

(ثالثًا): الجبر... والمقابلة

(٣-٥) يعتبر «علم الجبر» كعلم رياضي مستقل عن



الخوارزمي

الحساب ابتكارًا عربيًا. فقد اكتسب اسمه من كتاب عنوانه «الجبر والمقابلة»، حيث نقلت كلمة «الجبر» كما هي إلى اللغات الأجنبية بمسمى (Algebra)، ومثيلاتها، المعنى القاموسى للكلمة العربية «الجبر» - كما

يذكره معجم مختار الصحاح كالاتى: «الجبر هو أن تُغنى الرجل من فقر أو تصلح عظمة من كسر». وكان أول من استخدم «الكلمة» هو محمد بن موسى الخوارزمي الذي أقام

في بغداد في القرن التاسع الميلادي في عصر الخليفة المأمون. ألف الخوارزمي كتاب «الجبر والمقابلة» ككتاب لحل المعادلات بعد أن صنفها وأوضح طرق حل كل نوع منها. كانت عملية «الجبر» في حلوله تعنى استكمال أو إصلاح طرف من طرفي المعادلة ثم تأتي عملية «المقابلة» لإيجاد قيمة المجهول بمقابلة طرفي المعادلة. وقد فسر ابن الياسمين (من القرن الثاني عشر الميلادي) ذلك بقوله:

وكل ما استثنيت في المسائل

سيره إيجاباً مع المعادل

وبعد ما يجبر فليقابل

بطرح ما نظيره يماثل

وكانت «المسائل» تدور حول المال (العدد المربع أي س²) والعدد (جذر المال أي س). وكانت في معظمها حل «مسائل» عملية تطبيقية لفظية.

تاريخياً كان الجبر في جوهره توسيعاً لقواعد الحساب

لإيجاد قيم مجهولة وتعتمد أحياناً على حساب عقلي وصور هندسية. وثمة أدلة تاريخية على أن بذور «الجبر» كانت في طرقها إلى الظهور عند قدماء المصريين والبابليين والهنود وربما في حضارات قديمة أخرى ويقسم المؤرخ نيسيلمان (Nesselman) تاريخ الجبر إلى ثلاث مراحل:

(أ) مرحلة الصور الكلامية والتي كانت تكتب فيها المسائل وحلونها بكلمات لفظية.

(ب) مرحلة الصور المختصرة أو المختزلة وكانت الحلول فيها تكتب بكلمات مختزلة.

(ج) مرحلة الرموز الكاملة، حيث المسائل والحلول تكون بصور رمزية كاملة، كما وأن المسائل العملية والتطبيقية تحول إلى صور وعلامات جبرية رمزية قبل حلها.

(١-٢) الجبر في مصر القديمة وبردية أحمس:

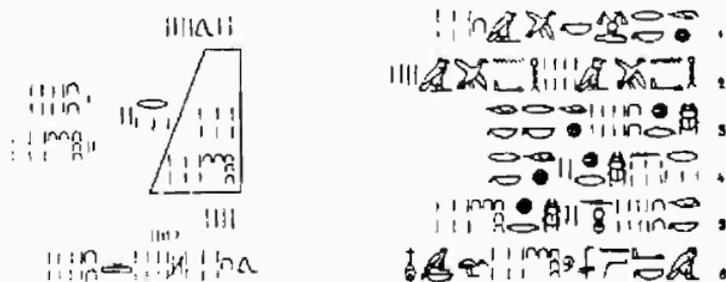
بُنِيَ هرم الجيزة الأكبر قرابة عام (٢٩٠٠ ق.م) فوق مساحة تبلغ حوالى (١٥) فداناً ويشمل أكثر من (٢ مليون)



قطعة حجرية يزن كل
منها في المتوسط (٥, ٢)
طن. أسقف بعض
الغرف داخل الهرم
مصنوعة من أحجار
الجرافيت يقدر وزن
الواحد منها بحوالي
(٤٥) طناً. ويقال أن
القاعدة المربعة للهرم بها
خطاً نسبي لا يتجاوز
(١/١٤٠٠) وأن الخطأ
النسبي في الزوايا
القائمة لا يتجاوز
(١/٢٧٠٠)... الكاهن

المصرى حدد موقع فتحة تشرق منها الشمس مرتين كل عام
وبالتحديد في (٢٠ أكتوبر، ٢٠ فبراير بحسب التقويم الميلادى

المعاصر) على وجه رمسيس في معبد أبي سمبل... هذا وغيره يدل بلا شك على مهارات رياضية عظيمة تدل عليها نقوش ومخطوطات لعل أشهرها بردية أو قرطاس أحمس الذي يعود تاريخها إلى حوالى عام (١٦٥٠ ق.م) والمعروفة باسم بردية رايند (Rhynd) التى اشتراها عالم المصريات هنرى رايند صدفة فى إحدى رحلاته الأثرية بصعيد مصر، وقد تم نشرها (عام ١٩٢٧). تحتوى هذه البردية على مسائل جبرية تتضمن حل معادلات من الدرجة الأولى والثانية وبعض المتواليات. وكانت السمة الغالبة على الحل استخدام تقدير أولى افتراضى للمجهول ثم تصحيح القيمة المفترضة بما يتفق مع معطيات المسألة الأصلية.



إيجاد حجم مخروط ناقص

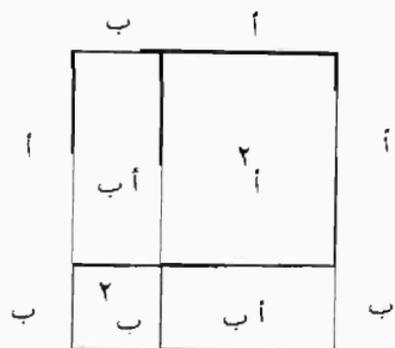
كان أحمس يسمى المجهول «كومة» وتنطق بصوت يماثل (AHA). يذكر أن المصريين كانوا يعرفون حالات خاصة من ثلاثيات فيثاغورس. وقد زار فيثاغورس مصر وتعلم في بعض معابدها في القرن السادس قبل الميلاد. جدير بالإشارة أن المسائل في البرديات المصرية كانت تقرأ من اليمين لليسار.

(٢-٣) لوحات البابليين:

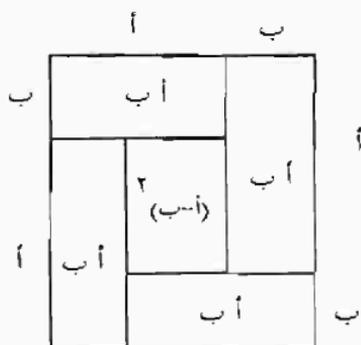
اكتشف في منتصف القرن التاسع عشر الكثير من الآثار التي تدل على تقدم البابليين في الرياضيات وذلك من خلال وثائق ولوحات صلصالية تعود إلى فترات من عصر الملك همورابي وحتى عام (١٦٠٠ ق.م) وفترة الملك نبوخذ نصر. وتدل محتوياتها على قدرات في حل مسائل ذات طبيعة جبرية وعمل جداول لحساب أرباح مركبة، وحل معادلات من الدرجة الأولى والثانية في مسائل مثل أوجد عددين مجموعهما (١٤) وحاصل ضربهما (٤٥)، وكانوا يتفادون حل مسائل بها كسور... ويرى المؤرخون أن اهتمامات البابليين كانت نظرية أكثر منها عملية كما في حالة المصريين القدماء.

(٢-٣) الجبر عند الإغريق:

كان الإغريق يعتقدون أن الكون - بصفة عامة - وكأنه مصنوع من نسيج رياضي، ومن ثم فإنهم اتجهوا اتجاها نظريا في معالجاتهم الرياضياتية وبدأوا يضعون تعميمات بطرق استنباطية على أساس منطقي. ونظراً لصدمة الفيثاغوريين في معتقداتهم العددية، فإن اهتمامهم بالجبر كانت من منظورات هندسية. فالعدد المربع عندهم مساحة والجذر التربيعي ضلع لمربع. اهتم الإغريق بمتطابقات جبرية ومثلوها بأشكال هندسية. على سبيل المثال:



$$أ^2 + ب^2 + ٢أب = (أ + ب)^2$$



$$(أ+ب)^2 = (أ-ب)^2 + 4أب$$

بطليموس

كذلك اهتم الإغريق بحل المعادلات التي عرفت باسم المعادلات السيالة حيث تشتمل المعادلة على أكثر من متغير. ويعتبر ديوفانتس من أشهر المهتمين بهذا النوع من المعادلات مثل (بالرموز الحديثة): $س + ص = ١٠$

(٢-٤) مدرسة الإسكندرية وعمالة الرياضيات:

أنشأ الإسكندر الأكبر مدينة الإسكندرية التي سميت باسمه عام (٣٣٢ ق.م). واختار بطليموس الإسكندرية عاصمة للملكة عام (٣٠٦ ق.م) وأنشأ فيها مدرسة

الإسكندرية التي تعتبر أقدم وأشهر جامعة علمية في التاريخ. افتتحت الجامعة عام (٣٠٠ ق.م) وظلت قرابة ألف عام منارة للعلم والحضارة. وقد تعلم وحاضر في مدرسة الإسكندرية كثير من علماء الرياضيات لعلم من أبرزهم: إقليدس وأرشميدس وارسثانوس وأبولونيوس وهيرون وديوفانتس وبابوس وهيبتيا التي تعتبر أول امرأة في تاريخ الرياضيات وكان أبوها ثيون رئيس المدرسة. وقد لاقت هيبتيا حتفها بطريقة مأساوية نتيجة حقد لجمالها وعلمها وظلامية وانغلاق عقل المحرضين والقاتلين.



هيبتيا (٣٧٠-٤١٥م) أول امرأة في تاريخ الرياضيات



أرشميدس



أبولونيوس

مسألة إغريقية:

هنا يرقد ديوفانتس حباه الله طفولة تساوى $\frac{1}{6}$ عمره،
ويبلغ مرحلة الشباب بعد ذلك بمقدار $\frac{1}{12}$ من عمره، وتزوج
بعد ذلك بزمن يبلغ $(\frac{1}{7})$ عمره، وأنجب ابنا بعد ذلك بـ (5)
سنوات، وعاش الابن $(\frac{1}{2})$ ما عاشه أبوه، وحزن الأب
وقضى نحبه بعد وفاة ابته بـ (4) سنوات.

أن عمر ديوفانتس ليس مكتوبا على القبر ولكن يمكنك أن تحسبه من علم الجبر (مات وعمره ٨٤ عامًا).

(٢-٥) الجبر في الحضارة الهندية :

شأن الحضارات الشرقية القديمة كان للهند حضارة ولغة مقروءة ومكتوبة ورموز للأعداد. اهتمت الرياضيات في الهند بالفلك وحساب المثلثات، وكان الهنود ماهرين في حل المسائل الحسابية وطرق الحل بالمعكوس. اعترف الهنود بأعداد سالبة وغير نسبية وعرفوا أن للمعادلة التربيعية جذرين واستخدموا طريقة إكمال المربع كما اشتغلوا بمعادلات سيالة.

مسألة هندية: من أرياباتا إلى ابنته ليلا الجميلة:

خبرني أيتها العذراء الجميلة ذات العيون البراقة لأنك تفهمين الحلول بالمعكوس. ما العدد الذي إذا ضرب في (٣) ثم زيد بمقدار $(\frac{3}{4})$ حاصل الضرب) ثم قسم على ٧ وأنقص بمقدار (٢) ثم أخذ جذره التربيعي وأضيف إليه (٨) وقسم الناتج على (١٠) كان الناتج (٢). [٨]

(٢-٦) الجبر في الحضارة العربية الإسلامية :

كما أشرنا سابقًا فإن الجبر في نشأته يعتبر علما عربية. الحضارة العربية الإسلامية احتضنت وأنجبت رياضيين مبدعين (مسلمين وغير مسلمين). لقد أخذت هذه الحضارة من حضارات سابقة لها وأضافت لها خاصة في العصر

العباسي الذي كان

يتميز بالانفتاح الثقافي

وفى كثير من المدن

المرتبطة بها مثل

الإسكندرية وأنطاكية

ودمشق والقاهرة

وقرطبة في الأندلس.

من الرياضيين العرب

المشهورين ثابت بن

قرة، إسحاق بن حنين



ثابت بن قرة (٨٢٦-٩٠١)

والبوزجاني والبيروني ونصير الدين الطوسي وابن يونس
 المصري الذي كان يعمل في المرصد الذي أسسه الفاطميون
 فوق جبل المقطم وعمر الخيام وقسطا، ابن لوقا والبتاني
 ويوحنا القس والرازي... والحسن بن الهيثم والذي ينسب
 إليه أنه قال «لو كنت بمصر لعملت في نيلها عملا... يحصل
 النفع في كل حالة» من حالاته من زيادة ونقصان». وقد أشار

إلى فكرة تخزين مياه
 النيل عند أسوان. وكان
 عمر الخيام مبدعا في
 رياضياته كما كان مبدعا
 في رباعياته ومن
 إسهامات الرياضيين
 العرب في الجبر:



الحسن بن الهيثم (٩٦٥-١٠٣٩ م)

● استخدام الاختزال
 للتعبير عن



عمر الخيام (١٠٤٨-١١٣١)

المجهول، مثلاً
استخدموا الحرف
ج للدلالة على
الجذر التربيعي.

● تصنيف المعادلات
كما فعل
الخوارزمي
والخيام.

● وضع قوانين لحل
معادلات الدرجة الثانية.

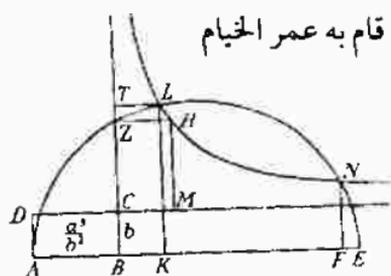
● استخدام طرق هندسية لحل معادلات الدرجة الثانية
(الخوارزمي) والثالثة (عمر الخيام).

● معالجة بعض أنواع المعادلات السيالة.

● حل معادلات من الدرجة الرابعة (البوزجاني والخيام).

● إيجاد قاعدة للأعداد المتحابة (ثابت بن قرة).

● التعامل بمتواليات حسابية وهندسية ومفكوك ذات الخدين وبدايات لما سمي بمثلث باسكال (الطوسي).



الحل الهندسي للمعادلة التكمية الذي قام به عمر الخيام

$$س^3 + ب^2 س = أ^3 ج س^2$$

$$\frac{أ^3}{ب} = BA$$

$$ب = BC$$

$$ج = BE$$

قطع ND و HL

$$BE = ج \quad BC = ب \quad BA = \frac{أ^3}{ب}$$

(٧-٢) الحضارة العالمية وتطور في الجبر وفروع أخرى في

الرياضيات:

بعد ما يسمى بعصور الظلام (في أوروبا) من منتصف القرن الخامس الميلادي وحتى القرن الحادي عشر بدأ علماء الغرب يترجمون ما وصل إليهم من ثمار الحضارة العربية الإسلامية بداية بما قام به الراهب جيربرت الذي درس في المعاهد العربية التي كانت مزدهرة في الأندلس وما ترجمه

جيرارد دى كريمونا (١١١٤ - ١١٨٧ م) الذى يقرب من (٩٠) كتابا عربيا. على عتبة القرن الثالث عشر ظهر الرياضى الموهوب فيوناتسى صاحب المتابعة الشهيرة (١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...) والتى تنمذج الإشكالية التى وضعها بالمسألة «كم عدد أزواج الأرانب التى يمكن إنجابها من زوج واحد أصلى خلال عام إذا كان كل زوج ينجب كل شهر زوجا جديداً، وهذا الزوج الجديد يصبح ولودا من الشهر الثانى من ولادته». ألفت فيوناتسى عام (١٢٢٥) كتابا عن المعادلات السىالة وكتبا أخرى فى الهندسة والمثلثات.

لم يشهد القرن الرابع عشر تطورا كبيرا فى الرياضيات بسبب الأمراض والحروب التى عمت أوروبا وإن ظهرت بعض التطورات مثل استخدام أسس كسرية فى الجبر وأفكار أولية عن المالا نهاية.

مع بداية النهضة فى القرن الخامس عشر بدأت حركة ترجمة للكتب الإغريقية، كما بدأت الطباعة والنشر وازدهرت

التجارة والملاحة وأعمال الفلك. وشهدت المدن الإيطالية ومدن أواسط أوروبا ازدهارًا في الرياضيات. كما ظهر رياضيون مثل «مولر» و«شوكيه» الذي ألف كتابًا في الحساب عام (١٤٨٤) عالج عمليات حسابية بأعداد صحيحة وكسرية وغير نسبية واعترف بالأسس الموجبة والسالبة الصحيحة وقدم الجبر في صور اختزالية. في نفس القرن قدم «باسيولي» (١٤٤٥-١٥٠٩) كتابًا ملخصًا للرياضيات في عصره يتضمن تطويرًا للرموز واستخدام حروفًا مثل (أ) للدلالة على عملية الجمع وحرف (m) للدلالة على عملية الضرب والرمز (co) للدلالة على المجهول، (cc) للدلالة على س^٢، (ece) للدلالة على س^٤، والرمز (ae) للدلالة على التساوي. وقد كان أول ظهور للرمزين الحاليين للجمع والطرح (+، -) في كتاب حساب ظهر عام (١٤٨٩) ألفه «ويدمان» ثم استخدم «فاندرهويك» الرمز (+، -) كعمليتين جبريتين عام (١٥١٤).

القرن السادس عشر شهد تطورًا كبيرًا في الرموز الجبرية. كما ظهر رمز التساوى الحالى (=) لأول مرة وفي كتاب الجبر الذى ألفه رودلف عام (١٥٢٥) وقد ظهر رمز الجذر التربيعى ($\sqrt{\quad}$) مأخوذًا عن الحرف الأول من كلمة radix التى تعنى الجذر باللاتينية. فى عام (١٥٤٤) ظهر كتاب الرياضى الألمانى ستيفل (Stifel) عن الأعداد النسبية وغير النسبية وربط بين متواليات حسابية وهندسية ممهدًا بذلك لظهور اللوغاريتمات. كما أعطى ستيفل مفكوكات لذات الحدين تصل إلى القوة (١٧)، كما تضمن معالجات فى مجال المعادلات والأعداد الحقيقية، كما رمز للمجهول بأحد الحروف، إلا أنه رفض الجذور السالبة للمعادلات. وقد انغمس «ستيفل» فى دراسة خواص الأعداد وغيبياتها ومدلولاتها فى نصوص دينية.

من الإنجازات الرياضية فى القرن السادس عشر اكتشاف الحل العام لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة على

بدى الرياضى الإيطالى فيرو (Ferro)، ولو أنه بعد ذلك ادعى «نيكولو أوف بريسكيا» المشهور باسم «تارتاجليا» (أى المتلعثم) بأنه اكتشف حلا جبريا للدرجة الثالثة وأنه حل نوعين من معادلات الدرجة الثالثة بينما تمكن «فيرو» من حل نوع واحد فقط.

فى عام ١٥٤٥ نشر «كاردان» كتابه «الفنون العظيمة»



لاجرانج (١٧٢٦-١٨١٢)

وقدم فيه حلا للمعادلة التكعيبية بالصورة $س^٣ + م س = ن$. كذلك حل «فرارى» تلميذ كاردان معادلة من الدرجة الرابعة وكانت طريقة فرارى هى اختزال معادلة الدرجة الرابعة إلى صورة من

الدرجة الثالثة ثم إلى الدرجة الثانية وقد عمل في ذلك آخرون مثل فيتا وديكارت.

حاول أويلر عام ١٧٥٠ إيجاد حل عام لمعادلة الدرجة الخامسة ولكنه فشل كما فشل لاجرانج وغيره... إلى أن ثبت عدم وجود حل عام للدرجة الخامسة مما أدى إلى ظهور نظرية الزمرة (Group) على يدي جالوا (Galois) الذي قتل (عام ١٨٣٢م) وهو في سن الحادية والعشرين. في مبارزة غبية بسبب تنافسه على فتاة دُست للقضاء عليه بسبب معارضته للملكية في فرنسا.

ينسب لفيتا استخدامه للرموز z, y, x (س، ص ع) للمتغيرات (المجاهيل) والحروف c, b, a ... (أ، ب، ج...).
للثوابت.





نايبر (١٥٥٠-١٦١٧)



نيوتن (١٦٤٢-١٧٢٧)

مع بداية القرن السابع عشر شهدت أوروبا تطوراً مذهلاً في الرياضيات تجاوبا مع الثورة الصناعية. ففي ذلك القرن اكتشف نايبر «اللوغاريتمات» لتيسير العمليات الحسابية كما قدم آلة حاسبة ونشر مع برجز (Brigs) جداول اللوغاريتمات للأساس عشرة. نافس نايبر في اكتشاف اللوغاريتمات رياضى سويسرى يدعى برغى (Burgi)... فكرة نايبر كانت هندسية بينما فترة «برغى» جبرية. من



جورج بول (١٨١٥-١٨٦٤)

الطريف أن فكرة اللوغاريتمات ابتكرت قبل استخدام الأسس.. كلمة لوغاريتم (Logarithm) مشتقة من كلمة إغريقية تعنى عدد نسبة (Ratio Number) وليس لها علاقة بكلمة (Algorithm) التى ابتدعت لتكريم الخوارزمى وبمعنى طريقة الخوارزمى والآن تعنى أى طريقة لإجراء عمليات رياضية.

ديكارت (الذى ابتكر الهندسة الإحداثية) وضع أيضًا قاعدة الإشارات لتحديد طبيعة جذور المعادلات. الرياضى فرمات (١٦٠١-١٦٦٥) اشتغل بالهندسة التحليلية واقترح

الكثير من المنحنيات وأسس نظرية الأعداد الحديثة وعالج مشكلة الأعداد الأولية. إسحاق نيوتن (١٦٤٢-١٧٢٧) مبتكر قوانين الحركة ومكتشف قوانين الجاذبية ابتكر حساب التفاضل والتكامل ومفكوكات ذات الحدين وحل المعادلات عددياً. كان لبيترز منافسا لنيوتن في اكتشاف أو ابتكار التفاضل والتكامل كما اشتغل بالمنطق الرمزي الذي استكمله جورج بول في القرن التاسع عشر ثم هوايتهد وبرتراندراسل في القرن العشرين متمثلاً في نظرية المجموعات (sets) والجبر البولي وأشكال فين. الرياضى هاريوت قدم القاعدة التى تقول بأن كثيرة الحدود من الدرجة (n) يكون لها (n) جذراً كما أنه أول من استخدم الرمزين (< ، >) للدلالة على أكبر من وأصغر. الرياضى أوتريد (Oughtred) قدم الرمز (x) لعملية الضرب والرمز (:) للتناسب، كما ابتكر حاسبة لوغاريتمية (عام ١٦٢٢) وقد طورها نيوتن ولكن أحدث مسطرة لوغاريتمية تعود للرياضى الفرنسى ماناهام (١٨٣١-١٩٠٦). الرياضى فيرمات (١٦٠١-١٦٦٥) اشتغل بالهندسة الإحداثية ونظرية الأعداد. ويعتقد أن لبيترز

(السابق الإشارة إليه) ابتكر نظرية المحددات في معرض حله للمعادلات الآتية.

ينسب لأويلر (في القرن الثامن عشر) استخدام الرمز d (س) $[f(x)]$ للدلالة على الدالة وتبنيه لاستخدام الرمز Π (ط) للعدد المتسامي المعروف وأنه استخدم الرمز «سيجما» (Σ) والرمز i للعدد التخيلي. ومن أشهر اكتشافاته الرياضية العلاقة التي تربط بين أشهر الأعداد في الرياضيات (صفر، ١، ط، ٢، ت وهي $e^{\pi} + 1 = \text{صفر}$).

وقد اشتغل معظم الرياضيين في القرن الثامن عشر بمعالجة التفاضل والتكامل ومحاولة فهم الكميات المتناهية في الصغر وتفسير



كانتور (١٨٤٥-١٩١٨)

أسس منطقية وبنيات رياضية (Structures) مجردة، كما تمت دراسة الأعداد الحقيقية على يدي «ديديكند» (Dedekind) واللاهائيات على يد كانتور (كما أشرنا سابقاً).

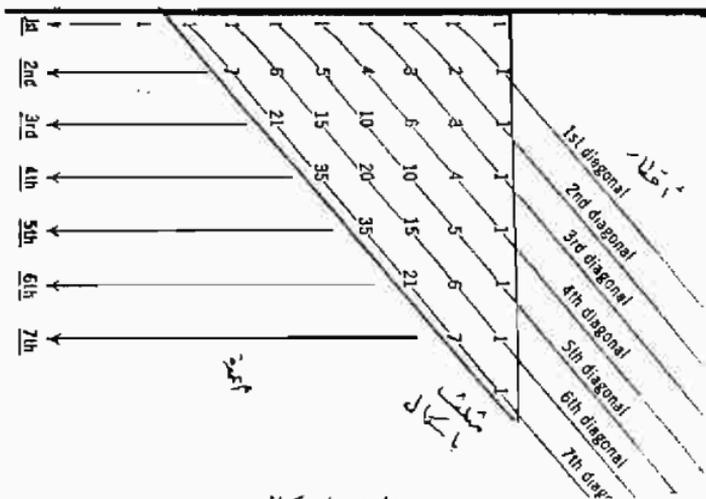
وقد شهد القرن العشرون تطورات عديدة في الرياضيات تتصف بعمليات التجريد وجرى الاهتمام بفلسفة الرياضيات وظهور مجموعات فرنسية ودولية تهتم بالرياضيات المجردة مثل مجموعة «بورباكي» لإعادة صياغة علم الرياضيات بأسلوب منطقي متشدد انعكس فيما سمي بالرياضيات الحديثة التي طالت الرياضيات المدرسية في المراحل قبل الجامعية.

كذلك خضعت مجموعة الأعداد الطبيعية لبناء منطقي متشدد على أساس مسلمات بيانو (Peano، 1858-1932).

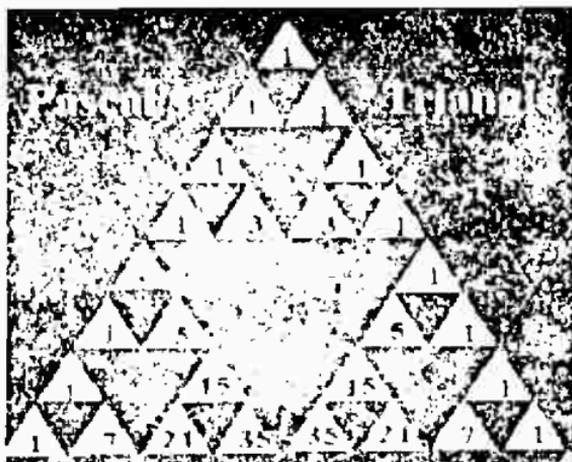
(٢-٨) مثلث باسكال... والاحتمالات:

قبل أن يتوهج حماسه الديني السلبي مرة ثانية ويعكتف حتى النهاية، تحول باسكال إلى شاب اجتماعي يصادق النبلاء

ويرتاد الملاحى، ويلعب الميسر مدفوعا فى ذلك إلى الاهتمام -
بالاشتراك مع الارستقراطى فرمات-بنظرية الاحتمالات التى
تطورت فيما بعد إلى أداة رياضية فاعلة فى عمليات الأعمال
والتأمين على الحياة (الاكتواريات) والكثير من الدراسات
الاجتماعية والفيزيائية والبيولوجية، كما تفيد فى مفكوكات
ذات الحديد... قدم باسكال ما يسمى «مثلث باسكال»...
الذى يفيد فى حساب احتمالات إحداث تتبع توزيعات
احتمالية معينة.



مثلث باسکال



(قارن مع مثلث سیرنسکی الکسوری)

على سبيل المثال:

لحساب احتمال نسبة عدد الأولاد في عائلة مكونة من ستة أطفال، اذهب إلى القطر السادس في مثلث باسكال حيث المجموع ٦٤:

يوجد احتمال $\frac{1}{16}$ أن كل الأطفال من نوع واحد (أولاد أو بنات)

يوجد احتمال $\frac{6}{64}$ أن يكون ولداً واحداً وخمس بنات أو العكس

يوجد احتمال $\frac{15}{64}$ أن يكون اثنان من نفس النوع، أربعة من النوع الآخر.

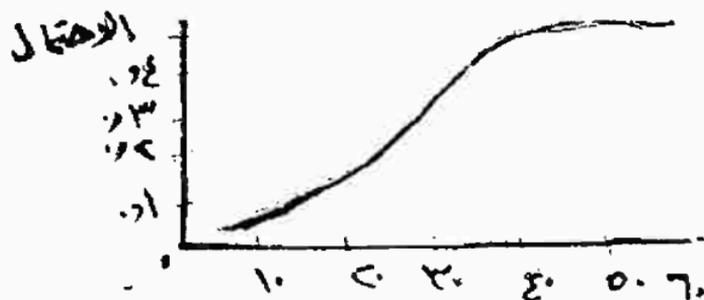
يوجد احتمال أن يكون هناك ثلاثة أولاد وأربع بنات.

وقد تطور العمل في نظرية الاحتمالات باستخدام رياضيات متقدمة وابتكار توزيعات احتمالية متعددة. كما وضعت قوانين للاحتتمالات النظرية والتجريبية لأحداث مشروطة ومتنافية بواسطة رياضيين كثيرين مثل دي موافر وجاوس.

من ناحية أخرى فإن كل صف في المثلث يعبر عن معاملات مفكوك لذات الحدين مثلاً

$${}^2(أ+ب) = ٢أ٢ + ٢أب + ٢ب٢$$

$${}^3(أ+ب) = ٣أ٣ + ٣أ٢ب + ٣أب٢ + ٣ب٣$$



منحنى توزيع احتمالي لأن يشترك شخصان

أو أكثر في نفس يوم الميلاد بحسب حجم العينة المأخوذة عشوائياً

جدير بالإشارة أن بعض المؤرخين يرى أن نصير الدين الطوسي ثم عمر الخيام عرفا نوعاً من هذا المثلث في إطار

مفكوكات ذات الحدين. أعطى دي موافر (١٦٦٧-١٧٥٤)
قانون التكامل التالى فى الاحتمالات:

$$\int_0^{\infty} e^{-s^2} ds = \sqrt{\pi}/2$$

وقانون منحنى التكرار العادى (الجرسى) التالى:

$$ص = ج e^{-أس^2} \quad (\text{حيث ج، أ ثوابت})$$

من الطريف أن إحدى القصص التى تروى عن دي موافر أنه لاحظ فى أيامه الأخيرة أنه فى كل يوم ينام ربع ساعة زيادة عن اليوم السابق. استخدم قانون المتواليات الحسابية وتنبأ بالموعد الذى ستكون مدة نومه تصل فيه إلى (٢٤) ساعة... وفى ذلك اليوم فى عام (١٧٥٤) انتقل إلى رحمة الله.

(٢-٩) جبر الفوضى/ الشواش (Chaos) وأثر الفراشة

من بين المكتشفات العلمية الحديثة جدًا ظاهرة أطلق عليها العلماء «الفوضى» أو الشواش. والفوضى فى جوهرها -

والتي تتضح في مظاهر طبيعية كثيرة - تعنى رياضيا أن أى

تغيرات طفيفة في الحالة الابتدائية

(Initial) لنظام أو نموذج رياضى

يمكن أن تؤدي إلى انحرافات

وتغيرات واسعة على طول الطريق

في النظام أو النموذج. يشبهون ذلك

أثر الفراشة

بما يسمى «أثر الفراشة» والذي يقول بأنه إذا حلقت فراشة في

البرازيل (مثلاً) فإن تحريك جناحها للريح يمكن أن يتسبب

في عاصفة في بلد بعيد مثل الصين. كان العلماء يجدون

صعوبات في التنبؤ بحالة الطقس مثلا وعزوا ذلك إلى عدم

الدقة في الخوارزميات والحسابات وحتى مخرجات

الحواسيب.. ولكنهم تنبهوا أخيراً إلى أن السبب وراء

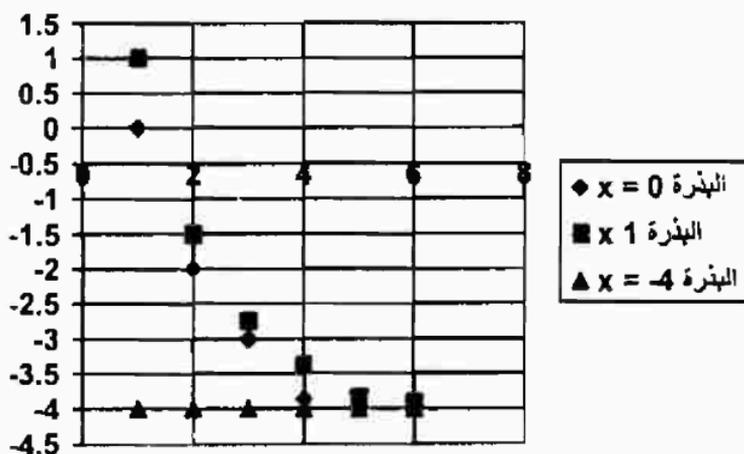
الانحرافات والنواقص في التنبؤات هو ظاهرة الفوضى...

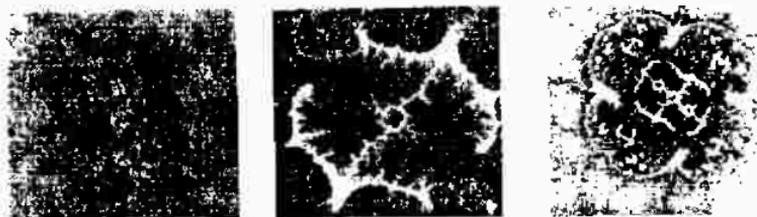
رياضيات الفوضى تستخدم مفاهيم مثل البذرة والمدار

والنقطة الثابتة والتكرارات الخطية واللاخطية... وتستخدم

تمثيلات بيانية معقدة لا يمكن إنتاجها إلا عن طريق برمجيات

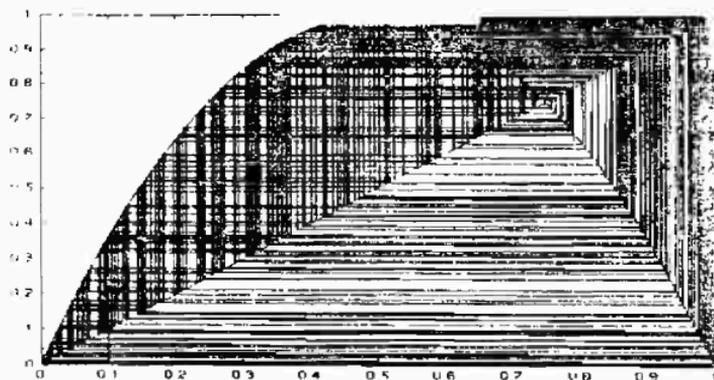
حاسوبية. تظهر الفوضى - وبعد تعويضات عديدة جدًا - في معادلات تربيعية وأسية واكتوارية... وتتضح في دوال رياضية وعلاقات أسية (كما في حالة نمو السكان) ودوال تمثل ظاهرات حيوية (مثل دقات القلب) وطبيعية مثل الطقس... ودوال عادية ولوجيستية.. مبادئ في جبر الفوضى أمكن تدريسها في المرحلة الثانوية في مدارس مصر تجريبيا. جبر الفوضى والهندسة الكسورية تنتمي إلى ما يسمى حاليًا بالرياضيات الديناميكية.



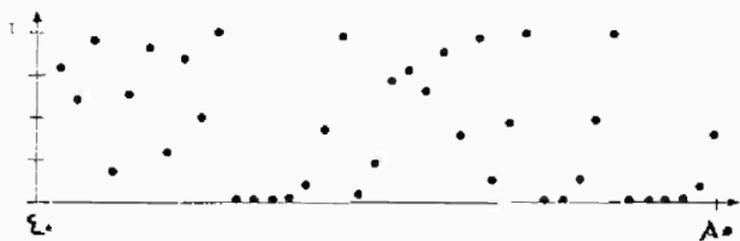
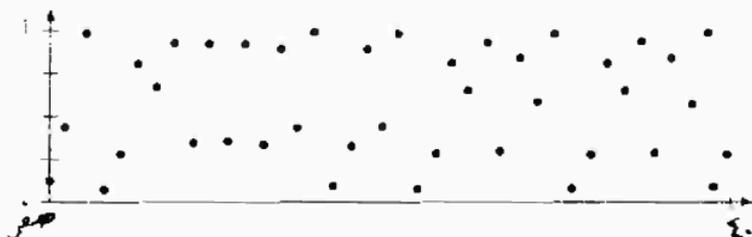


مجموعة من المتسلسلات الفوضوية المكونة من آلاف التعويضات
للمعادلة

من \leftarrow ٤ من (١- من) بدءاً بالذرة من = ١, ٠



مصير البذرة من = ١, ٠ في متسلسلة من \leftarrow ٤ من (١- من) الزمنية



متسلسلة زمنية للقاعدة من ← ٤ من (١-س)

لمائة تعويض يبدأ بالبذرة من = ١٢٣ , ٠

(لاحظ السلوك الفوضوي للمدار)