الفصل الرابع
الموجات الكهرومغناطيسية فى البلازما

انتشار الموجات الكهرومغناطيسية فى العوازل

ويتجلى بسهولة أن المجالات المصاحبة لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية، خلال وسط عازل منتظم له ثابت العزل الكهربائي ϵ لتحقيق المعادلات:

$$\left(\frac{\epsilon}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)\boldsymbol{E} = 0, \qquad (4.1)$$

و

$$\nabla \wedge \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}. \qquad (4.2)$$

الحلول للموجة المستوية لتلك المعادلات معروفة جيدًا:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)}, \qquad (4.3a)$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)}, \qquad (4.3b)$$

حيث E_o و B_o ثوابت المتجهات.

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{c^2}{\epsilon}, \qquad (4.4)$$

و

$$\boldsymbol{B}_0 = \frac{\boldsymbol{k}\wedge\boldsymbol{E}_0}{\omega}. \qquad (4.5)$$

تعطى السرعة الطورية للموجة بالعلاقة:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}, \qquad (4.6)$$

حيث

$$n = \sqrt{\epsilon} \qquad (4.7)$$

يسمى معامل الانكسار للوسط.

ومن الواضح أن الموجات الكهرومغناطيسية تنتشر بسرعة طورية أقل من سرعة الضوء، في وسط العازل الملائم. في بعض الأوساط العازلة، تكون ϵ مركبة، وهذا يؤدي الى المعادلة (4. 4)، متجه الموجة k كمية مركبة. للموجة التي تنشر في الاتجاه x نحصل المعادلة:

$$E = E_0 \exp[\,i\,(\mathrm{Re}(k)\,x - \omega t)]\exp[-\mathrm{Im}(k)\,x]. \qquad (4.8)$$

وبالتالي، يؤدي ثابت العزل المركب إلى توهين (أو تكبير) للموجة، التي تنتشر خلال والوسط.

عمليًا في الأوساط العازلة تكون ε عموما مركبة ومتغيرة مع تردد الموجة ω، وبالتالي الأمواج ذات الترددات المختلفة، تنتشر خلال الوسط العازل بسرعات طورية مختلفة، وتعرف هذه الظاهرة باسم التشتت. علاوة على ذلك، يوجد نطاق من ترددات هذه الأمواج، يحدث له توهين (امتصاص). وكل هذا يسبب مشكلة في تحديد سلوك حزم الموجات، كلما انتشرت عبر الوسط العازل بعيدًا عن الاستقامة. يذكر، أن الحل لهذه المشكلة لحزم الموجات السفر، من خلال فراغات تافهة إلى حد ما. تنشر الحزمة الأمواج بسرعة دون تغيير شكلها.

تم الحصول علي أغلبية المعلومات التي تصل لدينا بخصوص الكون من دراسة الموجات الكهرومغناطيسية، المنبعثة من الأشياء البعيدة. تنتشر حزم الأمواج في الفراغ بسرعة الضوء دون تغير، ولكن هذه الموجات عندما تنشر عبر الوسط العازل (وسط متشتت) على سبيل المثال، وسط ما بين النجوم، والأيونوسفير، والغلاف الجوي، يتغير شكلها قبل أن تصل لدينا. ولذلك، من المهم أن نفهم الحقائق، التي تحدد جوانب هذه الإشارات الموجية من مصادرها، والتي تعدل بشدة من خلال الأوساط المشتتة، التي تنتشر بها هذه الأمواج لكي تصل إلينا.

شكل ثابت العزل الكهربائى

دعنا نحقق في دراسة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية خلال وسط شفاف، متماثل الخواص وغير موصل.

تعطى الإزاحة الكهربية داخل الوسط بالعلاقة:

$$\boldsymbol{D} = \epsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}, \tag{4.9}$$

حيث P هي الاستقطاب الكهربائي. ونظرًا لفرق الكتلة بين الإلكترونات والأيونات، تزاح الإلكترونات أكثر تحت نفوذ المجال الكهربي، وبالتالي يكون التقريب الأول، هو أن الاستقطاب P يحدد باستجابة الإلكترون للموجة. نفترض أن الإلكترونات تزاح مسافة s عن موضع سكونه في وجود الموجة، ويترتب على ذلك:

$$\boldsymbol{P} = -N e\, \boldsymbol{s}, \tag{4.10}$$

حيث N هي كثافة الإلكترونات.

دعنا نفترض أن هذه الإلكترونات مقيدة (شبه مرنة) بمواضع سكونها؛ بحيث إنها تسعى للرجوع إلى مواضعها عند إزاحتها عن بعضها بالمجال الكهربي E، ويتبع ذلك أن الإزاحة تحقق المعادلة التفاضلية في الصورة:

$$m\, \ddot{\boldsymbol{s}} + f\, \boldsymbol{s} = -e\boldsymbol{E}, \tag{4.11}$$

حيث m كتلة الإلكترون، fs- قوة الأسترجاع، والنقطة ترمز للاشتقاق الجزئي بالنسبة للزمن. أيضًا المعادلة السابقة تكتب:

$$\ddot{\boldsymbol{s}} + g\,\omega_0\, \dot{\boldsymbol{s}} + {\omega_0}^2 \boldsymbol{s} = -\frac{e}{m}\,\boldsymbol{E}, \tag{4.12}$$

حيث

$${\omega_0}^2 = \frac{f}{m} \tag{4.13}$$

هو تردد التذبذب المميز للإلكترونات.

في الغالب، لدى كل الأوساط العازلة، فإن هذا التردد يكمن في المنطقة فوق البنفسجية البعيدة من الطيف الكهرومغناطيسي.

في المعادلة (٤ . ١٢) نجد إضافة حد الاضمحلال الظـاهراتي $g\,\omega_0\,\dot{\mathbf{s}}$، لكي يأخذ في الحسبان حقيقة إثارة الإلكترون بالمجال الكهربي الدفعي. عمومًا، يمكن اعتبار الإلكترونات كمذبذبات.

دعنا نفترض أن هذه الإلكترونات تتذبذب متجانسة مع الموجة، عند تـردد الموجة. ω وتتبع المعادلة. (٤ . ١٢) العلاقة الآتية:

$$\boldsymbol{s} = -\frac{(e/m)\,\boldsymbol{E}}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - \mathrm{i}\,g\,\omega\,\omega_0}. \tag{4.14}$$

نلاحظ إهمال استجابة الإلكترونات لمركبة المجال المغناطيسي للموجة، ومن السهل أن نبرهن أن هذا التقارب الجيد لتحقيق هذه الإلكترونات لايتذبذب مع السرعات النسبية، وبالتالي تحقق المعادلة (٤ . ١٠) العلاقة:

$$\boldsymbol{P} = \frac{(N e^2/m)\,\boldsymbol{E}}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - \mathrm{i}\,g\,\omega\,\omega_0}. \tag{4.15}$$

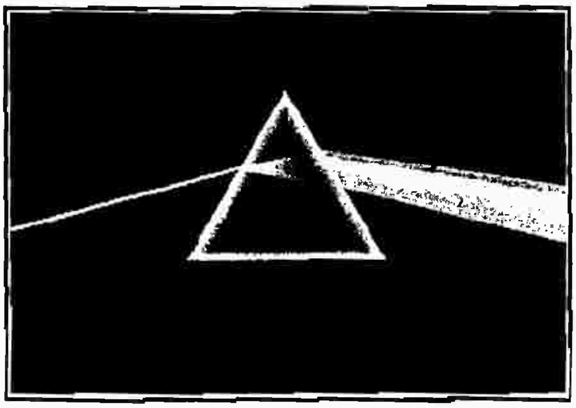
بتعريف الإزاحة الكهربية D:

$$\boldsymbol{D} = \epsilon_0 \epsilon\,\boldsymbol{E} = \epsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}, \tag{4.16}$$

تتبع المعادلة:

$$\epsilon(\omega) \equiv n^2(\omega) = 1 + \frac{(N e^2/\epsilon_0 m)}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - \mathrm{i}\,g\,\omega\,\omega_0}. \tag{4.17}$$

وهكذا، يعتمد معامل الانكسار على التردد. وبما أن ω_0 تقع فـي المنطقـة فوق البنفسجية البعيدة من الطيف الكهرومغناطيـسي ($g \ll 1$)، يتـضح المقام ${\omega_0}^2 - \omega^2 - \mathrm{i}\,g\,\omega\,\omega_0 \simeq {\omega_0}^2 - \omega^2$، والذي يكون موجبًـا فـي الطيف المرئي ويكون أكبر في المنطقة الحمراء عن المنطقة الزرقاء. وهـذا يفسر زيادة انكسار الضوء الأزرق عن الأحمر؛ أي يزداد معامل الانكـسار بزيادة التردد، ويقل بزيادة الطول الموجي، وهو ما يعرف بالتشتت العـادي. ومثال ذلك تحليل الضوء الأبيض، خلال منشور زجاجي كما بالشكل (١).



الشكل (١): تحليل الضوء الأبيض خلال منشور زجاجي.

دعنا نفترض وجود عدد N من الجزيئات لكل وحدة حجم بعدد Z من الإلكترونات لكل جزيء، وعوضًا عن تردد الذبذبة الأحادية لكل إلكترون يوجد f_i من الإلكترونات لكل جزيء بتردد ذبذبة ω_i وثابت اضمحلال g_i. من السهل أن نبرهن العلاقة:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{f_i}{{\omega_i}^2 - \omega^2 - \mathrm{i}\, g_i\, \omega\, \omega_i}, \qquad (4.18)$$

حيث قوى المذبذبات f_i تحقق العلاقة:

$$\sum_i f_i = Z. \qquad (4.19)$$

معالجة ميكانيكا الكم أكثر دقة في مايتعلق باستجابة الذرة أو الجزيء لموجة كهرومغناطيسية، ذات سعة صغيرة التي تؤدي إلى علاقة التشتت لصورة المعادلة (٤,١٨) عدا تلك الكميات f_i ω_i، g_i. بما أن ثوابت الاضمحلال g_i صغيرة، بالمقارنة بالوحدة ($g \ll 1$)، فإنها تتبع المعادلة (4.18) $n(\omega)$ كمية حقيقية لمعظم ترددات الموجة. يكون العامل $({\omega_i}^2 - \omega^2)^{-1}$ موجبًا في حالة $\omega < \omega_i$، وسالبًا في حالة $\omega > \omega_i$. وهكذا عند الترددات المنخفضة أقل من ω_i كل الأطراف لحاصل الجمع في المعادلة (4.18)، تكون موجبة، وتصبح الكمية $n(\omega)$ أكبر من الوحدة. عندما تزداد ω تمر بقيم متتابعة ω_i، وبالتالي تزداد الأطراف السالبة في حاصل المجموع؛ حتى يصل في أخر الأمر المجموع الكلي سالبًا،

وتصبح الكمية $n(\omega)$ أقل من الوحدة. وهكذا عند الترددات العالية للموجات الكهرومغناطيسية، والتي تنتشر خلال الأوساط العازلة بسرعات طورية، تتعدى سرعة الضوء في الفراغ C.

تظهر الأمواج في الطبيعة إما بصورة أمواج صوتية، في وسط مثل الهواء، أو تكون أمواج ضوئية. كذلك، يمكن تعريف سرعة الموجة مثل الأمواج الصوتية في الهواء، أو الأمواج الضوئية في الفراغ، والتي تملك خصائص اضطرابية بزيادات مختلفة التردد. تكون الأمواج الضوئية مستعرضة لاتجاه انتشار الضوء، بينما تكون الأمواج الصوتية طولية (تضاغط وتحلخل).

يمكن أن تثار أنواع مختلفة من التذبذبات والأمواج في البلازما؛ أي إن البلازما تملك عددًا كبيرًا من درجات الحرية التذبذبية. العمليات التذبذبية التي تبدأ من مكان ما، وتنتشر في الفراغ من تلك النقطة. ويسمى انتشار الذبذبة من هذا النوع موجة، تتميز العمليات التذبذبية بثلاث كميات همي: السعة - التردد والطور. السعة والتردد كميات مطلقة، وهما يميزان العملية التذبذبية المعطاة أما الطور فهو كمية نسبية. تكون العمليات التذبذبية في البلازما مصاحبة لعدد من الكميات المتغيرة، في آنٍ واحد، والتي تعتمد على الأخرى، البعض منها ابتدائي والأخر ثانوي. إذا تذبذب المجال الكهربي والمغناطيسي في البلازما، عندئذ يثار تيار دوري، يتفاعل مع المجال المغناطيسي، ويعطي قوة لورنتز (قوة دافعة كهربية) تؤدي إلى تحريك البلازما، وبناء على ذلك، فإن أي عملية تذبذبية في البلازما، تكون مصحوبة بسرعة متغيرة دوريًا في البلازما، والتي تؤدي بدورها إلى تذبذبات ضغط. ويمكن القول بأن تذبذبات البلازما هي ذبذبات كهرومغناطيسية، وحركة مائع في آنٍ واحد، عدا حالات خاصة معينة. وعمومًا، يمكن القول بأن الذبذبات في البلازما تكون كهروستاتيكية، كهرومغناطيسية، حركة مائع، صوتية .. إلخ. تكون خصائص هذه الذبذبات خطية عند السعات الصغيرة وتوصف بمعادلات خطية. والخاصية الأساسية للذبذبات الخطية أن ترددها لايعتمد على السعة، أما الذبذبات غير الخطية تكون أكثر تعقيدًا.

تؤدي الاضطرابات في البلازما الى نشوء الذبذبات، والتى تنتشر بسرعات تسمى سرعة انتشار الموجة. في الحالات البسيطة، لاتعمد السرعة على التردد. وفي البلازما غالبا ما تعتمد سرعة انتشار الموجة على التردد، ويسمى "تشتتًا". في وجود التشتت، يجب أن نفرق بين السرعة الطورية وسرعة المجموعة.

في غياب الشتت نجد أن:

السرعة الطورية = سرعة المجموعة = مقدار ثابت

في الفراغ غير المحدود، تثير كل الاضطرابات أمواجًا عابرة، وطور هذه الأمواج يتغير في الفراغ. في البلازما المحدودة، نجد أن الحدود المتاخمة للبلازما تحدث انعكاسات متعددة لتلك الأمواج؛ مما يؤدي إلى تأسيس أمواج مستقرة، لها الطور نفسه في أي مكان. ومن ثم نحصل على علاقة رنين بين السرعة الطورية، وأبعاد الحجم الحاوي للبلازما. ويعرف هذا الحجم باسم الرنان، وتعرف ذبذبات الموجة المستقرة باسم الذبذبات المميزة للرنان. وأدنى الترددات المميزة يسمى التردد الأساسي، أما الذبذبات ذات الترددات العالية فتسمى توافقيات. ومابين الأمواج العابرة في الفراغ الحر والأمواج المستقرة في الرنان، هي أمواج تنتشر على طول القناة (الأنبوبة)، مرتدة بواسطة الجدران. تتحرك هذه الأمواج على طول محور القناة، وتعمل كأمواج مستقرة في قطاع مستعرض وتعرف هذه القنوات باسم مرشدات الأمواج.

يحدث اضمحلال لذبذبات البلازما بسبب عمليات التبديد المختلفة، كما يحدث لحركة البندول؛ حيث تضمحل الذبذبات تدريجيًا بسبب الاحتكاك، وتتحول طاقة الذبذبات إلى حرارة. وأبسط آلية لتبديد الذبذبات في البلازما التصادم بين الجزيئات، التي تحول طاقة الذبذبات إلى حرارة، وهذا يعني حركة الجسيمات عشوائية. إذا مر تيار كهربي في البلازما، يتحول جزء من طاقة التيار إلى حرارة بسبب المقاومة الكهربية (توصيلية البلازما محدودة). الحرارة المتولدة بالتيار تعرف باسم تسخين جول، وتبديد جول هو حالة خاصة نتيجة التصادمات بين الجزيئات، وبالتالي تنتج المقاومة الكهربية للبلازما.

إذا تحركت البلازما ككل، في هذه الحالة، تظهر التصادمات في صورة احتكاك داخلي، وهو ما يعرف بالتبدد اللزج. وفي البلازما ذات الكثافة العالية، تتغلب هذه الألية من التبدد اللزج. أما في البلازما الأقل كثافة الاضمحلال، لايعتمد على التصادمات. وهذا التبدد العشوائي يصاحبه تحول في طاقة التذبذب، إلى أنواع أخرى من الذبذبات (أو حركة كتلة)، وليست إلى حرارة.

تذبذبات البلازما الكهروستاتيكية

في غياب المجال المغناطيسي، علاوة وجود الذبذبات الصوتية، يوجد نوع فقط من الذبذبة التي تميز البلازما، وهي ناتجة عن فصل الشحنة. عند إزاحة الشحنات الموجبة أو السالبة في البلازما شبه المتعادلة، تتولد ذبذبات تسمى ذبذبات كهروستاتيكية، أو لانغمير. وببساطة تعرف بذبذبات البلازما؛ لأنها النوع الأكثر شيوعا في الذبذبات. ويلاحظ هذا النوع من الذبذبات بصورة أكثر وضوحًا في وجود المجال المغناطيسي. عندما يكون اتجاه المجال الكهربي وحركة الجسيمات موازية للمجال المغناطيسي، عندئذ لايؤثر المجال المغناطيسي على حركة الجسيمات.

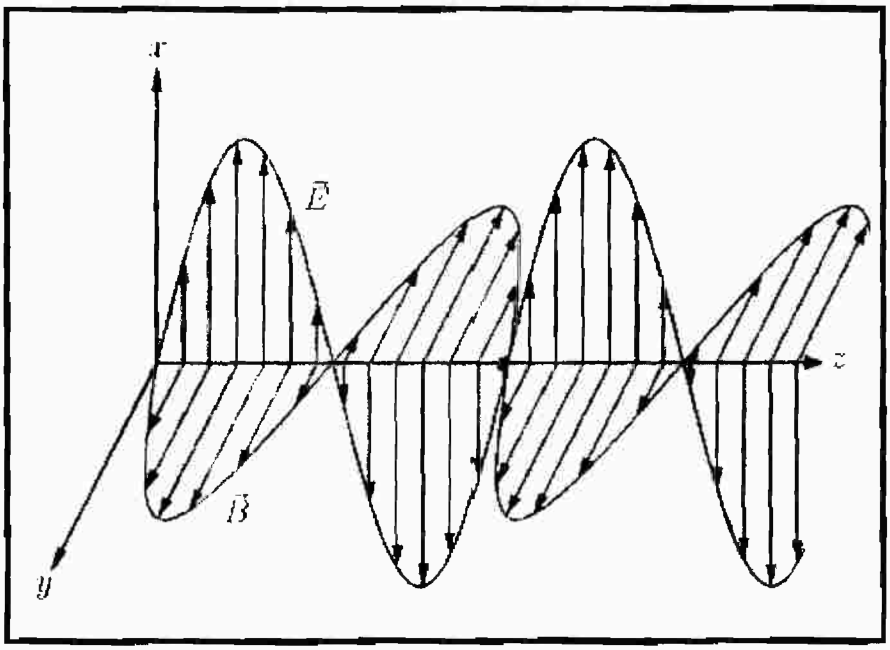
في الغاز العادي، تؤدي حركة الجسيمات الى اضطراب في الضغط تنتشر بسرعة الصوت. وفي البلازما تحدث هذه العملية فقط، إذا أزيحت الجسيمات (الأيونات والإلكترونات) في آنٍ واحد، وبالتالي لم يأخذ فصل الشحنة مكانه (عدم حدوث فصل شحنات). أما إذا أزيحت الشحنات السالبة (الإلكترونات) بالنسبة للأخرى الموجبة (الأيونات)، بالإضافة إلى اضطراب الضغط يوجد فراغ شحنة، الذي ينتج مجالاً كهربيًّا. وتحت تأثير تألف قوة الضغط والمجال الكهربي، يوجد حركة موجية. في البلازما الباردة، يؤثر المجال الكهربي فقط، ويعتمد تردد الذبذبة فقط على كثافة البلازما، ويسمى هذا التردد المميز تردد البلازما.

إذا أخذنا الضغط الحراري، في الاعتبار، عندئذ يظهر التشتت، ويعطى تردد البلازما بالعلاقة:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + 3k^2 v_{th}^2 \qquad (4.20)$$

توضح المعادلة التردد كدالة في العدد الموجي k، وتسمى علاقة تشتت. وعند تطابق اتجاه انتشار موجة البلازما، مع اتجاه المجال الكهربي وحركة الجسم (كما في حالة الموجة الصوتية)، يقال إن هذه الذبذبات طولية عكس الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة؛ حيث يقع المجالان الكهربي والمغناطيسي في مستوى عمودى، على اتجاه الانتشار كما بالشكل (٢). في البلازما الكثيفة، تضمحل ذبذبات البلازما بسرعة جدًّا بسبب التصادمات.

أبسط الطرق وأكثرها شيوعًا لإثارة ذبذبات البلازما، هو استخدام حزمة الإلكترونات. تعبر حزمة من الإلكترونات السريعة خلال البلازما، وتسبب إزاحة لإلكترونات البلازما، وتثير ذبذبات البلازما.



الشكل (٢): انتشار الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة.

البلازما هي مائع مركب، يدعم عديد من أنماط الأمواج في البلازما؛ بسبب شمول البلازما على الغاز والقوى الكهرومغناطيسية؛ حيثما تقاد حركة الجسيمات بأنواع موجية غير معرفة، بواسطة المجالات المغناطيسية والمجالات الفيزيائية الأخرى. وتشمل قوى الاسترجاع: الضغط الحركي والقوى الكهردئية والمغناطيسية. وظواهر الموجة هامة لتسخين البلازما، وعدم الاستقرار التشخيص في الفراغ وغيرها، وهناك نمط واحد فقط للموجة، هي الموجة الكهرومغناطيسية، وسرعاتها $\omega/k = c$، ولها مركبات B , E عمودية على كل متجه من الموجة k . في الهواء، وعلى حد سواء، تنتشر كل من الموجات الصوتية والموجات الكهرومغناطيسية. وفي البلازما، تنتشر كل من الموجات الكهروستاتيكية والموجات الكهرومغناطيسية. وفي الحالة السالفة الذكر، يكون اضطراب المجال الكهربي المصاحب للموجة موازيًا لاتجاه انتشار الموجة $\mathbf{E}//\mathbf{k}$ ؛ بحيث لا يوجد اضطراب للمجال المغناطيسي المصاحب للموجة:

$$\nabla \times E = \mathrm{i}k \times E = \mathrm{i}\omega B = 0$$

بينما في الهواء، تنتشر الموجات الصوتية من خلال الاصطدامات، وفي البلازما عالية التأين، تحدث هذه الاصطدامات عبر المجالات الكهربية

للموجة. وهناك مجموعة كبيرة ومتنوعة من أنماط موجات البلازما، نظـرًا لسرعة الطورية للموجة، تعتمد على كل من تردد الموجة وزاوية أنتـشارها بالنسبة لخلفية المجال المغناطيسي. الترددات المهمة المميـزة، هـي: تـردد الكترونات البلازما، والتردد السيكلتروني للإلكترونات. والتردد السيكلتروني للأيونات على الترتيب، هي: ω_{ce} و ω_{ci} و ω_{pe}.

يمكن تمثيل كل اهتزازة دورية في المائع، اعتمادًا على تحليل فورييه، وكأنها مجموعة اهتزازات جيبية، لها ترددات وأطوال موجيه مختلفة. وتكون أي من هذه الاهتزازات موجة بسيطة. وعندما تكون سعة الاهتزازة صغيرة، يكـون شكلاً جيبيًّا بشكل عام، وتكون لدينا مركبة واحدة فقط للموجة.

لنأخذ مثلا كمية جيبية، ولتكن الكثافة n، عندئذ نستطيع تمثيلها بالشكل:

$$n = n_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \qquad (4.21)$$

حيث نكتب وفق الإحداثيات الديكارتية:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

هنا ثابت يعمل سعة الموجة؛ المتجه الموجي.

وعندما تنتشر الموجة في الاتجاه x يكون لدينا فقـط المركبـة x، وتـصبح المعادلة (4.21) بالشكل:

$$n = \bar{n} e^{i(kx - \omega t)} \qquad (4.22)$$

وإصلاحًا، يعتبر القسم الحقيقي من التابع الآسي كمية قابلة للقياس. ولنفرض أنه مقدار حقيقي، وسنرى لاحقا كيف أن هذا يعني أن القسم الحقيقي هو:

$$\mathrm{Re}(n) = \bar{n} \cos(kx - \omega t)$$

وتتحرك كل نقاط الموجة ذات الطور الثابت، بحيث تحقق أي:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{t} = v_\phi$$

نسمي المقدار السرعة الطورية.

لنأخذ الآن كمية جيبية أخرى، ولتكن المجال الكهربائي، وبما أننا اخترنا طور الكثافة n مساويًا للصفر، لنفرض الآن وجود طور آخر للمجـــال الكهربـــائي وليكن:

$$\mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}}\cos(kx - \omega t + \delta) \text{ or } \mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}}e^{i(kx-\omega t+\delta)}$$

حيث E مقدار حقيقي يمثل متجهًا ثابتًا.

وبما أن في الحالة العامة مقدار مركب، فإننا نستطيع كتابة:

$$\mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}}e^{i\delta}e^{i(kx-\omega t)} \equiv \bar{\mathbf{E}}_c e^{i(kx-\omega t)} \qquad (4.23)$$

حيث $\bar{\mathbf{E}}_c$ سعة عقدية.

وبالتالي:

$$\tan\delta = \frac{\mathrm{Im}(\bar{\mathbf{E}}_c)}{\mathrm{Re}(\bar{\mathbf{E}}_c)} \qquad (4.24)$$

سوف نعتبر أن جميع السعات هي مقادير مركبة، وسنهمل كتابة الـــدليل C: وبالتالي سنكتب كل المقادير المهتزة بالشكل:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}\exp[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)] \qquad (4.25)$$

حيث يمكن أن تكون مقدارًا حقيقيًا أو مقدارًا عقديًا. ولا يمكن أن نخطئ في تمييز الحالات المختلفة؛ لأنه في حالة الأمواج الخطية، سوف يصبح التـــابع الأسي exp في طرفي العلاقة. كما يمكن اختصاره من الطرفين.

سرعة المجموعة

غالبًا ما تفوق السرعة الطورية لأمواج البلازما سرعة الضوء C، وهذا ليس اختراقًا للنظرية النسبية، كما أنه لا يكمن لقطار أمواج لا نهائي ذي سعة ثابتة حمل المعلومات؛ فمثلا لا يمكن لحامل أمواج الراديو من حملها ما لـــم يكـــن معدلاً. ولاتنتشر الأمواج المعدلة بسرعة طوريـــة، وإنمـــا تنتـــشر بـــسرعة مجموعية، والتي تكون عادة اقل من سرعة الضوء c. ولتوضيح ذلك، يمكننا دراسة أمواج معدلة بإضافة الضربات الناتجة عن موجتين، لهما تقريبا التواتر نفسه، ولنفرض أن هاتين الموجتين من الشكل:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} < c$$

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos[(k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t] \\ E_2 &= E_0 \cos[(k - \Delta k)x - (\omega - \Delta\omega)t] \end{aligned} \qquad (4.26)$$

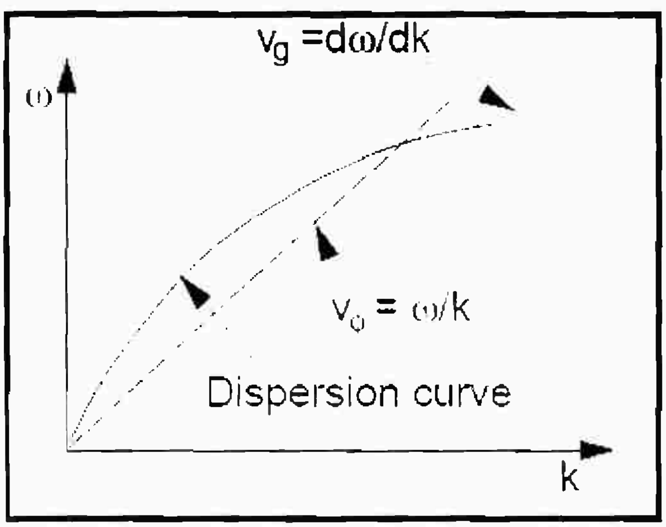
وتختلف هاتان الموجتان عن بعضهما بالتواتر بالمقدار 2، وبما أن كل موجة يجب أن يكون لها سرعة طورية، تتعلق بالوسط الذي تنتشر فيه هذه الموجة، فإنه من المنطقي وجود فرق مقدار 2 في العدد الموجي، بين الموجتين السابقتين. ولنفرض للاختصار:

$$E_1 + E_2 = 2E_0 \cos[(\Delta k)x - (\Delta\omega)t] \cos(kx - \omega t) \qquad (4.27)$$

وهي موجية جيبية معدلة، وهي الموجة الحاملة التي تحمل المعلومات، التي عادة ما تكون مشفرة سواء بتعديل السعة أو الطور. تنتشر هذه الموجة بسرعة المجموعة، وهي لا يمكن أن تساوي سرعة الضوء (c):

$$v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} < c \qquad (4.28)$$

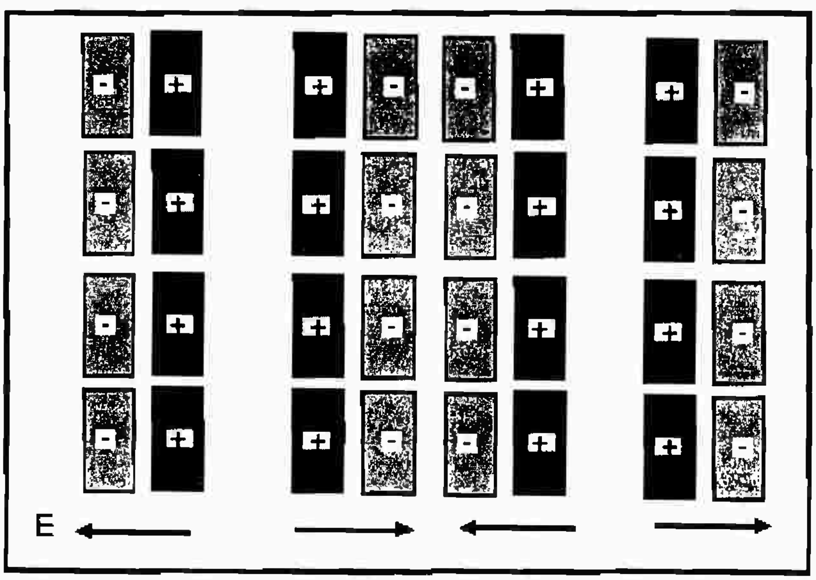
ويمكن أن يوضح التمييز بين السرعة الطورية وسرعة المجموعة من الشكل (٥).



الشكل (٣): السرعة الطورية وسرعة المجموعة لموجة تحدد من علاقة التشتت.

الاهتزازات في البلازما

كما سبق أن أشرنا إلى أن البلازما تحتوي مزيجًا مكونًا من جسيمات معتدلة وجسيمات مثارة وأيونات وإلكترونات، محققة ما يسمى حالة شبه الاعتدال، حيث تحتوي على مزيج من شحنات موجبة وسالبة بمقادير متساوية. تساهم هذه الخاصية في استقرار البلازما، ولكن عندما تخضع هذه البلازما لاضطراب خارجي؛ بحيث يؤدي انحراف هذه المكونات عن وضع اتزانها، تقوم مجالات الشحنات الفراغية المتشكلة داخليًّا؛ نتيجة لهذا الاضطراب إلى زيادة الحركة الجماعية لجسيمات البلازما، أما لقوى الإضراب الخارجية، فإنها فتقوم بتسريع الإلكترونات والأيونات بصورة جماعية، إلا أن الأيونات تبقى عاجزة عن مجاراة الإلكترونات، فتبقى عنها خاضعة بذلك للقصور الذاتي؛ نتيجة كبر كتلتها مقارنة بكتل الإلكترونات؛ مما يؤدي إلى ابتعاد الإلكترونات عن حالة التوازن الأصلية، والتي تقود بدورها نشوء مجالات كهربائية داخلية في الجهة المعاكسة لحركة الإلكترونات. ونسمي تواتر اهتزاز الإلكترونات في هذه الحالة تواتر البلازما، الذي سندرسه لاحقا، وفي الشكل (٤) تمثل المستطيلات البيضاء مانع الأيونات، أما المستطيلات المظلمة، فتمثل مانع الإلكترونات المنزاحة بشكل متناوب.



الشكل (٤): الحركات الاهتزازية لكل من الإلكترونات والأيونات.

تخضع الإلكترونات نتيجة تلك القوى إرجاع ناتجة عن التجاذب الكهربـائي لكولون، وبالنتيجة تخضع الإلكترونات تحت تأثير القوى إلى حركة اهتزازية جماعية، ويتوافق هذا الاهتزاز بتواتر عالٍ، كما تعيد الحركـة الاهتزازيـة نفسها بشكل دوري، مترافقة بتزايد أو تناقص الطاقة الحركية لهذه الإلكترونات على حساب الطاقة الكامنة، والعكس بالعكس. إلا أن سعة هـذا الاهتـزاز لا تبقى ثابتة في الحالة العامة، نتيجة للتصادم بـين الإلكترونـات والجـسيمات المتعادلة، ويترافق هذا التصادم بتخامد جماعي للحركة الاهتزازية، وبالتـالي تناقص تدريجي في سعة هذه الحركة الاهتزازية. نحصل مـن خـلال هـذه الحركات الاهتزازية على اهتزاز كهربائي ساكن، وسـوف نحـسب تـواتر البلازما ضمن التقريبات التالية:

- عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي.
- الطاقة الحرارية معدومة.
- البلازما غير محدودة.
- ثبات الايونات في الوسط الموافق لتوزع منتظم.
- نفرض أن حركة الالكترونات وفق الاتجاه x فقط.

ونستطيع كتابة العلاقات التالية بناءً على التقريبات السابقة:

بالتالي لا يوجد مجال مغناطيسي مهتز، وهذه الاهتزازات هـي اهتـزازات كهربائية ساكنة.

تعطى معادلة حركة الإلكترونات ومعادلة الاستمرار بالشكل:

$$\nabla = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x}; E = E\hat{x} \qquad (4.29)$$

ومعادلة ماكسويل الوحيدة التي سنحتاج إليها، هي التي لا تحوي على المتجه أي المعادلة بواسون. وهي حالة خاصة تطرقنا إليها، عند دراسة البلازمـا كمائع، وهي تقريب البلازما. وهي لا تفيدنا في إيجاد، وهي حالة تـواترات مرتفعة، حيث إننا اعتبرنا القصور الذاتي للإلكترونات عاملاً مهمًا، والانحراف عن وضع الاستقرار هو العامل المهم في هذه الحالة، وبالتالي نكتب:

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = e(n_i - n_e) \qquad (4.30)$$

يمكن حل المعادلتين (4.28) , (4.30) بسهولة، عبر جعلها خطية، ونفهم من ذلك أن سعة الاهتزاز صغيرة، ويمكن إهمال الحدود، التي لا تحتوي معاملات سعة من درجات مرتفعة؛ حيث نقوم أولاً بفصل المتغيرات إلى قسمين: قسم يمثل الجزء الثابت ونعطيه الدليل 0، وقسم يمثل الجزء المضطرب ونعطيه الدليل 1 أي:

$$n_e = n_0 + n_1 \quad v_e = v_0 + v_1 \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 \qquad (4.31)$$

$$\begin{aligned} m[\frac{\partial v_1}{\partial t}] &= -e\mathbf{E}_1 \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot v_1 &= 0 \\ \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}_1 &= en_i \end{aligned} \qquad (4.32)$$

نفرض أن الحدود المهتزة تسلك سلوكا جيبيًّا أي:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_1 e^{i(kx-\omega t)} \hat{x} \\ n_1 &= n_1 e^{i(kx-\omega t)} \\ \mathbf{E} &= E e^{i(kx-\omega t)} \hat{x} \end{aligned} \qquad (4.33)$$

باستخدام

$$\frac{\partial}{\partial t} \longleftarrow -i\omega \quad \nabla \longleftarrow i\mathbf{k}$$

وبالتالي، يمكن التعويض عن الاشتقاق بالنسبة للزمن، عندئذ تصبح المعادلات بالشكل:

$$\begin{aligned} -im\omega v_1 &= -eE_1 \\ -i\omega n_1 &= -n_0 ikv_1 \\ ik\epsilon_0 E_1 &= -en_1 \end{aligned} \qquad (4.34)$$

ويحذف n_1 و E_1 تصبح المعادلة بالشكل:

$$-im\omega v_1 = -i\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 \omega} v_1 \qquad (4.35)$$

ويكون تردد البلازما عندئذ بالشكل:

$$\omega_p^2 = (\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m})^{1/2} \qquad (4.36)$$

حيث $n_\circ$: كثافة الالكترونات، m : كتلة الإلكترون.

وبشكل تقريبي، وبعد التعويض في الثوابت المعروفة، نستطيع استخدام العلاقة:

$$f_p \cong 9\sqrt{n} \qquad (4.37)$$

حيث يتعلق هذا التردد فقط في كثافة البلازما، وهو من المتحولات الأساسية لأي بلازما. وبسبب القيمة الصغيرة لــ m، ويكون تردد البلازما عادة كبيرًا جدًّا؛ فمثلاً عندما تكون كثافة البلازما $n = 10^{18} m^{-3}$ يكون التردد:

$$f_p = \omega_p / 2\pi \simeq 9 \text{ GHz}$$

ويقع الإشعاع بتردد نطاق مجال الأمواج الميكرونية (microwave range).

البلازما هي مائع مركب، يدعم عديدًا من أنماط الأمواج في البلازما. تشمل قوى الاسترجاع الضغط الحركي والقوى الكهربائية والمغناطيسية. ظواهر الموجة مهمة لتسخين البلازما، وعدم الاستقرار التشخيصي في الفراغ وغيرها، هناك نمط واحد فقط للموجة، هي الموجة الكهرومغناطيسية وسرعاتها $\omega/k = c$، ولها مركبات B , E عمودية على كل من متجه الموجة k. في الهواء، على حد سواء تنتشر كل من الموجات الصوتية والموجات الكهرومغناطيسية. في البلازما، ستنتشر كلا من الموجات الكهروستاتيكية والموجات الكهرومغناطيسية. في الحالة السالفة الذكر، يكون اضطراب المجال الكهربي المصاحب للموجة موازيًا لاتجاه انتشار الموجة $\mathbf{E}//\mathbf{k}$؛ بحيث لا يوجد اضطراب للمجال المغناطيسي المصاحب للموجة:

$$\nabla \times E = \mathrm{i}k \times E = \mathrm{i}\omega B = 0 \qquad (4.38)$$

بينما تنتشر، في الهواء الموجات الصوتية من خلال الاصطدامات، وفي البلازما عالية التأين، تحدث هذه الاصطدامات عبر المجالات الكهربية للموجة. وهناك مجموعة كبيرة ومتنوعة من أنماط موجات البلازما؛ نظرًا لسرعة الطورية للموجة تعتمد على كل من: تردد الموجة وزاوية انتشارها بالنسبة لخلفية المجال المغناطيسي. الترددات المهمة المميزة، هي: تردد الكترونات البلازما، والتردد السيكلتروني للإلكترونات، والتردد السيكلتروني للأيونات على الترتيب، هي: ωpe، ωce و ωci.

الأمواج

بحث أنتشار الموجات الكهرومغناطسية هي من أهم التشخيصات المهمة في المعامل، بالإضافة إلى بلازمات الفضاء؛ حيث توجد تجمعات ضخمة من أشكال الأمواج المختلفة في البلازما الممغنطة.

تتعامل البلازما كوسط عازل مع الموجات الكهرومغناطسية:

- الانعكاس.
- الانكسار.
- امتصاص الأمواج.

تنتقل كل من الطاقة وكمية الحركة بين المجالات والجسيمات، وتؤدي إلى:

- التعجيل.
- التسخين.
- الرنين.

أمواج أيونات البلازما

لدراسة أمواج الأيونات في البلازما، لابد من معرفة انتشار الأمواج الصوتية في الهواء.

الأمواج الصوتية في الهواء

تخضع التغيرات في ضغط وكثافة الهواء للقانون الأدياباتيكي من العلاقة:

$$\frac{\nabla p}{p} = \gamma \frac{\nabla \rho}{\rho}$$

أو

$$\begin{aligned} \nabla p &= \left(\frac{\gamma p}{\rho}\right) \nabla \rho \\ &\equiv v_S^2 \nabla \rho \end{aligned} \qquad (4.39)$$

حيث v_S هي سرعة الصوت الأدياباتيكية:

$$\begin{aligned} v_S &= \left(\frac{\gamma p}{\rho}\right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{\gamma k_B T}{m}\right)^{1/2}. \end{aligned} \qquad (4.40)$$

بالتشابه مع ماسبق يمكن رسم ملامح موجات ديناميكا الموائع الممغنطة (MHD)، وهذا يعني الأمواج في المائع الموصل المضغوط في المجال المغناطيسي.

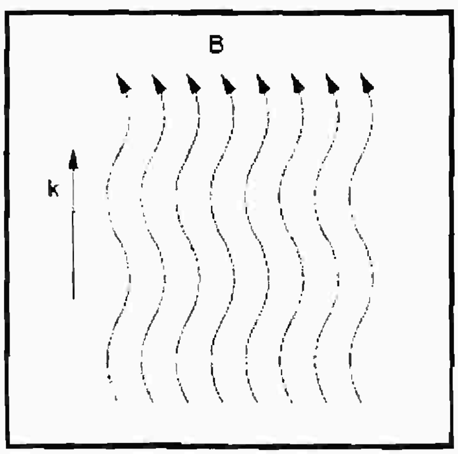
موجات ألفيين Alfv´en

تعاني موائع MHD أوتحس بالشد المغناطيسي B^2/μ_0 على طول خطوط المجال وضغط متماثل $B^2/2\mu_0$، وبالتالي تسلك خطوط المجال كأوتار حاملة كتلاً، وتصبح تحت تأثير شد-، وترتبط جسيمات البلازما بخطوط المجال. وبناء على ذلك، نتوقع أن يعاني المجال المغناطيسي من اضطرابات عابرة، تؤدي إلى ذبذبات أوموجات تنتشر بسرعة

$$V_A = \left(\frac{\text{tension}}{\text{density}}\right)^{1/2} = \left(\frac{B^2}{\mu_0\rho}\right)^{/2}. \qquad (4.41)$$

هذه السرعة تعرف بـ "سرعة ألفيين".

يوضح الشكل (٥) الطبيعة المستعرضة لحركة المائع، وتجمد خطوط القوى المغناطيسية. لاتوجد تقلبات لكل من الضغط والكثافة مصاحبة لهذه الموجة. تسمى هذه الموجة غالبًا التوائية أو موجة القص.



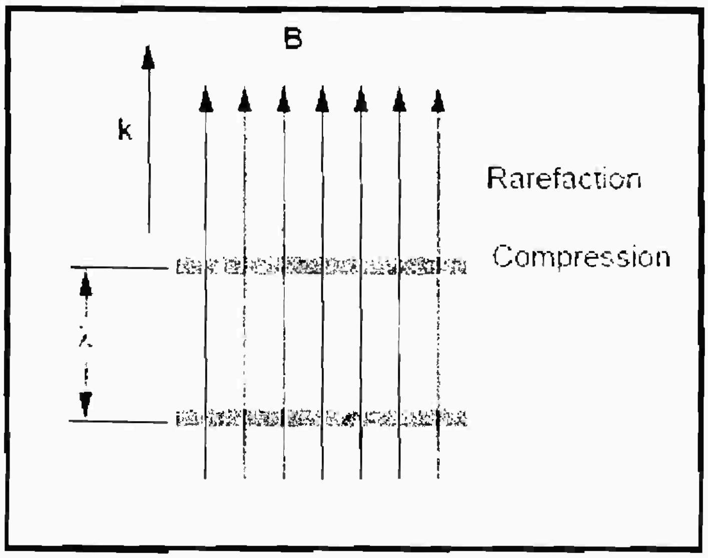
الشكل (٥): موجات أفيين الالتوائية في المائع الموصل المضغوط، وتنتشر على طول خطوط المجال. حركة المائع والاضطرابات المغناطيسية عمودية على خطوط المجال.

أمواج الأيون الصوتية والصوتوممغنطة

بالتشابه أكثر، يتوقع وجود ذبذبات طولية نتيجة تقلبات الضغط لحركة الجسيمات وانتشار الموجة على طول المجال.

لايوجد اضطراب للمجال؛ لأن الجسيمات تتحرك بحرية في الاتجاه الموازي للمجال ($k \parallel B$)، وبناء على ذلك تكون هذه الأمواج تضاغطية، وتسمى أمواج الأيونات الصوتية التي تنتشر بسرعة على طول خطوط المجال كما بالشكل (٦).

$$V_s = \left(\frac{\gamma_e k_B T_e + \gamma_i k_B T_i}{m_i}\right)^{1/2} \qquad (4.42)$$



الشكل (٦): انتشار أمواج الصوت الطولية على طول خطوط المجال B في المائع الممغنط المضغوط.

في الاتجاه العمودي على المجال B، يوجد نوع جديد من الذبذبات الطولية التى تحدث بقوة الإرجاع المغناطيسية (الضغط المغناطيسي)، وهي تعرف باسم الصوتوممغنطة، أو ببساطة موجة تضاغط، التي تتضمن انضغاطاً وتخلخلاً لخطوط القوى المغناطيسية بالإضافة الى البلازما. تنتشر هذه الموجة بسرعة V_A تحقق العلاقة:

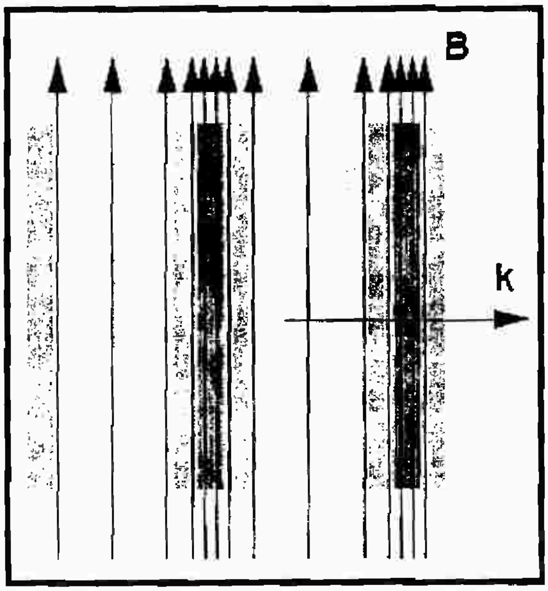
$$\begin{aligned}\nabla\left(p+\frac{B^2}{2\mu_0}\right) &= V_M^2\nabla\rho \\ \Rightarrow V_M^2 &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left(p+\frac{B^2}{2\mu_0}\right)_{\rho_0} \\ &= V_S^2+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right)_{\rho_0}\end{aligned} \qquad (4.43)$$

حيث ρ_0 هي كثافة المائع غير المضطرب.

يلاحظ أن الضغط المغناطيسي ضمن قوة الإرجاع. وبما أن الجسيمات مرتبطة بخطوط المجال $B/\rho = B_0/\rho_0$ ، عندئذ نحصل على العلاقة:

$$\begin{aligned}V_M^2 &= V_S^2+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left(\frac{B_0^2\rho^2}{2\mu_0\rho_0^2}\right)_{\rho_0} \\ &= V_S^2+V_A^2\end{aligned} \qquad (4.44)$$

حيث V_A سرعة ألفيين. وطبيعة الموجة الصوتوممغنطة موضحة بالشكل (٧).



الشكل (٧)