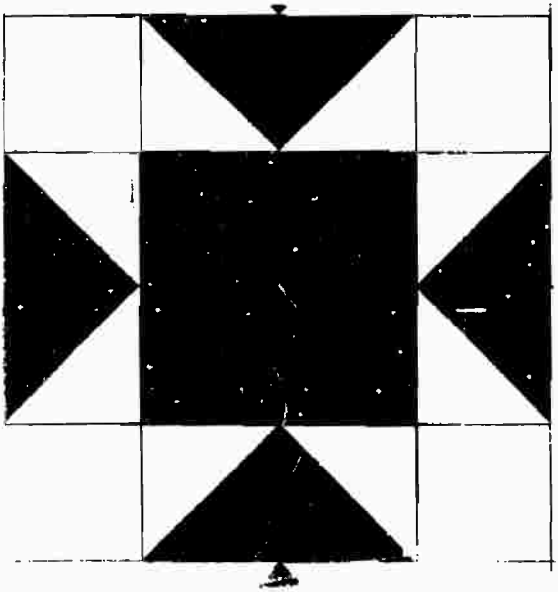
(٢)

ما هى الرياضيات



حقا.. إنها الرياضيات

منذ أن ابتكر الإنسان الأعداد لحاجته للعد... وفى كل زمان ومكان، أصبح معرفة قدر من الرياضيات يعتبر أمرًا لا يمكن الاستغناء عنه لأى إنسان يعيش على الكرة الأرضية - وحتى وهو فى طريقه إلى كواكب أخرى - ومهما كانت درجة ثقافته. إن دراسة الرياضيات فى معظم - إن لم يكن كل - الأحوال دراسة إجبارية فى العشرة صفوف الأولى من التعليم العام... كما أنها أصبحت متضمنة بدرجة أو أخرى فى كل الدراسات الأدبية والعلمية... ومع التقدير الكبير الذى تحظى به الرياضيات، إلا أنها لا تحظى بنفس القدر من الترحيب بدراستها من بعض التلاميذ، خاصة فى بداية دراستهم... ذلك أن تدريسها يختزل إلى تدريبات مجردة وروتينية فى حل مسائل وتمارين أو إثبات صحة قضايا هندسية، بأمل أنها تنمى قدرات فى المنطق الشكلى، ولكنها لا تؤدى إلى فهم حقيقى للعمل الرياضى ولا إلى استقلالية ثقافية تُذْكر. غالبية التدريس - محتوى وطريقة - يميل إلى

التوجه نحو التخصص المكثف والإفراط فى التجريد، وكأن كل المتعلمين يُعدّون ليكونوا رياضيين متخصصين... التطبيقات والترابطات مع العلوم الأخرى محدودة إن لم تكن مهملة... كل ذلك لا يعنى ولا يبرر الإقلال من أهمية تعليم الرياضيات... كما أنه لا يبرر أن يتراجع بعض التلاميذ والطلاب عن تعلم الرياضيات... ولا أن يبرر الخشية أو الخوف من تعلم الرياضيات، فهناك فى ثنايا الغابة أشجار جميلة وأخرى باسقة مفيدة... وأخرى تعطى ثمارًا حلوة المذاق. هناك حاجة لفهم أصيل للرياضيات كمنظومة عضوية وكقاعدة للتفكير الصحيح، وكأداة تضع نفسها فى خدمة كل العلوم وتسهم فى حل كثير من المشكلات فى مجالات الإنتاج والخدمات، كما تساعد على دراسة العديد من الظواهر الحيوية والبيئية، بما يسهم فى الحد من مخاطرها وبما يزيد من تطويرها لخدمة ورفاه الإنسان... الكل يعرف أن الحضارة والتقدم المعاصر يعتمدان على العلم والتكنولوجيا التى هى أداة قوية وفاعلة يرى – من خلال أدواتها – ويكتشف الكثير من

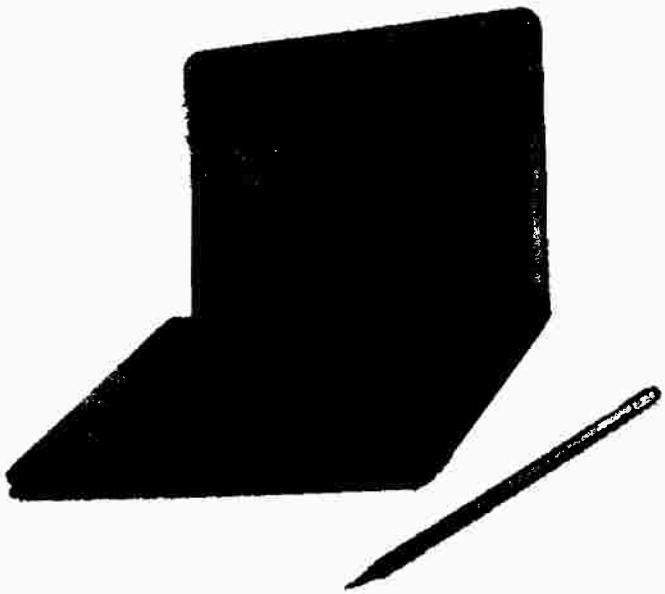
العلاقات، ويصل إلى كثير من الآفاق والمسافات البعيدة ويحلل العديد من الكيانات والجزئيات دقيقة الحجم ويقيس أزمنة متناهية فى الصِّغَر... مثل هذا التقدم كان من المستحيل حدوثه فى غيبة من «نمذجة» رياضية وبرمجة لخوارزميات معقدة.. ولكنها تعتمد على أساسيات وعلى ما يسمى بالمهارات الأساسية حسابية وجبرية وهندسية وتحليلية.

من الناحية الأخرى، فإن الرياضيات نوع من الفن الممتع. فهى من منظورها الفكرى نشاط حر... فالرياضى يمكنه أن يضع مجموعة من المسلمات – شريطة ألا تكون متناقضة – ويبنى عليها باستخدام المنطق مجموعة من «النظريات»، ومن ثم ينشئ بنية رياضية افتراضية... وقد يجرى «تجربة ذهنية» من خلال عمليات وسيناريوهات داخل «عقله» يمكن أن يحولها إلى «خرائط عقل» لبناء افتراضى فى رحلة ذهنية ممتعة.. ولكن يوما ما قد يجد أن تلك البنى والأبنية الافتراضية إن هى إلا نموذج لموقف عملى أو حياتى.. إقليدس عندما وضع مسلماته مستلهمها من العالم

الحقيقى، جاء بعده علماء استبدلوا إحدى مسلماته الشهيرة (مسلمة التوازى) بمسلمة أخرى... كانت إطارًا افتراضيًّا ورحلة ذهنية، ولكن جاء آينشتاين فوجد تلك الهندسة «اللاإقليدية» الافتراضية هى التى تصف فراغات حقيقية اكتشفها.

يمكن تشبيه الرياضيات بالموسيقى حيث الجمال والمتعة فى الوصول إلى الحل، وفى جمال الطرق المستخدمة فى الحل... فى تكوين «نوتة» موسيقية ليست نشازًا... فالموسيقيون يبتكرون معزوفاتهم بما تمليه عليهم وجدانياتهم وأحاسيسهم الجمالية، وبوعيهم بالسياق الذى يضعون فيه وله «أطوال» نغمات معزوفاتهم. يُنْسَب للموسيقار الشهير بتهوفن قوله: «ذلك الذى يفهم معنى موسيقاى سيكون حرًّا بعيدًا عن المآسى التى تصيب الآخرين»... الرياضيات – شأنها فى ذلك شأن الموسيقى وغيرها من الفنون – هى إحدى الوسائط التى يمكن أن ترفع من يعمل فيها وينشغل بها إلى مستوى الإشباع الذاتى... انظر – وتأمل – السعادة التى تشعر بها بعد أن تحل

مسألة كانت تبدو لك معضلة... والشعور بالإشباع النفسى والاعتزاز بالذات والثقة بالنفس، عندما تحل أحجية أو «فزورة»... بل عندما تحل بنفسك أو تؤلف «مسألة ذكية».



نافذة (٢) اللغة الرقمية

تستند اللغة الرقمية إلى نظام العَدّ الثنائى المكون فقط من رقمين أساسيين هما الصفر والواحد (٠ ، ١)، وعن طريقهما يكتب أى عدد أكبر باستخدام العد الثنائى بمعنى أن خانات (وباللغة العشرية العادية) ٢، $٢^{٢}$، $٢^{٣}$، $٢^{٤}$،... أى قوى٢ فتكون٢، ٤، ٨، ١٦،...فمثلاً العدد العشرى «٢» يكتب بالنظام الثنائى (١٠)، والعدد ٣ يكتب (١١) والعدد ٤ يكتب (١٠٠)... والعدد ٣٥ يكتب (١٠٠٠١١) بينما العدد الثنائى (١١٠١١) يساوى (١ + ٢ + ٠ + ٨ + ١٦ = ٢٧) باللغة العشرية.

الحروف الأبجدية أيضًا حددت لها الرموز الثنائية (٠، ١).

ابتكر هذه الرموز الثنائية الرياضى ليبنتز عام (١٧٠١) كفكر رياضى ومتعة ذهنية بحتة – حاليًا يستخدم هذا النظام الثنائى فى الكمبيوتر لإدخال واستدعاء المعلومات بواسطته.. بسرعة ويُسر. الآن توجد الكمبيوترات (الحواسيب) الرقمية والتليفزيون الرقمى وآلات الموسيقى الرقمية والكاميرا الرقمية... وغيرها الكثير.. ألا يستحق الأمر أن تدرس الحساب الثنائى؟

يسمى الرقم ٠ أو ١ «بِتْ». «البايت» هو مجموعة متتالية من «البِتات» تلزم لتمثيل حرف من حروف اللغة ٠ فمثلاً الحرف A يكتب رقميا كالآتى:

(١١٠٠٠١)

الحرف B يكتب رقميًا:

(١١٠٠١٠)

وهذا هو أساس فكرة

الرقمنة (Digitalization)

لماذا نعلّم الرياضيات

«أن تعرف وأن تفهم» قيمة إنسانية فى حد ذاتها، تقع فى أولويات حقوق الإنسان، الرياضيات كمجموعة من المعارف الثقافية والفكرية والأدائية جديرة بأن يكون تعليمها وتعلمها حقا ومطلبا لزوميا للجميع. الرياضيات كانت ومازالت أداة لإعداد المواطن – أينما كان وطنه، وأيا كان لونه أو جنسه أو

نوعه الاجتماعى الجنسوى، أو ديانته أو مستواه الاقتصادى أو الاجتماعى - فهى حق له منذ نشأته وخطوه فى سلم التعليم ثم خروجه لسوق العمل، وتكوين أسرة وممارسة أدواره الاجتماعية والاقتصادية والسياسية؛ فهى تنمى ليس فقط معارف ومهارات، بل تنمى قيمًا ومشاعر ووجدانيات، وقدرات عقلية عامة تجعل المواطن شخصًا منتجًا، من خلال أهليته وقابليته للتوظف فى مهنة يُعد لها... وأيضًا قابلاً لأن يغير مهنته وعمله، وأن يكتسب معارف جديدة ومهارات عمل جديدة... وبصفة عامة يكون قادرًا على أن يتجدد.. لا أن يتبدد.

إن تعليم الرياضيات نشاط جاد يهدف إلى:

- تنمية الحِس بالعدد وبالمكان.. ذلك أن العدد والمكان مكونان أساسيان لفهم الإنسان للحياة، ولمساعدته على التصرف الواعى، والتحرك الآمن فى نواحى معيشته ونشاطاته...
- الاتساق والتناغم بين أفكار الشخص؛ حتى لا يقع فى

تناقضات فى سلوكه أو فى تصرفاته.. سواء مع نفسه أو مع الآخرين، فى إطار تفكير عقلانى غير مضطرب.

- اكتساب أداة مهمة تتمثل فى علاقات ونظريات وأساليب رياضياتية لحل مشكلات علمية واجتماعية... وحياتية عامة.
- اكتساب قدرات عقلية تمكنه من إقامة الحُجَّة والدليل والتعليل والبرهنة بالنسبة للكثير من المواقف العملية والحياتية... وهو ما يكسبه حِنكة فى كشف الأخطاء والمغالطات وتفادى الوقوع فيها.
- التعامل بمصداقية استنادًا إلى معارف «علمية»، وإلى استخدام العقل فى مواقف مثل توزيع «المواريث» وتوزيع الأرباح، وتقدير تكاليف الأسرة، وترشيد الإنفاق...، وتحديد مواعيد الصلاة والأعياد الدينية والوطنية.
- فهم البيئة من مختلف أبعادها... والتصالح معها بحيث

«لا يعتدى» عليها، ويدرك مدى الخسارة فى اقتلاع الأشجار وفى سوء استخدام الأمراض الزراعية... كما يتفادى «انفعالاتها»، و«ثوراتها»، فيتنبأ ويتابع قضايا مثل الانبعاث الحرارى والفيضانات والزلازل... وإرهاصات وتنبؤات وقوعها.

- متابعة قضايا مثل النمو السكانى والإدراك والتوعية باحتمالات الآثار الاقتصادية والاجتماعية لعدم ضبطه وعدم التحكم الآمن فيه على المستوى القومى وعلى مستوى الأسرة الواحدة.
- تنمية القدرة على التواصل بلغة الرياضيات من حيث المصطلحات اللفظية والرموز والجداول والأشكال البيانية، وفهم ما تقول به وما يمكن أن تنبئ به بياناتها.
- تنمية القدرة على اتخاذ قرارات صحيحة ومناسبة بناء على حسابات وأسس صحيحة.
- تنمية التذوق الجمالى والعمل التعاونى والتفكير الجمعى العقلانى.

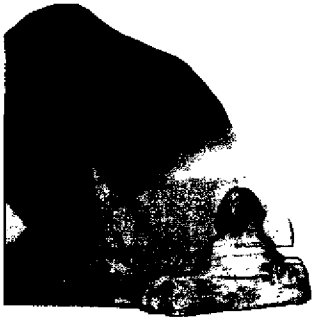
- تنمية القدرة على الإبداع والابتكار المنتج.
- الميل نحو دراسة الرياضيات والعلوم واستخداماتها، ومتابعة الجديد والمستحدثات فيها وفوائدها.
- اكتساب ثقافة عالمية ثمينة وممتعة... فى إطار وحدة المعرفة والتطورات التكنولوجية المتسارعة.
- تثمين دور الرياضيات فى تكامل الحضارات والتواصل والتقارب بين العلماء وزيادة الدافعية نحو المشاركة فى دراستها... وربما الإبداع فيها.
- تثمين دور العلمـــاء محليًّا وقـــوميًّا وعـــالميًّا فى تطوير الرياضيات.
- الاعتزاز بدور المصريين والعرب فى تطوير الرياضيات، واكتساب ثقة بإمكانية الاستمرار على نفس الدرب، والتأكيد على أن الذكاء والعبقرية ليست وقفًا ولا حكرًا على حضارة معينة ولا على جنس معين.
- التعرف على ســير وحـياة العلماء شرقًا وغربًا.. وأن القدرات وإن بَدت محدودة أو ظهرت متأخرة، فإنها

تنفتح وتنمو بالتعلم والإصرار على التعلم... وبما يبعد القلق والخوف والتردد، وبما يتطلب الثقة بالنفس وإمكانية الإنجاز، بل والابتكار.

رياضيات عظيمة عند قدماء المصريين

لعلك تعلم أن هرم الجيزة الأكبر تم بناؤه قرابة عام (٢٩٠٠) قبل الميلاد فوق مساحة تبلغ (١٢) فدانًا، وأنه يشتمل على أكثر من (٢ مليون) قطعة حجر، يزن كل منها فى المتوسط (٢,٥) طن.

أَسقُف بعض الغرف داخل الهرم مصنوعة من أحجار الجرانيت، ويُقدر وزن القطعة منها بحوالى (٥٤) طنا. قاعدة الهرم على شكل مربع، (القياسات الحديثة أثبتت أنه على الرغم من أنه لم تكن هناك أدوات قياس «متقدمة»، فإن أخطاء القياس فى أطول الأضلاع والزوايا كانت ضئيلة جدًا...).



إحدى المسائل البسيطة التى وردت فى «قرطاس» أحمس وهو أحد مسميات البردية، التى تم اكتشافها صدفة بواسطة عالم الآثار «رايند Rhynd» فى أخميم ونشرت عام ١٩٢٧م، ولكنها كانت مخطوطة للكاتب المصرى القديم «أحمس». وكان قد كتبها على ورق البردى عام (١٦٥٠) قبل الميلاد... كانت المسألة كالآتى:

«كومة إذا أضيف إليها سُبعها تصبح (١٩). فكم كانت الكومة؟»

كان حَل أحمس لتلك المسألة «الحسابية» يتضمن إجراء عمليات ضرب وقسمة بالطريقة المصرية القديمة كالآتى:

لتكن هذه الكومة ٧	
١	يعطى ٧
$\frac{1}{7}$	يعطى ١
$١\frac{1}{7}$	يعطى ٨

كم (٨) فى الـ(١٩)؟

وهنا حسب أحمس عدد المرات التى يضاعف بها العدد (٨) حتى يصل إلى (١٩).

وبنفس الطريقة توصل إلى «عدد المرات» تباعًا وهو ٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ثم أوجد «مضاعفات» العدد (٧) بالأعداد ٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ كالآتى:

١	يعطى	٢ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$
٢	تعطى	٤ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$
٤	تعطى	٨ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$
٧	تعطى	١٦ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

وبذلك فإن الكومة المطلوبة تساوى ١٦ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

أى تساوى $\frac{٥}{٨}$ ١٦

الحل «الحديث» وبلغة الجبر «المعاصر» كالآتى:

نفرض أن الكومة تساوى س

س + $\frac{١}{٧}$ س = ١٩

٧ س + س = ١٣٣ (بالضرب × ٧)

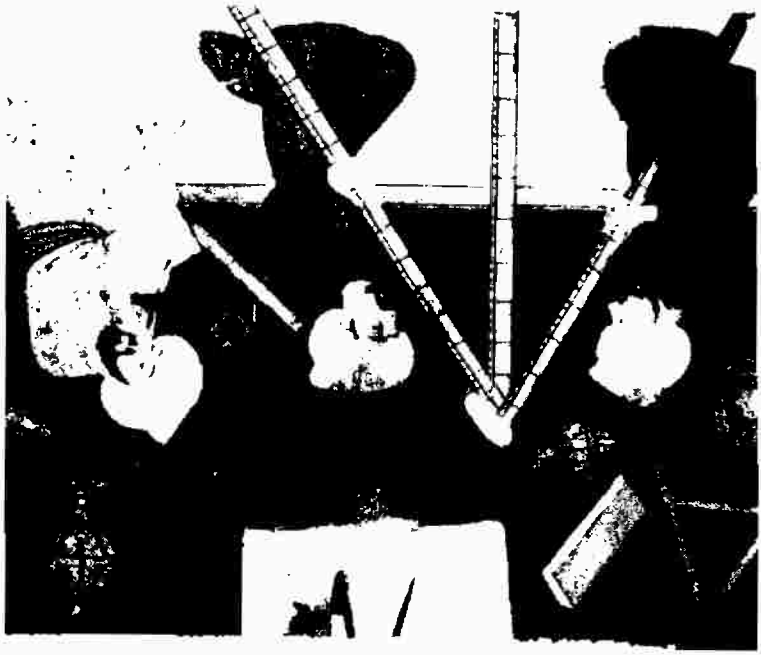
٨ س = ١٣٣

س = ١٣٣ ÷ ٨ (بالقسمة على ٨)

= ١٦ $\frac{٥}{٨}$

إذن:

الكومة = ١٦ $\frac{٥}{٨}$



رياضيات مبدعة فى الحضارة العربية الإسلامية

قدمت الحضارة العربية الإسلامية إسهامات عديدة فى تطوير الرياضيات... نذكر على سبيل المثال: وضع رموز ونظام العَد العشرى وهى:

٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

وكانت تبدأ بالواحد (١) ثم أضيف إليها الصفر بالرمز (٠) فى المشرق العربى، الرمز (0) فى رموز الأعداد الشقيقة التى هى أيضا أعداد عربية:

0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9

والتى انتشرت عن طريق كتاب الخوارزمى، ودخوله إلى الأندلس، ومنها إلى أوروبا ثم سائر العالم.

أحد الشعراء وصف الرموز «الشقيقة» وكانت تسمى الغبارية:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

كالآتى:

أَلِف (أ) وحاء (ح) ثم حج (حجـ) بعده

عين (ع) وبعـد العـين عو (عو) تُرسَم

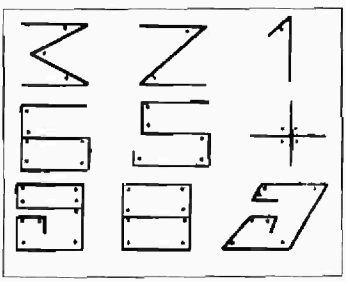
هاء (هـ) وبعد الهـاء شـكل ظاهـر

يبـدو كمخطـاف (7) إذ هـو يُرقـم

صفران (8) ثامنهـا وقـد ضُـمّا معـا

والـواو (9) تاسعهـا وبذلـك تُخْتَم

بعـض الـمُفسِّرين يرون أن رمـوز الأعـداد «الشقيقة» كتبت رموزها لتدل على قيمتها «العددية» بحسب عدد الزوايا في رسوماتها:



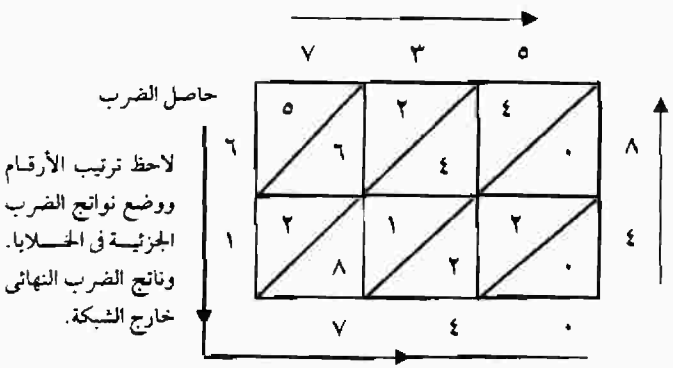
لعل كل تلك التفسيرات مجرد «اجتهادات». وقد جاءت الطباعة وطرق كتابة الأرقام في البنوك، وعلى «أزرار» الكمبيوتر، لتجعلها رموزا رياضية «بحتة» وتعرف عالميًا بالأرقام العربية.

وإليك مثال لطريقة «عربية» سهلة لإجراء عملية الضرب والتى تسمي بطريقة «الشبكة».

مثال: لإيجاد حاصل ضرب ٧٣٥ × ٨٤

نسير كالآتى:

نرسم شبكة مربعات يكتب عليها العددان (٧٣٥) أفقيا، (٨٤) رأسيا كما هو مبين. توضع حواصل الضرب فى أجزاء خلايا الشبكة. ثم تجمع النواتج قطريا:



حاصل الضرب

٧٣٥ × ٨٤ = ٦١٧٤٠

نافذة (٣) تقدير العلماء

العالِم الإيطالى ماركونى مبتكر «الراديو»

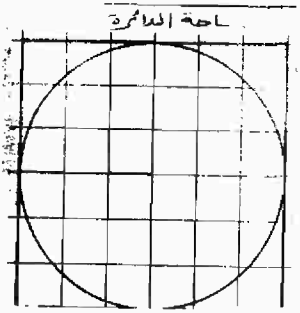
توفى عام ١٩٣٧. فى يوم وفاته أوقفت جميع محطات الإذاعة (على الراديو) فى العالم كله لمدة دقيقتين حِدادًا، وتقديرًا لعالِمٍ عظيم.

الرياضيات المدرسية:

الرياضيات المدرسية هى تلك الرياضيات التى يتعامل معها «المتعلم» من بداية تمدرسه، من الصف الأول حتى نهاية المرحلة الثانوية أو الصف الثانى عشر، سواء أكان فى مسارات التعليم العام أم التعليم الفنى أم المهنى..

تتمحور الرياضيات المدرسية حول العدد بكل أنواعه ومسمياته: أعداد صحيحة (طبيعية) وكسرية، موجبة وسالبة، نسبية وغير نسبية (كانت تُسمى مُنطَقة وصماء)، حقيقية، ومركبة... وعمليات عليها: عمليات ثنائية + ، − ، × ، ÷ وعمليات أحادية مثل الرفع إلى قوة أو إيجاد جذر أو إيجاد لوغاريتم...، وكذلك علاقات تساوى، وتباين بين بعض تلك الأعداد التى تتوافر فيها خاصة الترتيب... يمتد العمل حسابيًّا وحتى التعامل بمتغيرات وثوابت تحت مسمى «الجبر»، ثم حل معادلات ومتباينات تستخدم حروفا ورموزًا لتمثيل جمل مفتوحة مفردة وآنية.. تُستخدم لغة «المجموعات» منذ البداية كوسيط للانتقال بالطفل من

ساحة الدائرة



الأشكال إلى الأعداد باعتبار أن «العدد» هو إحدى خواص المجموعات.

تتضمن الرياضيات المدرسية دراسة الشكل بدءًا من النقطة إلى المستقيم (بُعد واحد) إلى المستوى (بُعدان) إلى الفضاء (ثلاثة أبعاد)... تشمل دراسة الشكل: أشكالاً بسيطة ومركبة... مضلعات ودوائر، مجسمات وكرات.. تأتى بعد ذلك دراسة «هندسة إحداثية» يتم فيها «عقد قران» بين النقطة والعدد، حيث يتم التعبير عن النقطة على المستقيم بعدد واحد، وفى المستوى بعددين وفى الفضاء بثلاثة أعداد... تسمى إحداثيات النقطة... الهندسة «التركيبية» تتضمن عمليات إنشائية بأدوات هندسية (حافة مستقيمة، مسطرة مدرجة، مثلث قائم، منقلة لقياس الزوايا، فرجار لرسم دوائر ومنحنيات...) كما تستخدم أدوات تكنولوجية: حاسبات وبرمجيات وحواسيب.

كما تتضمن الرياضيات المدرسية – فى كل أنشطتها – مناقشات وحوارات، ثم براهين «منطقية» واستنتاجات

«عقلانية» بمعنى استخلاص نتائج من مقدمات بصورة «بما أن... إذن...» وهو ما يسمى بالطرق الاستدلالية أو الاستنباطية.

تتعامل الرياضيات المدرسية أيضًا مع كيانات رياضية مثل المصفوفات والمتجهات، وحساب المثلثات... وتطبيقات لكل من المفاهيم الحسابية والجبرية والهندسية... وفى الصف الثانى عشر تضم الرياضيات المدرسية مادة «الميكانيكا» تحت مسمى «رياضيات تطبيقية». ومنذ البداية تهتم الرياضيات المدرسية بالبيانات والإحصاءات... والاحتمالات وتطبيقاتها المتنوعة.

وفى جميع الحالات، فإن جوهر الرياضيات المدرسية هو معارف وفكر ومهارات وأداءات عملية وعقلية، يصاحبها تأمل وتدبر ورغبة فى الإتقان والتذوق... ومن خلال كل الأنشطة «الرياضياتية» يمكن تنمية قيم أخلاقية وسلوكية بناءة... فالرياضيات ليست مادة محايدة، وليست مستقلة عن الإنسان فهى قريبة لأهداف البشر ومقاصدهم، وما يتطلعون

إليه وتدفعهم إلى العمل والإنجاز بأمانة ومصداقية... ودقة، دون خشية أو قلق.

ومن هنا يأتى اهتمام كل العالم وفى كل زمان ومكان بالدعوة إلى تعليم وتعلم الرياضيات... على سبيل المثال:

«فـولميك» (Volmik) من جنوب أفريقيا يقول بأن الرياضيات تساعد المتعلم على أن يتمكن من اتخاذ قرارات صحيحة... ومن تجميع وتنظيم وقراءة البيانات وتحليلها وتفسير ما ينشر منها.

«بيورك وبرولين» (Brolyn) من السويد يؤكدان أهمية تعليم الرياضيات للتدرب على حل المشكلات، وتنمية القدرة على تكوين نماذج رياضية تمثل مواقف مختلفة... كما تنمى الأنواع المختلفة من التفكير.

لقد ساعدت الرياضيات، وسوف تظل تساعد الإنسان على الابتكار والذى بدوره نتج عنه أجهزة وآلات وآليات، غيرت تفكير الإنسان وطورت طرق حياته ومعيشته...

الرياضى «بيتر برجر» (Berger) يقول أن «الإنسان يرى نفسه فى الكومبيوتر».

«إير شينج» (Ching) من الصين يقول إن اقتصاديات عصر المعلومات واقتصاد السوق يتطلب تعليم الرياضيات... للجميع.

ومن هنا جاءت الصيحة العالمية: «الرياضيات للجميع» «Mathematics For All». وإن كنا نرى ألا يكون نفس المحتوى للجميع.

حُب الرياضيات، والرياضيات × الحب

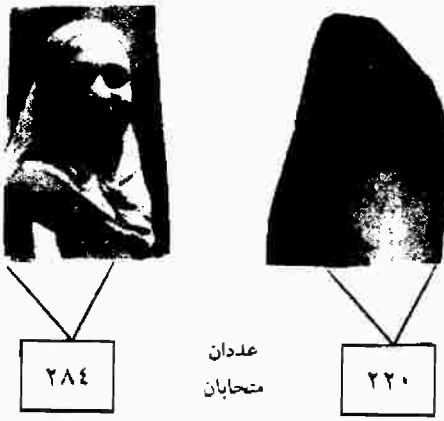
منذ قديم الزمن يُثمن معظم البشر الرياضيات ويوصون بضرورة تعلّمها. أفلاطون – مثلا – كتب على بيته «لا يدخل هذا الباب من لا يعرف الهندسة». الفيثاغورثيون، وبعدهم جمعيات عربية مثل جماعة «إخوان الصفا وخِلّان الوفا» كانوا يحبون الأعداد ويعتقدون أن لكل عدد صفة وخاصية. العدد (٦) مثلا كان ينظر إليه على أنه يمثل صفة الكمال. فهو عدد تام (Perfect Number)، والعدد التام هو الذى يساوى مجموع عوامله (ما عدا نفسه) فمثلا عوامل العدد ٦ هى ١ ، ٢ ، ٣ ، وفى تفسير الوحى فإن ٦ = ١ + ٢ + ٣ . بعض المفسرين يرون أنه ربما لهذا السبب خلق الله العالم فى ستة أيام.

بعض «عشاق» الأعداد يسعدون ويتفاءلون إذا كان تاريخ ميلادهم يقع يوم (٢٨)، ذلك لأن (٢٨) أيضًا عدد تام (٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤).

فى تصنيف الأعداد توجد أزواج من الأعداد يطلق عليها «الأعداد المتحابة»؛ حيث العددان المتحابان هما العددان اللذان يكون مجموع عوامل أحدهما يساوى مجموع عوامل

العدد الآخر، مثل العددين (٢٢٠)، (٢٨٤).

وكان إذا أراد شخصان أن يظهرا محبتهما لبعض، فإن أحدهما يلبس حلية مكتوبا عليها أحد العددين، ويلبس الآخر حلية مكتوبا عليها العدد المتحاب الآخر.



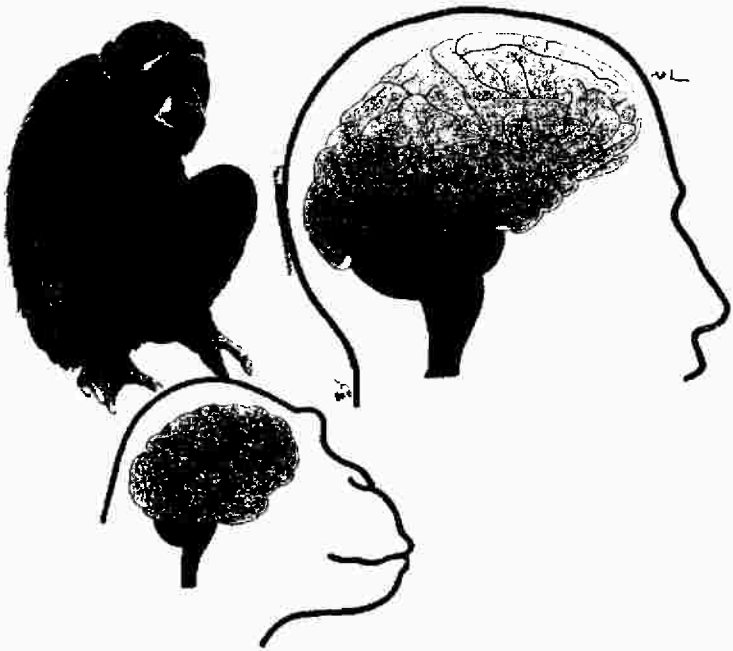
كثير من الأهازيج والأغنيات الحقيقية ترى «الحب × الرياضيات» كما ترى «الرياضيات × الحب»... كما فى الأغنية الخفيفة التى تبدأ بـ... «واحد وواحد يبقوا اتنين.. والحب كلمة من حرفين»، وتلك التى تقول « ٥ × ٦ ثلاثين يوم»... أحلِف إنه ما غاب ولا يوم!!» وغير ذلك كثير.

نافذة (٤) كَبَّر مُخك

تقول مجلة (Scientific American) إن نهضة البشرية تتماشى مع نمو «عقولنا». وطبقا لعدد صادر حديثا يقول أستاذ من جامعة هارفارد أنه من حوالى ما بين (٢ مليون) عام و(٢٥٠ ألف) عام مضت، يُقَدَّر تمدد حجم «مخ» (Brain) الإنسان بقدر حجم ملعقة كل مائة عام. وأنه إذا أمكن بَسط مخ شخص معاصر على مستوى، فإنه يمكن أن يشغل مساحة أربع صفحات لأوراق عادية. فى المقابل، فإن سطح مخ قرد الشمبانزى يغطى مساحة سطح ورقة واحدة، وسطح مخ القرد العادى يغطى مساحة سطح بطاقة بريدية، وسطح مخ الفأر يغطى مساحة طابع بريد.

وتقول مصادر متخصصة فى تكوين جسم الإنسان إن المخ البشرى مكون من أكثر من (١٠ بلايين) خلية عصبية وأكثر من (٥٠ بليون) خلايا أخرى، وأن المخ يزن أقل من (١,٣) كيلو جرام.

وإذا كان الحب وحده لا يكفى في التدليل على أهمية الرياضيات، فالأمثلة التالية تدعم أهمية الرياضيات ونفعيتها:



أمثلة:

مثال (١): مهارات فى التفكير التحليلى والعمل التعاونى فى حل مشكلات عامة:

عرض أحد الكتب التعليمية قصة بوليسية خيالية عن حادث سرقة فى أحد البنوك. قدم أحد المعلمين لصف عدد طلابه (٣١) طالبا المشكلة التالية للتعرف على السارق من خلال شراكة فى الحوار. القصة كانت كما يلى (مع تغيير فى الأسماء):

فى إحدى الليالى المظلمة الكئيبة، تعرض البنك القومى فى مدينة «شق الثعبان» لحادث سرقة فى أحد الأقطار الافتراضية، بعد التحقيقات المكثفة توصلت الشرطة إلى المعلومات التالية:

(١) أبلغت «توحيدة» إحدى موظفات البنك عن حادث السرقة.

(٢) تم اكتشاف السرقة الساعة التاسعة صباحًا يوم الجمعة الموافق (١٢) ديسمبر عند فتح البنك.

(٣) كان البنك قد أغلق أبوابه الساعة الرابعة من مساء الخميس (١١) ديسمبر.

(٤) تبين أن أقفال خزينة البنك جرى تحطيمها بواسطة متفجرات بلاستيكية.

(٥) لم يمكن العثور على مكان السيد «سمعان» مدير البنك وقت السرقة.

(٦) تمكنت السلطات من العثور على السيد «سمعان»، وهو فى مطار مدينة (ساحل الفضة) فى الساعة الواحدة بعد ظهر يوم الجمعة الموافق (١٢) ديسمبر.

(٧) عند القبض على السيد «سمعان»، أفاد بأنه سافر من مدينة «شق الثعبان» - مقر البنك - ليأخذ إجازة بعض الوقت بعيدًا عن زوجته.

(٨) كان السيد «سمعان» هو الشخص الوحيد الذى يحتفظ بمفتاح خزينة البنك.

(٩) أفاد «سمعان» أنه كان فى مطار «سميراميس» لمدة (١٢) ساعة، قبل أن يصل إلى مطار «ساحل الفضة».

(١٠) كان للسيد «سمعان» ابن عم يدعى «بهلول»، وكان حقودا على ابن عمه «سمعان».

(١١) اعتاد «بهلول» شرب الخمر فى ليالى الجُمَع.

(١٢) ظهر «بهلول» فى مدينة «نبتون» يوم الاثنين (١٥) ديسمبر، وفى حوزته كمية نقود كبيرة.

(١٣) لم يمكن العثور على السيدة «هانوش» زوجة «بهلول».

(١٤) تبين أن الشخص (أو الأشخاص)، الذين سرقوا خزينة البنك، فتحوا الباب الخارجى للبنك بمفتاح طبيعى.

(١٥) الشخصان الوحيدان اللذان يحتفظان بمفاتيح الباب الخارجى، هما: مدير البنك «سمعان» والحارس السيد «حسيب».

(١٦) لم تتمكن الشرطة من العثور على السيد «حسيب».

(١٧) تمكنت الشرطة أخيرًا من القبض على السيد «حسيب».

POLICE

(١٨) أفاد «حسيب» بأنه وصل إلى مدينة «سانجام» على الطائرة فى الساعة الرابعة، بعد ظهر الخميس (١١) ديسمبر.

(١٩) أكد موظفو شركة الطيران صحة موعد وصول السيد «حسيب» إلى مدينة «سانجام».

(٢٠) لم تكن هناك طائرات تغادر مدينة «سانجام»، بين الساعة الثالثة بعد الظهر والساعة التاسعة صباح اليوم التالى.

(٢١) كان للسيد «حسيب» أخ غنى.

(٢٢) أفادت الموظفة «توحيدة» أن السيد «حسيب» حاول التحرش بها فى البنك.

(٢٣) اعتادت الموظفة «توحيدة» أن تستعير مفتاح الباب الخارجى للبنك من المدير السيد «سمعان»؛ حتى تتمكن من الحضور إلى البنك مبكرة.

(٢٤) أفاد السيد المدير «سمعان» أن الموظفة «توحيدة»

استعارت منه مفتاح الباب الخارجى للبنك، قبل وقت إقفال البنك يوم الخميس (١١) ديسمبر.

(٢٥) أنكرت الموظفة «توحيدة» أنها استعارت مفتاح باب البنك من المدير «سمعان» فى ذلك اليوم.

(٢٦) تم اكتشاف سرقة بعض المتفجرات البلاستيكية من إحدى شركات البناء يوم الأربعاء (١٠) ديسمبر.

(٢٧) أبلغ العامل «حشكل» أحد العاملين بشركة البناء أنه شاهد الحارس السيد «حسيب»، يتسكع حول شركة البناء بعد ظهر الأربعاء (١٠) ديسمبر.

(٢٨) أفادت الموظفة «توحيدة» أنها شاهدت الحارس «حسيب» يتسكع حول مبنى البنك يوم الخميس (١١) ديسمبر.

(٢٩) أفادت الموظفة «توحيدة» أنها شاهدت الحارس «حسيب»، يغادر البنك الساعة الحادية عشرة من مساء الخميس (١١) ديسمبر، أثناء تواجدها بأحد المحلات الموجود بالشارع المقابل للبنك.

(٣٠) شهدت الموظفة «توحيدة» والعامل «حشكل» أنهما يعتقدان أن «حسيب» الحارس هو الذى سرق خزينة البنك.

(٣١) تأكدت الشرطة من صحة قصة مدير البنك السيد «سمعان»، فيما يتعلق بسفرياته.

والآن: هل يمكن القارئ أو مجموعة من (٣١) شخصًا يحصل كل منهم على بيان واحد مما سبق اكتشاف السارق؟

الحل: الموظفة «توحيدة» وعامل شركة البناء «حشكل» هما اللذان سرقا خزينة البنك، بعد أن حاولا إلصاق التهمة بالحارس!!

مثال (٢): مهارات حل مشكلة رياضية افتراضية:

هربت إحدى الدوال الجبرية من كتاب رياضيات مدرسى. استطاع «رادار» مركز أمن المناهج والتقويم من على هضبة المقطم أن يسجل مواصفاتها على الشبكة «الإحداثية» للرادار، وهى هاربة خارج الحدود، فجاءت مواصفاتها كالآتى:

(١) مرت الدالة بنقطة الأصل.

(٢) كانت تتحرك محمولة على خطوط مستقيمة.

(٣) مرت بالنقطتين (٣ ، ٣)، (٥ ، ٥).

(٤) مرت بالنقطتين (-٤، ٤)، (-٥، ٥).

(٥) لم تمر بمحور الصادات إلا عند نقطة الأصل.

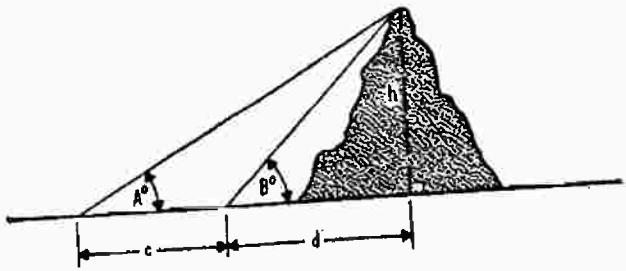
(٦) لم يكن لها أثر تحت محور السينات.

المطلوب: ساعد خبراء المركز فى التعرف على هذه الدالة وإعادتها إلى المركز ليتعرفوا على صورتها الجبرية.

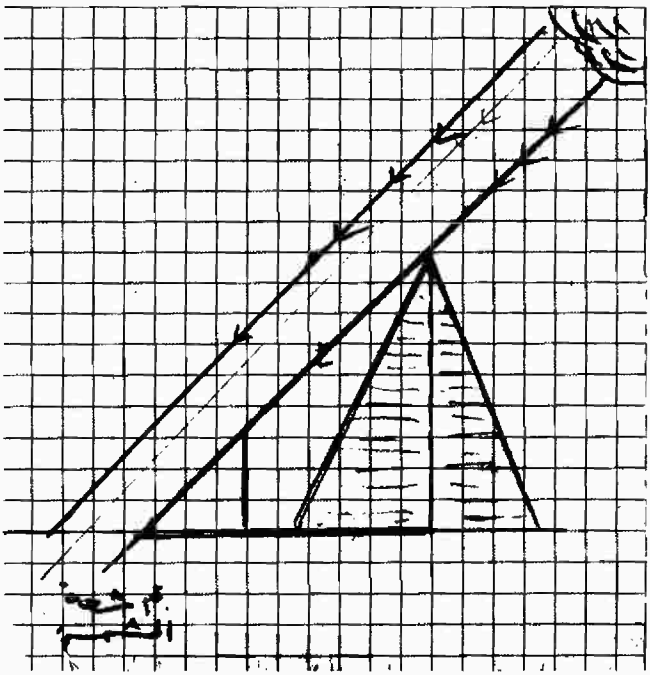
الحـــل: الدالة هى: ص = |س|

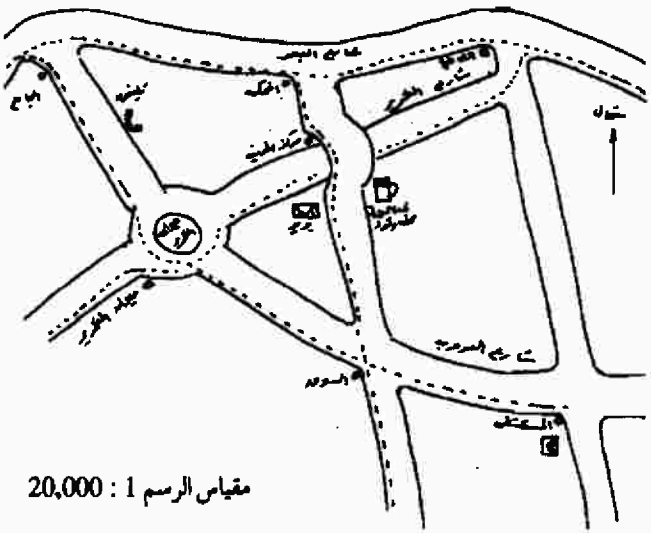
مثال (٣) : تفكير إبداعى منتج

يحكى أن أحد الملوك الفراعنة واسمه «أمازيس» دعا الرياضى «طاليس» ليوجد ارتفاع الهرم الأكبر... ولم تكن هناك أجهزة أو آلات أو طريقة لإيجاد ارتفاع الهرم مباشرة.



فكّر طاليس عدة مرات، ثم ذهب فجر أحد الأيام إلى موقع الهرم، وثبّت عصا على الرمال، وبدأ يقيس ظل العصا ويقارنه بطول العصا نفسها... إلى أن جاء وقت وجد فيه أن طول ظل العصا يساوى الطول الحقيقى للعصا نفسها... فجرى وقاس طول ظل الهرم، وكان هو ارتفاع الهرم نفسه.



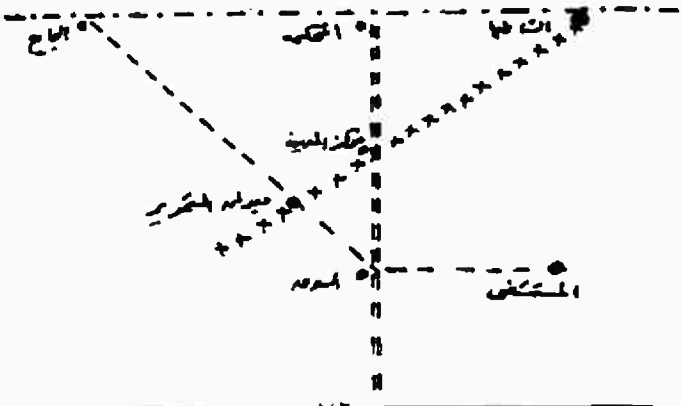


مقياس الرسم 1 : 20,000

مثال (٤) : الخريطة التوبولوجية

تهتم الخريطة التوبولوجية بخواص رياضية مثل المسارات بين المواقع المختلفة، والمواقع المتجاورة، والمواقع التى بين مواقع أخرى... ودون اعتبار للمسافات أو لاستقامة الطرق بين المواقع...

خرائط المدن، وخرائط خطوط ومسارات الطيران، ووسائل النقل فى المدن توضع بحيث تبين الخواص «التوبولوجية» مثل الجوار، البينية، أعلى، أسفل... وهذا لايمنع من وجود خرائط أخرى تبين المسافات مبينا بها مقاييس الرسم.



مثال (٥): طريقة مرحة لإيجاد وزن طفل

- كان وائل وزوجته منال وطفلتهما الصغيرة مريم يسيرون في أحد الشوارع التجارية. أمام إحدى الصيدليات حيث كان هناك ميزان كبير يصلح لقياس أوزان الأشخاص. حدث الآتي:
- وقفت الصغيرة مريم على «طبلية» الميزان ولكنها لم تستطع أن تقف ثابتة، فلم يمكن قراءة وزنها بسبب تأرجح مؤشر الميزان.
- نزلت مريم وحملها أبوها ووقف بها على الميزان، فجاءت قراءة الميزان (٨٥) كجم.
- نزلاً معًا، ثم حملت الأم ابنتها ووقفت بها على الميزان فجاءت قراءة الميزان (٧٥) كجم.
- نزلا معا، ثم حمل الزوج زوجته ووقف بها على الميزان فجاءت قراءة الميزان (١٥٠) كجم.

والمطلوب: حساب وزن كل من الثلاثة أشخاص.

الحل: مريم = ٥ كجم، الأب = ٨٠ كجم، الأم = ٧٠ كجم

تحقق من صحة الحل بأكثر من طريقة جبرية.

مثلاً: حل المعادلات الآنية التالية:

س + ع = ٨٥

ص + ع = ٧٥

س + ص = ١٥٠

مثال (٦) : تَحَدِّى ذهنى

أوجد عددين مختلفين مجموعهما يساوى حاصل ضربهما

حَل بالتخمين... مع تفكير متعمق

لا يمكن أن يكون العددان صحيحين (طبيعيين) معًا؛ لأن حاصل ضرب عددين صحيحين يتضمن تكرار الجمع، إذن لنجرب عددًا صحيحًا وكسرًا.

لنبدأ:

(١، $\frac{١}{٢}$) لا تصلح (١ × $\frac{١}{٢}$ لا يساوى ١ + $\frac{١}{٢}$)

(٢، $\frac{١}{٢}$) لا تصلح (٢ × $\frac{١}{٢}$ = ١ ، ٢ + $\frac{١}{٢}$ = ٢$\frac{١}{٢}$)

(٣، ١$\frac{١}{٢}$) تصلح

(لأن ٣ + ١$\frac{١}{٢}$ = ٤$\frac{١}{٢}$ ، ٣ × ١$\frac{١}{٢}$ = ٤$\frac{١}{٢}$)

يبدو أن هناك نمطا

(٤ ، ١$\frac{١}{٣}$) ، (٥ ، ١$\frac{١}{٤}$) ، (٦ ، ١$\frac{١}{٥}$) ... صالحة

ماذا عن حل جبرى؟

ليكن العددان س ، ص

س + ص = س ص

س = س ص − ص

= ص (س − ١)

ص = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ١}$ س ≠ ١

بوضع قيم للمتغير س وإيجاد ما يقابلها للعدد ص نجد حلولا كثيرة (٢ ، ٢) تحقق المعادلة ولكن نريد عددين مختلفين، ومن ثم نجد لذلك حلولا مثل:

(٣ ، $١\frac{١}{٢}$) ، (٤ ، $١\frac{١}{٣}$) ، .....

مثال (٧): إجابة صحيحة ولكن طريقة الوصول ليست صحيحة رياضيًا

طلبت المعلمة من التلميذة «مورا» اختزال الكسر $\frac{١٩}{٩٥}$.

بسرعة شديدة أجابت «مورا»: $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١}{٥}$

صفقت المعلمة للتلميذة لأن إجابتها صحيحة.

إلا أن المعلمة عندما سألت «مورا»: كيف حصلت على النتيجة أجابت «مورا»: ببساطة حذفت (٩) من البسط والمقام، وبقى :

$$\frac{١}{٥} \quad \frac{١٩}{٩٥} = \frac{١}{٥}$$

حزنت المعلم، وقالت: حصلتِ على نتيجة صحيحة، ولكنك استخدمت تعليلاً خاطئًا؛ لأن الحذف فى البسط والمقام لا يكون إلا لعوامل مشتركة:

إن $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١}{٥}$ لأن ٩٥ ÷ ١٩ = ٥

أى لأن $\frac{١٩}{٩٥} = \frac{١ \times ١٩}{٥ \times ١٩} = \frac{١}{٥}$

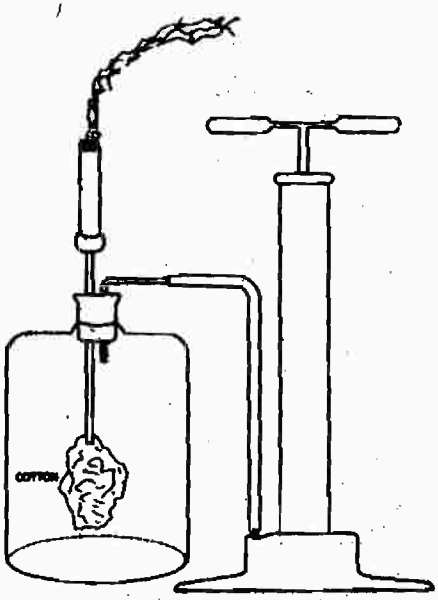
وإلا كان $\frac{١٨}{٨٥}$ ، $\frac{١٦}{٦٥}$ ، $\frac{١٥}{٥٥}$ ، $\frac{١١}{١٥}$

... تؤدى لنفس النتيجة $\frac{١}{٥}$

وهذا غير صحيح

احترس يا عزيزتى مورا...

أنشطة هادفة



خطورة التدخين

نشاط (١) : التدخين ضار بالصحة

ماذا يحدث داخل رئتى الشخص المدخن؟

بمعاونة معلمك والاشتراك مع بعض زملائك قم بالتجربة الآتية للتعرف على النتائج الخطيرة لاحتراق سيجارة:

- ضع سيجارة داخل زجاجة مغلقة
- ثم ضع قطعة قطن تستقبل نواتج احتراق السيجارة (قطعة القطن تمثل الرئتين)
- استخدم مضخة لسحب الدخان من السيجارة بعد إشعالها.
- احسب عدد «التنفسات» التى تستخدمها للتخلص من الدخان الذى بداخل الزجاجة (عدد مرات استخدام المضخة).
- يعطيك ذلك فكرة عن الوقت اللازم لتخلص الرئتين من الدخان، بعد تدخين سيجارة واحدة،

فما بالك بتدخين علبة سجائر كاملة؟

احترس من التدخين

بل احترس من التواجد فى مكان يدخن فيه آخرون

نشاط (٢) : ترشيد استخدام المياه

هناك حاجة لترشيد استهلاك المياه

تصور حياتك من دون توافر مياه جارية نظيفة، ليس فقط للأكل والشرب، بل للاستحمام.

دعنا نجرى تجربة لتقدير حجم الماء، الذى تستخدمه لأخذ حمام فى حوض استحمام أو من «دُش».

احسب حجم الماء الذى تستخدمه فى الحوض (اعتبر الحوض متوازى مستطيلات مفتوح:

الحجم = الطول × العرض × ارتفاع الماء)

فى حالة الدُّش:

استخدم آنية فارغة، معروفا حجمها لتجمع فيها المياه التى تنزل من الدش فى الدقيقة.

احسب عدد الدقائق التى تفتح فيها الدش لاستحمامك

الحجم = حجم الآنية × عدد الدقائق التى تستخدم فيها مياه الدش).

تصور أنك فى منطقة ليس بها مياه جارية، ومن ثم لا حوض ولا دش للاستحمام.

احسبْ كمية المياه «النظيفة» التى يمكنك الحصول عليها، عن طريق إحضارها من أقرب مكان، أو حتى بشرائها من العربات التى تبيع.

احسب الجهد والتكلفة والزمن الضائع.

* **حافظ على المياه الجارية النظيفة، واستخدمها بحكمة وعقلانية راجحة.**

نافذة (٥) ابتسم

سألت المعلمة التلميذ «كريم» السؤال التالى فى حصة «الفيزياء»:

المعلمة: ما أثر الحرارة على المادة؟

التلميذ كريم: المادة تتمدد بالحرارة وتنكمش بالبرودة.

المعلمة: حسنا يا كريم... أعطنى مثالا لذلك.

التلميذ كريم: اليوم طويل فى الصيف... وقصير فى الشتاء

* ما الخطأ فى المثال الذى أعطاه «كريم»؟