

الفصل الخامس عشر

التوتر السطحي

تمهيد :

تخضع الجزيئة الواقعة ضمن مائع إلى قوى جذب من جميع الاتجاهات ، وتكون محصلة قوى الجذب هذه معدومة ، أما الجزيئة الواقعة على سطح المائع فتخضع الى قوة محصلة متجهة الى داخل المائع وعمودية على السطح . ويتطلب نقل جزيئات المائع إلى سطحه بذل قوة تتغلب على القوة المعيقة هذه وبالتالي فان طاقة الجزيئات عند سطح المائع أكبر من طاقة الجزيئات الواقعة فيه .

ويعرّف التوتر السطحي لمائع بأنه العمل الواجب بذله على المائع كي ينتقل عدد كاف من جزيئات المائع بحيث تؤلف هذه الجزيئات سطحاً مساحته وحدة المساحة . ويساوي هذا العمل عددياً القوة المماسية التي تفعل في خط وهمي طوله وحدة الطول يمتد على السطح .

ويعبر عن التوتر السطحي في جمل الوحدات المختلفة بنسبة وحدة قوة إلى وحدة طول فهو يقدر اذن بال lb/ft في الجملة الهندسية الانكليزية وبالـ

dynes/cm في الجملة السغنية وبال newton/m في الجملة المكئية .

الضغط الناشئ عن التوتر السطحي :

ان التوتر السطحي يجعل الضغط داخل قطرة مائع أو داخل فقاعة مملوءة بالغاز اكبر من الضغط خارجها . فاذا كان r نصف قطر القطرة و p فرق الضغط و s قوة التوتر السطحي فانه يكون :

$$p = 2s/r \quad (15-1)$$

أما في حالة الفقاعة المملوءة بالغاز فليدنا :

$$p = 4 s/r \quad (15-2)$$

ارتفاع الموائع في الأنابيب الشعرية :

ترتفع الموائع في الانابيب الشعرية بفعل قوة التوتر السطحي ويعطى مقدار الارتفاع h بدلالة قوة التوتر السطحي s بالعلاقة :

$$h = \frac{2s}{r\rho g} \cos \theta \quad (15-3)$$

حيث r نصف القطر الداخلي للأنبوب و ρ : الكتلة النوعية للمائع و g : التسارع الارضي و θ : زاوية التماس بين المائع والانبوب . ويلاحظ أنه إذا زادت θ عن 90° فإن $\cos \theta$ يكون سالباً ويؤول الارتفاع الى انخفاض .

* * *

مسألة رقم (١٥ - ١) :

ما هو العمل المتحرر من اندماج عدد من حبيبات رذاذ الماء التي تبلغ انصاف

اقطارها $r=2 \times 10^{-3} \text{ mm}$ ، اذا اتحدت معاً لتشكل قطرة كبيرة نصف قطرها $R = 2 \text{ mm}$ ؟ نفترض أن التوتر السطحي للماء هو 73 dynes/cm .

الحل :

نفرض أن عدد حبيبات الرذاذ المندجة هو n فيكون مجموع سطوحها وهي فرادى مساوياً :

$$A = n \times 4 \pi r^2$$

وبعد الاندماج يتقلص هذا السطح ويصبح مساوياً سطح القطرة الكبيرة ، أي :

$$A_0 = 4 \pi R^2$$

وبما أن التوتر السطحي يعرف أيضاً بالعمل المبذول لزيادة السطح بمقدار الوحدة فان : $S = \frac{\Delta w}{\Delta A}$ ، ويكون العمل المتحرر عندما ينقص السطح من A إلى A_0 معطى بالعلاقة :

$$\Delta w = S \cdot \Delta A = S (A - A_0) = 4 \pi (n r^2 - R^2) S \quad (1)$$

أما عدد الحبيبات n فيتحدد من مقارنة أبعاد الحبيبات مع أبعاد القطرة الكبيرة :

$$n \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{ومنه :}$$

$$n = \frac{R^3}{r^3} \quad (2)$$

وبوضع هذه القيمة في العلاقة (1) يكون :

$$\Delta w = 4 \pi R^2 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) S \quad (3)$$

وبوضع القيم العددية في العلاقة (3) نجد :

$$\Delta w = 4 \times 3.14 \times 4 \times 10^{-2} \times (10^3 - 1) 73 = 3.5 \times 10^4 \text{ erg}$$

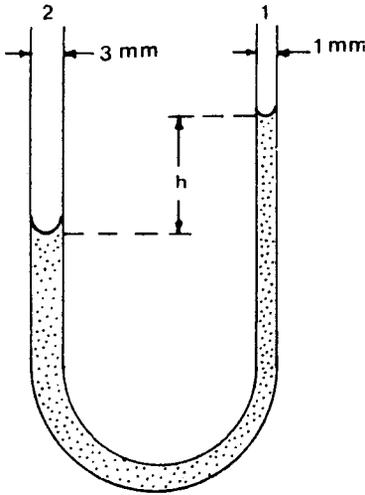
$$\Delta w = 3.3 \times 10^{-3} \text{ joules} \quad \text{أو :}$$

ويُصرف هذا العمل على تسخين القطرة المشكّلة .

* * *

مسألة رقم (١٥ - ٢) :

نفترض أنبوباً له شكل الحرف U وفيه ماء . مقطعا طرفيه مختلفان كما



هو مبين في الشكل (١٥ - ١) .

احسب فرق الارتفاع بين سويتي

الماء في الشعبتين إذا علمت أن قطر

الانبوب الأول $d_1 = 1 \text{ mm}$ وان

قطر الانبوب الثاني $d_2 = 3 \text{ mm}$.

نفترض أن التوتر السطحي للماء

$s = 73 \text{ dynes/cm}$ وان $\theta = 0$.

الحل :

إذا أغفلنا وجود الضغط الجوي

الشكل (١٥ - ١)

باعتباره واحداً في الشعبتين وامعنا النظر في الشكل نجد ان الضغط p_1

في الشعبة (١) الناشء عن تقعر سطح الماء نحو الأعلى متوازن مع

الضغط p_2 في الشعبة (2) مضافاً إليه ضغط عمود المائع ذي الارتفاع h ،
أي أن شرط التوازن هو :

$$p_1 = \rho g h + p_2 \quad (1)$$

حيث ρ الكتلة النوعية للماء و g تسارع الثقالة و h فرق ارتفاع الماء في الشعبتين . وبما أن الماء يبلل الزجاج تماماً لأن $\theta = 0$ يكون نصف قطر تقعر السطح السائب مساوياً لنصف قطر مقطع الأنبوب ، ويكون بحسب العلاقة (1-15) :

$$p_1 = \frac{2s}{r_1} = \frac{4s}{d_1} \quad , \quad p_2 = \frac{4s}{d_2} \quad (2)$$

وبوضع هذه المقادير في العلاقة (1) نجد :

$$\text{أو :} \quad \frac{4s}{d_1} = \rho g h + \frac{4s}{d_2}$$

$$h = \frac{4s}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)$$

وبوضع القيم العددية يكون :

$$h = \frac{4 \times 73}{1 \times 980} \left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3} \right) \approx 2 \text{ cm}$$

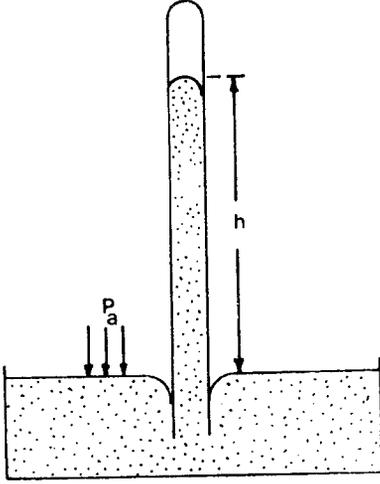
* * *

مسألة رقم (١٥ - ٢) :

يُنكس أنبوب قطره $d = 4 \text{ mm}$ وملوء بالزئبق على حوض

زئبقي فيتوازن الزئبق كما في الشكل (١٥ - ٢) شاغلاً الارتفاع
 758 mm . والمطابوب حساب قيمة الضغط الجوي اذا علمت ان الكتلة
 النوعية للزئبق $\rho = 13.6 \text{ g/cm}^3$ وأن توتره السطحي $s = 540 \text{ dynes/cm}$.

الحل :



الشكل (١٥ - ٢)

يقاس الضغط الجوي الذي يؤثر
 على السطح السائب للزئبق الموجود
 في الحوض بارتفاع عمود الزئبق h
 مضافاً اليه الارتفاع h' المكافئ
 لزيادة الضغط بسبب التوتر السطحي .
 وتساوي زيادة الضغط عند سطح
 الزئبق الذي نصف قطر تقعره
 r المقدار الذي تعطيه العلاقة
 (١٥ - ١) أي :

$$p = \frac{2s}{r} = \frac{4s}{d}$$

وعليه يمكن أن نكتب :

$$p_a = \rho gh + \frac{4s}{d}$$

والقسم الأخير كما قلنا يمكن أن يعتبر مكافئاً لعمود من الزئبق ارتفاعه
 h' يتحدد من العلاقة :

ومنه :

$$\frac{4s}{d} = \rho gh'$$

$$h' = \frac{4s}{\rho gd}$$

وعليه فان ارتفاع عمود الزئبق المكافئ للضغط الجوي وليكن H يعطى بالعلاقة :

$$H = h + h' = h + \frac{4s}{\rho gd}$$

وبوضع المعطيات العددية نجد :

$$H = 75.8 + \frac{4 \times 540}{13.6 \times 980 \times 0.4} = 76.2 \text{ cm Hg}$$

أو أن :

$$p_a = \rho gH = 13.6 \times 980 \times 76.2 = 1.016 \times 10^6 \text{ dynes/cm}^2$$

$$p_a = 1016 \text{ mbar}$$

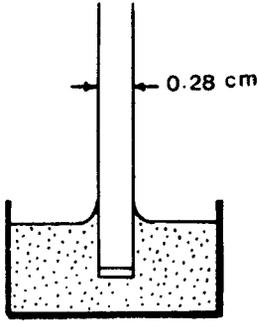
★ ★ ★

مسألة رقم (١٥ - ٤) :

يُغلق انبوب رفيع من إحدى نهايتيه بقطعة وازنة نسبياً ويترك ليطفو على سطح الماء وطرفه المفتوح نحو الأعلى كما في الشكل (١٥ - ٣). أحسب طول الجزء الغاطس في الماء علماً بأن نصف القطر الخارجي للانبوب 0.14 cm وبأن كتلته الاجمالية مع السدادة 0.2 g ؟ يفترض أن $s = 73 \text{ dyne/cm}$ وأن زاوية التماس صفر .

الحل :

تفعل في الانبوب إلى جانب ثقله ودافعة ارخميدس قوة التوتر السطحي



الشكل (١٥ - ٣)

وهي هنا تساوي : $2\pi rs$ أي
تساوي طول المحيط مضروباً
بالتوتر السطحي ، وهي موجهة نحو
الأسفل (لأن السائل يتسلق على
الانبوب ويجره نحو الأسفل !)
وبما أن الانبوب في حالة توازن
فيجب أن تتحقق المساواة :

$$mg + 2\pi rs = \pi r^2 h \times \rho \times g$$

دافعة أرخيدس = قوى التوتر السطحي + ثقل الأنبوب والسادة
ومنه :

$$h = \frac{mg}{\rho g \pi r^2} + \frac{2\pi rs}{\rho g \pi r^2}$$

وبوضع القيم العددية المعطاة نجد :

$$h = \frac{0.2}{1 \times 3.14 (0.14)^2} + \frac{2 \times 73}{1 \times 980 \times 0.14}$$

$$h = \frac{0.2}{0.0615} + \frac{146}{137} = 3.25 + 1.065 = 4.315 \text{ cm}$$

$$\neq 4.3 \text{ cm}$$

★ ★ ★