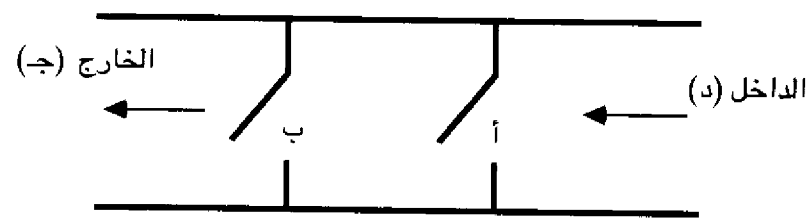
الفصل الرابع

المفاتيح والبوابات

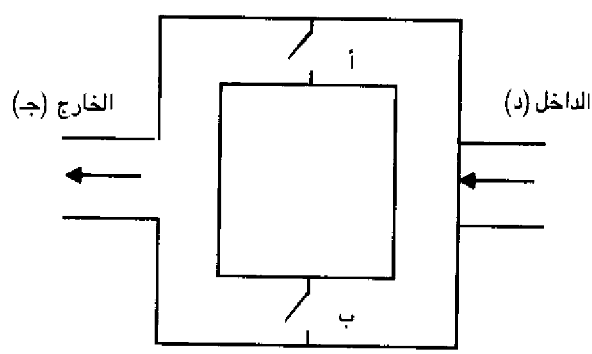
1- **المقدمة** :

لو تخيلنا أننا ننظر الى ممرات في بناية ؛من الأعلى ؛وهذه الممرات في داخلها أبواب تغلق وتفتح أوتوماتيكياً ، أي لا يستطيع الشخص الذي يمر في هذه الممرات التحكم بفتح وغلق الأبوب . فهو إما سيجد الباب مفتوحاً أمامه فيستطيع المرور ، وأما سيجده مغلقاً لايمكنه المرور منه . ولو نظرنا إلى الشكل (1) لوجدنا فيه بابين (أ) و (ب) أحدهما يقع بعد الآخر . أي يقعان على التتابع أو التوالي . كما موضح في الشكل (1) :



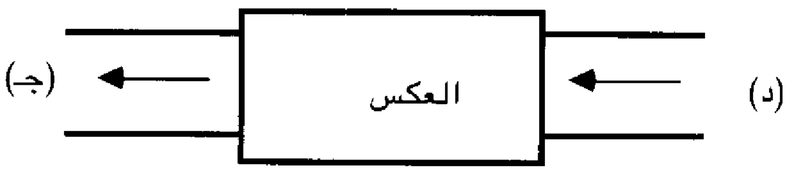
الشكل (1)

وهناك نوع آخر من الممرات تتكون من مسارين متوازيين وكل مسار من هذين المسارين يتحكم فيه باب وكما موضح في الشكل (2) أدناه حيث يتحكم كل من البابين (أ) و (ب) بأحد المسارين الموجودين.



الشكل (2)

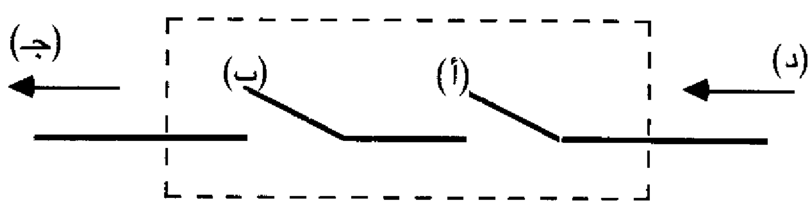
ولو تخـيلنا أنه يـوجـد بدل الأبواب (أ) و (ب) الواردة في المثـال السـابق غـرفـة في طريق الممر ندعـوها (**العكس**) كمـا في الشـكل (3) بحـــيث أن (حـ) هو عكس(د) دائمــا. فــإن (جـ) **زائف** ، إذا كــان (د) **حقيقي** . وأذا كان (د) **أبيض** يكون (حـ) **أسود** . وإذا كان (د) رقم ثنائي هو (0) فإن (جـ) يساوي (1) .



الشكل (3)

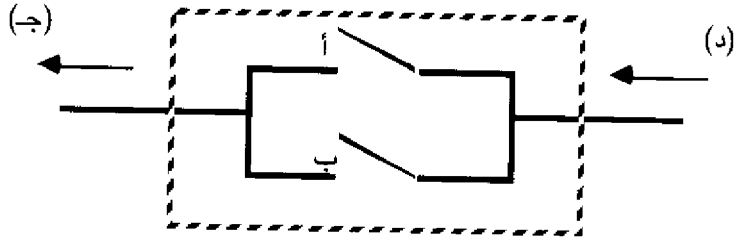
2 - المفاتيح :

لو غـيرنا الفرضيـة السابقـة بفرضيـة أخرى بحيث نستبدل الممرات بأسـلاك . والـشخص الذي يسـير في المـرات بتيـار كـهربائي يمرر عـبر الأسـلاك وبدلاً من الأبواب نفترض وجود **مفـاتيح** كمـا في الشـكل (4) أدناه ، والذي يكافيء الشكل (1) أعلاه .



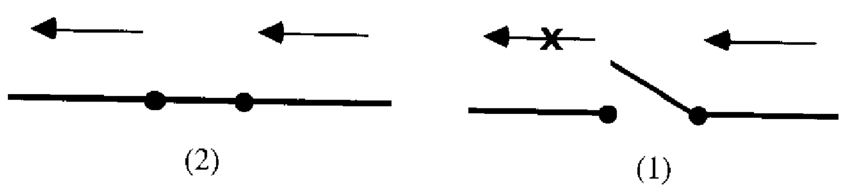
الشكل (4)

وبنفس الطريقة نمثل الشكل (2) كما مبين في الشكل (5) أدناه :



الشكل (5)

عندما يكون الطرف السائب في المفتاح بعيداً عن السلك ، فإن المفتاح يكون بوضع **مغلق** بوجه سريان التيار الكهربائي في السلك كما في الشكل (6-1)أدناه . أما إذا كان الطرف السائب على أمتداد السلك فإن المفتاح يكون بوضع **مفتوح** ويستطيع التيار الكهربائي المرور كما في الشكل (6-2) . وبما أن (**مغلق**) و (**مفتوح**) هما حالتين ثنائية فيمكن أن نرمز للحالة (**مغلق**) بالرقم الثنائي **(0)** وللحالة (**مفتوح**) بالرمز **(1)** .



مفتاح بوضع مغلق امام مرور التيار (او الوضع (**0**))

مفتاح بوضع مفتوح امام مرور التيار (او الوضع (**1**))

الشكل (6)

ولو عدنا إلى الشكل (1) وتخيلنا شخصاً يريد المرور من خلال الممر ليصل إلى الطرف الآخر؛ فإنه يجب أن يكون (أ) و (ب) **مفتوحين** ، أي في وضع (1) ؛عند ذلك يكون هناك خـــارج (حـ) . أي أن (حـ) موجود (أو (1)) ولو أخذنا كافة الإحتمالات لكل من (أ) و (ب) ، ونجد الخارج (حـ) لكل منها فسنحصل على الحالات الأربعة التالية :

1- **الحالة الأولى** :إذا كان (أ) **مغلق** و(ب) **مغلق** ، فإنه لا يوجد **خارج**.

2- **الحالة الثانية** :إذا كان (أ) **مفتوح** و(ب) **مغلق** ، فإنه لا يوجد **خارج** .

3- **الحالة الثالثة** :إذا كان (أ) **مغلق** و(ب) **مفتوح** ، فإنه لا يوجد **خارج**.

4- **الحالة الرابعة** :إذا كان (أ) **مفتوح** و(ب) **مفتوح** ، فإنه يوجد **خارج** .

ويمكننا أن نختصر الحالات السابقة بالصيغة الثنائية التالية :

إذا كان أ = **صفر** ، ب = **صفر** ؛ فعند ذاك حـ = **صفر** .

إذا كان أ = **واحد** ، ب = **صفر** ؛ فعند ذاك حـ = **صفر** .

إذا كان أ = **صفر** ، ب = **واحد** ، فعند ذاك حـ = **صفر** .

إذا كان أ = **واحد** ، ب = **واحد** ؛ فعند ذاك حـ = **واحد** .

ويمكننا أن نلخص ذلك بجدول يبين كيف تتغير أ ، ب ، جـ وكما يلي :

أ	ب	جـ
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

الجدول رقم (1)

ويدعي هذا النوع من الجداول **بجدول الحقيقة** ، وسوف نستعمله كثيراً فيما بعد .

ونفس المبدأ يمكن أن نطبقه على حالة المفتاحين على التوالي الشكل (4) **على أن نتذكر أننا نقصد بالباب (مفتوح) ، يعني مفتوح أمام مرور الشخص الذي يسير في الممر . ونقصد بالمفتاح (مفتوح) أمام سريان التيار الكهربائي رغم أنه قد يبدو أن المفتاح (مفتوح) هو عكس الباب (مفتوح) عند النظر اليه من الناحية الميكانيكية** . ويمكننا إن نضع **جدول الحقيقية لمفتاحين على التوالي** كما في الجدول (1) أعلاه أي أن :

أ	ب	جـ
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

الجدول رقم (2)

جدول الحقيقة لمفتاحين على التوالي

وبنفس الطريقة نجد أن الإحتمالات لوضع **المفتاحين على التوازي** كما يلي:

1- **الحالة الأولى** : عندما يكون (أ)(**مغلق**) ، (ب) (**مغلق**) . **فإنه لا يوجد خارج** .

2- **الحالة الثانية** : عندما يكون(أ)(**مفتوح**) ،(ب) (**مغلق**). فإنه **يوجد خارج** .

3- **الحالة الثالثة** : عندما يكون(أ) (**مغلق**) ،(ب)(**مفتوح**) . فإنه **يوجد خارج** .

4- **الحالة الرابعة** : عندما يكون(أ) (**مفتوح**)،(ب)(**مفتوح**) . فإنه **يوجد خارج** .

ويمكننا وضع جدول الحقيقة للإحتمالات السابقة ، كما في الجدول (3) أدناه :

أ	ب	ج
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

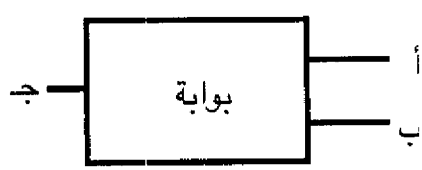
الجدول رقم (3)

جدول الحقيقة لمفتاحين على التوالي

3- البوابات :

3-1-البوابة (و) :

لو أفترضنا وجود جهاز داخل صندوق يقوم بوظيفة مفاتيح مربوطة على التوالي أو التوازي ، أو أي شيء آخر مشابه ، فإننا ندعو هذا الصندوق (**بوابة**) كما في الشكل (7) أدناه :



الشكل (7)

ولو ألقينا نظرة علي الشكل (7) والجدول رقم (4) والذي يمثل جدول الحقيقة له فإننا سنستنتج بإن هذه البوابة تقوم بوظيفة **مفتاحين على التوالي.** ١

أ	ب	جـ
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

الجدول رقم (4)

جدول الحقيقة لبوابة (و)

فإذا كان الداخل (أ) والداخل (ب) معاً ، كل منهما يساوي (واحد) . فإن الخارج (حـ) ، عند ذلك فقط ، يساوي (واحد) وندعو ذلك **بوابة (و)** ونرمز لها برمز خاص كما في الشكل أدناه :

الشكل (8)

رمز بوابة (و)

ومن الشكل (8) نجد أن البوابة لها داخل عدد أثنين وخارج عدد واحد فقط ولو أردنا أن نعبر عنهما بالجبر البووليياني حيث (أ، ب، حـ) هي كميات منطقية .فإن :(**حـ = أ . ب**) .

ولكي نتحقق من هذه المعادلة المنطقية . نعوض عن قيم (أ) (ب) بأرقام منطقية أي (صفر) و (واحد) فنجد أن :

(1) أ = 0 ، ب = 0

فنجد أن جـ = 0 x 0 = 0

(2)- أ = 1 ، ب = 0

فنجد آن جـ = 1 x 0 = 0

(3) أ = 0 ، ب = 1

فنجد أن جـ = 0 x 1 = 0

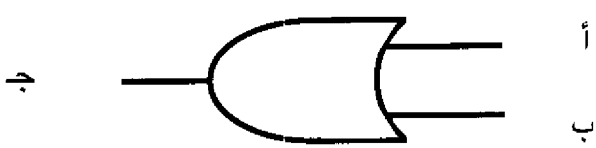
(4) أ = 1 ، ب = 1

فنجد أن جـ = 1x1 =1

وهذا يشابه بالضبط جدول الحقيقة رقم (4) .

3-2- البوابة (أو) :

كما في **المفتاحين على التوازي** ، فإننا نلاحظ أن **قيمة الخارج حـ تســاوي (واحــد) إذا كـــان أيٌ من الداخل (أ) أو (ب) يساوي(واحد)** ، فلو تخيلنا جهاز يقوم بهذه الوظيفة فسندعوه **بوابة (أو)** . وسنرمز لها بالرمز التالي مع **جدول الحقيقة** الذي يمثل عملها كما في الشكل (9) والجدول (5) أدناه :



الشكل (9)

رمز بوابة (أو)

جـ	ب	أ
0	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

الجدول رقم (5)

جدول الحقيقة لبوابة (أو)

وفي الجبر البوولياني يمكن أن نمثل العلاقة بين الخارج والداخل بالمعادلة الجبرية المنطقية التالية :**حـ = أ + ب .**

أي أن **بوابة (أو)** تمثل عملية **جمع منطقي** . ولو عوضنا عن (أ) و (ب) في المعادلة السابقة بكافة الاحتمالات الثنائية لكل منها لوجدنا أنه :

إذا كان أ = **0** ، ب = **0** . فإن حـ = 0 + 0 = **0**

إذا كان أ = **1** ، ب = **0** . فإن حـ = 1 + 0 = **1**

إذا كان أ = **0** ، ب = **1** . فإن حـ = 0 + 1 = **1**

إذا كان أ = **1** ، ب = **1** . فإن جـ = 1 + 1 = **1**

ومن ذلك نجد أن العلاقة أو المعادلة **(حـ = أ + ب)** يمكن تمثيلها بجدول الحقيقة **للبوابة (أو)** .

مثال :

مثل للمعادلة التالية ، بالبوابات (و) ، **(أو)** .

ع = (س . ص) + ل .... (1)

الحل :

نفرض أن :

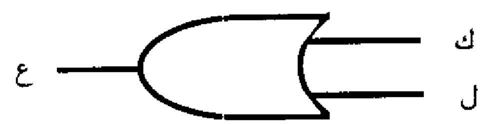
ك = س .ص .... (2)

وبذلك نستطيع آن نرمز للمعادلة (2) **بالبوابة (و)** .

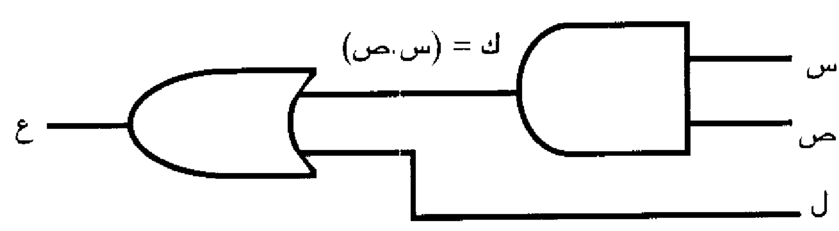
أما المعادلة التالية :

ع = ك + ل

فيمكن أن نرمز لها **بالبوابة (أو)** ، كما يلي :



وبدمج الرسمين معاً نستطيع أن نضع المعادلة (1) أعلاه بالرسم التالي:



ويدعى الرسم السابق **بالمخطط الكتلي ، حيث ترمز لكل معادلة جبرية منطقية برموز البوابات المناسبة .**

مثال :

أرسم **المخطط الكتلي** للمعادلة الجبرية المنطقية التالية :

هـ = س + (ل +ك) . (ل . و) .... (1)

الحل :

نفرض أن :

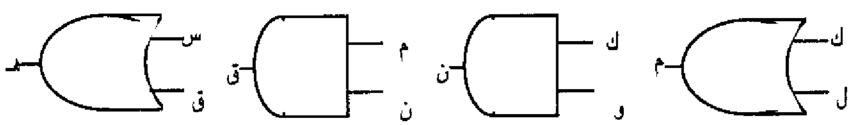
م = ل + ك .... (2)

ن = ل . و .... (3)

ق = م . ن .... (4)

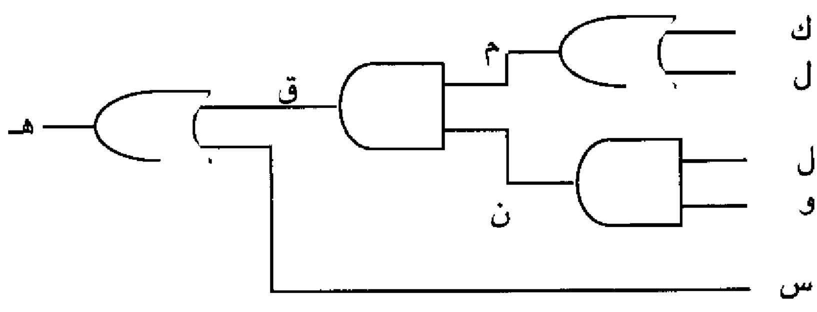
هـ = س + ق .... (5)

ويمكن أن نمثل المعادلات (2) , (3) , (4) , (5) برموز **البوابات** التالية :



حيث أن م = **ل+ك ، ن = ل.و ، ق = م.ن ، هـ = س+ق .**

وبدمج الرموز السابقة نحصل على **المخطط الكتلي** التالي :



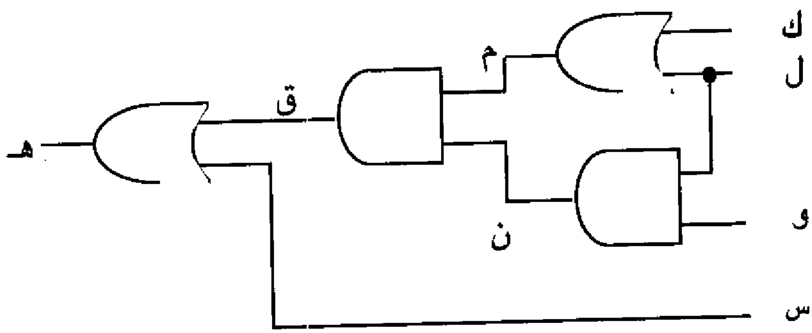
الشكل (1-10)

وهناك **ملاحظة مهمة** ، وهي أننا **من الناحية العملية لا يمكن أن نمتلك أكثر من داخل معين يمتلك نفس الحرف كما في الكمية المنطقية (ل)**.فعادة إذا كان هناك كمية، تمثل داخل لأكثر من بوابة فإننا نرسمها مفردة ثم **نقوم بأخذ فرع منها كلما ظهرت الحاجة اليها** . أي أننا يمكن أن نرسمه كما في الشكل (10-2) بدلاً من وضعه السابق والذي يبدو عليه في الشكل (10-1) .

(2) تمثيل صحيح

(1) تمثيل خاطيء

وبذلك يمكننا أن نرسم المخطط الكتلي السابق من جديد بعد توصيل (ل) كما في الشكل (10-2) وكما يلي :



الشكل (10-2)

مثال :

أرسم المخطط الكتلي للمعادلة المنطقية التالية :

هـ = أ + (أ+ب) . (ب +جـ) . (أ +حـ) .... (1)

الحل :

أفرض أن :

س = أ + ب

ص = ب + حـ

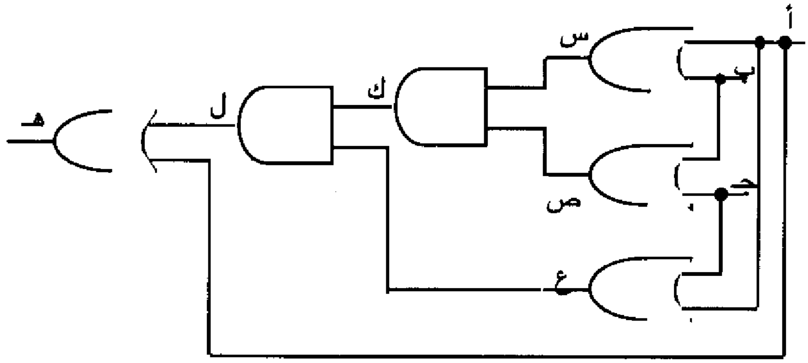
ع = أ + حـ

ك = س . ص

ل = ك . ع

هـ = أ + ل

ويمكن رسم المخطط الكتلي للمعادلة (1) أعلاه كما يلي :



الشكل (3-10)

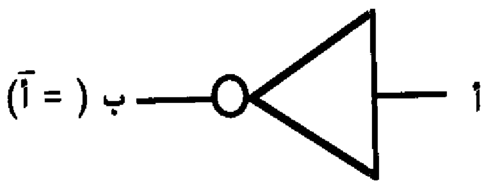
3-3- البوابة (لا) :

لقد أوضحنا في مقدمة هذا الفصل بأنه لو أفترضنا وجود صندوق أو جهاز فيه داخل واحد وخارج واحد . فأن الخارج دائماً هو عكس

الداخل ، فإذا كان الداخل (**صفر**) فإن الخارج يكون (**واحد**) ، وإذا كان الداخل (**واحد**) فإن الخارج يساوي (**صفر**) . أما في الجبر البووليـاني فإن هذه البوابة تجعل الخارج (**متمم**) للداخل . وسوف نرمز لبوابة (**لا**) كما في الشكل (11) وسيكون **جدول الحقيقة** كما مبين في الجدول (6) أدناه :

أ	ب
0	1
1	0

جدول (6)
جدول حقيقة بوابة **(لا)**



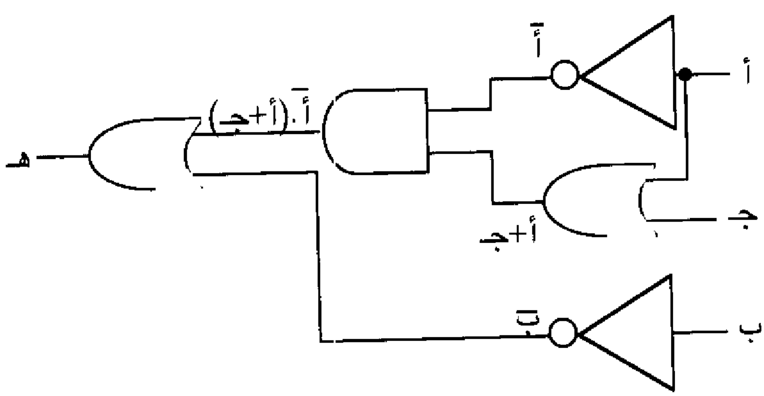
الشكل (11)
رمز بوابة (لا)

مثال :

أرسم المخطط الكتلي للمعادلة الجبرية المنطقية التالية :

هـ = أ . ($\overline{\text{أ}}$ + حـ) + $\overline{\text{ب}}$

الحل :

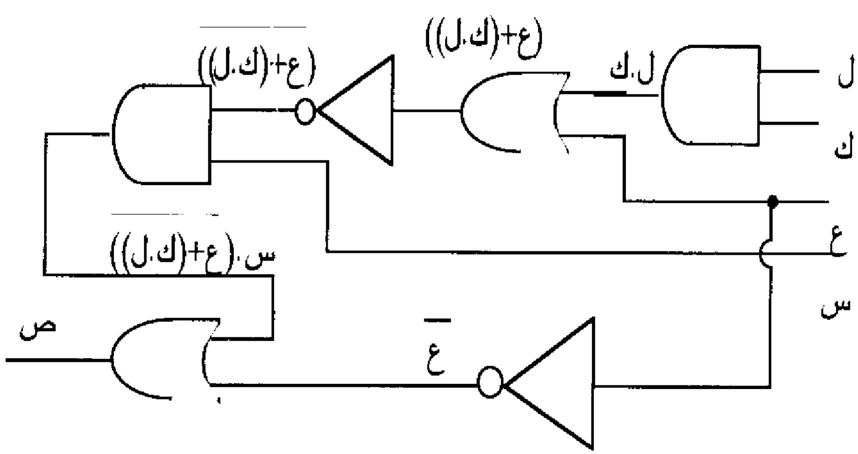


مثال :

أرسم المخطط الكتلي للمعادلة الجبرية التالية :

$$\text{ص} = \text{س} \cdot \overline{(\text{ع}+(\text{ك}.\text{ل}))} + \overline{\text{ع}}$$

الحل :



3-4- البوابة ((و) معكوسة) :

وهي عبارة عن **بوابة (و)** تعقبها **بوابة (لا)** ويمكن أن نمثلها بالجبر البولياني بالمعادلة التالية :

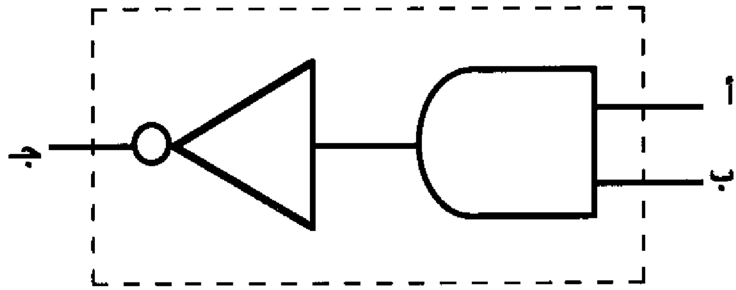
$$\text{حـ} = \overline{\text{أ} \cdot \text{ب}}$$

ويمكن وضع **جدول الحقيقة** للبوابة كما يلي :

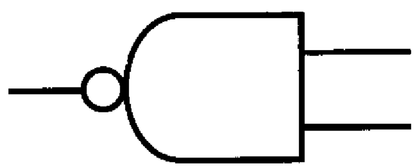
أ	ب	أ.ب	جـ = $\overline{\text{أ.ب}}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

ومن ذلك يمكننا تعريف بوابة (و) معكوسة ، **بإنها البـوابة التي يكون الخارج منها يساوي صفر، إذا كان كل الداخل اليـها يساوي (واحد)** .

وبما أن هذه البوابة مزيج من **بوابتي (و)** و **(لا)** أي :



وسوف نختصر هذا الرسم برمز واحد يمثل **بوابة (و) معكوسة** هو :

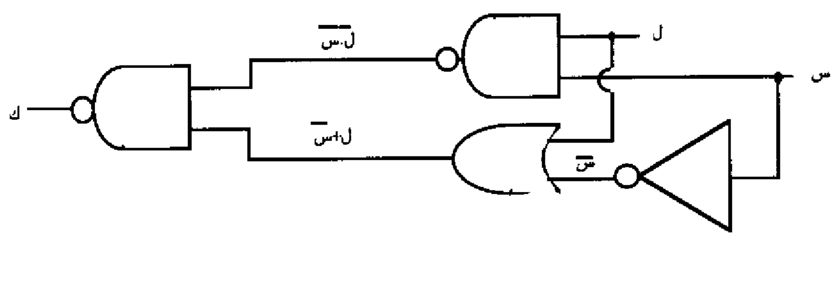


مثال :

أرسم **المخطط الكتلي** للمعادلة الجبرية التاليـة :

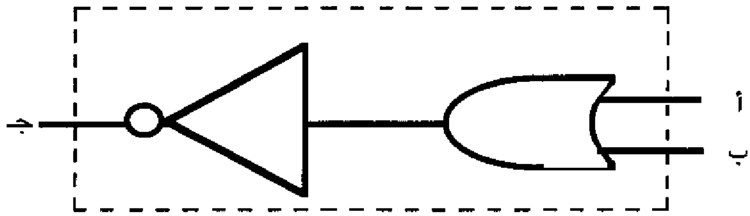
$$ك = \overline{\overline{(ل\ س)}\ \ (ل + \overline{س})}$$

الحل :

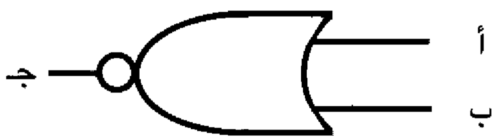


5-3- البوابة (ولا) :

وهي عبارة عن بوابة (أو) وبوابة (لا) . ويمكن أن ندعـوها أيضـاً **بوابة (أو) معكوسة** . ويمكن تمثيلها برموز البوابات كالتالي :



ونرسمها باختصار برمز واحد كالتالي :



ويكون التعبير المناسب لها في جبر المنطق هو :

جـ = $\overline{\text{أ+ب}}$

أما جدول الحقيـقة فهو **نفس جدول بوابة (أو) لكن (حـ) تكون معكوسة :**

أ	ب	أ+ب	جـ = $\overline{\text{أ+ب}}$
0	0	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0

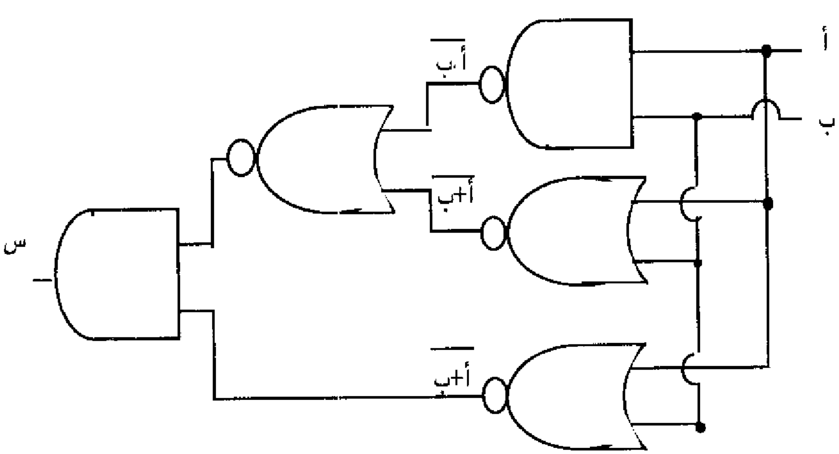
ومن **جدول الحقيقة** هذا يمكن تعريف **بوابة (ولا)** بأنها **البوابة التي يكون الخارج منها يساوي (واحد) ، فقط عندما يكون كل الداخل (صفر) .**

مثال :

أرسم المخطط الكتلي للتعبير الجبري التالي :

$$\text{س} = \overline{((\overline{\text{أ.ب}})+(\overline{\text{أ+ب}}))}.(\overline{\text{أ+ب}})$$

الحل :

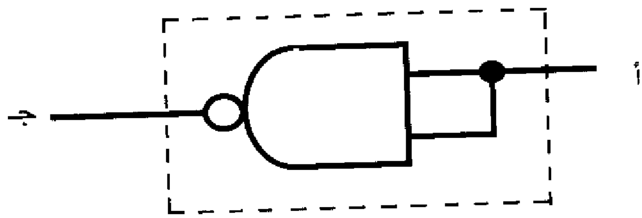


وللبوابات **(و) معكوسة والبوابة (ولا)** فائدة كبيرة من الناحية التطبيقية **فيمكننا وبربط معين لهاتين البوابتين أن نحصل على البوابات الثلاثة الأخرى**، أي **بوابة (و) ، بوابة (أو) ، بوابة (لا)** . كما سنرى ذلك في الأمثلة الستة التالية :

مثال :

بإستخدام **بوابة (أو) معكوسة** . أرسم **المخطط الكتلي** الذي يكافىء عمل **بوابة (لا)** . ثم أثبت ذلك جبرياً بإستخدام بديهيات ونظريات **الجبر البوولياني** (أنظر الفصل الثالث) .

الحل :



لكي نثبت ذلك نفترض أن الخارج هو (حـ) فيصبح لدينا :

$$\text{حـ} = \text{أ} . \text{أ}$$

$$= \overline{\text{أ}} + \overline{\text{أ}}$$ (بتطبيق المعادلة (2) نظرية (5) (الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

$$\text{جـ} = \overline{\text{أ}}$$ (بتطبيق المعادلة(1) نظرية(1) (الفقرة 3-2-1 الفصل الثالث)

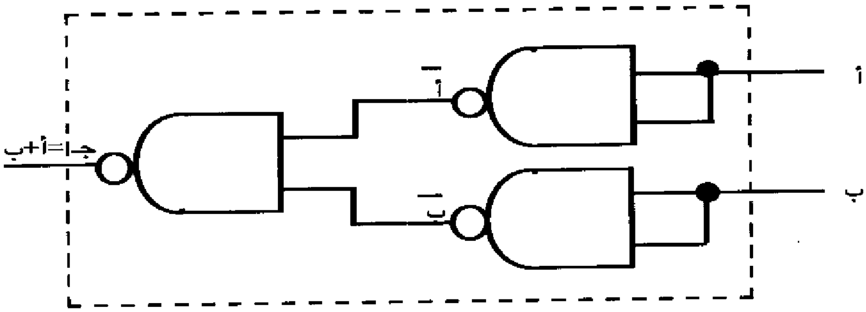
والناتج الأخير يعني أن الرسم الموجود داخل المربع المنقط في المخطط الكتلي أعلاه يمثل **بوابة (لا)** .

مثال :

أستخدم بوابات **((و) معكوسة)** فقط وبربط معين ، بحيث تكون نتيجة الربط **مكافئة لعمل بوابة (أو)** ثم أثبت ذلك جبرياً .

الحل :

المخطط الكتلي هو :



ولإثبات ذلك جبرياً نتبع الطريقة التالية :

$$\text{جـ} = \overline{\bar{\text{أ}}\,.\,\bar{\text{ب}}}$$

$$= \bar{\bar{\text{أ}}}\,.\,\bar{\bar{\text{ب}}}$$ (المعادلة (2) نظرية (5) الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

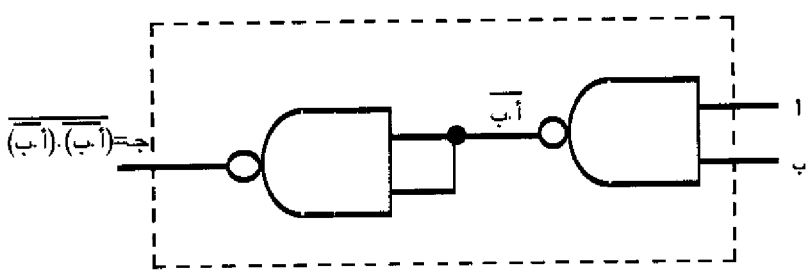
$$\therefore\ \text{حـ} = \text{أ} + \text{ب}$$

ومن المعـادلة الأخيـرة يتضـح لنا أن المربع المنقط في **المخطط الكتلي** أعلاه ، يمثل **بوابة (و)** .

مثال :

استخدم **بوابة (و) معكوسة** فقط ، بربط معين ، بحيث تكون نتيجة الربط مكافئة لعمل **بوابة (و)** . ثم أثبت ذلك جبرياً .

الحل :



ولإثبات ذلك جبرياً :

حـ $= \overline{(\overline{\text{أ.ب}}).(\overline{\text{أ.ب}})}$

$= (\overline{\overline{\text{أ.ب}}}) + (\overline{\overline{\text{أ.ب}}})$ (المعادلة (2) نظرية (5) الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

حـ $= \overline{\overline{\text{أ.ب}}}$ (المعادلة (1) نظرية (1) الفقرة 2-2-1 الفصل الثالث)

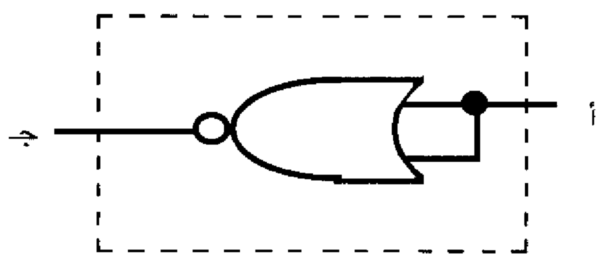
جـ = أ . ب

مثال :

إستخدم **بوابة (ولا)** فقط وبربط معين بحيث تكون نتيجة الربط مكافئة لعمل **بوابة (لا)** . ثم إثبت ذلك جبرياً .

الحل :

المخطط الكتلي هو :



ولإثبات ذلك جبرياً نتبع الطريقة التالية :

جـ $= \overline{\text{أ} + \text{أ}}$

$= \overline{\text{أ}} \,.\, \overline{\text{أ}}$ (المعادلة (1) نظرية (5) الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

جـ $= \overline{\text{أ}}$ (المعادلة (2) نظرية (1) الفقرة 2-2-1 الفصل الثالث)

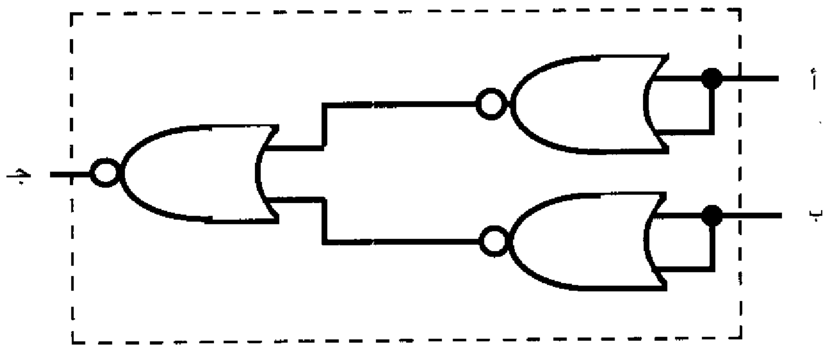
ومن ذلك تأكدنا بأن المربع المنقط في **المخطط الكتلي** أعلاه يمثل **بوابة (لا)** .

مثال :

إستخدم بوابات **(ولا)** فقط ، بربط معين بحيث تكون نتيجة الربط مكافئة لعمل **بوابة (و)** ثم إثبت ذلك جبرياً .

الحل :

المخطط الكتلي يمكن رسمه كما يلي :



ولإثبات ذلك جبرياً نتبع الطريقة التالية :

$\text{حـ} = \overline{\overline{\text{أ}} + \overline{\text{ب}}}$ (المعادلة (I) نظرية (5) الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

$= \overline{\overline{\text{أ}}} \,.\, \overline{\overline{\text{ب}}}$

$\text{حـ} = \text{أ} \,.\, \text{ب}$

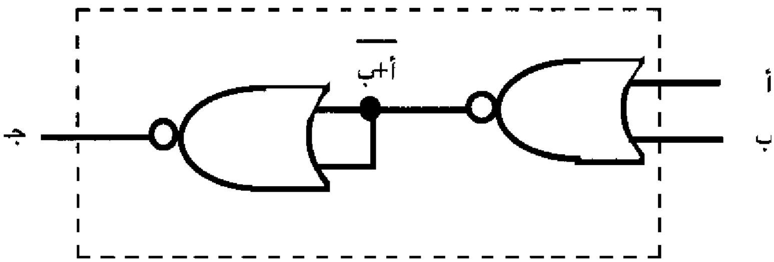
ومن ذلك استطعنا إثبات أن المربع المنقط في المخطط الكتلي أعلاه يمثل **بوابة (و)** .

مثال :

استخدم بوابات **(ولا)** فقط ، بربط معين ، بحيث تكون نتيجة الربط مكافئة لعمل **بوابة (أو)** ثم أثبت ذلك جبريا .

الحل :

المخطط الكتلي هو التالي :



ولإثبات ذلك جبرياً نتبع الطريقة التالية :

حـ = $\overline{\overline{(\text{أ}+\text{ب})}+\overline{(\text{أ}+\text{ب})}}$

= $\overline{\overline{(\text{أ}+\text{ب})}}\,.\,\overline{\overline{(\text{أ}+\text{ب})}}$ (المعادلة (1) نظرية (5) الفقرة 2-2-5 الفصل الثالث)

حـ = $\overline{\overline{(\text{أ}+\text{ب})}}$ (المعادلة (1) نظرية (1) الفقرة 2-2-1 الفصل الثالث)

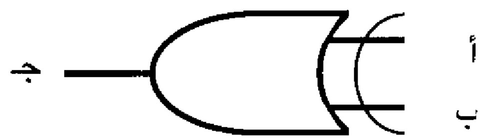
حـ = أ + ب

3-6- البوابة (أو) (الإستثنائية) :

ويمكن تعريفها بأنها **البوابة التي يكون فيها الخارج (واحد)، إذا كان واحد فقط من الداخل يساوي(واحد) . ويكون الخارج يساوي (صفر) إذا كان كل الداخل (صفر) أو كان كل الداخل (واحد) .**
ونرمز لهذه البوابة برمز مشابه تقريباً **لبوابة (أو)** وجدول الحقيقة التالي :

أ	ب	ج
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

جدول الحقيقة لبوابة (أو) الاستثنائية



رمز بوابة (او) الاستثنائية