٥- الحسابات الإحصائية

أمام الإدارة عند التعامل مع البيانات والنتائج حساب المؤشرات الإحصائية ذات الفائدة فى تفهم وتقييم ما هو معروض أمامها. لذلك تحديد مدى المتغيرات الموجودة وإلى أين تتجه، وما حدود الاقتراب أو البعد عن خط المنتصف، أو بما يوضح درجة الاتفاق أو الاختلاف مع الدقة المطلوبة أو الجودة المستهدفة.

إشارة إلى ما يتوفر من أرقام، بيانات ونتائج فيمكن حساب الآتى:

- المتوسط الحسابى.
- المدى.
- رقم المنتصف.
- المنوال (الرقم الأكثر تكرارا).
- الانحراف القياسى.

٥-١ المتوسط الحسابي:

يُعرف المتوسط الحسابى (Mean) بأنه المتوسط لما تم التوصل إليه من نتائج، ويتم حسابه بجمع النتائج ثم القسمة على عددها. فعلى سبيل المثال لو كانت النتائج التى تم الحصول عليها عند قياس قضبان الحديد، ولعدد ٤ قضبان على النحو التالى: ١٤٤سم، ١٤٦سم، ١٥٤سم، ١٤٦سم، بالتالى يكون المتوسط الحسابى

$$= \frac{١٤٤ + ١٤٦ + ١٥٤ + ١٤٦}{٤}$$

$$= \frac{٥٩٠}{٤} = ١٤٧{,}٥ \text{ سم}$$

بذلك يمكن حساب المتوسط لأى عدد من القضبان، وبافتراض الرمز س لطول القضيب، فيكن أطوال القضبان على النحو: $س_١$، $س_٢$، $س_٣$، ــــــ .. وصولا إلى $س_ن$، ويكون المتوسط الحسابى لعدد ن من القضبان يساوى

$$\frac{س_١ + س_٢ + س_٣ \cdots\cdots س_ن}{ن} = \sum_{ع=١}^{ع=ن} \frac{س_ع}{ن}$$

وعلامة $\sum_{ع=١}^{ع=ن}$ للتأكد على أن جميع القضبان بعدد (ن) قد تم احتسابهم.

والجدول رقم (٥-١) يشتمل على المتوسط الحسابى لكل مجموعة من الأطوال المنتجة، والمفترض أن طول القضيب ١٥٠سم، وتم إنتاجها فى عدد ٢٥ مجموعة، تشتمل المجموعة على عدد ٤ قضبان لكن كان هناك تفاوت فى الأطوال المنتجة.

جدول رقم (٥-١) المتوسط الحسابى والمدى لكل مجموعة من الأطوال المنتجة

المدى، سم	المتوسط الحسابى،سم	اطوال القضبان المنتجة، سم				رقم المجموعة
١٠	١٤٧,٥٠	١٤٦	١٥٤	١٤٦	١٤٤	١
١٩	١٤٧,٠٠	١٥٣	١٣٤	١٥٠	١٥١	٢
١٣	١٤٤,٧٥	١٥٢	١٤٣	١٣٩	١٤٥	٣
٨	١٥٠,٠٠	١٤٨	١٥٢	١٤٦	١٥٤	٤
٤	١٥٥,٥٠	١٥٧	١٥٥	١٥٣	١٥٧	٥
١٢	١٤٩,٧٥	١٤٧	١٤٥	١٥٠	١٥٧	٦
١٨	١٤٦,٢٥	١٥٥	١٣٧	١٤٤	١٤٩	٧
١٤	١٤٨,٠٠	١٥٥	١٤٩	١٤٧	١٤١	٨
٩	١٥٣,٢٥	١٥٦	١٤٩	١٥٠	١٥٨	٩
٩	١٤٩,٧٥	١٥٤	١٥٢	١٤٨	١٤٥	١٠
٤	١٥٢,٠٠	١٥٣	١٥٤	١٥٠	١٥١	١١
١٠	١٥٠,٠٠	١٤٨	١٥٢	١٤٥	١٥٥	١٢
١٠	١٤٨,٠٠	١٤٢	١٥٢	١٤٦	١٥٢	١٣
١٦	١٥٠,٧٥	١٤٩	١٥٠	١٦٠	١٤٤	١٤
١١	١٥٠,٢٥	١٥٧	١٤٨	١٤٦	١٥٠	١٥
٥	١٤٧,٠٠	١٤٩	١٤٨	١٤٤	١٤٧	١٦
٧	١٥١,٥٠	١٤٨	١٥٣	١٥٠	١٥٥	١٧
٩	١٥١,٧٥	١٥٣	١٤٩	١٤٨	١٥٧	١٨
٦	١٥٢,٠٠	١٥١	١٤٩	١٥٥	١٥٣	١٩
١٣	١٤٩,٢٥	١٥٠	١٥٠	١٤٢	١٥٥	٢٠
١٤	١٥٢,٥٠	١٦٠	١٤٨	١٥٦	١٤٧	٢١
١١	١٥٢,٧٥	١٥٤	١٥٨	١٤٧	١٥٢	٢٢
١٣	١٥٠,٢٥	١٥١	١٥١	١٥٦	١٤٣	٢٣
٥٨	١٥٢,٢٥	١٤٩	١٥٧	١٥٢	١٥١	٢٤
١٧	١٥٠,٥٠	١٥١	١٥٧	١٤٠	١٥٤	٢٥

ويكون المتوسط الحسابى لعد ١٠٠ قضيب تم إنتاجها يساوى ١٥٠,١ سم .

عند التعامل مع عدد من النتائج فيمكن الاعتماد على المتوسط الحسابى لها وذلك بجمع النتائج معا، ثم قسمة المجموع على إعداد النتائج، ثم عند مقارنة هذا المتوسط مع المحدد من مواصفات أو نتائج، فيمكن تحديد مدى الاقتراب أو البعد عنها، أو بالتحديد عن خط المنتصف الذى سبق إيضاحه فى الشكل رقم (٤-١) .

وإذا ما كان المعروض أمام الإدارة عدداً كبيراً من النتائج، فيمكن تقسيمها إلى مجموعات على أن تكون كل من هذه المجموعات مشتركة فى خاصية محددة، مثال ظروف أو تاريخ إنتاجها، أو نوعية الخامات أو درجة نقائها أو جودتها، بذلك يتم أولاً حساب المتوسط لكل مجموعة، ثم لجميع البيانات وصولا إلى المتوسط الشامل لإجمالى النتائج، مما يوضح أمام الإدارة كيف تسير الأمور.

٥-٢ المدى:

لحساب مدى التغير (Range) فى العملية الجارية فيتم حساب الفارق بين أعلى نتيجة وأقل نتيجة، مما يوضح مدى التشتت أو الاتساع فى النتائج، وكما يوضح الجدول رقم (٥-١) الذى اشتمل على حساب المدى لكل مجموعة من الأطوال (عدد ٤ قضبان فى كل مجموعة) وذلك لعدد ٢٥ مجموعة، حيث وجد أن المدى يختلف من ٤سم (مجموعة رقم ١١)، إلى ١٨ سم (مجموعة رقم ٧). وحساب المتوسط الحسابى للمدى لعدد ٢٥ مجموعة فقد وجد بمقدار ١٠,٨سم. مما يوضح وجود اتساع بين النتائج فى كل مجموعة، وأن العملية تحتاج إلى مراجعة وضبط للإقلال من هذا المدى للتشتت، وإجمالا فإن هذه الحسابات توضح أمام الإدارة التفهم الجيد للنتائج عند العرض عليها.

٥-٣ رقم المنتصف:

رقم المنتصف (Median) يعرف بالرقم الواقع فى المنتصف بين قيم البيانات أو النتائج المعروضة، حيث يتم تحديده بترتيب هذه القيم إما تصاعديًا أو تنازليًا، مما يتيح تحديد القيم التى تزيد أو تقل عن هذا المنتصف، مع ملاحظة إذا كان عدد القيم فرديا، فمن السهل تحديد رقم المنتصف، لكن إذا ما كان العدد زوجيًا فيكون رقم المنتصف واقعاً بين القيمتين اللتين فى المنتصف.

مدى اقتراب أو بعد رقم المنتصف عن خط المنتصف للمواصفة أو ما هو مستهدف، يوضح أمام الإدارة كفاءة الأعمال أو المنتجات مع اتخاذ اللازم بصددها.

٥-٤ المنوال:

يعرف المنوال (Mode) بالقيمة الأكثر تكراراً أو حدوثاً فى المعروض من بيانات أو نتائج، وقد يحدث من استعراض القيم عدم وجود تكرار واضح أو مميز مما يجعل تحديد المنوال غير ممكن. واجمالا فإن حساب التكرار يوصل إلى رسم المدرج التكرارى، وكذلك المنحنى التكرارى واللذين يوضحان أيضا كيف تسير الأمور وذلك عند المقارنة مع خط المنتصف أو المواصفة المحددة أو المستهدفة.

٥-٥ الانحراف القياسي (σ) :

يوضح الانحراف القياسى قيمة أو سعة الانحراف الحادث بالمقارنة مع المتوسط الحسابى للنتائج التى يحصل عليها، وعلى أساس حساب، الانحراف لجميع النتائج المقاسة مقارنة بالمتوسط الحسابى.

ولشرح كيفية حساب الانحراف القياسى، فطبقًا للمثال التالى:

أطوال القضبان، سم	الانحراف عن المتوسط، سم	مربع الانحراف عن المتوسط، سم٢
(x_1) ١٤٤	$(\overline{x} - x_1)$ ٣,٥ −	$(\overline{x} - x_1)^2$ ١٢,٢٥
(x_2) ١٤٦	$(\overline{x} - x_2)$ ١,٥ −	$(\overline{x} - x_2)^2$ ٢,٢٥
(x_3) ١٥٤	$(\overline{x} - x_3)$ ٦,٥ +	$(\overline{x} - x_3)^2$ ٤٢,٢٥
(x_4) ١٤٦	$(\overline{x} - x_4)$ ١,٥ −	$(\overline{x} - x_4)^2$ ٢,٢٥
المتوسط الحسابى $(\overline{x})$ (١٤٧,٥)	المجموع = صفر	الجملة ٥٩

أى أن النتائج الأقل من المتوسط الحسابى تحمل علامة السالب، والأعلى تحمل علامة الموجب، مما يجعل إجمالى الفروق عن المتوسط الحسابى تساوى صفر. بينما حساب اجمالى مربع هذه الفروق يساوى ٥٩، وبالقسمة على عدد العينات (عدد ٤ عينات) تكون النتيجة ١٤,٧٥ وتحمل رمز $(\sigma)^2$.

$$(\sigma)^2 = \frac{٥٩}{٤} = ١٤,٧٥$$

ويكون الانحراف القياسى $\sigma = \sigma^2\sqrt{١٤,٧٥} =$ ٣,٨٤ ويطلق على سيجما (σ) الانحراف القياسى.

(٥-٦) التوزيع الطبيعى واستخدام (σ):

عند الاستفادة من المنحنى التكرارى، وملاحظة أن خط المنتصف للنتائج المعروضة يتفق مع المتوسط الحسابى لها، فإنه يمكن رسم المنحنى المعروف بمسمى التوزيع الطبيعى (Normal Distrbution)، والذى يربط بين المتغير الجارى دراسته ومتابعة تغيره مع معدل تكراره، وذلك حسبما يوضح الشكل رقم (٥-١).

بذلك يتم أولا حساب الانحراف القياسى (σ) حسبما سبق إيضاحه، ثم مع اتفاق المتوسط الحسابى مع رقم المنتصف ورسم منحنى التوزيع الطبيعى (شكل رقم

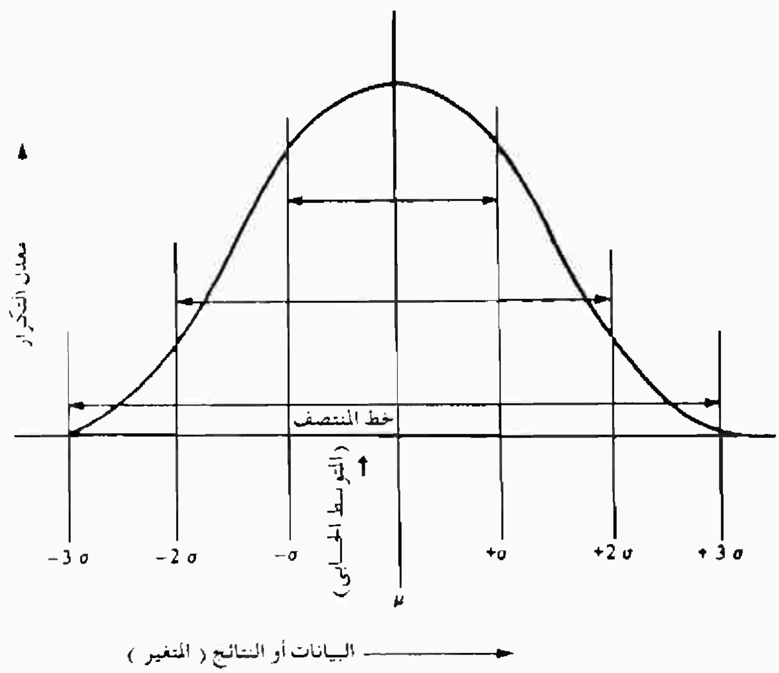
٥-١)، فقد وجد أن اتساع هذا المنحنى بما يوازى (σ) أو مضاعفتها يشير إلى أن النتائج تكون مؤكدة أو غير مؤكدة، طبقًا لمدى البعد عن المتوسط الحسابى، أى بالموجب أو السالب، حسبما هو وارد بالجدول رقم (٥-٢).

جدول رقم (٥-٢):

النسبة والكمية المؤكدة وغير المؤكدة طبقًا لاتساع المنحنى التكرارى

اتساع المنحنى	نسبة التأكد أو عدم التأكد		إجمالى الكمية الخارجة عن التأكد
	التأكد ٪	عدم التأكد ٪	(وحدة/ قيمة/ قطعة) فى المليون
س ± σ	٦٨,٢٧	± ١٥,٨٦٥	٣١٧٣١٠
س ± ١,٥ σ	٨٦,٦٤	± ٦,٦٨٠٦	١٣٣٦١٢
س ± ٢ σ	٩٥,٤٥	± ٢,٢٧٥	٤٥٥٠٠
س ± ٣ σ	٩٩,٧٣	± ٠,١٣٥	٢٧٠٠
س ± ٤ σ	٩٩,٩٩٣٦٧	± ٠,٠٠٦٣٣	٦٣
س ± ٤,٥ σ	٩٩,٩٩٩٣٢	± ٠,٠٠٠٦٨	٦,٨
س ± ٥ σ	٩٩,٩٩٩٩٤٣	± ٠,٠٠٠٠٥٧	٥,٧
س ± ٦ σ	٩٩,٩٩٩٩٩٩٨	± ٠,٠٠٠٠٠٠٢	٢

وقد تم إدخال مصطلح ٦σ (Six Sigma) بمعرفة شركة (Motorola) للتأكد من مدى جودة السلع الكهربائية المنتجة، وتحديد الكميات الخارجية عن التأكد أو البعيدة عن المواصفة، بحيث أإن تحقيق القيمة ٦ سيجما (٦σ) يعنى أن هناك عدداً محـــــدوداً للغاية (حوالى ٣,٥ فى المليون) هـو المستبعد، مع اشتراط المتابعة المستمرة لكل مـــــن دقة التشغيل وكفاءة الصيانة، وأن العملية تحقق ما يعرف بمسمي صفر الانحرافات (Zero Defect).



شكل رقم (٥-١): منحنى التوزيع الطبيعي للنتائج

٥-٧ حساب مقدرة العملية:

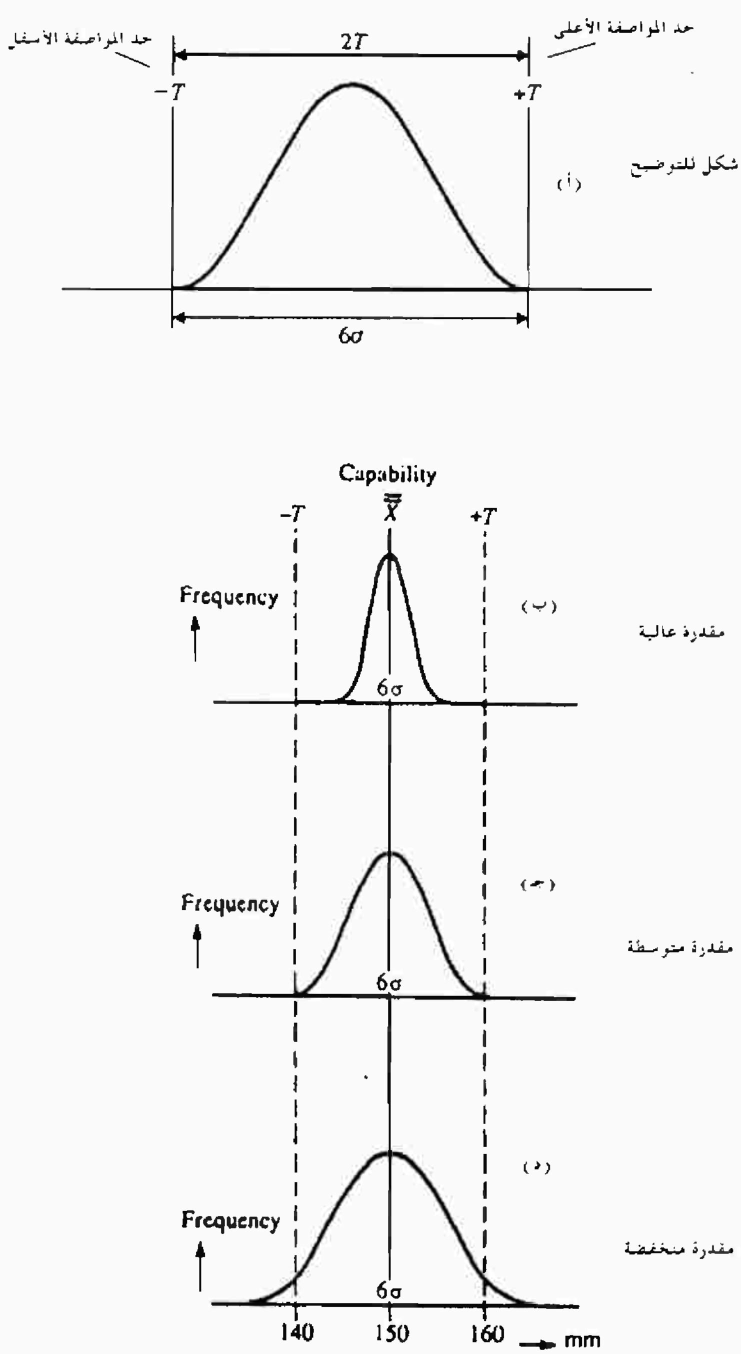
لقياس المقدرة على أداء العملية وعلى النحو الصحيح، ورجوعا إلى حساب الانحراف القياسى (σ)، فيلزم المقارنة مع الفارق المتاح فى المواصفات الجارى الالتزام بها، أى الفارق بين حدود المواصفات الأعلى والأدنى، أى الزيادة والنقصان عن المنتصف (المواصفة المستهدفة)، ويحمل هذا الفارق الرمز T C ، حيث إن (T) بالموجب تمثل الفارق بين لحد الأعلى فى المواصفات عن خط المنتصف، و (T) بالسالب تمثل الفارق بين الحد الأدنى فى المواصفات عن خط المنتصف ، وطبقا لما يوضحه الشكل رقم (٥ - ٢أ) .

ويتم حساب مقدرة العملية بالمقارنة بين T C (الفارق بين الحد الأعلى والأدنى من المواصفات) وذلك مع ٦ سيجما (σ6)، وكما توضح الأشكال (٥-٢ ب، جـ، د) وذلك طبقا لاحتمالية حدوث واحد من الآتى:

- العملية ذات دقة عالية (مقدره عالية) عندما تكون T C أكبر من ٦ σ ($2T >> 6\sigma$) الشكل رقم (٥-٢ب).

- العملية ذات دقة متوسطة (مقدرة متوسطة) عندما تكون T C أكبر أو تساوى تقريبا ٦ σ ($2T \geq 6\sigma$)- الشكل رقم (٥- ٢جـ).

– العملية ذات دقة منخفضة (مقدرة منخفضة) عندما تكون T C أقل من ٦ σ
(2T < 6σ)– الشكل رقم (٥– ٢ د).



شكل رقم (٥–٢): حساب مقدره العملية