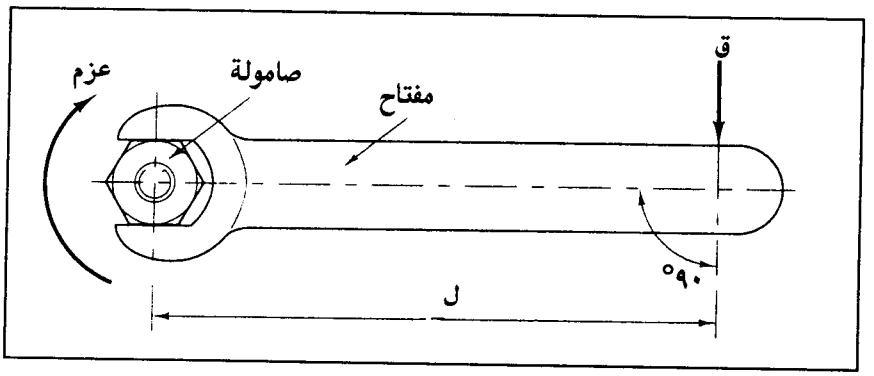
الوحدة الرابعة

العــزوم والاتــزان

• عزم الدوران :



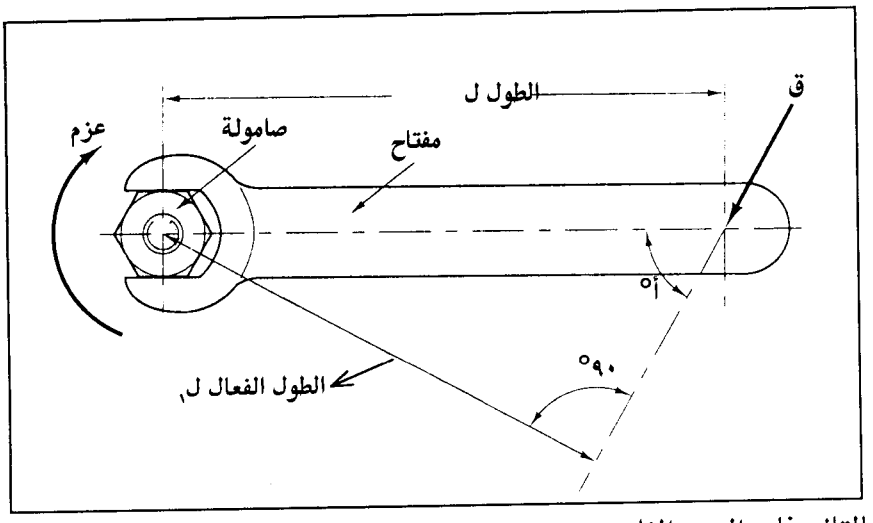
حينما نستخدم مفتاحاً لفك صامولة فإننا نؤثر بقوة « ق » علـى اليـد وعلـى بعـد « ل » من مركز الصامولة والأثر الناتج عن ذلك هو ما نسـميه بعـزم القـوة . هـذا العزم يزيد إذا زادت القوة المؤثـرة ، كمـا يزيـد إذا زاد ذراع العـزم « ل » الـذى نسميه أيضًا « مسافة الرفع » Leverage distance .

والعزم يساوى القوة المؤثرة مضروباً فى ذراع العزم المقاس من نقطة تأثـير القـوة حتى محور الدوران .

ع = ق × ل نيوتن . متر

ماذا يحدث لو أن القوة كانت مائلة بدلاً من عمودية كما فـى الشكـل التـالى ؟

فى الواقع أن ذراع العزم الفعلى هو المسافة العمودية بين محور الدوران وخط عمل القوة (ل١) فى الشكل القادم وهو بدوره يساوى ل × حا أ

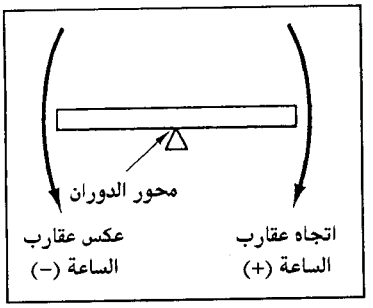


وبالتالى فإن العزم الناتج هو :

ع = ق × ل١

= ق × ل × حاأ

• نظرية العزوم :



قبل الدخول فى تفصيلات أكثر ينبغى أن نتفق أولاً على بعض التعريفات نتبينها من الشكل المقابل :

أ ـ محور الدوران : هو النقطة التى يدور حولها الجسم أو يتوقع أن يدور حولها بتأثير العزم

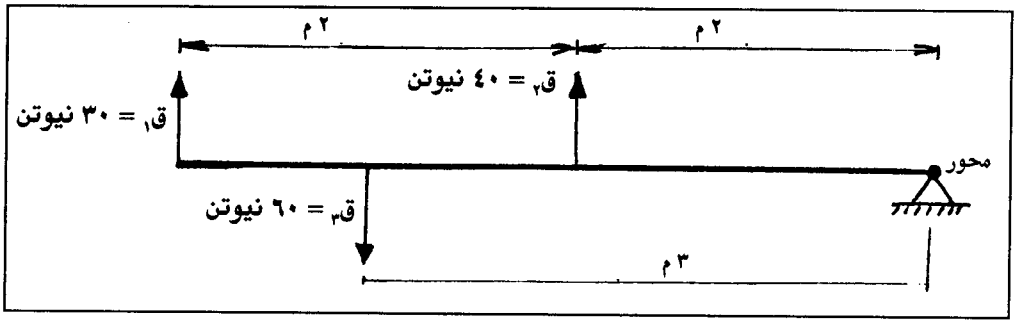
ب ـ ذراع العزم : هو المسافة العمودية من محور الدوران حتى خط القوة .

جـ ـ العزم الموجب : هو ما يدور فى اتجاه عقارب الساعة حول محور الدوران .

د ـ العزم السالب : هو ما يدور فى اتجاه عكس عقارب الساعة حول محور الدوران .

هـ ـ محصلة العزوم : هو الفرق بين مجموع العزوم الموجبة والسالبة جبرياً

* مثال



إن تحليل الشكل يبين ما يلى :

١ ـ أن محصلة القوى الثلاثة المؤثرة ق١ ، ق٢ ، ق٣ حيث أنها كلها متوازية

= الفرق بين القوى على اعتبار أن الاتجاه إلى أعلى موجب وإلى أسفل سالب

ق$_م$ = ق١ + ق٢ − ق٣ = ٣٠ + ٤٠ − ٦٠ = ١٠ نيوتن (لأعلى)

٢ ـ محصلة العزوم :

أ ـ العزوم الموجبة (فى اتجاه عقارب الساعة)

م١ = ق١ × ل١ = ٣٠ × ٤ = ١٢٠ نيوتن . متر

م٢ = ق٢ × ل٢ = ٤٠ × ٢ = ٨٠ نيوتن . متر

ب ـ العزوم السالبة (عكس عقارب الساعة)

م٣ = ق٣ × ل٣ = ٦٠ × ٣ = ١٨٠ نيوتن . متر

جـ ـ محصلة العزوم = م١ + م٢ − م٣

= ١٢٠ + ٨٠ − ١٨٠ = ٢٠ نيوتن . متر

(فى اتجاه عقارب الساعة (+)

٣ ـ نستطيع أن نستخدم محصلة العزوم لإيجاد نقطة تأثير محصلة القوى التى يجب أن تعطى نفس محصلة العزوم حول المحور

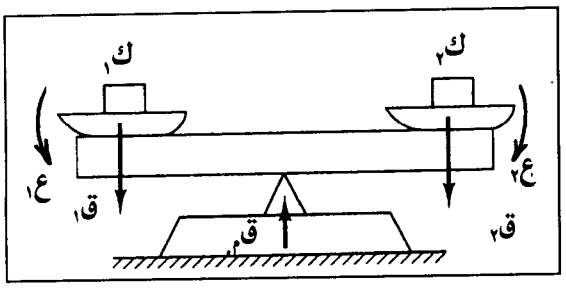
ق$_م$ × ل$_م$ = ٢٠ نيوتن . متر

١٠ × ل$_م$ = ٢٠ نيوتن . متر

∴ ل$_م$ = $\frac{٢٠}{١٠}$ = ٢ متر

أي أن محصلة القوة تعمل على نفس خط عمل ق٢ وحيث أن العزم موجب فهى تعمل فى اتجاه عقارب الساعة أى إلى أعلى .

• الاتزان :



فى المثال السابق تناولنا العزوم فى اتجاهات مختلفة وغير متساوية مما نتج عنه قوة تمثل محصلة القوى المعطاة وتحاول أو تسبب الدوران حول محور . هذه المرة سنتعامل مع عزوم متضادة ومتساوية . فى الميزان ك١ ، ك٢ كتلتان متساويتان ، ولهذا فهو مستوٍ أفقيًا ونتيجة لذلك فإنه رد الفعل (محصلة القوى ق٣) تساوى مجموع القوتين ق١ + ق٢ كذلك فإن ق١ ، ق٢ تقعان على بعدين متساويين من محور الدوران وبالتالى فإن العزوم حول هذا المحور متساوية أيضا ومتزنة لأنها مضادة وبالتالى ليس هناك « أى دوران » .

مما سبق نستنتج أنه عندما يكون الجسم فى حالة اتزان تحت تأثير عدة قوى ، فإن مجموع العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة معينة تساوى مجموع العزوم فى اتجاه عكسى عقارب الساعة حول نفس النقطة . والشروط اللازمة للاتزان هى ما يلى :

أ ـ مجموع القوة المؤثرة على الجسم فى الاتجاه الأفقى = صفر مج ق١ = صفر

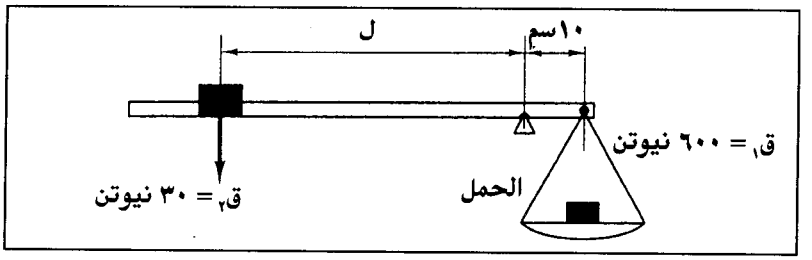
ب ـ مجموع القوة المؤثرة على الجسم فى الاتجاه الرأسى = صفر مج ق٢ = صفر

جـ ـ مجموع العزوم المؤثرة على الجسم حول نقطة ما = صفر مج ع = صفر

*** مثال :**

احسب المسافة « ل » بين ق٢ والمحور التى تحقق الاتزان مع ق١ .

عادة ونحن نحسب فإننا نبحث عن الوحدات المناسبة وهى النيوتن والمتر ، ولكن يمكننا أيضاً أن نتعامل بالسم والملليمتر .



بشرط واحد هو أن نتعامل مع وحدة واحدة طول الوقت ، وفى مثالنا هذا سنختار الـ « سم » كوحدة مناسبة ، إذًا بأخذ العزوم حول محور الدوران فإنه عند الاتزان :

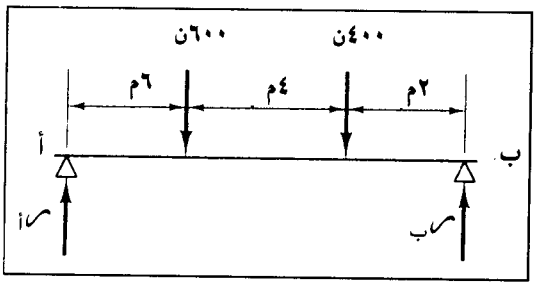
مجموع العزوم فى اتجاه عقارب الساعة = مجموع العزوم فى عكس عقارب الساعة

٦٠٠ ن × ١٠ سم = ٣٠ × ل سم

∴ ل = $\frac{٦٠٠ \times ١٠}{٣٠}$ = ٢٠٠ سم

والقوة المحصلة (رد الفعل عند المحور) قم = ق١ + ق٢ = ٦٠٠ + ٣٠ = ٦٣٠ نيوتن

* **مثال آخر :**



فى العارضة المبينة بالشكل المطلوب إيجاد ردّى الفعل ر أ ، ر ب .

١ ـ من الاتزان فإن مجموع القوى فى الاتجاه الرأسى

مج ق ر = صفر

∴ ر أ + ر ب − ٤٠٠ − ٦٠٠ = صفر

∴ ر أ + ر ب = ١٠٠٠ نيوتن

٢ ـ لإيجاد ر أ فإننا نأخذ العزوم حول ب لإزالة ر ب

(عزمها حول ب = صفر لأن ذراعها = صفر)

∴ ر أ × ١٢ − ٤٠٠ × ٢ − ٦٠٠ × ٦ = صفر

(تذكر أن كل عزم فى اتجاه عقارب الساعة هو موجب والعكس)

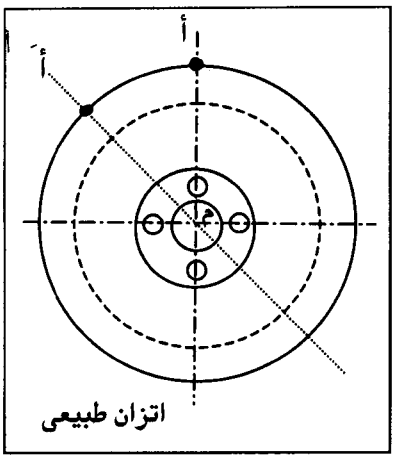
∴ ١٢ ر أ = ٨٠٠ + ٣٦٠٠

∴ ق أ = ٤٤٠٠ / ١٢ = ٣٦٦,٧ نيوتن

ومن المعادلة (١)

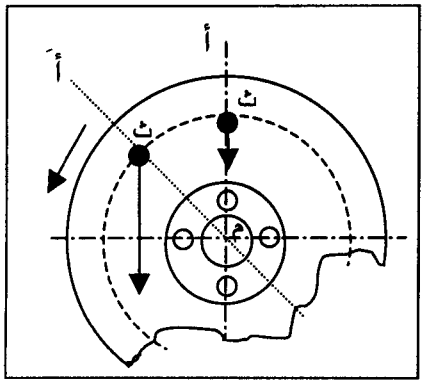
ق ب = ١٠٠٠ – ٣٦٦,٧ = ٦٣٣,٣ نيوتن

• الاتزان الطبيعى :



فى الشكل لدينا حذّافة محور دورانها فى م وتدور بحرية حول هذا المحور . وحتى تلاشى أى اهتزاز فإنها متزنة تماماً بمعنى أنها تستطيع أن تستقر على أى وضع أديرت إليه (مثلاً أ أو أَ) . كذلك فلأنها متماثلة فإن مركز ثقل الحذّافة يقع فى مركزها « م » على محور الدوران ، ويظل مركز الثقل على وضعه فلا يرتفع أو ينخفض إذا دارت الحذّافة . وفى هذه الحالّة فنحن نعتبر الحذافة فى حالة « اتزان طبيعى » .

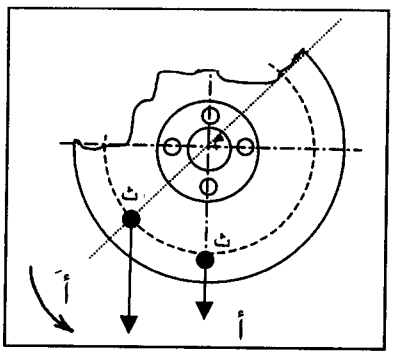
• الاتزان غير الثابت :



أما إذا حدث وانكسر جزء من الحذافة كما هو مبين فإن مركز ثقل الحذافة « ث » لا يصبح فى مركزها « م » وإنما يقع على جانب من محور الدوران وليس على المحور نفسه كما فى الحالة السابقة وفى الوضع أ فإن تأثير ثقل الحذّافة يمر بالمركز م كما يوضح السهم وبالتالى فليس هناك أى عزم دوران ، ولكن أى حركة خفيفة (من أ إلى أَ) سوف تتسبب فى إزاحة مركز الثقل بعيدا عن الخط الرأسى مما ينتج عنه استمرار دوران الحذافة حتى يصل

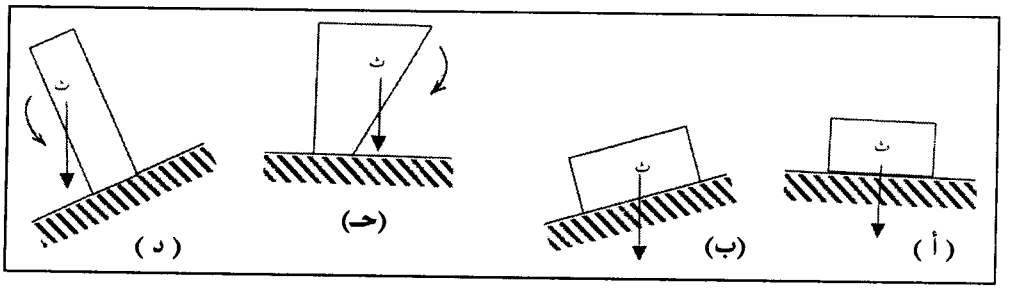
مركز الثقل إلى أسفل محور الدوران مباشرة حيث يتلاشى أى عزم وتستقر عندها الحذافة . وحيث أن مركز الثقل فوق محور الدوران م فإن أى حركة مهما كانت بسيطة تجعل الحذافة تتحرك إلى اليمين أو إلى اليسار وتدور حتى يصل مركز الثقل إلى أسفل محور الدوران . هذه الحالة نسميها « اتزان غير ثابت » (الوضع أ) .

• الاتزان الثابت :



عند وصول مركز الثقل أسفل النقطة م (كما فى الوضع أ) فان أى موثر يلغيها يمينا أو يسارا سوف يرفع مركز الثقل « ث » وبالتالى ينتج عزم دوران (كما فى الوضع أ) يعيد الحذافة الى وضعها الأصلى أ حيث يقع مركز الثقل تحت المركز م مباشرة وهكذا إذا كانت أى إزاحة سوف تسبب رفع مركز الثقل عن وضعه الأصلى بحيث ينتج عزم يعيد الجسم إلى وضعه الأصلى فإننا نجعل الجسم فى حالة (اتزان ثابت) .

• الثبات :



حينما يوضع جسم على مستوى أفقى أو مائل فإنه يظل على ثباته بشرط أن يمر الخط الرأسى المار بمركز ثقله بقاعدة هذا الجسم كما هو مبين بالشكلين

أ ، ب أما إذا كان هذا الخط الرأسى لا يمر بقاعدة الجسم فإنه ينقلب دون أى مؤثر خارجى كما فى الشكلين جـ ، د ويمكن الاحتفاظ بثبات الجسم المبين فى شكل د إذا وضع على مستوى أفقى أو مستوى مائل بدرجة صغيرة (زاوية صغيرة) بحيث يمر الخط الرأسى بقاعدته . والقواعد العامة للثبات هى كالآتى :

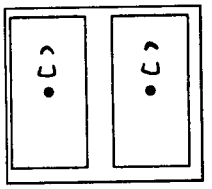
ـ يجب أن يمر خط عمل قوة الجاذبية المار بمركز ثقل الجسم بقاعدة هذا الجسم .

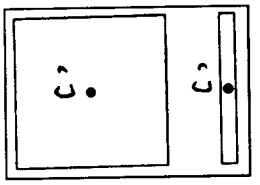
ـ يجب أن تكون قاعدة هذا الجسم أعرض ما يمكن حتى يظل خط عمل قوة الجاذبية ماراً بها حتى إذا زاد ميل الجسم .

ـ يجب تصميم الجسم بحيث يقع مركز ثقله منخفضاً بقدر الإمكان وبحيث تكون نقطة تأثيره داخل الجسم أيضاً .

ـ كلما كان الجسم ثقيلاً زاد ذلك من ثباته .

• كيف نوجد مركز ثقل الأشكال المختلفة ؟





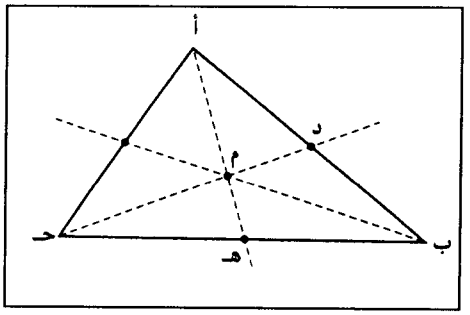
نستطيع أن نخمن بسهولة أين تقع مراكز الثقل فى الأشكال المنتظمة والمتماثلة فالمكعب مثلاً يقع مركز ثقله فى مركزه تماماً وكذلك الكرة يقع مركز ثقلها فى مركزها تماماً وبصفة عامة يقع مركز الثقل على محور التماثل دائمًا .

فإذا أخذنا مكعباً وقسمناه قسمين متماثلين تمامًا فأين يقع مركز ثقل كل منهما ؟

فى هذه الحالة لدينا جسمين متماثلين كل منهما يمثل نصف المكعب وبالتالى يقع مركز كل منهما على محور التناظر (وهو فى هذه الحالة أقرب إلى سطح الجسم) فإذا استمرينا فى قطع ذلك المكعب إلى شرائح أرفع وأرفع فإن مركز الثقل يقترب أكثر وأكثر إلى السطح حتى تستحيل الشريحة فى النهاية إلى مساحة وهنا يقع مركز الثقل فى المركز الهندسى لهذه المساحة .

• إيجاد المركز الـهندسى للمساحات المختلفة :

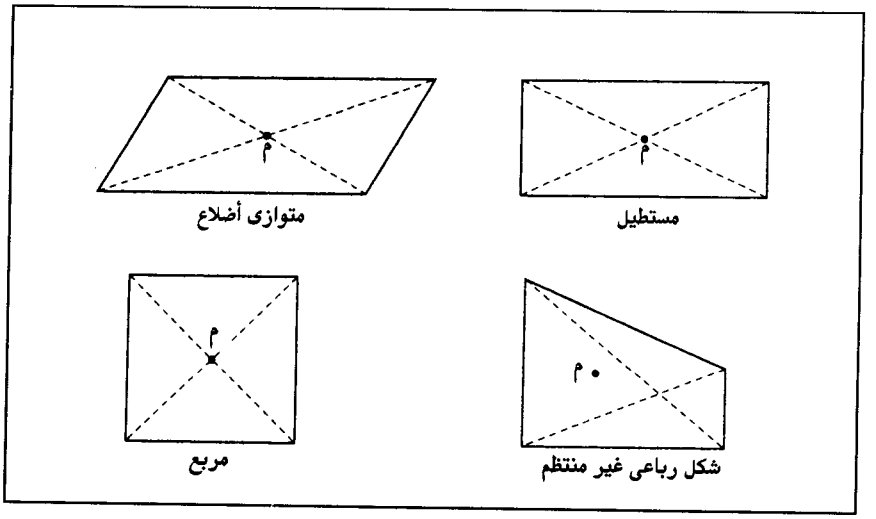
١ ـ المثلثات



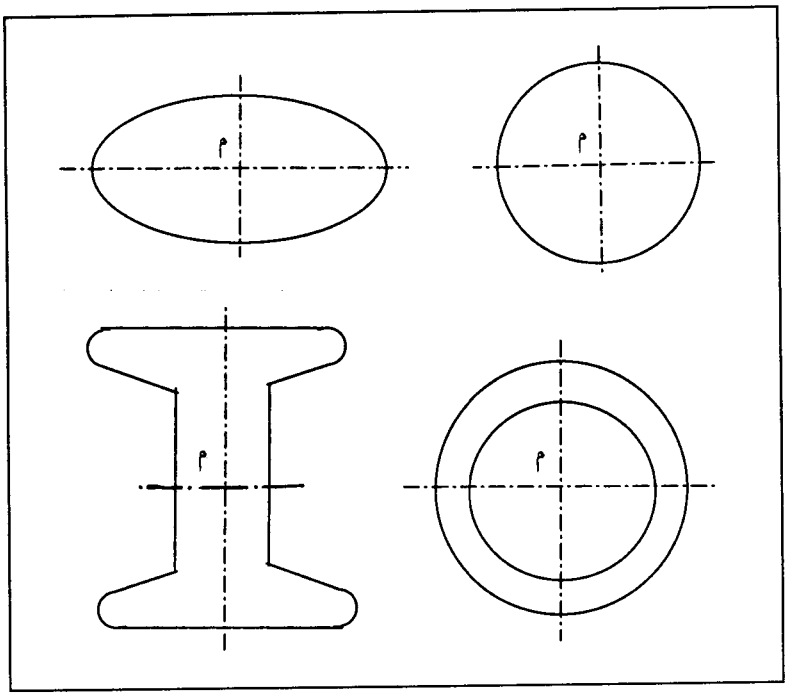
نستطيع أن نحدد المركز الـهندسى لأى مثلث أ ب جـ بأن توجد نقطة متوسطات هذا المثلث . والمتوسـط هـو الخـط الواصـل بـين رأس المثلـث (أ مثـلاً) ومنتصـف الضلع المقابل (هـ) . فإذا قمنا بتوصيل أ هـ ، جـ د فأنـهما يتقاطعـاً فـى « م » وهى المركز الـهندسى للمثلث .

٢ ـ الشكل الرباعى

بالنسبة للأشكال المتناظرة كالمستطيل والمربع فإن المركز يقع فـى نقطـة تقـاطع قطرى الشكل . كذلك بالنسبة لمتوازى الأضـلاع . أمـا فـى الشكـل الربـاعى غـير المنتظم وغير المتناظر فإن المركز لا يقع عند تقـاطع القطريـن . ولا نـزال نسـتطيع تحديده وإنما ليس باستخدام الطرق الـهندسية البسيطة .



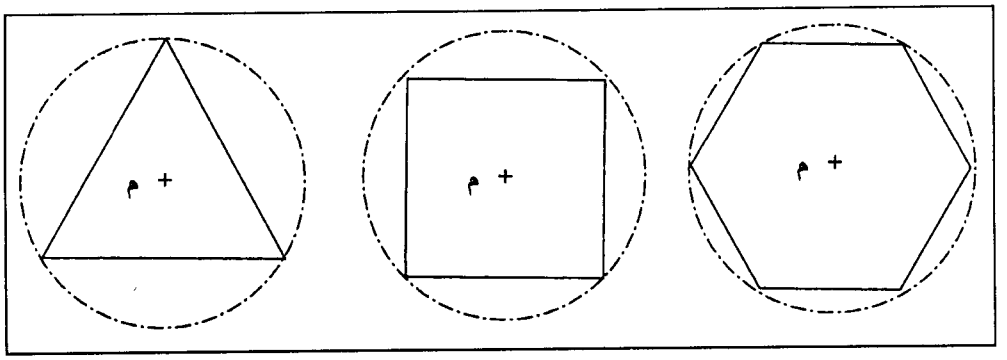
• **خطوط التناظر :**



خط التناظر كما هو معروف يقسم الشكل إلى جزئين متناظرين تماماً أحدهما هو صورة بالمرآة للآخر وخط التناظر يقطع المركز الـهندسى للشكـل فـى نقطـة منه ، فإذا كان هناك خطان متناظران فإن المركز يقع عند نقطة تقاطعهما كما فى « م » للأشكال المبينة .

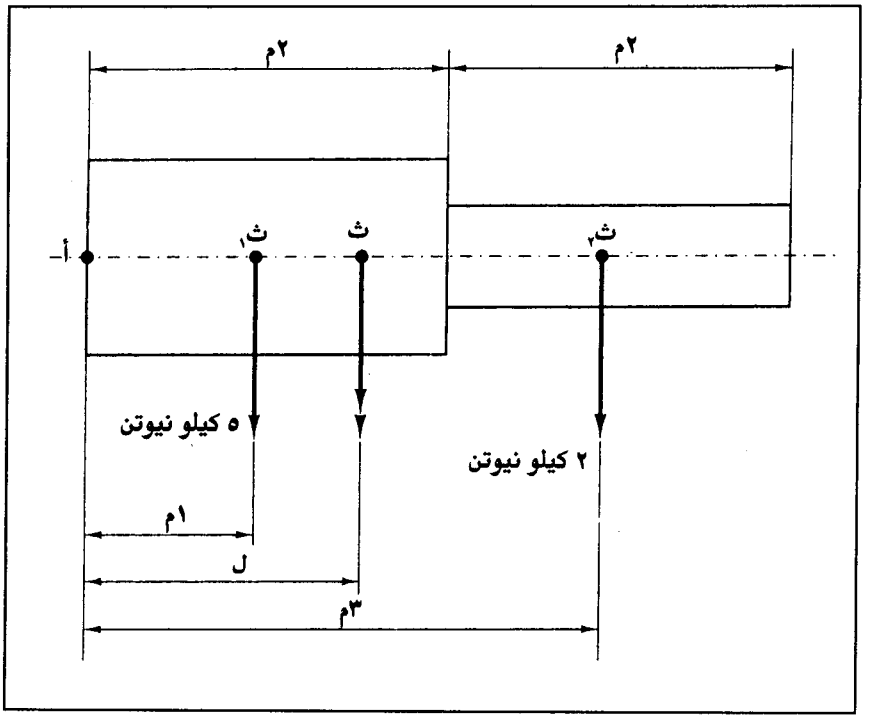
٣ ــ متعدد الأضلاع المنتظم

يقع المركز الـهندسى بالنسبة لمتعددات الأضلاع المنتظمة فى مركز الدائرة التى تمر برؤوس الشكل (المثلث ، المربع ، المخمس ، المسدس ، . . . الخ) .



• مركز ثقل الشكل المركب :

فـى الشكـل المبـين نسـتطيع إيجـاد مركـز الثقـل باسـتخدام قـاعدة العــزوم . وبالنسبة لـهذا العمود فهناك عدة حقائق كالآتى :



ـ وزن الجزء ذو القطر الأكبر (الأيسر) هو ٥ كيلو نيوتن .

ـ وهذا الجزء دائرى وبالتالى يقع مركز ثقله فى منتصف محوره ث١ .

ـ بالمثل فالجزء الأصغر ووزنـه ٢ كيلـو نيوتـن يقـع مركـز ثقلـه فـى منتصـف محوره ث٢ .

ـ الوزن الكلى للعمـود هـو ٧ كيلـو نيوتـن ويؤثـر فـى مركـز الثقـل الكلـى ث والمطلوب تحديد مكانه مع العلم بأنه أيضاً يقـع علـى محـور التنـاظر وهـو محصلة القوتين ث١ ، ث٢ .

ولتحديد المسافة ل نأخذ العزوم حول نقطة « أ » كالأتى :

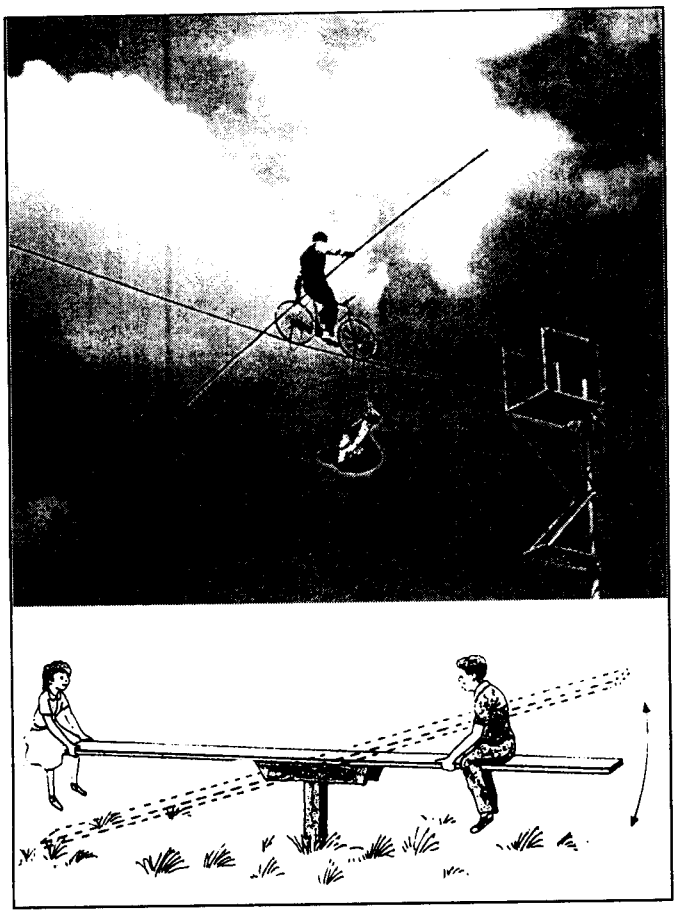
عزم المحصلة = مجموع عزوم القوى حول أ

ث × ل = ث١ × ١م + ث٢ × ٣م

= ٥ × ١ + ٢ × ٣ = ١١ كيلو نيوتن . متر

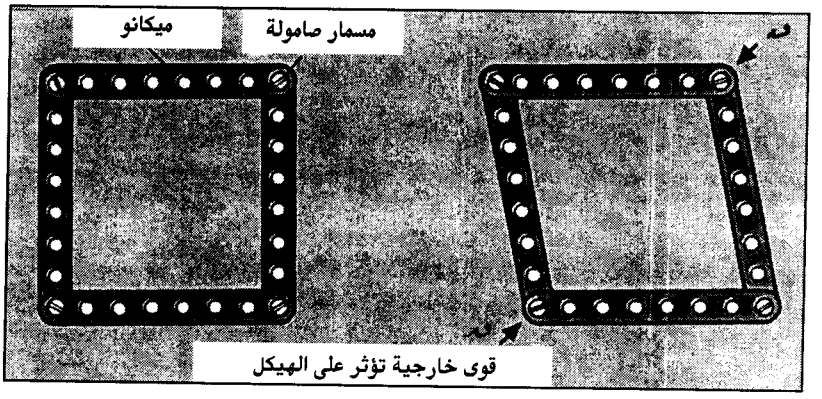
ل = $\frac{١١}{٨}$ = ١,٥٧ م

إن التطبيقات العملية لنظرية العزوم كثيرة ومتنوعة فهذا البهلوان الذى يسير على سلك مشدود يستخدم حيلاً كثيرة للاتزان مستخدما عصا طويلة ، كذلك إذا تأملنا أرجوحة الميزان التى يلعب بها الأطفال فإننا حتى يمكننا استخدام الأرجوحة بطريقة سليمة فإن الجسم الأثقل يجب أن يقترب أكثر من محور الأرجوحة لنحصل على الاتزان ، وهو هنا فى الصورة جسم الولد .

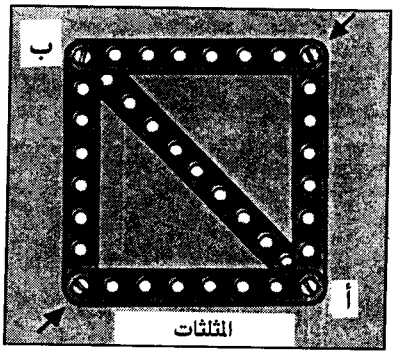


• الصلابة :

من المهم عند تصميم الهياكل أن يكون الهيكل متماسكاً صلباً فالشكل الرباعى المبين .

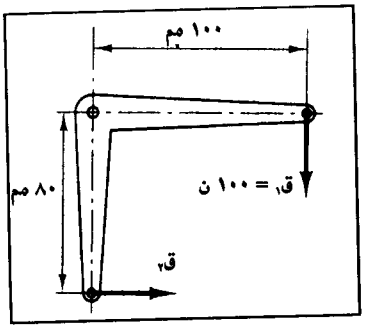


إذا أثرت عليه أى قوى فإن شكله يتغير كما يظهر فى الشكل إلى اليمين وبالتالي فإننا نعتبر هذا الهيكل غير متماسك أو ليس صلبًا . أما إذا أضفنا قضيبًا بين الركنين أ ، ب فإن هذين الركنين لا يتحركان إذا أثرت عليهما قوى خارجية . ويسمى الهيكل فى هذه الحالة « صلبًا » أو متماسكًا . لاحظ أن إضافة القضيب الزائد كونّ أشكالاً مثلثة وعملية تشكيل المثلثات هذه تؤدّى إلى تماسك أى هيكل لأن الشكل المثلث هو أكثر الهياكل « صلابة » .

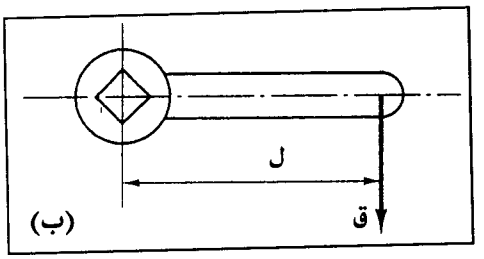


اختبر معلوماتك

(١) فى الشكل (أ) أوجد القوة ق٢ اللازمة للاتزان مع ق١



(٢) فى الشكل (ب) عزم الدوران للمفتاح هو



أ ــ ق

ب ــ ق × ل

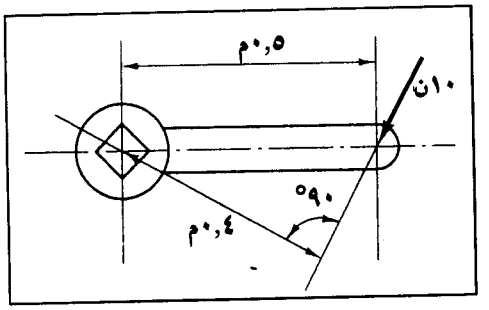
جـ ـ $\frac{ق}{ل}$ د ـ ق × ل^{٢}

(٣) وحدة العزوم هى :

أ ـ نيوتن . متر ب ــ نيوتن/متر

جـ ـ نيوتن د ـ كجم/متر

(٤) عزم الدوران للمفتاح المبين هو :



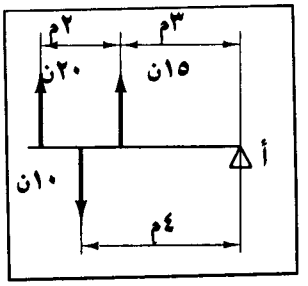
أ ـ ٢٠ ن/م

ب ــ ٢٥ ن/م

جـ ـ ٥ نيوتن . متر

د ـ ٤ نيوتن . متر

(٥) مقدار محصلة القوى للنظام المبين هو :



أ ـ ٣,٥ ن

ب ــ ٢٥ ن

جـ ـ ٣٠ ن

د ـ ٣٥ ن

(٦) فى نفس الشكل فإن بعد نقطة تأثير محصلة القوى عن محور الدوران أ هو :

أ ــ ٤,٢ م يسار أ متجهة لأعلى .
ب ـ ٤,٢ م يمين أ متجهة لأعلى
جـ ـ ٩,٢ م يسار أ متجهة لأعلى
د ــ ٩,٢ م يمين أ متجهة لأعلى

(٧) حتى يتحقق الاتزان فإن

أ ــ العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة يساوى العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة .

ب ــ العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة مقسومًا على العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة = صفر .

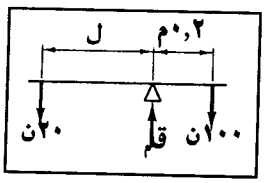
جـ ــ العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة مضروباً فى العزوم فى اتجاه عقارب الساعة = ١

د ـ العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة ناقص العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة = ١

(٨) عند اتزان جسم فإنه يتحقق الآتى :

أ ــ مج ق$_{ا}$ = صفر
ب ــ مج ق$_{ر}$ = صفر
جـ ـ مج ع = صفر
د ـ كل ما سبق

(٩) طول « ل » ليتحقق الاتزان هو

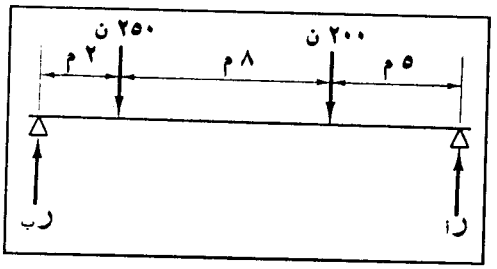


أ ــ ١م
ب ــ جـ م
جـ ـ ١٠م
د ــ ٢٠ م

(١٠) أما قيمة ق م فهى :

أ ــ ٥ ن
ب ــ ٨٠ ن
جـ ـ ١٢٠ ن
د ــ ٢ كيلو نيوتن

(١١) فى الشكل المبين فإن ر$_{ا}$ ، ر$_{ب}$ هما



أ ـ ر$_{ا}$ = ر$_{ب}$ = ٢٥٠ ن
ب ـ ر$_{ا}$ = ر$_{ب}$ = ٥٠٠ ن
جـ ـ ر$_{ا}$ = ٢٠٠ ن ، ر$_{ب}$ = ٣٠٠ ن
د ـ ر$_{ا}$ = ٣٠٠ ن ، ر$_{ب}$ = ٢٠٠ ن

(١٢) العجلة المتزنة تماماً بحيث تدور بحرية حول محورها هى فى حالة :

أ ــ اتزان ثابت　　ب ــ اتزان غير ثابت

جـ ـ اتزان طبيعى　　د ــ اتزان سالب

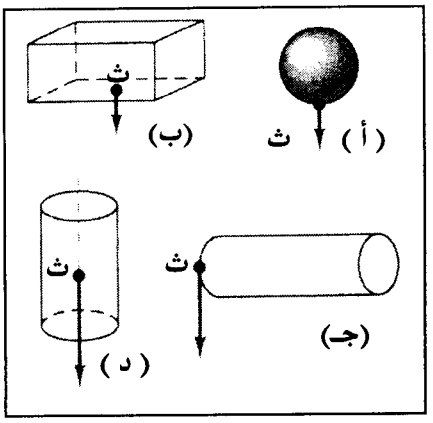
(١٣) إذا كان لدينا جسم ذو قاعدة عريضة وكان خط عمل ثقل هذا الجسم يمر بالقاعدة فإن الجسم يكون :

أ ــ ثابتاً

ب ــ ليس ثابتاً تماماً

جـ ــ غير ثابت قليلاً

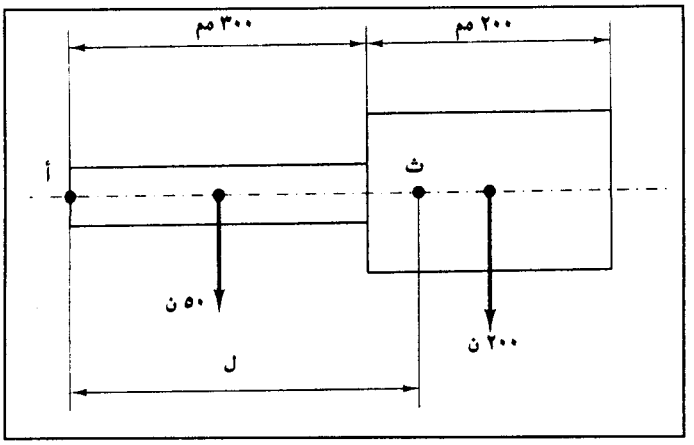
د ـ غير ثابت



(١٤) أى الأشكال المبينة محدّد مركز ثقله بطريقة صحيحة (أنظر الشكل المقابل) .

(١٥) مكعب من النحاس يلتصق بآخر من الصلب بغشاء رقيق يمكن إهماله ، كل مكعب طول حرفه ١٠٠ مم ، فإذا كانت كثافة النحاس ٨,٥ جم/سم^{٢} وكثافة الصلب ٧,٨ جم/سم^{٣} . وكانت العجلة جـ = ١٠/ث^{٢} فاحسب مكان مركز ثقل الجسم من جهة النحاس .

(١٦) فى الشكل المبين احسب قيمة ث والمسافة ل :



أ ـ ث = ٥٠٠ ن

، ل = ٤٠٠ مم

ب ــ ث = ١٥٠ ن

، ل = ٣٠٠ مم

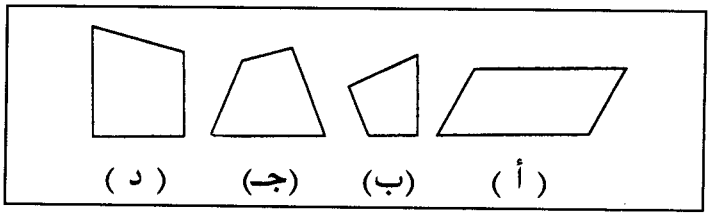
جـ ـ ث = ٢٠٠ ن

، ل = ٢٠٠ مم

د ـ ث = ٢٥٠ ن

، ل = ٣٥٠ مم

(١٧) أى الأشكال الآتية يقع المركز الـهندسى له عند تقاطع القطرين ؟

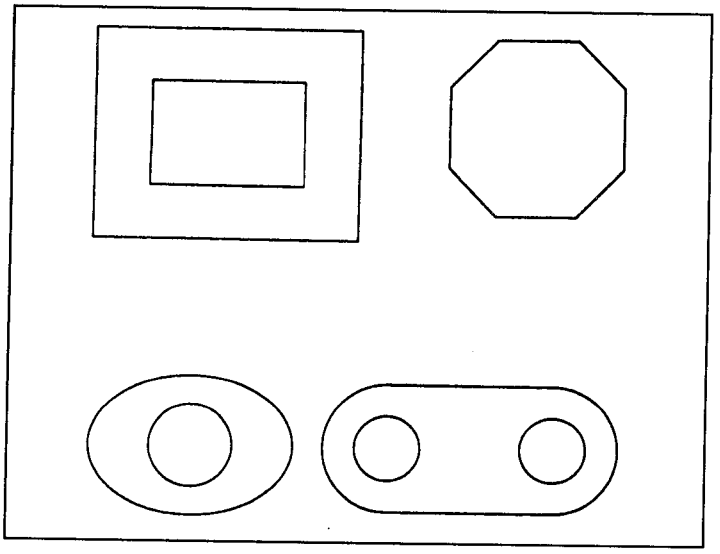


(١٨) الخط الذى يقسم أى شكل إلى جزئين كل منهما صورة بالمرآة من الآخر يسمى :

أ ـ خط العمل ب ـ المحور

جـ ـ خط التناظر د ـ خط الإنشاء

(١٩) حدد المركز الـهندسى للأشكال المبينة باستخدام خطوط التناظر :



(٢٠) ما نوع الاتزان فى كل من أوضاع الزجاجة أ ، ب ، جـ ؟