983
2.4	.984	984	.984	.985	.985	.985	.986	986	.986	.986
2.5	.987	.987	.987	.987	.988	.988	.988	.988	.989	.989
2.6	.989	.989	.989	.990	.990	.990	.990	.990	.991	.991
2.7	.991	.991	.991	.992	.992	.992	.992	.992	.992	.992
2.8	.993	.993	.993	.993	.993	.993	.993	.994	.994	.994
2.9	.994	.994	.994	.994	.994	.995	.995	.995	.995	.995

الجدول (١٣)
الاحتمالات المتجمعة في اختبار التلاحقات

(n_1, n_2)	a								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(2, 3)	0.200	0.500	0.900	1.000					
(2, 4)	0.133	0.400	0.800	1.000					
(2, 5)	0.095	0.333	0.714	1.000					
(2, 6)	0.071	0.286	0.643	1.000					
(2, 7)	0.056	0.250	0.583	1.000					
(2, 8)	0.044	0.222	0.533	1.000					
(2, 9)	0.036	0.200	0.491	1.000					
(2, 10)	0.030	0.182	0.455	1.000					
(3, 3)	0.100	0.300	0.700	0.900	1.000				
(3, 4)	0.057	0.200	0.543	0.800	0.971	1.000			
(3, 5)	0.036	0.143	0.429	0.714	0.929	1.000			
(3, 6)	0.024	0.107	0.345	0.643	0.881	1.000			
(3, 7)	0.017	0.083	0.283	0.583	0.833	1.000			
(3, 8)	0.012	0.067	0.236	0.533	0.788	1.000			
(3, 9)	0.009	0.055	0.200	0.491	0.745	1.000			
(3,10)	0.007	0.045	0.171	0.455	0.706	1.000			
(4, 4)	0.029	0.114	0.371	0.629	0.886	0.971	1.000		
(4, 5)	0.016	0.071	0.262	0.500	0.786	0.929	0.992	1.000	
(4, 6)	0.010	0.048	0.190	0.405	0.690	0.881	0.976	1.000	
(4, 7)	0.006	0.033	0.142	0.333	0.606	0.833	0.954	1.000	
(4, 8)	0.004	0.024	0.109	0.279	0.533	0.788	0.929	1.000	
(4, 9)	0.003	0.018	0.085	0.236	0.471	0.745	0.902	1.000	
(4, 10)	0.002	0.014	0.068	0.203	0.419	0.706	0.874	1.000	
(5, 5)	0.008	0.040	0.167	0.357	0.643	0.833	0.960	0.992	1.000
(5, 6)	0.004	0.024	0.110	0.262	0.522	0.738	0.911	0.976	0.998
(5, 7)	0.003	0.015	0.076	0.197	0.424	0.652	0.854	0.955	0.992
(5, 8)	0.002	0.010	0.054	0.152	0.347	0.576	0.793	0.929	0.984
(5, 9)	0.001	0.007	0.039	0.119	0.287	0.510	0.734	0.902	0.972
(5, 10)	0.001	0.005	0.029	0.095	0.239	0.455	0.678	0.874	0.958
(6, 6)	0.002	0.013	0.067	0.175	0.392	0.608	0.825	0.933	0.987
(6, 7)	0.001	0.008	0.043	0.121	0.296	0.500	0.733	0.879	0.966
(6, 8)	0.001	0.005	0.028	0.086	0.226	0.413	0.646	0.821	0.937
(6, 9)	0.000	0.003	0.019	0.063	0.175	0.343	0.566	0.762	0.902
(6, 10)	0.000	0.002	0.013	0.047	0.137	0.288	0.497	0.706	0.864
(7, 7)	0.001	0.004	0.025	0.078	0.209	0.383	0.617	0.791	0.922
(7, 8)	0.000	0.002	0.015	0.051	0.149	0.296	0.514	0.704	0.867
(7, 9)	0.000	0.001	0.010	0.035	0.108	0.231	0.427	0.622	0.806
(7, 10)	0.000	0.001	0.006	0.024	0.080	0.182	0.355	0.549	0.743
(8, 8)	0.000	0.001	0.009	0.032	0.100	0.214	0.405	0.595	0.786
(8, 9)	0.000	0.001	0.005	0.020	0.069	0.157	0.319	0.500	0.702
(8, 10)	0.000	0.000	0.003	0.013	0.048	0.117	0.251	0.419	0.621
(9, 9)	0.000	0.000	0.003	0.012	0.044	0.109	0.238	0.399	0.601
(9, 10)	0.000	0.000	0.002	0.008	0.029	0.077	0.179	0.319	0.510
(10, 10)	0.000	0.000	0.001	0.004	0.019	0.051	0.128	0.242	0.414

تابع الجدول (١٣)

الاحتمالات المتجمعة في اختبار التلاحقات

(n_1, n_2)	a = 11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(2, 3)										
(2, 4)										
(2, 5)										
(2, 6)										
(2, 7)										
(2, 8)										
(2, 9)										
(2, 10)										
(3, 3)										
(3, 4)										
(3, 5)										
(3, 6)										
(3, 7)										
(3, 8)										
(3, 9)										
(3, 10)										
(4, 4)										
(4, 5)										
(4, 6)										
(4, 7)										
(4, 8)										
(4, 9)										
(4, 10)										
(5, 5)										
(5, 6)	1.000									
(5, 7)	1.000									
(5, 8)	1.000									
(5, 9)	1.000									
(5, 10)	1.000									
(6, 6)	0.998	1.000								
(6, 7)	0.992	0.999	1.000							
(6, 8)	0.984	0.998	1.000							
(6, 9)	0.972	0.994	1.000							
(6, 10)	0.958	0.990	1.000							
(7, 7)	0.975	0.996	0.999	1.000						
(7, 8)	0.949	0.988	0.998	1.000	1.000					
(7, 9)	0.916	0.975	0.994	0.999	1.000					
(7, 10)	0.879	0.957	0.990	0.998	1.000					
(8, 8)	0.900	0.968	0.991	0.999	1.000	1.000				
(8, 9)	0.843	0.939	0.980	0.996	0.999	1.000	1.000			
(8, 10)	0.782	0.903	0.964	0.990	0.998	1.000	1.000			
(9, 9)	0.762	0.891	0.956	0.988	0.997	1.000	1.000	1.000		
(9, 10)	0.681	0.834	0.923	0.974	0.992	0.999	1.000	1.000	1.000	
(10, 10)	0.586	0.758	0.872	0.949	0.981	0.996	0.999	1.000	1.000	1.000

الجدول (١٤)

القيم الحرجة لاختبار ويلكوكسن للمقارنات التزاوجية

n	One-sided $\alpha = 0.01$ Two-sided $\alpha = 0.02$	One-sided $\alpha = 0.025$ Two-sided $\alpha = 0.05$	One-sided $\alpha = 0.05$ Two-sided $\alpha = 0.10$
5			1
6		1	2
7	0	2	4
8	2	4	6
9	3	6	8
10	5	8	11
11	7	11	14
12	10	14	17
13	13	17	21
14	16	21	26
15	20	25	30
16	24	30	36
17	28	35	41
18	33	40	47
19	38	46	54
20	43	52	60
21	49	59	68
22	56	66	75
23	62	73	83
24	69	81	92
25	77	90	101
26	85	98	110
27	93	107	120
28	102	117	130
29	111	127	141
30	120	137	152

† Reproduced from F. Wilcoxon and R. A. Wilcox. *Some Rapid Approximate Statistical Procedures*, American Cyanamid Company. Pearl River. N.Y., 1964 by permission of the American Cyanamid Company

الجدول (١٥)

الاحتمالات ل (س ⩽ س) فى اختبار الاتجاه

For $n = 3$, $F(2) = 1 - 0.167 = 0.833$.
For $n = 4$, $F(3) = 1 - 0.375 = 0.625$, $F(4) = 1 - 0.167 = 0.833$, etc.

x	$n=3$
	0.
0	167
1	500

x	$n=4$
	0.
0	042
1	167
2	375

x	$n=5$
	0.
0	008
1	042
2	117
3	242
4	408

x	$n=6$
	0.
0	001
1	008
2	028
3	068
4	136
5	235
6	360
7	500

x	$n=7$
	0.
1	001
2	005
3	015
4	035
5	068
6	119
7	191
8	281
9	386
10	500

x	$n=8$
	0.
2	001
3	003
4	007
5	016
6	031
7	054
8	089
9	138
10	199
11	274
12	360
13	452

x	$n=9$
	0.
4	001
5	003
6	006
7	012
[illegible]	022
9	038
10	060
11	090
12	130
13	179
14	238
15	306
16	381
17	460

x	$n=10$
	0.
6	001
7	002
8	005
9	008
10	014
11	023
12	036
13	054
14	078
15	108
16	146
17	190
18	242
19	300
20	364
21	431
22	500

x	$n=11$
	0.
8	001
9	002
10	003
11	005
12	008
13	013
14	020
15	030
16	043
17	060
18	082
19	109
20	141
21	179
22	223
23	271
24	324
25	381
26	440
27	500

x	$n=12$
	0.
11	001
12	002
13	003
14	004
15	007
16	010
17	016
18	022
19	031
20	043
21	058
22	076
23	098
24	125
25	155
26	190
27	230
28	273
29	319
30	369
31	420
32	473

x	$n=13$
	0.
14	001
15	001
16	002
17	003
18	005
19	007
20	011
21	015
22	021
23	029
24	038
25	050
26	064
27	082
28	102
29	126
30	153
31	184
32	218
33	255
34	295
35	338
36	383
37	429
38	476

x	$n=14$
	0.
18	001
19	002
20	002
21	003
22	005
23	007
24	010
25	013
26	018
27	024
28	031
29	040
30	051
31	063
32	079
33	096
34	117
35	140
36	165
37	194
38	225
39	259
40	295
41	334
42	374
43	415
44	457
45	500

x	$n=15$
	0.
23	001
24	002
25	003
26	004
27	006
28	008
29	010
30	014
31	018
32	023
33	029
34	037
35	046
36	057
37	070
38	084
39	101
40	120
41	141
42	164
43	190
44	218
45	248
46	279
47	313
48	349
49	385
50	423
51	461
52	500

x	$n=16$
	0.
2[illegible]	001
28	002
29	002
30	003
31	004
32	006
33	008
34	010
35	013
36	016
37	021
38	026
39	032
40	039
41	048
42	058
43	070
44	083
45	097
46	114
47	133
48	153
49	175
50	199
51	225
52	253
53	282
54	313
55	345
56	378
57	412
58	447
59	482

x	$n=17$
	0.
32	001
33	002
34	002
35	003
36	004
37	005
38	007
39	009
40	011
41	014
42	017
43	021
44	026
45	032
46	038
47	046
48	054
49	064
50	076
51	088
52	102
53	118
54	135
55	154
56	174
57	196
58	220
59	245
60	271
61	299
62	328
63	358
64	388
65	420
66	452
67	484

x	$n=18$
	0.
38	001
39	002
40	003
41	003
42	004
43	005
44	007
45	009
46	011
47	013
48	016
49	020
50	024
51	029
52	034
53	041
54	048
55	056
56	066
57	076
58	088
59	100
60	115
61	130
62	147
63	165
64	184
65	205
66	227
67	250
68	275
69	300
70	327
71	354
72	383
73	411
74	441
75	470
76	500

x	$n=19$
	0.
43	001
44	002
45	002
46	003
47	003
48	004
49	005
50	006
51	008
52	010
53	012
54	014
55	017
56	021
57	025
58	029
59	034
60	040
61	047
62	054
63	062
64	072
65	082
66	093
67	105
68	119
69	133
70	149
71	166
72	184
73	203
74	223
75	245
76	267
77	290
78	314
79	339
80	365
81	391
82	418
83	445
84	473
85	500

x	$n=20$
	0.
50	001
51	002
52	002
53	003
54	004
55	005
56	006
57	007
58	008
59	010
60	012
61	014
62	017
63	020
64	023
65	027
66	032
67	037
68	043
69	049
70	056
71	064
72	073
73	082
74	093
75	104
76	117
77	130
78	144
79	159
80	176
81	193
82	211
83	230
84	250
85	271
86	293
87	315
88	339
89	362
90	387
91	411
92	436
93	462
94	487

References

Bhattacharyya, G. and Johnson R.: Statistical Concepts and Methods, Wiley, 1977.

Bishop, O. N.: Statistics for Biology, Longman, 1971.

Cochran, W. G.: Sampling Techniques, Wiley, 1977.

Cochran, W. G. and Cox, G. M.: Experimental Designs, Wiley, 1957.

Colquohoun, D.: Lectures on Biostatistics, Clarendon Press, Oxford, 1971.

Freund, J. E.: Modern Elementary Statistics, Pentice - Hall, 1987.

Gunst, R. E. and Mason, R.L.: Regression Analysis and Application.

Hays, W. L.: Statistics for Social Sciences, Holt, Rinehart and Winston, 1973.

Hill, A. B.: A Short Textbook of Medical Statistics, Lancet, 1984.

Kreyszig, E.: Introductory Mathematical Statistics, Wiley, 1970.

Krumben, W. C. and Graybill, F. A.: Statistical Models in Geology, McGraw-Hill, 1965.

Milton, J. S. and Others: Introduction to Statistics, Heath and Company, 1986.

Nalimov, V. V.: The Application of Mathematical Statistics to Chemical Analysis.

Skane, D. H.: Elementary Statistics, Addison-Wesley, 1985.

Sokal, R. R. and Rohlf, F. J.: Introduction to Biostatistics, Freeman, 1973.

Snedecor, G. W. and Coehran, W. G.: Statistical Methods, Iowa State Univ. Press, 1980.

Sykes, M. N. and Vickers, M. D.: Principles of Clinical Measurement, McGraw-Hill, 1982.

Walpole, R. and Myers, R.: Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Macmillan, 1978.

Wardlaw, A.C: Practical Statistics for Experimental Biologists.

Winer, B. J.: Statistical Principles in Experimental Designs, McGraw-Hill, 1971.

Zuwaylif, F. H.: Applied Business Statistics, Addison-Wesley, 1984.