

كراسات « علمية »

سلسلة غير دورية تصدرها المكتبة الأكاديمية

تعنى بتقديم الاجتهادات العلمية الحديثة

مدير التحرير أ. أحمد أمين

رئيس التحرير أ.د. أحمد شوقي

المراسلات :

المكتبة الأكاديمية

شركة مساهمة مصرية

رأس المال المصدر والمدفوع ٨.٢٨٥,٠٠٠ جنيه مصرى

١٢١ شارع التحرير - الدقى - الجيزة

القاهرة - جمهورية مصر العربية

تليفون : ٧٤٨٥٢٨٢ - ٣٣٦٨٢٨٨ (٢٠٢)

فاكس : ٧٤٩١٨٩٠ (٢٠٢)



المكتبة الأكاديمية

شركة مساهمة مصرية

الحاصلة على شهادة الجودة

ISO 9002

Certificate No.: 82210

03/05/2001

وداعاً أرسطو

وداعاً أرسطو

تأليف

دكتور / السيد نصر الدين السيد



الناشر

المكتبة الأكاديمية

شركة مساهمة مصرية

٢٠٠٧

حقوق النشر

الطبعة الأولى ٢٠٠٧م - ١٤٢٧هـ

حقوق الطبع والنشر © جميع الحقوق محفوظة للناشر :

المكتبة الأكاديمية

شركة مساهمة مصرية

رأس المال المصر والدفع ٨,٢٨٥,٠٠٠ جنيه مصرى

١٢١ شارع التحرير - الدقى - الجيزة

القاهرة - جمهورية مصر العربية

تليفون : ٧٤٨٥٢٨٢ - ٣٣٦٨٢٨٨ (٢٠٢)

فاكس : ٧٤٩٨٩٠ (٢٠٢)

لا يجوز استساخ أى جزء من هذا الكتاب بأى طريقة كانت إلا بعد الحصول على تصريح كتابى من الناشر .

تعد استجابة منطقية لما لقيته شقيقتها الكبرى « كراسات مستقبلية » التي بدأ ظهور أعدادها الأولى عام ١٩٩٧ ، من الترحاب والتشجيع ، المقرونين بالدعوة إلى زيادة مساحة العلم في إصدارات السلسلة إلى أقصى حد ممكن .

لقد دفعتنا هذه الدعوة إلى التفكير في أن نفرّد للموضوعات العلمية سلسلة خاصة ، تستحقها ، فكانت هذه السلسلة ، التي تمثل تطويراً وتوسعاً في أحد محاور « كراسات مستقبلية » ، حيث ذُكر في مقدمتها ما نصه :

« الإلمام بمنجزات الثورة العلمية والتكنولوجية ، التي تعد قوة الدفع الرئيسية في تشكيل العالم ، مع استيعاب تفاعلها مع الجديد في العلوم الاجتماعية والإنسانية ، من منطلق الإيمان بوحدة المعرفة » .

ومن ملامح هذه السلسلة :

* المحافظة - على شكل المقال التفصيلي الطويل (Monograph) الذي تتميز به الكراسات عادة .

* الحرص على تقديم الاتجاهات والأفكار العلمية الجديدة ، بجانب تقديم المعارف الخاصة بمختلف المجالات الحديثة ، بشكل يسمح للقارئ « المتعلم غير المتخصص » ، الذي يمثل القارئ المستهدف للكراسات ، بالقدر الكافي من الإلمام والقدرة على المتابعة .

* وفي تقديمها للاتجاهات والمعارف العلمية الحديثة ، لن تبني الكراسات الشكل النمطي لتبسيط العلوم ، الذي يستهدف النجاح في إضافة كمية - قلت أو كثرت - لبعض المعارف العلمية إلى ثقافة المتلقي . إننا لا نتعامل مع العلم كإضافة ، ولكن كمكون عضوي أصيل للثقافة المعاصرة ، وهو مكون ثري ، يتضمن المناهج والمعلومات والأفكار والاتجاهات .

* وتأكيداً لعدم النمطية ، ستتمتع السلسلة للتأليف والترجمة والعرض ، وتتضمن اجتهادات التبسيط والتنظير والاستشراف ، وستنطلق من أهمية تضامن المعرفة والحكمة وارتباط العلم الحديث بالتكنولوجيا technoscience ، مع التركيز على أهمية ارتباطهما مع الأخلاق .

وبعد ، فإنني أتقدم بالشكر إلى كل الزملاء الذين تحمسوا للفكرة ، وساهموا في تقديم المادة العلمية للسلسلة . وباسمهم وباسمى أشكر الصديق العزيز الأستاذ العزيز الأستاذ أحمد أمين ، الناشر المثقف الذي احتفى من قبل بسلسلة « كراسات مستقبلية » ، وشجعنا على إصدار هذه السلسلة الجديدة . والله الموفق .

هذه الكراسة

في متابعة هذه السلسلة لموضوعات يندر أن نجد فيها معالجات كافية باللغة العربية، رغم أهميتها وحدائتها، قدمنا موضوع المنطق الغائم fuzzy logic من وجهة نظر فلسفية؛ الذي كتبه الدكتورة سهام النويهي، مؤكداً بذلك أن السلسلة تتعامل مع العلم بمنظور واسع يحتفي بفلسفته وتاريخه وسوسولوجيته، واليوم نعاود طرح الموضوع من وجهة نظر علمية، يقدمها الصديق الدكتور السيد نصر الدين السيد، أستاذ إدارة المعرفة بجامعة كونكوريا بكندا . ومؤلفنا قد تخصص في المعلوماتية، وعمل قبل رحيله الشجاع إلى كندا في الأكاديمية العربية للعلوم والتكنولوجيا كأستاذ ورئيس لقسم نظم المعلومات، كما عمل باحثاً زائراً في جامعة ولاية متشيغان بالولايات المتحدة الأمريكية، وهو عضو في العديد من الهيئات الدولية المعنية بعلوم الحاسب والمعلومات، وله العديد من المؤلفات الصادرة عن الهيئة العامة للكتاب وغيرها، وآخرها كتابان، هما كيف يفكر الحاسب، والتنوير الغائب.

لقد اختار المؤلف للكراسة عنوان «وداعاً أرسطو»، ونحن نحترم اختياره، رغم أننا نرى ونعتقد أنه يوافقنا على ذلك، أن الوداع لا يعني الإلغاء، بقدر ما يعنى الاستيعاب والتجاوز في مسيرة تطور الفكر البشرى، الذى احتاح إلى منطق جديد، ما كان ليحدث دون استيعاب منطق أرسطو !! إن أصالة هذه الكراسة النابعة من أصالة صاحبها تسعدنا، وتجعلنا نرحب به وبها .

أحمد شوقى

يناير ٢٠٠٧

الصفحة

المحتويات

٩ الفصل الأول: هذا ما جناه علينا أرسطو... ١
٢٣ الفصل الثاني: هكذا تحدث لطفى زاده
٢٥ ١-٢ ظهور الغيوم
٣٢ ٢-٢ تلبد الغيوم
٣٤ ٣-٢ مستودعات المعرفة المشوشة
٤١ ٤-٢ أصل وفصل «ميو»
٤٥ الفصل الثالث: منطق الغيوم
٤٧ ١-٣ روعة الغموض
٤٩ ٢-٣ المتغيرات اللغوية
٥٢ ٣-٣ المنطق الجديد
٥٨ ٤-٣ الاستدلال بالكلمات
٦٥ ٥-٣ حساب مشاعر الخطيب الخائب
٦٧ المراجع

الفصل الأول

هذا ما جناه علينا أرسطو...!



لم تحظ أى لغة من لغات الإنسان الطبيعية، بشتى فصائلها، بتقدير، أيا كان نوعه، من علماء الرياضيات...! فهم ينظرون إلى كلمات تلك اللغات وتعبيراتها وتراكيبها بشك وريبة لافتقادها الدقة فى التعبير عما ينشئون من تصورات وأفكار، ويأخذون عليها جميعها غلظتها وما تحمله وما تؤدى إليه من لبس وغموض وإبهام، ولم يكتفِ هؤلاء بنظرتهم المتعالية والمزدرية للغات الإنسان الطبيعية، بل عبروا عنها بطريقة عملية فابتدعوا لغتهم الرمزية الخاصة التى ضمنوها ما اعتقدوا أنه يكفل لها دقة التعبير وانضباط الصياغة، واستخدموها فى تمثيل أفكارهم وتصوراتهم. وهكذا أصبح لأمة الرياضيات لغتها الرسمية التى يستخدمها أهلها فى التحاور فيما بينهم ولا يقبلون غيرها بديلا. والحق فلقد ارتبط تطور الرياضيات ارتباطا وثيقا بتطور لغتها التى لم يكفِ أهلها، بمختلف فصائلهم، عن صقلها وضبط صبغها وتراكيبها جيلا بعد جيل.



جورج كانتور

وقد شهد النصف الثانى من القرن التاسع عشر ميلاد صيغة جديدة من صيغ هذه اللغة على يد عالم الرياضيات الألماني جورج كانتور (١٨٤٥-١٩١٨م) وكانت هذه الصيغة هى «الفئة» Set التى استمدت قوتها من بساطتها المتناهية، ومن كفاءتها الفائقة على التمثيل المحكم لأكثر المفاهيم الرياضية تعقيدا وتجريدا، ومن قدرتها على التعبير البليغ عن مدركات

الإنسان مادية كانت أو معنوية. و«الفئة»، كما يعرفها علماء الرياضيات، هى تعبير رمزى عن أى تجميع اختياري لأشياء مجردة أو ملموسة، تشترك جميعها فى سمة^(١) واحدة أو أكثر. فعلى سبيل المثال تعبر فئة «الروايات المحفوظية» (رم)، عن كافة الروايات التى ألفها نجيب محفوظ، أى أن:

رم = (كفاح طيبة، عبث الأقدار، رادويس، ...)

أما فئة «شركات إنتاج السيارات» (ش إ س)، فهى الفئة التى تضم كافة الشركات المنتجة للآلات التى تتوفر فيها سمات من قبيل: احتوائها على محرك احتراق داخلى، تتحرك على عجل مطاطى، يقودها إنسان...، أى أن:

ش إ س = (فيات فيرارى، مرسيدس، أودى، فورد، جنرال موتورز، تويوتا، فولفو، ..) وبالطبع يمكن تقليص حجم الفئة، أى إنقاص عدد أعضائها، بزيادة عدد السمات التى ينبغى أن تتوفر لديهم، كأن تضيف للسمات السابقة جنسية الشركة

(١) السمات هى الصفات التى يتمتع بها الشيء موضوع الاهتمام مضافا إليها طبيعة العلاقات التى تربطه بالأشياء الأخرى (٢).

المنتجة أو موقعها الجغرافي. ويعرف أسلوب تمثيل الفئات القائم على سرد كافة أفرادها بين القوسين () بـ «الطريقة الصريحة».

وبقليل من التأمل نكتشف عدم جدوى هذه الطريقة لتمثيل الفئات، ففئة «الكلمات العربية»، على سبيل المثال، تضم كافة كلمات اللغة العربية قديمها وحديثها، مهجرها وشائعها، ويتطلب تمثيلها طبقاً للطريقة الصريحة عدة مجلدات. وإذا كان هذا هو الوضع في حالة «الفئات المنتهية» Finite set، التي يمكن حصر وعد أفرادها كفئة «الكلمات العربية»، فإنه يصبح غير محتمل وغير ممكن في حالة «الفئات اللامنتهية» Infinite set، التي لا يمكن عد أفرادها، فعلى سبيل المثال، كيف يمكن تمثيل فئة الأشياء الخضراء اللون بواسطة الطريقة الصريحة؟ أو كيف يمكن استخدام الطريقة الصريحة في تمثيل فئة لا متناهية كفئة «الأعداد الزوجية»، E، التي تضم كل الأعداد الصحيحة التي تقبل القسمة على اثنين، أي أن:

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

ولم «يغلب حمار» علماء الرياضيات إزاء هذا الوضع فاتفقوا على طريقة أخرى تركز فقط على ذكر السمات التي ينبغي أن يتمتع بها أفراد الفئة، وذلك بدلا من ذكرهم فردا فردا، كما هو الحال باستخدام الطريقة الصريحة، وأطلقوا على هذه الطريقة اسم «الطريقة الضمنية» لتمثيل الفئات. فالفئة X التي يتمتع كل فرد من أفرادها، x، بالسمة (أو بمجموعة السمات) P يتم تمثيلها على الصور التالية:

$$X = \{x \mid x \text{ has the property } P\}$$

حيث تقرأ العلامة (I) «حيث إن» أو «بشرط». وهكذا يمكن تمثيل الفئة اللامنتهية «الأعداد الزوجية»، E، على الصورة التالية:

$$E = \{e \mid e \text{ is an even integer}\}$$

أما اللمة المنتهية «الروايات المحفوظة»، رم، فتأخذ الصورة التالية:

$$\text{رم} = \{r \mid r \text{ هي رواية من تأليف نجيب محفوظ}\}$$

وقد أخذت هذه الصيغة الجديدة بلب أهل الرياضيات، فشغفوا باستخدامها شغفا محمودا رأينا آثاره تتبدى في أدبياتهم، سواء كانت كتباً أو مقالات متعمقة تطرح على المتخصصين أحد موضوعاتها، أو كانت كتباً مدرسية تعلم مبادئها الأولية لأطفال المدارس أو تعرض عناصرها المتقدمة لطلاب الجامعات. وهكذا رأيناهم وهم يمضون قدما في الاستعانة بها لإعادة صياغة ما كان معروفا من مقولاتها، ويستخدمونها لاستحداث الجديد منها. وبالطبع لم يكن «المنطق الرمزي» Symbolic logic (أو المنطق الرياضي Mathematical logic)، الذي يعتبر الصياغة

الرمزية للمنطق التقليدي، باستثناء. فلقد طالته هو الآخر تأثيرات «الفئة» وفعلت فيه فعلها الذي سنوضحه بالنسبة لواحد من أهم مفاهيمه الأساسية وهو مفهوم «التصور» Concept . فالمناطق يعرفون التصور بأنه «فكرة مجردة كلية تعكس السمات الجوهرية للأشياء» [١١]. فهو في عرفهم «فكرة» بمعنى أن وجوده ذهني في عقل الإنسان، وهو «كلى» بمعنى انطباقه على عدة أفراد. وهو فوق ذلك كله يعكس فقط تلك «السمات الجوهرية» التي تميز الشيء أو الموضوع المعنى عن بنية الأشياء والموضوعات. وبلغة المناطق فإن «كل تصور (يصدق) على أفراد (تفهم) منه مجموعات سمات» [١١]. فكلمة «إنسان» هي التمثيل اللغوي لـ «تصور» يصدق على أفراد البشر الموجودين اليوم والذين وجدوا من قبل والذين سيوجدوا في المستقبل، ويفهم منه مجموعة صفات من قبيل كائن حي، مفكر، ناطق،...، تنطبق عليهم جميعا. ويطلق على مجموع الصفات التي تفهم من اللفظ كلمة «المفهوم» Intension، أما الأفراد الذين يتمتعون بهذه الصفات فيطلق عليهم «الماصدق» - Extension. وهكذا يمكننا القول بأن «الطريقة الصريحة» لتمثيل الفئات ليست إلا تعبيراً عن «ما صدق» التصور الذي تمثله الفئة، وذلك بسردها لكافة الأفراد المتضمنين إليها، بينما تعبر «الطريقة الضمنية» عن «مفهوم» التصور باهتمامها بالسمات التي يتعين تمتعهم بها.

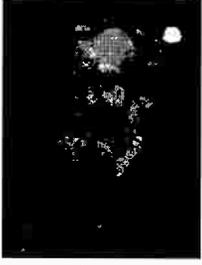
وإذا كان من طبائع الأمور أن يضع أصحاب لغة ما القواعد والقوانين التي تحكم استخدام عناصرها، من حروف ومفردات وصيغ وتركييب، وتضبط اشتقاق تلك العناصر بعضها من البعض الآخر، فإن هذا الأمر يصبح لازماً بالنسبة للغة الرياضيات. وهكذا رأينا أهل تلك اللغة وهم يقننون لكيفية استخدام الصيغة الجديدة، الفئة، ويضعون قواعد التعامل معها، ومن أهم هذه القواعد تلك التي تحدد كيفية تكون فئات جديدة من تلك الموجودة فعلاً، أو بعبارة أخرى «القواعد الصرفية» لاشتقاق الفئات...! وأولى هذه القواعد هي قاعدة «اتحاد الفئات» Union التي تنص على أنه يمكن ضم فئتين (أو أكثر) معاً لتشكلا فئة جديدة تضم معاً كلاً من عناصرهما، ويرمز لها بالصيغة:

$$X \cup Y$$

حيث يرمز الحرف X إلى الفئة الأولى، ولتكن على سبيل المثال فئة (النساء ذوات الشعر الأسود)، ويرمز الحرف Y إلى الفئة الثانية، ولتكن فئة (النساء ذوات الشعر الكستنائي)، ويشير الرمز \cup إلى عملية الاتحاد بينهما. أي أن الفئة الناتجة عن اتحاد الفئتين X. Y تضم (كل النساء من ذوات الشعر الأسود والشعر الكستنائي) على السواء. هذا ويمكن التعبير رمزياً عن الفئة الناشئة عن اتحاد الفئتين X. Y (أي الفئة التي تحتوي على عناصر كل من الفئتين) كمايلي:

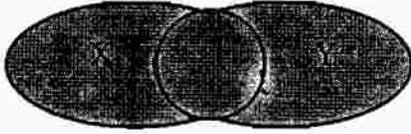
$$X \cup Y = \{a \mid a \in X \text{ or } a \in Y\}$$

حيث يستخدم الرمز \cup للإشارة إلى انتماء العنصر a إلى فئة بعينها.



جون فن

ولما كانت لغة الرموز لا تقتصر فقط على حروف اللغات الطبيعية، بل تتسع لتشمل الرسوم والأشكال، فإن عالم الرياضيات الإنجليزي جون فون (١٨٣٤ - ١٩٢٣م) J. Venn قد ابتدع طريقة بسيطة لتصوير تلك القواعد. وتقوم هذه الطريقة على تمثيل الفئة، أي فئة، بواسطة شكل ما قد يكون دائرة أو مربعاً أو أى شكل آخر يتم الاتفاق عليه. أما الفئة الناتجة عن أى عملية يتم إجراؤها على فئتين أو أكثر فيرمز لها بالجزء المظلل من الأشكال المستخدمة. وهكذا يمثل الشكل (١-١) مخطط فن لتمثيل الفئة الناتجة من اتحاد الفئتان X, Y .

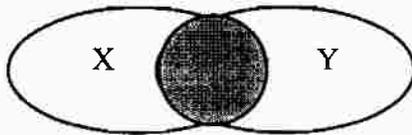


الشكل (١-١) : مخطط فن لاتحاد الفئات

أما ثانياً هذه القواعد فهي قاعدة «تقاطع الفئات» Intersection التي يرمز لها بالرمز \cap . فعلى سبيل المثال إذا كانت الفئة x هي فئة (النساء ذوات الشعر الأسود)، وكانت الفئة Y هي فئة (النساء ذوات العيون الخضراء)، فإن الفئة الناتجة من تقاطعهما ($X \cap Y$) هي الفئة التي تحتوي على (النساء ذوات الشعر الأسود والعيون الخضراء). هذا ويمكن التعبير رمزياً عن الفئة الناتجة من تقاطع فئتين كما يلي:

$$X \cap Y = \{a \mid a \in X \text{ and } a \in Y\}$$

أى أنها الفئة التي تضم فقط تلك العناصر التي تتواجد في كل من الفئتين. ويمثل الشكل (٢-١) مخطط فن لتقاطع الفئتان X, Y ، حيث يمثل الجزء المظلل الفئة $X \cap Y$ الناتجة من تقاطعهما.

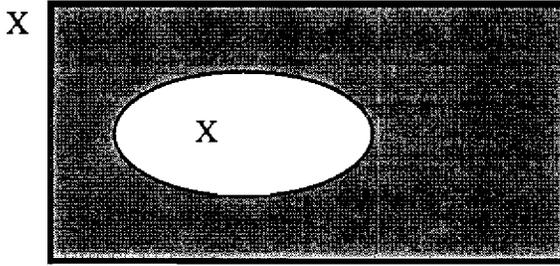


الشكل (٢-١) : مخطط فن لتقاطع الفئات

ويتطلب التعرض لثالث تلك القواعد وهي قاعدة «نفي الفئة» التي تنشئ فئة جديدة هي «متمم الفئة» Complement ، تعريفاً لنوع خاص من الفئات هو «الفئة الكونية» Universal set أو فئة «عالم المقال» Universe of discourse التي يرمز لها عادة بالرمز U ، وتضم في طياتها كافة عناصر الموضوع قيد الاهتمام، سواء كنا معينين بجميع تلك العناصر أو ببعضها فقط. فإذا افترضنا أننا معنيون بالفئة التي تقتصر عضويتها على «سكان الإسكندرية» فقط، في هذه الحالة تصبح فئة «عالم المقال»، أو «الفئة الكونية»، هي فئة كل «سكان مصر». وانطلاقاً من تعريفنا للفئة الكونية يمكننا تعريف «الفئة المتممة» لفئة «سكان الإسكندرية» بأنها الفئة التي تضم كل سكان مصر باستثناء أولئك الذين يقطنون مدينة الإسكندرية. وبشكل أكثر عمومية إذا كان لدينا أي فئة X وفئة كونية لعالم مقالها U فإن الفئة المتممة لها، والتي يرمز لها بالرمز X' ، تعرف بواسطة الصيغة التالية:

$$X' = \{a \mid a \in U \text{ and } a \notin X\}$$

حيث الرمز a يعني أن a لا تنتمي إلى الفئة X . ويمثل الشكل (٣-١) مخطط الفئة المتممة للفئة X .



الشكل (٣-١) : مخطط فن للفئة المتممة للفئة X

وكما أنشأ علماء الرياضيات «قواعد صرفية» لاشتقاق الفئات بعضها من البعض الآخر، رأيناهم أيضاً يضعون الضوابط الصارمة لتمثيلها ولتحديد شروط الانتماء إليها. فوجدناهم يقررون أن «انتماء» شيء لفئة يعينها تعبر عن تصور ما، هو أمر مرهون بتمتع هذا الشيء بسمة (أو بسمات) محددة تؤدي غيبتها أو (غيبه أي منها) إلى نزع هذا الانتماء عنه، في حسم صارم لا تهاون فيه. وكعادة أهل الرياضيات المولعين بالاقتصاد في الكلام وبالاسراف في استخدام الرموز، رأيناهم يعبرون عن هذا الأمر باستخدام دالة بسيطة «ثنائية القيمة»^(١) أسموها «دالة الانتماء» Membership function، واختاروا لها كعادتهم أحد حروف اللغة اليونانية «ميو» μ ليكون رمزا لها. ودالة الانتماء هذه إن إما تساوى واحد صحيح في حالة تمتع

(١) أي الدالة التي لها قيمتان فقط.

الشيء بالسمة المطلوبة التي تؤهله لعضوية الفئة موضع الاهتمام معبرة بقيمتها هذه عن انتمائه للفئة، أو أن تساوى صفراً في حالة عدم تمتعه بهذه السمة، معبرة بهذه القيمة عن نفي هذا الانتماء. ويمكن التعبير رمزياً عن دالة انتماء الشيء a للفئة X التي توصفها السمة (أو مجموعة السمات) P على الوجه الآتي:

إذا تمتع الشيء a بالسمة P فإن:

$$\mu_X(a) = 1$$

أى أن: $a \in X$ (a تنتمي للفئة X)

إذا لم يتمتع الشيء a بالسمة P فإن:

$$\mu_X(a) = 0$$

أى أن: $a \notin X$ (a لا تنتمي للفئة X).

حيث $\mu_X(a)$ هي «دالة انتماء» الشيء a إلى الفئة المرموز إليها بالرمز X . والآن إذا اعتبرنا فئة «سكان مصر» هي فئتنا الكونية U ، وأن فئة «قاطني الإسكندرية» هي الفئة موضع الاهتمام X ، لأمكننا أن نضع تعريفاً أكثر عمومية لدالة الانتماء للفئات المحددة، بوصفها:

«الدالة التي تخصص لكل عضو من أعضاء فئة عالم المقال (الفئة الكونية) U عدداً، إما واحد أو صفر، يحدد انتماءه للفئة X من عدمه».

أى أن فئة القيم الممكنة لـ «دالة انتماء» الفئات المتحددة هي الفئة التي تضم عنصرين فقط، $\{0, 1\}$. وكعادة أهل الرياضيات فهم يمثلون دالة الانتماء هذه على الصورة الرمزية التالية:

$$\mu_X(a): U \rightarrow \{0, 1\}$$

والآن يمكننا بالاستعانة بدالة الانتماء هذه باستحداث طريقة جديدة لتمثيل الفئات الثلاث المشتقة الناتجة من عمليات اتحاد الفئات وتقاطعها ونفيها. فالفئة الناتجة من اتحاد الفئتين X و Y يمكن تمثيلها بالجدول التالي:

$\mu_x \cup y (a)$	$\mu_Y (a)$	$\mu_Y (a)$
1	1	1
1	0	1
1	1	0
0	0	0

أى أن انتماء العنصر a لأى من الفئتين X و Y يؤهلها لعضوية الفئة $X \cup Y$.
أما الفئة الناتجة من تقاطع الفئتين X و Y فيمكن تمثيلها على النحو التالي:

$\mu_x \cap y (a)$	$\mu_x (a)$	$\mu_x (a)$
1	1	1
0	0	1
0	1	0
0	0	0

أى أنه لكي يتمتع عنصر ما a بعضوية الفئة $X \cap Y$ فلا بد أن يكون متتميا لكل من الفئتين X و Y فى نفس الوقت .
وأخيرا تمثل الفئة المتممة للفئة X (أى نفيها) بالجدول التالي:

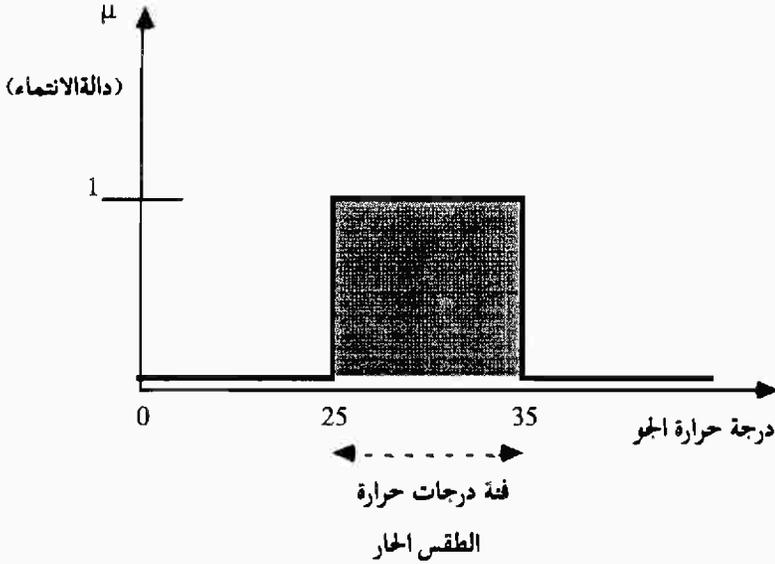
$\mu_x (a)$	$\mu_x (a)$
0	1
1	0

والحق أن هذا التمثيل الجدولى للفئات المشتقة ليس إلا أحد صور التعبير عن ما يعرف بلغة المنطق الرمزى بجداول صدق القضايا المركبة. وهى القضايا التى يمكن تكوينها من القضايا الأولية (أى الجمل الخبرية التى يمكن الحكم بصدق أو بكذب ما تخبرنا به) باستخدام الروابط المنطقية الثلاثية: «الوصل (و)» **Conjunction (and)** ، و «الفصل (أو)» **Disjunction (or)** ، و «النفى» **Negation**.

والآن فلنحاول استخدام صيغة «الفئة المحددة»^(١) Crisp set هذه للتعبير عن تصور ما، وليكن «الطقس الحار». في البداية سيتعين علينا تحديد درجات الحرارة، التي نرى أنها تعبر عن إحساسنا بحرارة الطقس، وتحديدًا دقيقًا، ولتكن درجات الحرارة تلك هي التي تساوي أو تزيد عن ٢٥م أو تساوي وتقل عن ٣٥م. أي أن الفئة المحددة التي تعبر عن تصور «الطقس الحار» يمكن تمثيلها كما يلي (انظر الشكل ١-٤) :

$$\text{الطقس الحار} = \{d \mid 25 \leq d \leq 35\}$$

وهكذا إن أعلنت هيئة الأرصاد الجوية أن متوسط درجة حرارة «الغد» ستكون ٣٥,٥م، فإن طقس هذا الغد لن يكون، طبقا للتعريف الذي تحدده فئة «الطقس الحار» السابقة، طقسًا حارًا...!... حيث إن درجة ٣٥,٥م لا تنتمي إليها. وهنا سيكون لزامًا علينا أن ننشئ فئة جديدة لتعبر عن تصورنا لحالة الطقس الذي درجة حرارته ٣٥,٥م أو أكثر ولتكن مثلًا فئة «الطقس شديد الحرارة» ونضمنها على سبيل المثال درجات الحرارة التي تساوي أو تزيد عن ٣٥,٥م وتقل أو تساوي ٤٥م. وهكذا سيتعين علينا إنشاء العديد من الفئات المحددة التي تعكس تصوراتنا عن أحوال الطقس المختلفة بتقلباتها ما بين البارد والحار.



الشكل (١-٤) : تمثيل بياني لدالة انتماء فئة «الطقس الحار»

وهذا السلوك الباتر لدالة انتماء «الفئات المحددة» Crisp sets ليس، في حقيقة الأمر، إلا صورة من الصور العديدة لواحد من أهم قوانين المنطق التقليدي الذي وضع أسسه

(١) يطلق على الفئات ذات دالة الانتماء ثنائية القيمة اسم «الفئات المحددة» لتمييزها عن الفئات الغائمة Fuzzy sets التي سنعرض لها في الفصل الثاني.



أرسطو

أرسطو (٣٨٤ - ٣٢٢ ق.م) منذ أكثر من ألفي سنة. إنه «قانون الثالث المرفوع» Law of the excluded middle (tertium non datur) الذى ينص، فى صورته اللفظية على «إن الحكم بصحة أمر من الأمور لا يخرج عن اثنين: فهو إما أن يكون صائبا (صادقا)، أو أن يكون خاطئا (كاذب)». أى أنه القانون الذى لا يسمح إلا باختيار واحد من بين بديلين يستبعد كل منهما الآخر. إنه قانون (إما...

أو....) الذى لا يسمح بالبين بين فى الحكم على الأشياء. وبهذا يصبح المنطق التقليدى منطقا «ثنائى القيم» لا تحتوى ففة قيمه، أو أحكامه على الأشياء، إلا على حكمين (أو قيمتين) فقط هما: الصدق (ص) والكذب (ك)، أى أن:

قيم الحكم على أمر ما = (صادق ، كاذب)

أو بصياغة أخرى:

قيم الصدق للمنطق الأرسطى = {0 , 1}

حيث تشير القيمة (1) إلى صدق (أو صواب) القضية المطروحة صدقا خالصا لا ريبه فيه، وتشير قيمتها الأخرى (0) إلى كذبها (أو خطئها) كذبا بيئا لا شك فيه.

وهكذا يختزل المنطق الأرسطى، وما انبنى عليه من نظم منطقية، ثراء ألوان الواقع المعيش والملموس إلى لونين فقط هما الأبيض والأسود رافضا الاعتراف حتى بوجود الرماديات. والحق، وبالرغم من هذا الاختزال، فلقد أحدث المنطق التقليدى،

منذ نشأته قبل ألفى عام، ثورة حقيقية فى فكر الإنسان بوصفه «آلة قانونية تعصم مراعاتها الذهن من الخطأ». فلقد زود هذا المنطق الإنسان بمجموعة متكاملة ومتسقة من المبادئ والقواعد والقوانين التى تسمح له بضبط صياغة أفكاره واشتقاق المزيد منها، وبآليات تكفل له عدم تضاربها أو تناقضها. وعلى مدى ألفى عام أسهمت الأجيال المتعاقبة من المناطق وعلماء الرياضيات فى تطوير هذه «الآلة الذهنية» وفى صقلها، وفى اشتقاق نظم منطقية تقوم على أسسها،



جورج بول

مثل «حساب المحمول» Predicate Calculus و«الجبر البولوى» Boolean Algebra ، نسبة إلى عالم المنطق الإنجليزى جورج بول (١٨١٥ - ١٨٦٤ م).

وبالطبع لن يتسع المجال لذكر كافة إنجازات هذا المنطق على مدى تاريخه الطويل، لذا سنكتفى بأحدث وأهم تجلياته التقنية التي باتت تؤثر على مختلف أنشطة الإنسان وهي «الحاسوب». فعمارة الحواسيب التي يشيع استخدامها اليوم بمكوناتها الأساسية من دوائر «ثنائية الأوضاع»⁽¹⁾ ليست إلا التجسيد المادى لقواعد هذا المنطق على وجه العموم، ولـ «قانون الثالث المرفوع» على وجه التحديد. ولكن يبقى السؤال «هل بلغت هذه «الآلة الذهنية»، بتاريخ تطورها الطويل وبإنجازاتها غير المنكورة حد الكمال...؟». حقا لقد وفرت هذه الآلة الذهنية للإنسان رموزا وصيغا مكنته من التعبير عن تصوراته لأحوال الواقع ولأحكامه المتعلقة بها، ولكنها كانت صيغا «صورية» Formal بالغة التجريد فارغة من المضمون، مثلها في ذلك مثل الإناء الفارغ الذى يمكنك ملؤه بأى سائل تشاء، أو كالثقالب الذى يستخدمه المثالون فى تشكيل ما يروق لهم من مواد. ولكن مكنت هذه الصيغ الإنسان من «التعميم» الذى يساعده على توحيد أسس التعامل مع مختلف الأمور، إلا أنها قد حرمته من ثراء «التخصيص» الذى ينظر إلى الأفكار فى إطار الظروف التى أنتجتها، وفى ظل السياق الذى حدثت فيه. وهكذا رأينا صيغ هذا المنطق وعباراته وهى تقف عاجزة أمام ثراء وتنوع تصورات الإنسان وأفكاره عن واقعه الملموس والمعيش. ولئن غضضنا الطرف مؤقتا عن هذا العيب الجسيم لتساءل عن مدى نقاء مبادئ هذه الآلة الذهنية وخلو قوانينها من العيوب الخلقية (بكسر الخاء) لوجدنا أن الإجابة على هذا التساؤل بـ «لا». فلقد اكتشف متعاطو هذا المنطق منذ بداياته الأولى العديد من أوجه القصور الكامنة فى صلب بنيته. ولعل «مشكلة الكريتي الكاذب» هى واحدة من أشهر وأقدم المسائل التى أبرزت بعضا من نواحي عجزه. والحكاية هى أن الكريتيين (أحد سكان جزيرة كريتي) راح يشيع مقولة عن مواطني جزيرته مؤداها أن «كل الكريتيين كاذبون». وتوقعنا مقولته هذه، إن التزمنا بقانون الثالث المرفوع، فى مأزق لا نحسد عليه:

- فهو إن كان (كاذبا) فإن قوله هذا يكون (صادقا) .

- أما إن كان (صادقا) فإن قوله هذا يكون (كاذبا) .

وهكذا يمتزج الـ «صدق» بالـ «الكذب»، ويلتحم «الخطأ» و«الصواب» ويصبح التمييز والفصل بينهما أمرا غير ممكن. وهكذا تصبح مقولة هذا الكريتي صادقة وكاذبة، صائبة وخاطئة فى الوقت نفسه، وتصبح إعادة النظر فى «قانون الثالث المرفوع» أمرا واجب التنفيذ، حتى لا تؤثرنا أقوال الكريتيين. ولقد دفعت هذه المشكلة وغيرها المناطقة إلى البحث عن نظم منطقية أخرى تتخلص من قيد «قانون الثالث

(1) الدوائر «ثنائية الأوضاع» هى دوائر إلكترونية يمكنها فى لحظة معينة اتخاذ وضع واحد فقط من بين وضعين متاحين لها. فالمصباح الكهربائى، على سبيل المثال، له وضعان فقط: مضىء ومطفأ. ويتم، بالاتفاق، على أن يمثل أحد هذه الأوضاع العدد {0} بينما يمثل الموضع الثانى العدد {1}؛



جان لوكاشيفتش

المرفوع» وما يفرضه من ثنائية صارمة على أحكام الإنسان، نظم تعبير حاجز «ثنائية قيم» الصواب فيتسع صدرها للمزيد منها. وكانت البداية في عشرينات هذا القرن عندما إبتدع عالم المنطق البولندي جان لوكاشيفتش J. Lukasiewicz (١٨٧٨ - ١٩٥٦ م) منطقاً «ثلاثي القيم» تحتوى فئة أحكامه على ثلاث قيم، أى أن:

$$\{0, 0, 5, 1\} = \text{قيم الصدق للمنطق الثلاثي}$$

ولم يتوقف الأمر عند هذا الحد، فلقد مضى لوكاشيفتش قدماً، بالتعاون مع زملائه، ليطور منطقته «ثلاثي القيم» إلى منطق عام «نوني القيم» تحتوى فئة أحكامه على n قيمة، حيث n هذه هي عدد صحيح أكبر من أو يساوى اثنين، ويشير إلى رتبة النظام المنطقى. وفئة أحكام هذا المنطق نوني القيم، T_n ، تأخذ الصورة العامة التالية:

$$T_n = \{0 = \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} = 1\}$$

حيث تشمل هذه الفئة إلى فئة أحكام المنطق التقليدى «ثنائي القيم» فى حالة ما إذا سادت n اثنين، أى أن:

$$T_2 = \{0, 1\}$$

وتشمل إلى فئة أحكام المنطق «ثلاثي القيم» فى حالة ما إذا سادت n ثلاثة، أى أن:

$$T_3 = \{0, 1/2, 1\}$$

وهكذا يمكن الحصول على نظم منطقية ذات رتب أعلى مثل المنطق «رباعي القيم» إذا ما سادت n أربعة، أى أن:

$$T_4 = \{0, 1/3, 2/3, 1\}$$

أو المنطق «خماسي القيم» إذا ما سادت n خمسة، أى أن:

$$T_5 = \{0, 1/4, 1/2, 3/4, 1\}$$

وهكذا بالنسبة للنظم المنطقية الأعلى رتبة.

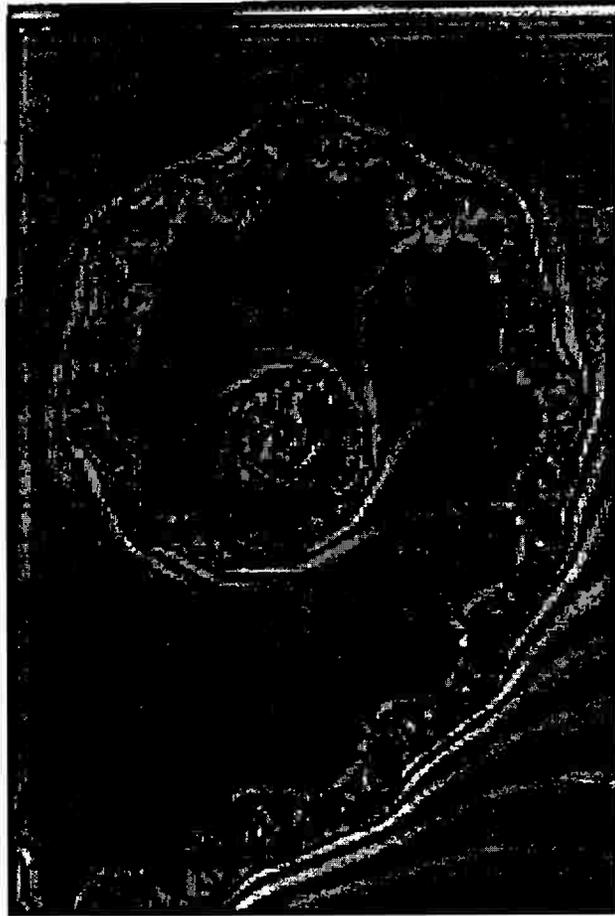
وبالرغم من تعدد قيم صواب الأحكام التى وفرتها نظم المنطق «متعدد القيم»

برتبها المختلفة، إلا أنها تتسم جميعا بالطبيعة «المتقطعة» لقيمها التي تقفز بخشونة من قيمة لأخرى، مغفلة ما بينها من قيم وسيطة. وهكذا تغيب عنها جميعا القدرة على تمثيل «الترج» الناعم الذي يميز أسلوب التفكير الإنساني. فنحن، بنى البشر، لا نفكر فى العادة بطريقة «كمية» و«متقطعة»، فعندما يعبر شخص ما عن إحساسه بارتفاع درجة حرارة الجو فهو يعنى بهذا مدى متدرج من درجات الحرارة لا يمكن تحديده بدقة، ومن ثم لا يمكن صوغه على هيئة فئة محددة الملامح محتوى على عدد معلوم ومحدد من درجات الحرارة. وحتى هذا المدى غير المحدد بدقة يتغير بالنسبة للشخص الواحد من وقت لآخر، ويختلف بالطبع بالطبع من شخص لآخر. وهكذا تفقد «الفئة المحددة» مغزاها ومعناها عند مقابلتها بالواقع وتصورات الإنسان عنه.

واليوم وبعد أكثر من ألفى عام من الصقل والتطوير، هل نجحت هذه «الآلة الذهنية» حقا فى تحقيق هدفها المنشود، وهو «عصمة الإنسان من الخطأ»...؟! والحق فإنه بقدر ما حققته هذه الآلة من نجاحات، بقدر ما جلبته من محن وسببته من نزاعات...؟! . فـ «قانون الثالث المرفوع» يجعل من ليس معنا هو بالضرورة ضدنا... وأن من لا تتفق قناعاته مع قناعاتنا هو على خطأ مبين يستحق معه منا «الهداية»، فى أحسن الأحوال، أو «الإزالة»، فى أغلب الأحيان...!. وهكذا انتفت مساحات التفاهم، وتقلصت أرض الحوار، وأصبح حتى مجرد التعايش السلمى مع الآخر فى خبر كان.

الفصل الثاني

هكذا تحدث لطفى زادة



٢-١ ظهور الغيوم



برتداند راسل

«يفترض المنطق التقليدي بكافة أشكاله دقة الرموز والصيغ المستخدمة، لذا فهو لا يصلح للتعامل مع هذه الحياة الأرضية... إنه فقط يتلاءم مع وجود سماوى متخيل.. إنه المنطق الذى يقترب بنا، أكثر من أى شىء آخر إلى السماء».

بهذه الكلمات يصف واحد من أهم علماء الرياضيات وفلاسفتها، برتداند راسل (١٨٧٢ - ١٩٧٠)؛ المنطق التقليدي الذى دامت سطوته على فكر الإنسان ما يزيد عن الألفى عام [٣]. ويبدو أنه كان على البشرية الانتظار طويلا حتى يأتى من يهبط بهذا المنطق من عالم «اليوتوبيا» بمثالياته إلى عالم الإنسان بوقائعه وأحواله. وقد كان هذا الشخص المنتظر هو لطفى زادة، أستاذ الهندسة الكهربائية وعلوم الحاسب بجامعة كاليفورنيا - بركللى، ذا الأصل الإيراني الذى استوطن الولايات المتحدة. وحتى سنة ١٩٦٥ لم تتعدى اهتمامات زادة



لطفى زاده

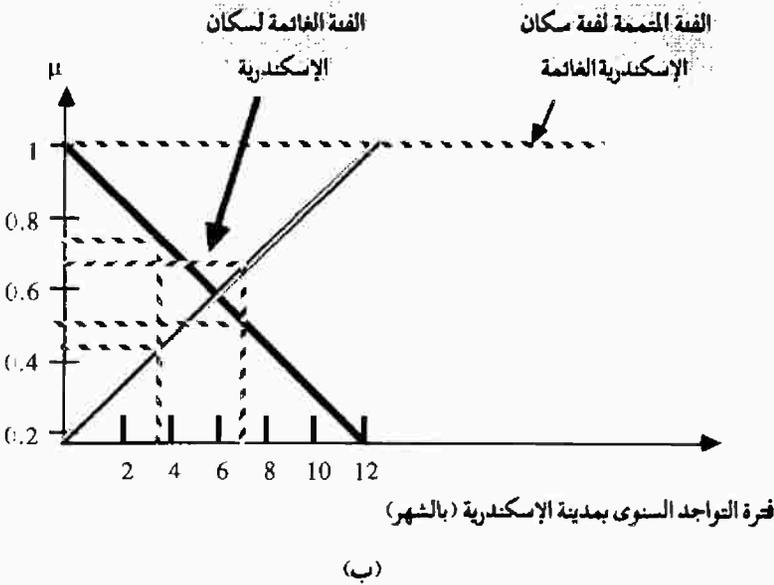
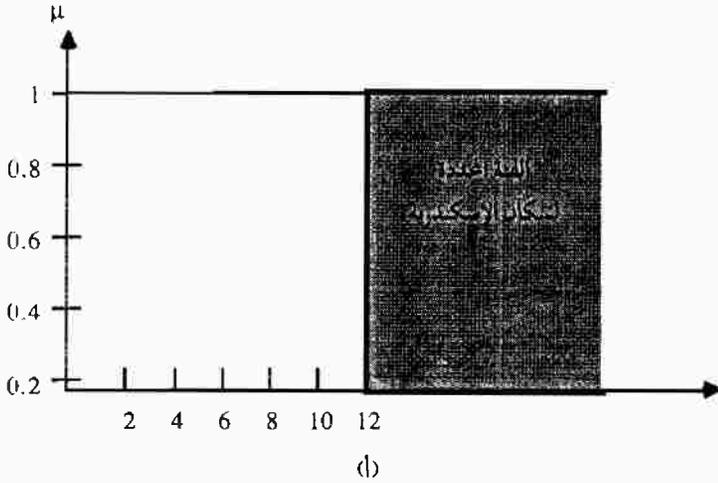
العملية «نظرية المنظومات العامة» General Systems Theory و«نظرية القرارات» Decisions Theory. إلا أنه فى هذه السنة نشر ورقة علمية لا يتجاوز عدد صفحاتها الخمس عشرة صفحة وذات عنوان غير مألوف هو «الفئات الغائمة» Fuzzy Sets [٤]. وربما لم تحدث ورقة علمية منفردة، باستثناء ورقة أينشتين الشهيرة حول «نظرية النسبية الخاصة» المنشورة سنة ١٩٠٥؛ ما أحدثته ورقة زادة من تداعيات على كافة المجالات العلمية والفكرية والتقنية. فمنذ ظهورها نشرت آلاف الأوراق العلمية المعنية بجانب أو آخر من الجوانب المتعددة لهذا المفهوم الجديد، وعقدت عشرات المؤتمرات العلمية لمناقشته، وانشئت الدوريات المتخصصة فى موضوعاته، وتوالى ظهور الاستخدامات التجارية والصناعية لما ولدته هذه الورقة من مفاهيم وأفكار حتى بلغت سنة ١٩٩٤ حوالى ١٥٠٠ استخدام وتطبيق تجارى وصناعى [٥].

ولعل نقطة انطلاق هذا العمل الفذ الذى قام به لطفى زادة كانت هى وعيه المرهف بالفروق الجسيمة التى تباعد بين «المنطق الرمزي» بفئاته المحددة، عن «منطق الإنسان». فالإنسان، فى أغلب تعاملاته مع أحواله واقعه، فكرا أو عملا، لا يستخدم «لغة الكم»، بأعدادها وبرموزها وصيغها السلسلة التى كثيرا ما تفتقد إلى الدقة،

وغالبا ما يشوبها الغموض، فهو عندما يرغب في التعبير عن «مقادير» لا يستخدم «أعدادا» بل يستخدم «ألفاظا» من قبيل: كثير، قليل، بعض، العديد،...، وهو عندما يريد التعبير عن احتمال وقوع حدث ما، لا يقول «ان احتمال وقوعه هو بنسبة كذا في المائة»، بل يستخدم تعبيرات من قبيل: دوما، ربما، قلما، في النادر، ... وهو عندما يرغب تأكيد أمر ما أو التهورين من شأنه يستخدم ألفاظا وعبارات من قبيل: جدا، إلى حد ما، ... كما أن تعبيرات الإنسان عما يستشعره من أحوال واقعه لا تعرف تلك الانتقالات الكمية الحادة والخشنة التي تميز المنطق التقليدي، أيا كانت رتبته، فهي تتميز بـ «تدرج» و«نعومة» تفتقدها صيغ وتعبيرات هذا المنطق العتيق .

كان هذا كله في ذهن لطفى زادة وهو يؤسس مفهومه الجديد عن «الفئات الغائمة» لتكون صيغة بديلة تحل محل «الفئات المحددة» في التعبير عن منطق الإنسان. وكان الحل الذي توصل إليه زادة مذهلا في بساطته ومدهشا في قدرته الفائقة على تمثيل العديد من خصائص منطق الإنسان. فلقد اكتشف زادة العيب الخلقى (بكسر الخاء) الكامن في تعريف الفئات المحددة، التابع من «قانون الثالث المرفوع» والذي يتبدى في السلوك الصارم لدوال انتمائها ثنائية القيمة. ففئة قيم تلك الدالة بالنسبة للفئات المحددة، كما أوضحنا في القسم السابق، لا تحتوى إلا على قيمتين فقط، واحدة تعبر عن انتماء الشيء للفئة موضع الاهتمام انتماءً لا ريب فيه (1)، والأخرى تعبر عن عدم انتمائه إليها بشكل لا يقبل النقاش (0). وهنا قدم لطفى زادة البديل سماحه لقيم هذه الدالة أن تأخذ—بالإضافة إلى الصفر والواحد الصحيح— أى قيمة بينهما. فقيمة هذه الدالة، طبقا للتعريف الجديد، يمكن أن تكون 0.185 أو 0.436 أو 0.5 أو 0.7935 أو 0.962... إلخ. وهكذا أنشأت دالة الانتماء المعدلة بقيمتها «المتصلة»، و«اللانهائية» (أى التى لا يمكن حصرها) نوعا جديدا من الفئات هو «الفئات الغائمة». ولا تغرنك بساطة هذا التعديل فهو يحمل لنا في طياته الشيء الكثير. وأول هذا الكثير هو قدرته على تمثيل خاصية «التدرج» و«النعومة» اللتين تميزان تعبيرات الإنسان عن أحواله المتغيرة. فعلى سبيل المثال، يستحيل علينا استخدام «الفئات المحددة»، بدوال انتمائها ثنائية القيمة، لتمثيل أحوال شخص تقتضى منه طبيعة عمله أن يقيم «بعض الوقت» في مدينة الإسكندرية، و«بقية الوقت» خارجها، فمثل هذا الشخص لا ينتمى إلى فئة «سكان الإسكندرية» التى يقتضى الانتماء إليها الإقامة المستمرة في مدينة الإسكندرية لمدة تزيد عن السنة، أى ١٢ شهر متواصلة (الشكل (٢-١)، أ) وفى الوقت نفسه لا يمكن إلحاقه على فئتها المتممة، فئة «غير قاطنى الإسكندرية» حيث يتطلب الانتماء إليها عدم إقامة الشخص المعنى في مدينة الإسكندرية. وهنا تقدم «الفئات الغائمة»، بدوال انتمائها متدرجة القيم؛ الحل المنشود. فإذا كانت فترة إقامة هذا الشخص خلال سنة ما في مدينة الإسكندرية ثلاثة شهور ونصف، فإن «بعض الوقت» هذا يمثل 0.292

من السنة، بينما «بقية الوقت» يمثل 0.708 منها. وهكذا يمكن التعبير عن «درجة انتمائه الجزئي» لفئة «المقيمين بالإسكندرية» بدالة انتماء قيمتها 0.292، وعن «درجة انتمائه الجزئي» لفئة «غير المقيمين بالإسكندرية» بدالة انتماء قيمتها 0.708. أما إن تغيرت أحوال هذا الشخص في سنة أخرى لتصبح مدة إقامته في الإسكندرية سبعة شهور فقط، فإن قيم دالة انتمائه لكلي من الفئتين، فئة «المقيمين بالإسكندرية» والفئة المتممة لها «غير المقيمين بالإسكندرية»؛ تتغير لتصبح قيمتها للأولى 0.583، وقيمتها للثانية 0.417 (الشكل (١-٢)، ب)). وهكذا يسمح مفهوم «الفئة الغائمة» بانتماء الكيان الواحد لأكثر من فئة غائمة في نفس الوقت.



شكل (١-٢): تمثيل سكان مدينة الإسكندرية باستخدام فئة محددة (أ)، وباستخدام فئة غائمة ومتممتها (ب)

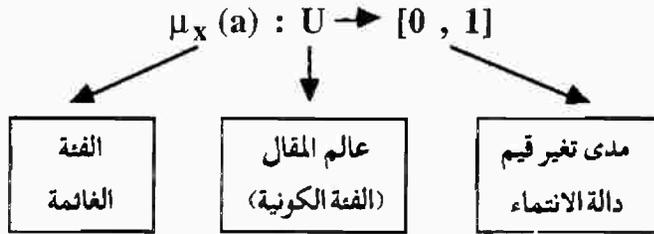
وانطلاقاً من المثال السابق يمكن وضع تعريف أكثر عمومية لدالة الانتماء

للفئات الغائمة، فهي:

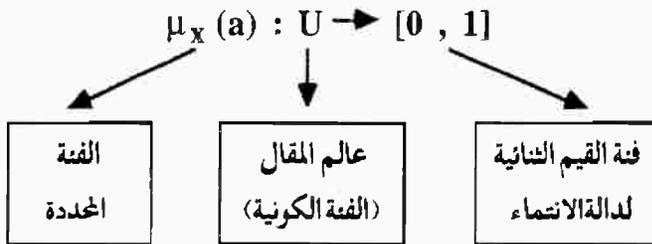
«الدالة التي تخصص لكل عضو من أعضاء فئة عالم المقال (الفئة الكونية) عددا ما بين الصفر والواحد يحدد درجة انتمائه للفئة الغائمة X» .

أى أن $\mu_X(a)$ تحدد درجة انتماء العنصر a إلى الفئة X . ويأخذ هذا التعريف

الصور الرمزية التالية:



حيث تمثل $[0, 1]$ كل الأعداد التي تساوى أو تزيد عن الصفر، وتساوى أو تقل عن الواحد الصحيح. وهكذا تظهر صديقتنا القديمة «ميو» مرة أخرى وقد ارتفع رصيد قيمها من قيمتين فقط، هما أعضاء الفئة $\{0, 1\}$ إلى عدد لا نهائى من القيم يعبر عن المدى $[0, 1]$. وقارن «ميو الجديدة» هذه ، دالة الانتماء للفئات الغائمة، بـ «ميو القديمة»، أى دالة الانتماء للفئات المحددة التي تأخذ الهيئة الرمزية التالية:



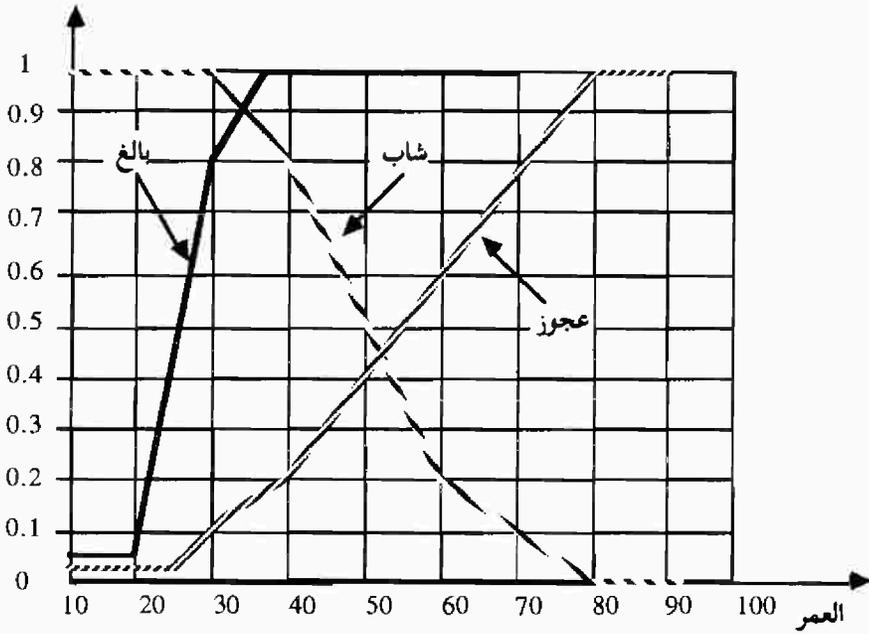
ويمنحنا مفهوم «الفئات الغائمة» ودوال انتمائها لا نهائية القيم أداة لصياغة منطق التفكير البشرى. فعلى سبيل المثال يستخدم الإنسان عند سؤاله عن عمر شخص ما؛ أوصافاً من قبيل «طفل»، و«فتى»، و«بالغ»، و«شاب»، و«كهل»، و«عجوز»، وبالطبع تختلف تقديرات كل منا عن حدود المرحلة العمرية لكل وصف من هذه الأوصاف ، فأغلبنا يقر بأن من يقل عمره عن ٢٠ سنة هو شاب وفي عنفوان الشباب، ويعتبر البعض الآخر أن من فى الأربعينيات من عمره لم يتجاوز بعد مرحلة الشباب، بل ويعتبر بعضنا أن من يقل عمره عن ٦٠ سنة لا يزال شاباً،

انطلاقاً من أن الشباب هو شباب القلب...!... وتأسيساً على التقدم الملحوظ في أساليب رعاية الإنسان لنفسه بدنياً وذهنياً. ومثل هذا التراوح في التقديرات لا يجد أفضل من «ميو» الجديدة وما تمثله من فئة غائمة للتعبير عنه. ولتوضيح هذا الأمر سنفترض أن لدينا فئة كونية X محددة تضم كافة الأعمار الممكنة، أي أن:

$$X = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

وانطلاقاً من هذه الفئة الكونية يمكننا تكوين فئة غائمة للتعبير عن تقديراتنا المتباينة لصفة «شاب». ولتكوين هذه الفئة تخصص لكل عنصر من عناصر الفئة الكونية قيمة عددية لدالة الانتماء تعكس مدى قناعتنا بتعبير هذا العنصر عن صفة الشباب، فعلى سبيل المثال لا يختلف اثنان على «شبابية» من عمره عشرون سنة، وهو الأمر الذي يمكن تمثيله بدالة انتماء للعنصر ٢٠، تساوى قيمتها الواحد الصحيح. وبزيادة العمر تقل نسبة الإجماع على تمتع صاحبة بصفة الشبابية لذا نقل قيم دالة الانتماء لفئة «شاب» بازدياد العمر حتى تصل إلى الصفر عندما يصل العمر إلى سبعين سنة. ويوضح الجدول التالي قيم دالة الانتماء للفئات الغائمة الثلاث التي تمثل صفات «بالغ»، و«شاب»، و«عجوز» والموضحة بيانياً في الشكل (٢-٢).

عناصر الفئة الكونية للعمر	قيم دالة الانتماء للفئة الغائمة «بالغ»	قيم دالة الانتماء للفئة الغائمة «شاب»	قيم دالة الانتماء للفئة الغائمة «عجوز»
10	0	1	0
20	0.8	1	0.1
30	1	0.8	0.2
40	1	0.5	0.4
50	1	0.2	0.6
60	1	0.1	0.8
70	1	0	1
80	1	0	1



الشكل (٢-٢): التمثيل الجرافيكى (البياني) للفئات الغائمة (بالم)، «شاب»، «عجوز»

وكما هو الحال في حالة الفئات المحددة، يتم التعبير عن الفئات الغائمة بطريقتين: «الطريقة الصريحة» و«الطريقة الضمنية». وقد استخدمت زيادة الهيئة التالية للتعبير صراحة عن الفئات الغائمة:

$$X = \mu_1 / a_1 + \mu_2 / a_2 + \dots + \mu_n / a_n$$

$$= \sum_{i=1}^n \mu_i / a_i$$

حيث تعني علامة (+) في هذا السياق مفهوم واو العطف، وترمز n إلى عدد عناصر الفئة الكونية. وقد يستخدم بعض الكتاب الهيئة التالية للتعبير الصريح عن عناصر الفئة الغائمة:

$$X = (a_1, \mu_1) + (a_2, \mu_2) + \dots + (a_n, \mu_n)$$

$$= \sum_{i=1}^n (a_i, \mu_i)$$

وهكذا يمكن التعبير عن الفئة الغائمة «شاب» إما على الهيئة:

$$1/10 + 1/20 + 0.8/30 + 0.5/40 + 0.2/50 + 0.1/60 + 0/70 + 0.80 = \text{«شاب»}$$

أو على الهيئة:

$$(10,1) + (20, 1) + (30, 0.8) + (40, 0.5) + (50, 0.2) + (60, 0.1) + (70, 0) + (80, 0) = \text{«شاب»}$$

أما الطريقة الضمنية فتأخذ الهيئة التالية:

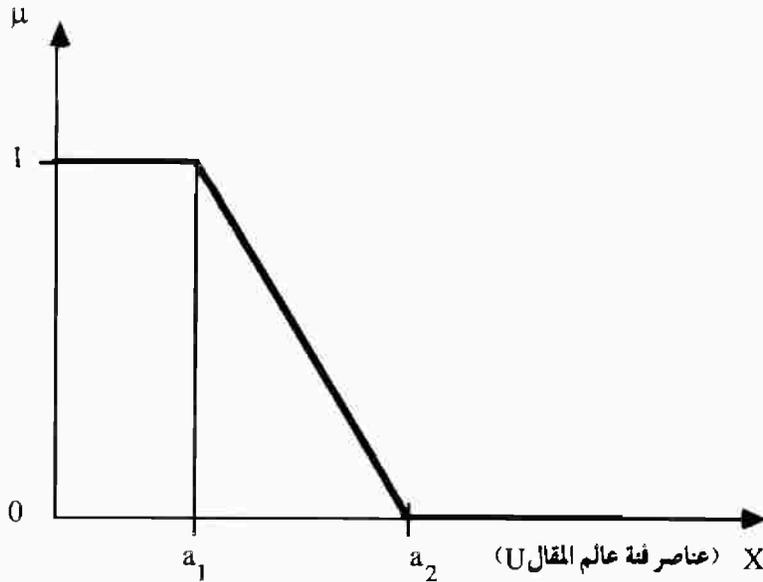
$$X = \{ (a_i, \mu_i) \mid a_i \in U \}$$

حيث U هي الفئة الكونية لموضوع الاهتمام (فئة عالم المقال) و X هي الفئة الغائمة المعرفة على U ، وذلك مع ذكر شكل دالة الانتماء صراحة (كما سيرد في القسم ٢-٤).

هذا ويمكن، على وجه العموم، تمثيل الفئات الغائمة جرافيكياً (بيانياً) حيث يمثل المحور الرأسى قيم دالة الانتماء، ويمثل المحور الأفقى عناصر فئة عالم المقال (الفئة الكونية) U موضع الاهتمام. فعلى سبيل المثال يمثل الشكل (٢-٣) الفئة الغائمة التي دالة انتمائها.

$$\begin{aligned} \mu(x) &= 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ &= \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} & , a_1 \leq x \leq a_2 \\ &= 0 & , a_2 \leq x \end{aligned}$$

وهي الدالة التي تعبر عن اتصاف شيء ما بالصغر.



شكل (٢-٣): التمثيل الجرافيكى لدالة انتماء فئة عانمة تعبر عن «الصغر»

٢-٢ تلبد الغيوم

تحدثنا في الفصل الأول عن القواعد الصرفية للفئات المحددة، أى تلك القواعد التى تمكننا من تكوين فئات جديدة من تلك المتاحة لدينا. ولقد شرحنا فى هذا الفصل ثلاثاً من تلك القواعد وهى: قاعدة «الاتحاد الفئات»، وقاعدة «تقاطع الفئات»، وقاعدة «نفي الفئات». ولهذه القواعد ما يقابلها فى حالة الفئات الغائمة، فإذا اعتبرنا الفئة الكونية التالية:

$$U = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

وعرفنا الفئتين الغائمتين X و Y عليها على الوجه التالى:

$$X = \{(a_1, 0.2), (a_2, 0.7), (a_3, 1), (a_4, 0), (a_5, 0.5)\}$$

$$Y = \{(a_1, 0.5), (a_2, 0.3), (a_3, 1), (a_4, 0.1), (a_5, 0.5)\}$$

فإن الفئة الغائمة الناشئة من اتحادهما $(X \cup Y)$ تعرف على الوجه التالى:

$$X \cup Y = \{a / \max [\mu_x (a), \mu_y (a)] \mid a \in U\}$$

أى أن الفئة الغائمة الناتجة من اتحاد فئتين غائمتين هى فئة غائمة دالة انتماء أى عنصر من عناصرها تأخذ أكبر قيمة لدالة انتماء هذا العنصر فى أى من الفئتين X أو Y . فعلى سبيل المثال إذا اعتبرنا العنصر a_1 لوجدنا أن قيمة دالة انتمائه للفئة الغائمة X هى 0.2، بينما هى بالنسبة للفئة الغائمة Y تساوى 0.5، ومن ثم تصبغ قيمة دالة انتمائه لفئة الاتحاد الغائمة مساوية للقيمة الأعلى، أى لـ 0.5. وهو الأمر الذى يعبر عنه بواسطة التعبير:

$$\max [\mu_x (a), \mu_y (a)]$$

حيث يعنى الرمز (\max^1) كلمة «أكبر».

وبالمثل يمكن تعريف الفئة الغائمة الناشئة من تقاطع فئتين غائمتين $(X \cap Y)$ على الوجه التالى:

$$X \cap Y = \{a / \min [\mu_x (a), \mu_y (a)] \mid a \in U\}$$

أى أنها الفئة الغائمة التى قيم دالة انتماء عناصرها هى أصغر قيم هذه الدالة لكل عنصر. فإذا أخذنا على سبيل المثال العنصر a_4 نجد أن قيمة دالة انتمائها للفئة الغائمة X هى 0.1، بينما هى بالنسبة للفئة الغائمة Y تساوى 0، ومن ثم تصبغ قيمة دالة انتمائه لفئة التقاطع الغائمة مساوية للقيمة الأدنى، أى الصفر، وهو الأمر الذى يعبر عنه بواسطة التعبير .

(1) اختصار لكلمة «الأكبر» أو «الأعلى» maximum الإنجليزية.

$$\min [\mu_x (a), \mu_y (a)]$$

حيث يعنى الرمز (\min^l) .

هذا ويوجز الجدول التالي قيمة دالة الانتماء لعناصر كل من الفئتين الغائمتين X و Y ، ولعناصر كلي من الفئتين الناشئتين عن اتحادهما ($X \cup Y$) وعن تقاطعهما ($X \cap Y$) .

$X \cap Y$	$X \cup Y$	$\mu_y (a)$	$\mu_x (a)$	U
0.2	0.5	0.5	0.2	a_1
0.3	0.7	0.3	0.7	a_2
1	1	1	1	a_3
0	0.1	0.1	0	a_4
0.	0.5	0.5	0.5	a_5

لتوضيح القاعدة الثالثة من قواعد صرف الفئات الغائمة، «النفي» أو «الإتمام»، والتي استخدمناها سابقا عند الحديث عن قاطنى مدينة الإسكندرية وغير القاطنين بها، سنفترض أن فئتنا الكونية هي الفئة المحددة التالية:

$$V = \{ a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 \}$$

وإن لدينا الفئة الغائمة X المعرفة عليها.

$$X = \{(a_1, 0.13), (a_2, 0.61), (a_3, 0), (a_4, 0), (a_5, 1), (a_6, 0.03)\}$$

فإن «نفي الفئة» X أو الفئة «المتمة» لها (X') تعرف كمايلي:

$$X' = \{a / [1 - \mu_x (a)] \mid a \in V \}$$

أى أن الفئة المتمة للفئة الغائمة X هي الفئة التى قيم دالة إنتماء عناصرها تحسب من المعادلة: قيمة دالة انتماء عنصر ما للفئة الغائمة المتمة X =

$$1 - \text{قيمة دالة انتماء نفس العنصر للفئة الغائمة X}$$

أو

(1) اختصار لكلمة «الأصفر» أو «الأدنى» manimum الإنجليزية.

$$\mu_x(a) = 1 - \mu_x(a)$$

حيث $\mu_x(a)$ هي قيمة دالة انتماء العنصر a للفئة القائمة المتممة 'X' ، و $\mu_x(a)$ هي قيمة دالة انتماء نفس العنصر للفئة القائمة X . فعلى سبيل المثال قيمة دالة انتماء العنصر a_2 للفئة القائمة X هي 0.61 ، ومن ثم تصبح قيمة دالة انتمائها للفئة القائمة 'X' مساوية لـ 0.39 (= 1 - 0.61) . هذا ويلخص الجدول التالي قيم دالة الانتماء لكل من الفئة القائمة X وتمتمتها.

$\mu_x(a)$ (= [1- $\mu_x(a)$])	$\mu_x(a)$	V
0.87	0.13	a_1
0.39	0.61	a_2
1	0	a_3
1	0	a_4
0	1	a_5
0.97	0.03	a_6

٣-٢ مستودعات المعرفة القائمة

يقول أهل المنطق من الفلاسفة عن المعرفة إنها «ثمرة التقاء ذاتٍ مدركة (بكسر الراء) بموضوع مدرك (بفتح الراء)». وهم بتعريفهم هذا يكونون قد لمسوا جوهر اختلاف مفهوم «المعرفة Knowledge عن كلي من مفهومي «البيانات» Data ، و«المعلومات» Information اللذان نلتقى بهما دوماً أثناء مطالعتنا لأدبيات الحاسوب. فالبيانات ليست إلا تلك «العلامات» التي نستخدمها في التعبير عن خصائص وصفات ما نقابله في الواقع من كيانات وما نعاينه من أحداث، وسواء كانت تلك العلامات أبجدية لغة أو أرقاما أو أشكالاً أو رموزاً فالحروف والكلمات أمام خزانة الاسم وخزانة الجنسية في جواز سفر ما، والأرقام المكتوبة أمام خزانة السن والصور الملصقة تمثل في مجموعها البيانات التي تصف حامل هذا الجواز، وهي البيانات التي تمكن إدارة الهجرة والجوازات في بلد ما من استخلاص المعلومات المتعلقة بعدد القادمين إليها خلال فترة زمنية معينة، ومن معرفة متوسط أعمارهم ونسبة كل جنسية من جنسياتهم. أي أن المعلومات ليست إلا بيانات تمت معالجتها بطريقة أو أخرى لتأخذ شكلاً جديداً يفيد متلقيها في أداء عمل ما أو في اتخاذ قرار.

هذا ويعتبر كل ما يسقط من حساب مفهومى «البيانات» و«المعلومات» سمة أصيلة من سمات «المعرفة» البشرية. فرأى الإنسان وتفسيره ورؤيته لما يدور حوله من أمور السياق الذى تحدث فيه تعتبر من العناصر التى تشكل المعرفة. ويمكن تعريف المعرفة البشرية كما يلي:

«المعرفة هى مجمل رؤى الإنسان للواقع، كما تتمثل فى المجموع المرتب والتكامل للمكونات الثلاثة التالية:

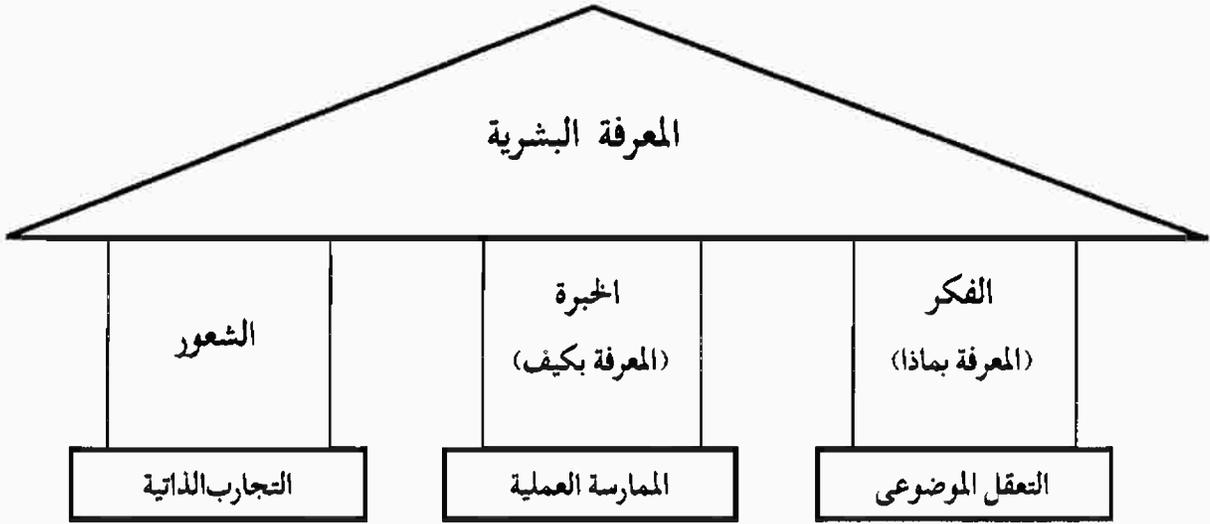
* «الاستنتاجات العقلية» الناتجة من العقل والتجريب، أو «المعرفة بماذا» Knowing that .

* «الخبرات المكتسبة» الناشئة من الممارسة العملية، أو «المعرفة بكيف» Knowing how .

* «الأحكام الشخصية» النابعة من التجارب الذاتية.

وهو المجموع الذى يمكن تسجيله واختزانه وتقديمه للآخرين عبر وسائط الاتصال المختلفة، مثل اللغة الطبيعية، والصور، والرموز، وذلك طبقاً لقواعد منطقية أو جمالية محددة سلفاً.

والمكون الأول من مكونات المعرفة البشرية هو «المعرفة بماذا»، وهى المعرفة التى تتألف من مجموع الحقائق المستقرة التى يتوصل إليها العقل البشرى باستخدام المناهج العلمية، ويمكن التحقق من صحتها من خلال الاختبارات المعلمية أو المسوح الميدانية. ويعرف هذا النوع من المعرفة بـ «المعرفة التقريرية» Declarative Knowledge . وهى معرفة يسهل تنظيمها فى بنى توضح العلاقات التى تربط بين الحقائق المكونة لها، سواء اتخذت هذه البنى هيئة نظريات أو قوانين، أو اتخذت هيئة أخرى. أما «المعرفة بكيف» فهى المعرفة التى يكتسبها الإنسان نتيجة لممارسته عمل ما، وتتبدى فى المهارت الحرفية والمهنية، وهذه هى «المعرفة الإجرائية» Procedural Knowledge التى يصعب تنظيمها والتعبير عنها بطريقة صريحة Explicit ونقلها للآخرين على عكس المعرفة التقريرية. أما النوع الثالث من أنواع المعرفة البشرية فهو «المعرفة الشعورية»، أو إن شئت «الحكمة» التى تضم فى طياتها كافة معتقدات الإنسان ومشاعره وأحاسيسه التى تتخلق بداخله نتيجة لما يكون قد مر به من مواقف نفسية وحالات شعورية ومعاناة ذاتية.



شكل (٢-٤): المكونات الثلاثة للمعرفة البشرية

فن صياغة المعارف:

فن الصياغة هو فن تشكيل المعادن والأحجار الثمينة في قوالب، ليتحلى بها بنى البشر وتسرع الناظرين. وهكذا أيضا فن صياغة معارف الإنسان، أئمن ممتلكاته، فهو الفن الذى يسعى إلى استخلاص المعارف وإلى صياغتها على هيئة صيغ وبنى يمكن تخزينها فى ذاكرة الحواسيب، ويمكن للإنسان من معالجتها وتعظيم استفادته منها عبر استغلاله للقدرات الفائقة للحواسيب. ويعرف هذا الفن فى أوساط المتخصصين بـ «هندسة المعرفة» Knowledge Engineering .

وترتبط البنى والقوالب المستخدمة فى تمثيل المعرفة ارتباطا وثيقا بطبيعة تلك المعرفة، فنجد تلك المستخدمة فى تمثيل «المعرفة بماذا» تختلف عن تلك المستخدمة فى تمثيل «المعرفة بكيف»، وانطلاقا من هذا الارتباط تنقسم طرق تمثيل المعرفة إلى فئتين رئيسيتين: «الطرق المتعمقة» المستخدمة فى تمثيل «المعرفة التقريرية» وذلك بتركيزها على الحقائق المستقرة المتعلقة بالجوانب المختلفة لموضوع بعينه وعلى العلاقات بين تلك الجوانب، و«الطرق السطحية» المستخدمة فى تمثيل «المعرفة الإجرائية» .

ويشكل تمثيل «الخبرة البشرية» («المعرفة الإجرائية» أو «المعرفة بكيف») مشكلة عويصة لصانعى المعرفة (أو مهندسيها)، فهى لا تؤصلها نظرية ولا يضم عناصرها قانون. هذا بالإضافة إلى صعوبة التعبير عنها لفظيا، والطبيعة المتغيرة والمستمرة فى حقائقها، وعدم وضوح العلاقات التى ترتبط بين الجوانب المختلفة لموضوعها. إنها فى حقيقة أمرها مجموعة من «الافتراضات» Association بين

عناصر أو وقائع موضوع ما تدعمها وتمزجها المشاهدة والممارسة والتطبيق. لهذا كنه تستخدم في تمثيلها «الطرق السطحية» التي تكتفى بتسجيل اقتران الظواهر المتعلقة بأمر من أمور الواقع. ويعتبر أسلوب «قواعد الإنتاج» Production Rules (أو «الأسلوب الشرطي» من أكثر أساليب هذه الفئة استخداما. وتأخذ «قاعدة الإنتاج» الهيئة العامة التالية:

IF (antecedent) THEN (consequent)

أو

إذا كان (مقدم) إذن (لازم)

ويوضح الشكل (٢-٥) واحدة من قواعد إنتاج مستخدمة في تمثيل «الخبرة» أو الـ «معرفة بكيف» في مجال تشخيص الأمراض.

إذا (كانت القناة الهضمية هي المدخل المرجح للميكروب)

إذن (احتمال أن يكون الميكروب المسبب للعدوى هو البايكترويد **Bactroide** وذلك بدرجة تيقن ٨٠٪).

شكل (٢-٥): مثال لـ «قاعدة إنتاج» تمثل عنصر من عناصر الخبرة في تشخيص الأمراض

أى أن قاعدة الإنتاج هذه «تقرن» بين «المدخل» المرجح للميكروب وبين «نوعه»، وذلك انطلاقا من الخبرة الطبية السابقة. ويمكن التعبير عن هذا الأمر باستخدام لغة الفئات، حيث يمكن القول بأن قاعدة الإنتاج هذه تنتقى عنصرا من عناصر الفئة المحددة التي تضم كافة المداخل المحتملة للميكروب «وتقرنه» بعنصر من عناصر فئة أخرى تضم أنواع كافة الميكروبات المعروفة. وبعبارة أخرى، تنشئ قاعدة الإنتاج هذه علاقة ما بين عناصر كلي من الفئتين. وهى العلاقة التي يمكن التعبير عنها على الصورة التالية:

(القناة الهضمية، البايكترويد)

وهو ما يعرف بـ «الزوج المرتب» Ordered Pair المكون من عنصرين، الأول من الفئة الأولى، فئة المداخل المحتملة، والثاني من عناصر الفئة الثانية، فئة أنواع الميكروبات.

فعلى سبيل المثال لو أخذنا فى الاعتبار الفئتين المحدتين التاليتين:

فئة الروايات (N) = {أفراح القبة، الزينى بركات، الحرافيش، دعاء الكروان، السكرية}

فئة المؤلفين (A) = [طه حسين، يحيى حقي، جمال الفيظاني، نجيب

{محفوظ}

لأمكننا أن نشكل منهما العشرين زوجا مرتبا كالتالي:

(أفراح القبة، طه حسين)	(الزيني بركات، طه حسين)	(الحرافيش، طه حسين)	(دعاء الكروان، طه حسين)	(السكرية، طه حسين)
(أفراح القبة، يحيى حقي)	(الزيني بركات، يحيى حقي)	(الحرافيش، يحيى حقي)	(دعاء الكروان، يحيى حقي)	(السكرية، يحيى حقي)
(أفراح القبة، جمال الفيظاني)	(الزيني بركات، جمال الفيظاني)	(الحرافيش، جمال الفيظاني)	(دعاء الكروان، جمال الفيظاني)	(السكرية، جمال الفيظاني)
(أفراح القبة، نجيب محفوظ)	(الزيني بركات، نجيب محفوظ)	(الحرافيش، نجيب محفوظ)	(دعاء الكروان، نجيب محفوظ)	(السكرية، نجيب محفوظ)

وتشكل هذه الأزواج المرتبة فئة جديدة تعرف بـ «حاصل الضرب الكارتيزي» لفئتين محددين، ويرمز لها بالرمز $N \times A$. وهي الفئة التي يمكن التعبير عنها رمزيا على الهيئة التالية:

$$N \times A = \{ (n_1, a_1), (n_1, a_2), \dots, (n_2, a_1), \dots, (n_5, a_4) \}$$

حيث يمثل الرمز n أحد عناصر فئة «الروايات»، ويمثل الرمز a أحد عناصر فئة «المؤلفين».

إلا أننا إذا قررنا إنشاء علاقة «من تأليف» (R) بين عناصر فئة «الروايات» وعناصر فئة «المؤلفين» لوجدنا أن عدد الأزواج المرتبة التي تحقق هذه العلاقة هو فقط خمسة أزواج مرتبة (الأزواج المرتبة المظلمة). أي أن علاقة «من تأليف» هي «فئة جزئية» Subset من فئة حاصل الضرب الكارتيزي للفئتين المحدتين تحتوي فقط على الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة موضوع الاهتمام. ويمكن تمثيل العلاقة بين الفئات المحددة باستخدام دالة انتماء ثنائية القيمة (أي «ميو» القديمة المستخدمة في التعبير عن الفئات المحددة والتي التقينا بها في الفصل الأول). وهكذا يمكن تمثيل علاقة «من تأليف» على هيئة الجدول التالي الذي يعرض قيم دالة انتماء أي زوج مرتب من أزواج حاصل الضرب الكارتيزي للفئتين N و A للعلاقة «من تأليف» R، أي:

$$\mu_R (n, a)$$

أفراح القبة	الزيني بركات	الحرافيش	دعاء الكروان	السكرية	
0	0	0	1	0	طه حسين
0	0	0	0	0	يحيى حقي
0	1	0	0	0	جمال الغيطاني
1	0	1	0	1	نجيب محفوظ

وبالطبع يمكننا باستخدام «ميو» ثنائية القيمة تمثيل علاقة «من تأليف» أصدق تمثيل، إذ لا يختلف اثنان، على سبيل المثال، أن السكرية [من تأليف] نجيب محفوظ.

أى أن الزوج المرتب (السكرية ، نجيب محفوظ) تنتمي للعلاقة «من تأليف»، ومن ثم لا بد وأن تساوى دالة انتمائها الواحد الصحيح. كما لا يختلف اثنان عنى خطأ أن:

الحرافيش [من تأليف] جمال الغيطاني

أى أن الزوج المرتب (الحرافيش، جمال الغيطاني) لا تنتمي للعلاقة «من تأليف» ، ومن ثم لا بد وأن تساوى دالة انتمائها صفرا.

إلا أن الأمور لا تمضى دوماً بمثل هذه الدرجة من التيقن، ففي أغلب الأحيان يشوب نظرنا لما يحدث فى الواقع وللاقتراعات بين وقائمه؛ قدر كبير من اللاتيقن. وتعتبر مسألة «تشخيص الأمراض انطلاقاً من أعراضها» واحدة من المسائل الشائعة التى يتعامل فيها الإنسان مع قدر لا يستهان به من اللاتيقن والغموض. فللمرض الواحد أعراض عديدة تختلف من مريض لآخر وتتوقف على مرحلة تطور المرض. هذا بالإضافة إلى أن العرض الواحد قد يكون علامة على عدة أمراض. فإذا افترضنا أن لدينا فئة محددة D تضم مرضين، أى أن:

$$D = \{d_1, d_2\}$$

وأن الفئة المحددة S هى الفئة التى تضم أعراض هذه الأمراض ، أى أن:

$$S = \{s_1, s_2, s_3\}$$

فإن إنشاء علاقة محددة تربط بين عناصرهما لن يتمتع بدرجة التيقن الصارم، المتمثلة فى استخدام «ميو ثنائية القسم»، التى تمتعت بها علاقة، «من تأليف» التى

تعرضنا لها سابقا، ولتوضيح هذا الأمر سنفترض أن الخبرة الطبية المتعلقة بهذه الأمراض والأعراض المصاحبة لها يمكن تلخيصها في العبارات التالية:

[١] (من النادر) ظهور العرض s_1 على المصابين بالمرض d_1

[٢] (في العادة) ظهور العرض s_1 على المصابين بالمرض d_2

[٣] يظهر العرض s_2 (دوما) على المصابين بالمرض d_1

[٤] يظهر العرض s_2 (مطلقا) على المصابين بالمرض d_2

[٥] (من النادر) ظهور العرض s_3 على المصابين بالمرض d_1

[٦] (في الغالب) ظهور العرض s_3 عند المصابين بالمرض d_2

وأول ما نلاحظه على تلك العبارات أن كلا منها تعبر عن خبرتنا الطبية المتعلقة باقتران عرض ما بأحد الأمراض، أي أن كلا منها تقابل أحد الأزواج المرتبة لحاصل الضرب الكارتيزي $S \times D$ للفتتين S و D الذي يمثل علاقة «يدل على»، G ، (أي العرض كذا «يدل على» المرض كذا) بين هاتين الفتتين.

$$S \times D = \{(s_1, d_1), (s_1, d_2), (s_2, d_1), (s_3, d_1), (s_3, d_2)\}$$

حيث تقابل العبارة الأولى الزوج المرتب (s_1, d_1) ، والثانية الزوج المرتب (s_1, d_2) ، والثالثة الزوج المرتب (s_2, d_1) ، والرابعة الزوج المرتب (s_2, d_2) ، والخامسة الزوج المرتب (s_3, d_1) ، والسادسة الزوج المرتب (s_3, d_2) . أما ثاني هذه الملاحظات هو احتواؤها على تعبيرات تدل على عدم التأكد القاطع من صحة العبارة من قبيل: «من النادر»، و«في العادة»، و«في الغالب». وهذا يعني بالضرورة عدم ملاءمة «ميو ثنائية القيم»، الصفر والواحد، للتعبير عن مدى انتماء تلك العبارات، أو ما يقابلها من أزواج مرتبة، إلى علاقة «يدل على» التي تربط بين عناصر فتتي «الأعراض» S و «الأمراض» D ، حيث إنها إما تؤكد هذه العلاقة تأكيدا قاطعا، أو تنفيها نفيًا لا رجعة فيه. وهو الأمر الذي لا يمكننا من تمثيل الخبرة الطبية التي تتضمنها العبارات السابقة والتي لا تتميز أي منها بصفة القطع سلبا كان أو إيجابا. لذا كان ضروريا الاستعانة بـ«ميو الجديدة» التي استخدمناها سابقا في تمثيل الفئات القائمة بقيمتها التي تندرج من الصفر إلى الواحد بيسر ونعومة. فعلى سبيل المثال تعبیر «من النادر» الموجود في الجملة الأولى يعني أن «ظهور العرض s_1 عند المصابين بالمرض d_1 » هو أمر مستبعد وإن كانت هناك فرصة بالغة الضآلة لحدوثه، أي انتماء الزوج المرتب الممثل لهذه العبارة، (s_1, d_1) ، للعلاقة «يدل على» لا يساوي صفرا، بل يساوي عددا بالغ الصغر. وهو الأمر الذي يمكن تمثيله بتخصيص قيمة عددية صغيرة لدالة انتماء هذا الزوج للعلاقة G ، أي أن:

$$\mu_G (s_1 , d_1) = 0.06$$

أما بالنسبة للعبارة الثالثة التي تتميز بوجود تعبير «دوما» الدال على صحة العبارة بشكل مؤكد فيمكن تخصيص الواحد الصحيح لدالة إتمائها للعلاقة G ، أي أن:

$$\mu_G (s_2 , d_1) = 1$$

وهكذا يمكننا تخصيص قيمة عددية لدالة انتماء العبارات الست السابقة للعلاقة G ، التي تمثل الخبرة الطبية في تشخيص الأمراض، بحيث تعكس هذه القيمة مدى تيقنا من صحة كل منها. ويمكن تمثيل العلاقة «يدل على» على هيئة المصفوفة التالية:

	d_1	d_2
s_1	0.06	0.75
s_2	1	0
s_3	0.25	0.56

هذا وتعتبر العلاقة القائمة G بمثابة مستودع الخبرة الطبية المتمثلة في العبارات الست السابقة، فالمصفوفة السابقة ليست إلا تمثيلا مكثفا لقواعد الإنتاج الست التالية:

إذا (ظهر العرض s_1) إذن (يحتمل المرض d_1 بدرجة تينق 0.06)

إذا (ظهر العرض s_1) إذن (يحتمل المرض d_2 بدرجة تينق 0.75)

إذا (ظهر العرض s_2) إذن (يحتمل المرض d_1 بدرجة تينق 1)

إذا (ظهر العرض s_2) إذن (يحتمل المرض d_2 بدرجة تينق 0)

إذا (ظهر العرض s_3) إذن (يحتمل المرض d_1 بدرجة تينق 0.25)

إذا (ظهر العرض s_3) إذن (يحتمل المرض d_2 بدرجة تينق 0.56)

٢-٤ أصل وفصل «ميو»

ظلت «نظرية الاحتمالات» Probability Theory هي أداة الإنسان الذهبية الوحيدة المعنية بالتعامل مع «اللاتيقن» المصاحب لأحداث الواقع وكياناته، بشتى صورته التي سنعرض لها في الفصل الرابع. وقد تعاملت هذه النظرية مع شتى صور

اللاتيقن بوصفها تجليات لـ «عشوائية» Randomness ظواهر الواقع وأحداثه التي لا تتوفر لدى الإنسان نظرية عنها تفسرها وتمكنه من التنبؤ بسلوكها. ودام احتكار «نظرية الاحتمالات» لمسألة «اللاتيقن» حتى ظهرت إلى الوجود «ميو الجديدة» بقيمتها اللانهائية، بداية من الصفر وانتهاءً بالواحد الصحيح.... وكانت «ميو» هذه هي دالة الانتماء التي تصف الفئات الغائمة. ورأينا أداة ذهنية جديدة تتأسس للتعامل مع «اللاتيقن» باستخدام اللغة الجديدة، لغة «نظرية الفئات الغائمة»، ولتلقى الأضواء على الجوانب الخفية لـ «اللاتيقن» انطلاقاً من مفهوم «الغيمة» fuzziness ، أى صعوبة وضع حدود فاصلة وقاطعة بين ما نشاهده في الواقع من ظواهر وكيانات، وما نضفيه عليها من صفات. واشتركت الأداتان الذهنيتان ، «نظرية العشوائية» و«نظرية الغيمية»، في تعبيرهما عن لاتيقن الواقع بواسطة أعداد تتراوح قيمتها ما بين الصفر والواحد الصحيح (أى [0 , 1]) ، إلا أنهما بعد ذلك افترقا، كل لحال سبيله، فحدوث أمر ونقيضه في نفس الوقت هو أمر مستحيل من منظور «العشوائية» (*) ونظريتها «نظرية الاحتمالات»، ولكنه أمر مقبول من منظور «الغيمية»، بل هو نقطة البداية لنظريتها «نظرية الفئات الغائمة».

ولما كان اختلاف الرأي لا يفسد للود قضية، فإن «الغيمية» قد تركت لـ «العشوائية» أمر تحديد وقياس إمكانية وقوع حدث ما من عدمه، لتختص هي بوصفه حال وقوعه، أى أنها احتفظت لنفسها بحق الإجابة على أسئلة من قبيل:

* ما هي درجة ونوع اللاتيقن المصاحب للحدث (أو الكيان) ؟

* إلى أى حد يمكننا تمييزه عن غيره من الأحداث (أو الكيانات) الأخرى الموجودة ؟

فعلى سبيل المثال تعبر الجملة الخبرية «يحتمل سقوط أمطار غزيرة صباح الغد بنسبة ٣٠٪» عن احتمال وقوع حدث غائم.. أى أنها تنطوي على وصف لـ «لاتيقن مركب» تتعامل مع مكونه الأول ، أى احتمال وقوعه، «نظرية الاحتمالات» وذلك بتحديد نسبة وقوعه بـ «30%»، وتتعامل مع مكونه الثانى، أى صفته حال وقوعه، «نظرية الفئات الغائمة» وذلك باستخدامها «غزير» كوصف غائم له.

ولم تكن «ميو الجديدة»، أى دالة الانتماء للفئات الغائمة، مجرد حيلة رياضية ابتدعها لطفى زادة للتغلب نواقص المنطق التقليدى بشتى صورته، ولكنها كانت تعبيراً بليغاً عن «الإدراك (الحسى) الذاتى» Subjective perception للإنسان، ونموذجاً

(*) هذا نتيجة طبيعية لقانون الثالث المرفوع .

بالغ الجودة للطريقة التي يدرك بها «أصناف» categories الموجودات. فلقد بينت تجارب علم النفس أن هناك تمايزاً بين العناصر النقية (المركزية) المنتمية لصنف من الأصناف والعناصر الأقل نقاء (الهامشية)، فللون الأحمر على سبيل المثال، درجات عديدة تدرج من الأحمر بالغ النقاء (اللون الأحمر المركزي) إلى تلك الألوان التي يدخل الأحمر في تكوينها بدرجة أو أخرى (الألوان الحمراء الهامشية). وقد بينت هذه التجارب أن زمن الرد على سؤال من قبيل: «ما هو لو هذا الشيء؟» تقل كثيراً كلما ازداد نقاء لونه، وما ينطبق على اللون ينطبق على أى صفة من الصفات المستخدمة فى تصنيف الأشياء وتمييزها بعضها عن البعض، أى أن مسألة تحديد انتماء شئ ما لصنف بعينه ليست مسألة «نعم» أو «لا»، بل هى مسألة درجة وتدرج.

ويبقى سؤال أخير عن كيفية تعيين دالة الانتماء المتعلقة بموضوع ما. وهنا تتعدد الطرق والأساليب التى من أبرزها طريقة «التمثيل (ضرب الأمثلة)» -Exemplification التى اقترحها لطفى زادة. وتقوم هذه الطريقة على عرض الشئ المراد إنشاء فئة غائمة للتعبير عن أحد صفاته على مجموعة من الأشخاص، وسؤالهم عن تقديرهم لهذه الصفة. وانطلاقاً من تقديراتهم التى تأخذ شكل تعبيرات لغوية يمكن تحديد قيم دالة انتماء الفئة الغائمة التى تعبر عن الصفة موضوع الاهتمام، وذلك بتحديد قيمة عددية لكل من تلك التعبيرات اللغوية. فعلى سبيل المثال إذا رغبت فى تحديد دالة الانتماء لفئة غائمة لصفة «الطول»، يتم عرض شئ ذى ارتفاع معين ويطرح على بعض الأشخاص السؤال التالى: «هل يعتبر ارتفاع هذا الشئ فى نظرك طويلاً؟». والإجابة المتوقعة فى هذه الحالة تأخذ التعبيرات اللغوية التالية:

«بالقطع نعم»، «إلى حد ما»، «بالكاد»، «ليس تماماً»، «بالقطع لا»

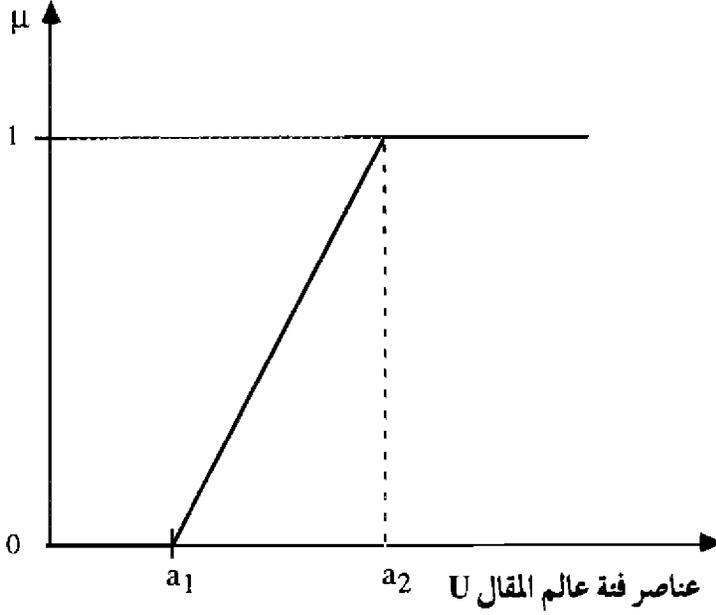
وهى التعبيرات التى يمكن ترجمتها للقيم العددية التالية:

بالقطع لا	ليس تماماً	بالكاد	إلى حد ما	بالقطع نعم
0	0.25	0.5	0.75	1

لتمثل قيم دالة الانتماء للفئة الغائمة المعبرة عن صفة «الطول».

وهناك العديد من الأشكال القياسية لدالة الانتماء التى يمكن تكييفها طبقاً للمسألة قيد الاهتمام. فعلى سبيل المثال يمثل الشكل (٢-٣) إحدى الصور القياسية لدالة انتماء تعبر عن صغر قيم الصفة التى تمثلها الفئة الغائمة. وبالمثل

تمثل المعدلة التالية إحدى دوال الانتماء القياسية المعبرة عن كبير قيم الصفة التي تمثلها الفئة الغائمة.



$$\mu(x) = 0 \quad , 0 \leq x \leq a_1$$

$$= \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \quad , a_1 \leq x \leq a_2$$

$$= 1 \quad , a_2 \leq x$$

شكل (٢-٣): التمثيل الجرافيكي لفئة غائمة تعبر عن «الكبير»

الفصل الثالث

منطق الغيوم



٣-١ روعة الغموض

«النور الوهاج كالظلام الدامس، لا يبيح للعيون
قدرة الرؤية».



محمد مستجاب (*)

«.. فتانا شطة، صبي يافع له من العمر اثنا عشر
عاما، دفعته ظروفه الاجتماعية الصعبة إلى ترك
المدرسة الابتدائية ينغمس في معترك الحياة. وفتانا هذا
تراه صبيحة كل يوم وهو يخترق بدراجته المتهاكة
تلك الشبكة بالغة التعقيد من وسائل المواصلات
والتي يطلق عليها القاهريون اسم ميدان العتبة. والأمر
المخير حقا هو تلك البراعة والرشاقة التي يعبر بها فتانا

الميدان حاملا فوق رأسه طاولة من العيش البلدى الساخن، لزوم إفطار العديد من
قاطنى المنطقة، ولا يلقي فتانا بالا إلى تلك المواقف الصعبة التي يقابلها في رحلته
الصباحية. وهى، والحق يقال، متعددة ومتجددة لا تعرف طبيعتها التكرار. فما تفادى
عربة ترام تهادى بجسدها الممتلى وتضاريسها «الركابية».. ولا تجنب عربة لورى
مزهوة بقدرتها على السرعة وهى محملة بأطنان من «الأمن الغذائى».. ولا كيفية
إخراج سائق عربة كارو من تأملاته الحياتية... إلا بعض منها. ولا تشغل مواجهة كل
هذه المواقف فتانا عن أداء طقوس مشواره اليومي المعتادة. فنراه وهو يلقي بتحية
الصباح لجرسون أحد تلك المقاهى المنتشرة فى الميدان بمجرد أن يلمح وجهه التى
تطمس تقاطيعه أثرية المقطم المتزجة بزفرات صدور أتوبيسات النقل العام، التى تسهم
بهمة فى حدة أزمة الطاقة العالمية. وتراه مستمتعا بالدخول فى قافية حامية الوطيس مع
أحد الزوائد البشرية لأتوبيس ينتظر بضجر ظهور لون إشارة المرور الحمراء ليستمتع
بكسرها... وبالرغم من «بشرف» الضوضاء الذى تعزفه جوقة الميدان، وبسياراتها
وناسها، يتمكن من تمييز صوت صديقه العجوز الذى شوهدت سنوات شرب الحمية
الطوال أغلب نغمات حباله الصوتية فأضحى فحيحا تزينه الخرفشات..».

يحمل لنا المشهد السابق بعضا من القدرات الفائقة التى يتمتع بها بنى البشر
وتفتقدها مصنوعات الإنسان، مادية كانت أو معنوية، وليست مهارات فتانا شطة
الحركية، وهى عديدة، وهى بيت القصيد، بل هى قدرات عقله التى تلفت الانتباه
وطبيعة المنطق الذى يتبعه فى التعامل مع مجريات أمور واقعة بالغ التشوش والتعقيد.
فَعقله قادر على تمييز الأصوات وإن تشوهت، وعلى التعرف على الصور وإن
طمست. وهو أيضا يتمتع بالبديهة الحاضرة التى تعنى القدرة على ابتكار الحلول

(*) كلمات لها معنى، مجلة العربى، العدد ٤٤٥، ديسمبر ١٩٩٥، ص ١٢٣.

المبتكرة، ومواجهة المواقف غير المسبوقة، والرد السريع على الأسئلة غير المتوقعة،... فلا يوجد حتى الآن حاسوب قادر على الدخول في قافية...!. وبالرغم من استخدام العقل البشري لتعبيرات لغوية تعوزها الدقة وعبارات تفتقر إلى القطع ويلفها الغموض، إلا أنه قادر على التجريد والتعميم وعلى استنباط القاعدة وصياغة القانون.

ولا يحتاج الإنسان لإنجاز المهام إلى دقة فائقة، فعلى سبيل المثال يتمتع المصريون بمقدرة فائقة على «ركن» سياراتهم في أمكنة الانتظار مهما تضاعل الحيز المتاح، وهم لا يجدون صعوبة كبيرة في إنجاز هذا الفعل، حيث إن موقع السيارة واتجاهها في الحيز المتوفر ليسا محددتين بدقة بالغة، أي بالاستيمتر والدرجة على سبيل المثال. وبالطبع كلما تزايدت دقة تحديد موقع ركن السيارة واتجاهها، كلما ازدادت صعوبة عملية ركنها، إلى أن تصبح في النهاية عملية غير قابلة للتنفيذ. وتقدم لنا مشكلة ركن السيارة هذه مثالا للمشاكل التي يسهل حلها بصياغتها صياغة غير دقيقة، أي أن التسامح إزاء «عدم الدقة» Imprecision و«اللاتيقن» un-certainty هو أمر لا مفر منه لتصرف شعون الحياة، وقدرة عقل الإنسان على استغلال هذا التسامح هي التي تجعله قادرا على فهم الأصوات المشوشة، وقراءة الخطوط غير الواضحة، والتعرف على الصور المطموسة، وقيادة سيارته أو عجلته في الميادين المزدحمة، وعبور الشوارع الغاصة بشتى أنواع وسائل المواصلات، وهي التي تمكنه من اتخاذ قرارات صائبة في بيئة مشوشة ومعقدة وذائخة باللاتوقعات.

ولقد صاغ لطفى زادة هذه البيهيات على هيئة مبدأ عام يعرف بـ «مبدأ اللاتوافق لزادة» Zedeh's Principle of Incompatibility. وينص هذا المبدأ على أنه:

«بازدياد تمقد المنظومة أو الظاهرة قيد الدراسة، تتناقص قدرة الإنسان على وصف سلوكها بعبارات وصيغ «دقيقة» وتكون في الوقت نفسه «ذات مغزى»، وذلك إلى الحد الذي يصبح بعده اجتماع هاتين الخاصيتين، «الدقة» و«المغزى»، أمرا غير ممكن».

ولهذا المبدأ لاحقة Corollary هامة تنص على أنه:

«بقدر ما تزداد نظرتنا لمشاكل الواقع اقترابا، بقدر ما تنغم (*) علينا حلولها»

وهذا بالضبط ما تفعله لغة الإنسان الطبيعية باستخدامها ألفاظا وعبارات من قبيل: «يعنى»، و«يمكن»، و«إلى حد ما»، و«من المحتمل»، «ربما».... ولا يؤثر وجود مثل هذه التعبيرات في اللغات البشرية الطبيعية، على قدرتها الفائقة على التعبير عما يدور في أذهان الناطقين بها من أفكار وتصورات، ولا على تبادلها مع الآخرين. بل على

(*) غم الشيء، غما: غطاه وستره. وغم عليه الخبر استبهم واستعجم.

العكس من ذلك فإن تلك التعبيرات تزيد من كفاءة وقدرة هذه اللغات وتكسيهه مرونة فائقة وثراء لا حدود له.

وهكذا تسفر لنا الحياة عن منطقتها الذى يتقبل عن طيب خاطر عدم الدقة والغموض واللاتيقن والإبهام ويتعامل معها بكفاءة بالغة. وهنا يكمن عجز المنطق التقليدى عن التعامل مع ثراء معطيات الواقع، نظرا لعدم قدرة صيغه وتعبيراته الصارمة وبالغة الانضباط على تمثيل المعانى غير الدقيقة والمبهمة التى تذخر بها لغات الإنسان الطبيعية من ناحية، وحتى لو تمكنت صيغه من تمثيل هذه المعانى تمثيلا رمزيا فإنه يفتقر للأساليب الضرورية لاستخلاص النتائج المطلوبة منها من ناحية أخرى. وإذا كان هذا هو حال المنطق التقليدى، ثنائى القيم ومتعددها، فإنه يصبح من الضرورى البحث عن منطق جديد يتجاوز أوجه قصوره ويقترّب أكثر من منطق الحياة.

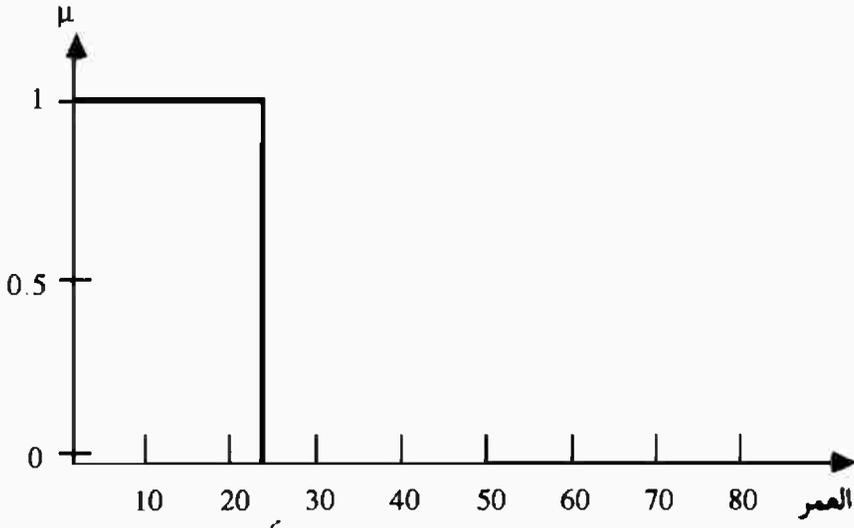
٣-٢ المتغيرات اللغوية

يلعب مفهوم «المتغير» Variable دوراً رئيسياً فى مختلف فروع الرياضيات والمنطق. و«المتغير» هو «حرف» أو «كلمة» تستخدم لتسمية واحدة من الخصائص المميزة للموضوع المطلوب وصفه. فإذا كان موضوعنا هو الإنسان فإننا نستخدم خصائص مثل: «الطول» (و)، و«الوزن» (ز) و«العمر» (ع)، و«لون البشرة» (ل)، و«الجنس» (ج)، لوصفه. وهذه الكلمات، أو الرموز التى تحل محلها، ليس إلا تسميات للخصائص المميزة لموضوع الدراسة، وهو فى هذه الحالة الإنسان، إلا أن تعريفنا للمتغير بوصفه «خاصية مسماة» لا يكتمل إلا بذكر استخدامه كحافظ لـ «القيم»، فأى من تلك المتغيرات، فى حقيقة أمره، يمثل العديد من القيم المحتملة له، فمتغير «الطول» يمثل كافة القيم المحتملة لطول الإنسان، مثل ١٥٠ سم، ٩٠ سم، ١٧٥ سم، ... ومن ثم يمكنه أن يأخذ أى قيمة منها تصف الكيان الموصوف. أما متغير «لون البشرة» فيأخذ قيما من قبيل «أبيض»، «مائل للبياض»، «قمحى»، «أسمر»، ... وطبيعة المتغير كحامل القيم هى التى تمكنا من استخدامه فى التمييز بين كيان وكيان آخر.

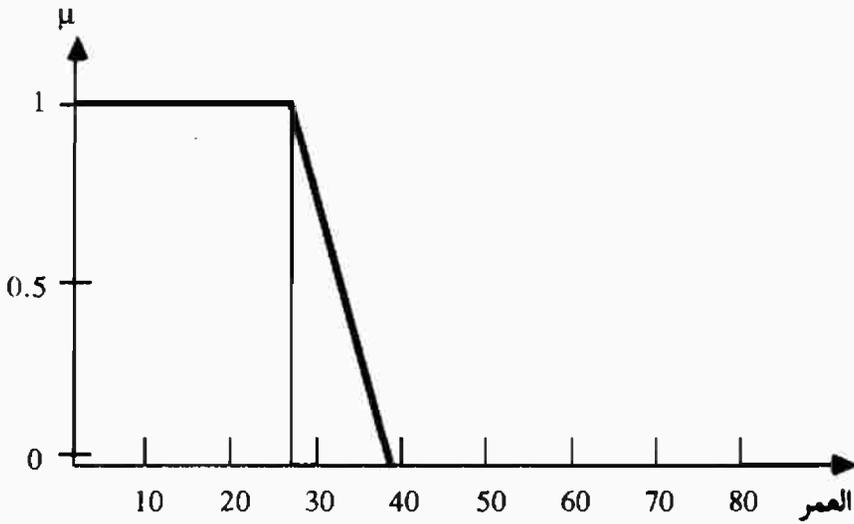
وعلى الرغم من تنوع طبيعة القيم التى يمكن لمتغير ما أن يمثلها ما بين عددة ولغوية، إلا أن الرياضيات والمنطق التقليدى قد قصرا دراستهما على نوعين فقط من أنواع المتغيرات: النوع الأول من «المتغيرات العددية» التى تأخذ قيما عددية فقط، أما النوع الثانى فهو «المتغيرات المنطقية» التى تنحصر قيمها فى قيمتين فقط هما: «كاذب» (ك) و«صاديق» (ص). ويبقى النوع الثالث «المتغيرات اللغوية» فى انتظار

المنظومة العقلانية التي تهتم بها هي الأخرى. وكانت هذه المنظومة المنتظرة هي منظومة المنطق الجديد «المنطق الغائم» Fuzzy Logic التي سنعرض للملاحها في القسم التالي.

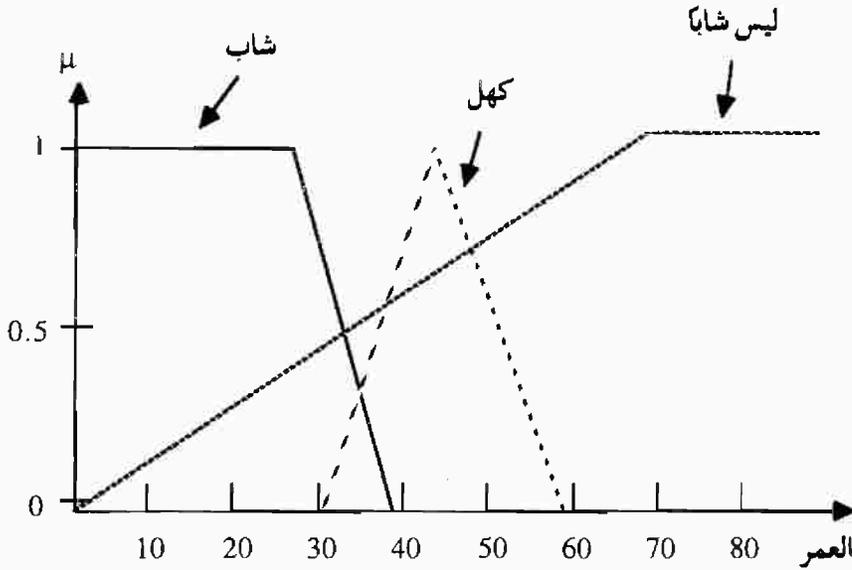
و«المتغيرات اللغوية» هي المتغيرات التي يعبر عن قيمها المختلفة بواسطة كلمات أو عبارات اللغات الطبيعية للإنسان، أى كـ «قيم لغوية»، مثل متغير «لون البشرة» على سبيل المثال. وإذا كانت قيم متغير «لون البشرة» هي قيم لنزيرة في الأساس، فإن هناك العديد من المتغيرات التي يمكن التعبير عن قيمها بأكثر من طريقة. فعلى سبيل المثال يمكن التعبير عن قيم متغير «العمر» عددياً بتخصيص عدد معين لبيان عدد سنين العمر، مثل ٥ أو ١٠ سنوات، أو ٢٠ أو ٦٥ أو ٤٠ سنة. وبالطبع تنتقى هذه الأعداد من الفئة التي تحتوى على كل الأعداد ما بين الصفر وأكبر عمر محتمل للإنسان، أى الفئة الكونية لأعمار بنى البشر. وبالطبع فإن هذه الطريقة لوصف أعمار بنى البشر طريقة دقيقة ومحددة، إلا أن الإنسان لا يلجأ إليها فى أغلب الأحيان عندما يرغب فى وصف عمر شخص ما، ففى العادة يلجأ الإنسان لاستخدام عبارات لغوية من قبيل ... فى «صغير»، «ليس صغيراً»، «كبير»، «ليس كبيراً»... وهلم جرا، أو من قبيل فى العشرينات، فى الثلاثينات... إلخ. أى أن الإنسان يستخدم عند تقديره لعمر شخص ما أسلوباً غير دقيق وغير محدد. فوصفنا لشخص ما بأنه «شاب» قد يعنى عند البعض من يقل عمره عن ٢٥ سنة، بينما يعتبر البعض الآخر أن هذا الوصف يشمل أيضاً من يقل عمرهم عن الأربعين سنة. وهذا «التفاوت» (أو «اللاتحديد» أو «الغميمية») المصاحب لوصفنا عمر الإنسان لغوياً يمكن تمثيله على أكمل وجه باستخدام الفئات الغائمة. ويوضح الشكل (٣-١) الفئة المحددة التي تقصر مفهوم كلمة «شاب» على من نقل أعمارهم عن ٢٥ سنة، بينما يوضح الشكل (٣-٢) الفئة الغائمة التي تمثل مفهوم «شاب» آخذة فى الاعتبار تفاوت وتحديد التقديرات المختلفة لعدد سنوات هذه الصفة. وهكذا يمكن إنشاء العديد من الفئات الغائمة التي تعبر كل منها عن إحدى مراحل العمر وذلك انطلاقاً من أوصافنا اللغوية لها، مثل: صغير، ليس صغيراً، كبير، ليس كبيراً... وهلم جرا. بالطبع يمكننا الاستعانة بالقواعد الصرفية للفئات الغائمة (انظر القسم ٢-٢) لتكوين الفئات الغائمة المناظرة لقيم المتغيرات اللغوية. فعلى سبيل المثال يمكن حساب الفئة الغائمة «ليس شاباً» بوصفها الفئة الغائمة «المتمة» للفئة الغائمة «شاب» (الشكل ٣-٣). ومن هذا المنطلق يمكن اعتبار استخدام «المتغيرات اللغوية» بمثابة أسلوب من أساليب «ضغط البيانات» Data compression، أو «حببتها» granulation [٨].



شكل (٣-١) : مخطط الفئة المحددة لصفة «شباب»
(كل من يساوي عمره ٢٥ سنة أو أقل)



شكل (٣-٢) : مخطط الفئة الغامضة لصفة «شباب»
(من يتراوح عمره بين صفر و٤٠ سنة)



شكل (٣-٣): الفئات الغائمة الممثلة لبعض مراحل العمر المختلفة

ويمكن تكوين قيم المتغيرات اللغوية باستخدام كل من:

* «حدود أولية» Primary terms من قبيل: صغير، كبير، ...، والتي تعتبر كل منها بمثابة «عنوان» لفئة غائمة من فئات عالم المقال (أى الفئة الكونية المحددة التي تحتوي على كافة القيم الممكنة لعمر الإنسان).

* «الروابط المنطقية» مثل «ليس» (النفي) (Negation)، «و» (الوصل) (Conjunction) و «أو» (الفصل) (Disjunction).

* «معدلات» modifiers («مسوحات» Hedges) من قبيل: ليس تماماً، إلى حد ما، كثير.

٣-٣ المنطق الجديد

والآن وبعد أن عرضنا لمفهوم «المتغيرات اللغوية» التي استحدثتها لطفى زادة واستخدم فئاته الغائمة في تمثيلها، يحين وقت التساؤل عن كيفية استخدامها في تصريف الأمور. وهنا يتقدم للإجابة على هذا التساؤل المنطق الجديد «المنطق الغائم» Fuzzy Logic الذي يهدف إلى «نمذجة» وصياغة أساليب «الاستدلال غير الدقيق» imprecise reasoning التي غالباً ما يستخدمها الإنسان في حياته اليومية فتمكنه من التصرف الكفاء والفعال والحكيم في بيئته المقعمة بالأحداث المبهمة والظواهر المشوشة، ويكمن السر في نجاح الإنسان الملحوظ وقدرته الفائقة على استنتاج إجابات تقريبية وإيجاد حلول غير مثالية، ولكنها فعالة لما قد يطرح عليه من أسئلة أو يواجهه من مواقف طارئة، وذلك انطلاقاً من معارفه وخبراته السابقة التي

غالباً ما تكون، هي الأخرى، غير دقيقة وغير مكتملة. فعلى سبيل المثال لا يلقى الإنسان مشقة في الإجابة على أسئلة من قبيل:

* إذا كان الانتقال بالسيارة من شبرا إلى العباسية يتطلب (في العادة) (حوالي) نصف ساعة، ومن العباسية إلى مدينة نصر ثلاث ساعة (تقريباً)، فكم من الوقت إذن يستغرقه الانتقال من شبرا إلى مدينة نصر عبر العباسية؟

* إذا كان (أغلب) قاطني حي جاردن سيتى من (مرتفعى الدخل)، وكان عاى من قاطني هذا الحي، فإهو تقديرك لمستوى دخل على؟

* تستهوى ذوات الشعر الأصفر والعيون الملونة (معظم) الرجال المصريين، وشربن تتمتع بهاتين الميزتين، أترأها ستلفت انتباه على؟

ولكن ما هو المقصود من عبارة «المنطق الغائم»؟... وما الذى تنطوى عليه من معان ومضامين؟. يجب البعض على هذه التساؤلات بأن «المنطق الغائم» هو منظومة منطقية تهدف إلى صياغة «الاستدلال التقريبي» Approximate reasoning «صياغة مقننة» Formal، وهو من هذا المنظور يعتبر سليل المنطق متعدد القيم الذى عرضنا له فى الفصل الأول. ولكنه، وبالرغم من صلة الرحم هذه بالمنطق متعدد القيم، فإنه يتميز عنه باحتوائه على مفاهيم جديدة لم يتعرض لها سلفه من قريب أو بعيد مثل: «المتغيرات اللغوية»، و«القواعد الشرطية القائمة». وينظر البعض الآخر للمنطق الغائم بوصفه «نظرية للأشياء (الأصناف) ذات الملامح المبهمة وغير المحددة»، أى أن حدوده تتطابق مع حدود «نظرية الفئات القائمة». ويعتبر أصحاب هذه النظرة أن «الصياغة المقننة للاستدلال التقريبي» ليست إلا إحدى فروع نظرية عامة، وأكثر شمولاً للتعامل مع الغموض والإبهام وعدم الدقة فى إدراك الإنسان لواقعه وفى أساليب تعبيره المختلفة عن هذا الإدراك، أى «نظرية الفئات القائمة». واليوم تلقى هذه النظرة الأكثر شمولاً للمنطق الغائم قبولا لدى المهتمين به على الصعيدين النظرى والعملى.

ويتمتع المنطق الغائم بالعديد من الصفات التى تميزه عن المنطق التقليدى، سواء كان ثنائى القيم أو متعددتها، ومن أبرز هذه الصفات التالية [٩]:

* إمكانية التعبير عن تدرج درجة مصداقية القضايا (أى الاتصال مقابل التقطع)

تقتصر قيم صدق أى «قضية» proposition من القضايا المنطقية من منظور المنطق التقليدى ثنائى القيم؛ على قيمتين فقط هما «صاىق» (ص) و«كاذب» (ك)، تشكلان سوياً عناصر فئة قيم مصداقية (أحكام) هذا المنطق، أى أن:

$$T_2 = \{0, 1\}$$

بينما تتعدد قيم صدقها في النظم المنطقية متعددة القيم طبقا لرتبتها. ففئة أحكام المنطق «ثلاثي القيم» هي:

$$T_3 = \{0, 1/2, 1\}$$

وبالنسبة للمنطق «رباعي القيم» هي عناصر الفئة المحددة التالية:

$$T_4 = \{0, 1/3, 2/3, 1\}$$

أما بالنسبة للمنطق «خماسي القيم» فهي عناصر الفئة المحددة:

$$T_5 = \{0, 1/4, 1/2, 3/4, 1\}$$

وهكذا بالنسبة للنظم المنطقية الأعلى رتبة.

وبالرغم من تزايد عدد قيم مصداقية (أحكام) المنطق التقليدي بارتفاع رتبته، إلا أنها تبقى قيماً متقطعة تقفز من قيمة إلى التي تليها متجاوزة ما قد يكون بينهما من قيم. وعلى عكس هذا فإن المنطق الغائم يسمح بتدرج هذه القيم والتعبير عنها لغوياً. فعلى سبيل المثال إذا نظرنا للجملية الخبرية (القضية proposition) التالية:

عمرو صغير

لوجدنا أن المنطق التقليدي ثنائي القيم يعبر عن مصداقيتها كما يلي:

(عمرو صغير) قضية (صادقة)

[أى أن قيمة صدقها 1 ، عاكسة بذلك صواب العبارة المطلق]

(عمرو صغير) قضية (كاذبة)

[أى أن قيمة صدقها 0 ، عاكسة بذلك خطأ العبارة المطلق]

بينما يعبر المنطق الغائم عن مصداقيتها بالطرق التالية:

(عمرو صغير) قضية (صادقة)

(عمرو صغير) قضية (صادقة بالكاد)

(عمرو صغير) قضية (صادقة إلى حد ما)

(عمرو صغير) قضية (صادقة.....)

.....

.....

(عمرو صغير) قضية (كاذبة)

(عمرو صغير) قضية (كاذبة جداً)

(عمرو صغير) قضية (كاذبة.....)

.....

أى أن المنطق الغائم يوفر لمستخدمه عددا غير محدود ومتدرجا لمصادقية أى قضية مطروحة.

* إمكانية التعامل مع محمولات غائمة

يمكن كتابة القضية (الجملة الخبرية)

عمرو صغير

على الهيئة التالية (الهيئة الحملية):

صغير (عمرو)

وهى الهيئة التى تفصل بين «موضوع» Object القضية، وهو فى حالتنا هذه «عمرو»، أى الكيان الذى يحكم له بثبوت شىء، وبين «محمولها» Predicate، وهو فى حالتنا هذه «صغير»، أى ما يحكم بثبوت لموضوع القضية أو صفته. وتتيح لنا هذه الهيئة، الهيئة الحملية، التركيز على محمل القضية بغض النظر عن موضوعها إذ يمكن كتابة هذه القضية على الصورة العامة التالية:

صغير (س)

حيث ترمز س إلى أى موضوع نرغب فى وصفه بالصغر. وصفة الصغر هذه وغيرها، أى محمول القضية، يمكن تمثيلها كفئة غائمة من الفئة الغائمة التى تكون الفئة الكونية لعمر الإنسان.

* تنوع وتعدد المقيدات (المكلمات)

يستخدم المنطق التقليدى كلمتى «كل» و«بعض» للتعبير عن مدى تمتع أفراد موضوع قضية ما بالخاصية التى يعبر عنها محمولها. فعلى سبيل المثال إذا تأملنا الجملة الخبرية التالية::

كل إنسان فان

أو صورتها الحملية

{ كل } فان (إنسان)

لوجدنا أنها تعبر عن انطباق صفة «الفناء» على كل بنى البشر. وبالطبع فإننا نستشف هذه العمومية من وجود كلمة «كل». أما إذا نظرنا للجملية الخبرية التالية:

بعض الحيوانات أليفة

أو صورتها الحملية

{ بعض } أليف (حيوان)

لتبيننا من وجود كلمة «بعض» أن صفة الألفة هذه لا تنطبق إلا على بعض الحيوانات فقط وليس كلها .

وتعرف هاتان الكلمتان، «كل» و«بعض»، في لغة المناطقة بالـ «مقيّدات» أو بالـ «مكمّات» Quantifiers. ولا يتيح المنطق التقليدي، أيًا كانت رتبته، سوى هذين المقيدين. وعلى العكس من هذا يوفر المنطق الغائمي، بالإضافة إليهما، تشكيلة من المقيّدات التي تمكن الإنسان من وصف معطيات واقعه المتنوعة بشكل أكثر واقعية من قبيل: «أغلب»، «حوالي»، «معظم»، «العديد»، «في العادة»، «دوماً»، «أحياناً»،

* القدرة على تمثيل «معدلات المحمول»

عند سؤال أفراد جماعة ما عن رأيهم في جمال فتاة ما، ولنمنحها اسم سارة، فإن إجاباتهم قد تأخذ الصورة التالية:

سارة جميلة

سارة جميلة (جداً)

سارة جميلة (إلى حد ما)

سارة جميلة (للغاية)

سارة جميلة (قليلاً)

سارة (ليست) جميلة

أى أن صفة الجمال (محمول القضية) التي يحكم بثبوتها من عدمه لسارة

(موضوع القضية) تتفاوت شدتها من شخص لآخر. وهو التفاوت الذى تعكسه الكلمات والعبارات التالية: «جلداً»، «إلى حد ما»، «للمغاية»، «قليلاً»، «ليست». وهذه الكلمات وغيرها تعرف بـ «معدلات المحمول» predicate-modifier. ويتميز المنصق الغائم بقدرته على التعبير عن هذه المعدلات، سواء كانت ممثلة بواسطة فئات محددة أو فئات غائمة.

* تعدد وتنوع موصفات القضايا

توصف القضايا، من منظور المنطق التقليدى، بادئ ذى بدء بتعيين قيمة صدق القضية المطروحة، أى كونها صادقة أو كاذبة. وبالإضافة إلى هذا التوصيف يوجد «التوصيف الحدوثي» Modal qualification لها، الذى يقرر مدى إمكانية حدوثها ويتم إبرازه باستخدام كلمات مثل: «ممكن»، و«ضروري»؛ و«التوصيف الاعتقادي» Intentional qualification الذى يحدد طبيعة اعتقاد قائلها فيها، وتبرزه كلمات مثل: «يعرف» و«يعتقد»، وتتضح هذه الجوانب الوصفية الثلاثة من تأمل العبارة التالية:

(من المعروف) أن (الجو سيكون ممطرا) هو أمر (محتمل)

فالجمله الخبرية «الجو سيكون ممطرا» هى القضية (الجمله الخبرية) التى لها قيم صدق، بينما تصف عبارة «من المعروف» الحالة الاعتقادية لها، أما كلمة «محتمل» فتصف درجة حدوثها.

ويوفر المنطق الغائم ثلاثة أشكال رئيسية لتوصيف القضايا - modes of qualifications، فعلى سبيل المثال إذا اعتبرنا القضية التالية:

الدنيا ربيع

فإن أشكال توصيفها الثلاثة، طبقا للمنطق الغائم، تصبح كما يلي:

* توصيف المصدقية truth-qualification

(الدنيا ربيع) (ليست صحيحة تماما)

حيث تعبر العبارة «ليست صحيحة تماما» عن قيمة صدق القضية «الدنيا ربيع».

* توصيف الاحتمالية probability-qualification

(الدنيا ربيع) (غير محتمل)

حيث تعبر عبارة «الدنيا ربيع» عن قدر احتمال حدوث القضية.

* توصيف الإمكانية possibility-qualification

(الدنيا ربيع) (ليست صحيحة تماما)

(الدنيا ربيع) أمر (غير ممكن إلى حد كبير)

حيث تصف عبارة «غير ممكن إلى حد كبير» قدر إمكان حدوث القضية.

٣-٤ الاستدلال بالكلمات

والآن وبعد أن عرضنا لمفهوم «المتغيرات اللغوية»، هذا المفهوم الذى استحدثه لطفسى زادة واستخدم فئاته الغائمة في التعبير عنه، لينشئ بذلك لغة رياضية جديدة تقترب أكثر من واقع الحياة؛ وبعد أن قدمنا للقارئ المنطق الجديد، «المنطق الغائم»، هذه الآلة الذهنية المستحدثة خصيصا للتعامل مع المتغيرات اللغوية، وعرضنا لملامحه الخاصة التى تميزه عن المنطق التقليدى بمختلف رتبته؛ يحين وقت التساؤل عن كيفية استخدام هذه الآلة الذهنية فى التعامل مع المتغيرات التى تصف أحداث الواقع وكياناته لنستخلص منها ما قد ينفعنا فى التعامل معها. إنه إذن السؤال عن كنه وطبيعة «الاستنتاج الغائم Fuzzy Inference»، هذا النوع من أنواع الاستنتاج المختلفة الذى يسعى إلى محاكاة ما يستخدمه عقل الإنسان من آليات لتقصى الحقائق ولاتخاذ القرارات. ويقوم «الاستنتاج الغائم» على قاعدتين:

* قاعدة الاستلزام الغائم Fuzzy Implication

* قاعدة التركيب للاستنتاج Compositional Rule of Inference

وهما القاعدتان التى سنتعرض لهما تفصيلاً قبل عرض بعض الأمثلة التطبيقية للاستنتاج الغائم مثل «مشاعر الخطيب الخائب» و«الطيب الخائر».

قاعدة الاستلزام الغائم

يعرف النحاة الجملة الشرطية أو (الأسلوب الشرطى) بأنها كل ما اتخذ الهيئة

التالية:

أداة الشرط	جملة الشرط أو موضوعه	رابطة الجواب	جواب الشرط أو محموله
(١) إذا	(مرضت)	فـ	(أذهب إلى الطبيب)
(٢) من	(أفشى سرنا)	فـ	(ليس مننا)
(٣) إن	(خالفتني)	فـ	(لن تال هديتي)
(٤) إذا	(سخن الحديد)	(تمدد)
(٥) إن	(تعمل)	(تنجح)
(٦) من	(جد)	(وجد)
(٧) متى	(يأت الصيف)	(تردحم الإسكندرية)
(٨) حيثما	(يجر النيل)	(تخصب الأرض)
(٩) كيفما	(تعامل الناس)	(يعاملوك)

وكان الأسلوب الشرطي المستخدم في اللغات الطبيعية هو النموذج الذي استلهمه المناطق، بعد أن بسطوه وجردوه، ليصوغوا على غرار إحدى قواعدهم الشهيرة لإستخلاص الحقائق، وهي صيغة «الاستلزام» Implication التي تأخذ الهيئة التالية:

IF P THEN Q

Q — P إذا

كما يمكن كتابتها على الصورة الرمزية التالية:

$P \Rightarrow Q$

حيث P جملة خبرية (قضية) تعرف بـ «المقدم» Antecedent ، و Q جملة أخرى (قضية) تعرف بـ «اللازم» Consequent ، وحيث يعبر الرمز (\Rightarrow) عن الصيغة (إذا ... فـ). وبالطبع تنحصر قيم صدقية كلي من القضيتين P و Q ، من منظور المنطق التقليدي، في قيمتين فقط، فأى منهما إما أن يكون كاذبا مائة في المائة، أو أن يكون صادقا مائة في المائة. وهكذا تبرز مرة أخرى مسألة تدرج الخطأ والصواب التي تنبدي في التعبيرات اللغوية، ويعجز عن تمثيلها المنطق التقليدي. هذا بالإضافة إلى أن صيغة الاستلزام هذه لا يمكنها تمثيل التنوع الذي يوفره الأسلوب الشرطي اللغوي (تأمل على سبيل المثال «لازم» الجملة رقم (١) المكتوبة بصيغة الأمر، والجملة رقم (٩) التي لا تعبر مكوناتها، أي «مقدمها» و«لازمها»، صراحة عن المقصود من كلمة «التعامل»).

ولا يقتصر عجز صيغة «الاستلزام»، في صورتها التقليدية، على هذا فقط، بل يتعداه ليشمل قدرتها على تمثيل الواقع تمثيلاً صحيحاً. فالمناطقه ينظرون إلى الصيغة $(P \Rightarrow Q)$ بوصفها قضية مركبة من القضيتين الأوليتين (الذريتين atomic) P و Q ، ومن ثم تتوقف قيمة صدقها ككل على قيم صدق القضايا المكونة لها، وذلك طبقاً للجدول التالي:

P	Q	$P \Rightarrow Q$
T (ص)	T (ص)	T (ص)
T (ص)	F (ك)	F (ك)
F (ك)	T (ص)	T (ص)
F (ك)	F (ك)	T (ص)

أى أن القضية المركبة $P \Rightarrow Q$ صحيحة في كافة الحالات إلا في حالة كون «اللازم» كاذب. وهذا بدوره يقودنا إلى مأزق، فالقضية المركبة.

إذا (زققت العصفير في الصباح)

فـ (سيجذب مسلسل ليالى الحلمية أنظار المشاهدين)

في عرف المنطق التقليدي، قضية صحيحة تماماً على الرغم من أنه لا توجد أى علاقة بين زققة العصفير وإعجاب المشاهدين بمسلسل ليالى الحلمية، وهكذا تصبح العبارة السابقة فارغة من المضمون، ومجردة من المعنى، وفاقدة الصلة بما يحدث في الواقع المعيش. إنه وضع شبيه بمن يقول جملة صحيحة نحوية ولكن لا معنى لها في أذهان السامعين.

وجاء المنطق الغائم ليحتفظ بصيغة «الاستلزام» شكلاً، وإن غيرها موضوعاً. فمن ناحية يشترط هذا المنطق وجود علاقة واقعية بين موضوعات القضايا الداخلية في تكوين «جملة الشرطية» (أو «صيغ استلزامه» أو «قواعد إنتاجه»)، أى بين «المقدمات» و«اللوازم». وعليه تصبح الجملة الشرطية السابقة غير مقبولة من منظور المنطق الغائم، لانتفاء وجود أى علاقة بين زققة العصفير وإعجاب المشاهدين بمسلسل ليالى الحلمية. هذا بالإضافة إلى التعدد اللانهائى وتدرج قيم مصداقية هذه القضايا، حيث إنها تأخذ أى قيمة بين الصفر والواحد الصحيح. ومن ناحية أخرى يستخدم المنطق الغائم مفهوم المتغيرات اللغوية في التعبير عن موضوعات القضايا المكونة لجملة الشرطية. فعلى سبيل المثال يمكن باستخدام هذا المفهوم كتابة «صيغ استلزام» (أو «جمل شرطية» أو «قواعد إنتاج») من قبيل:

[١] إذا (كان الجو حاراً) فـ (اجعل سرعة المروحة كبيرة)

[٢] إذا (كان الجو معتدلاً) فـ (اجعل سرعة المروحة متوسطة)

[٣] إذا (كانت المرأة بدينة) فـ (سيحتاج لسعرات حرارية قليلة)

[٤] إذا (كان الرجل نحيفاً) فـ (سيحتاج لسعرات حرارية كثيرة)

وهنا نلاحظ أن القاعدتين الأولى والثانية تستخدمان المتغيرات اللغوية (حاراً ، معتدلاً) اللذين يمكن تمثيلهما كصفات غائمة معرفة على الفئة الكونية لكافة القيم الممكنة لدرجة حرارة الجو، و(كبيرة، متوسطة) اللذان يمكن تمثيلهما كصفات غائمة معرفة على الفئة الكونية لكافة القيم المحتملة لسرعة دوران المروحة. وبالمثل نجد القاعدتين الثالثة والرابعة تستخدمان المتغيرات اللغوية (بدين، نحف) المعروفان على الفئة الكونية لقيم الوزن الممكن للإنسان، و(قليل، كثير) المعروفان على الفئة الكونية التي تضم كافة الأرقام التي يمكن للإنسان استخدامها للتعبير عن الكبز أو الصغر. هذا ويمكن اعتبار مجموع الجمل الشرطية (صيغ الاستلزام، قواعد الإنتاج) التي تعبر عن موضوع بعينه، مثل «ارتباط سرعة المروحة بدرجة حرارة الجو» أو «توقف عدد السعرات الحرارية اللازمة للإنسان على وزنه»، بوصفها عناصر علاقة غائمة بين فئتين كونيتين (انظر القسم ٢-٣). فالقاعدتان الأولى والثانية يمكن اعتبارهما عنصرين من عناصر علاقة غائمة بين فئتين كونيتين: الأولى هي الفئة الكونية التي تضم كافة القيم الممكنة لدرجة حرارة الجو، والثانية هي الفئة الكونية التي تضم كافة القيم المحتملة لسرعة دوران المروحة. وبالمثل يمكن اعتبار القاعدتين الثالثة والرابعة كعنصرين من عناصر علاقة غائمة بين فئتين كونيتين: الأولى هي الفئة الكونية لقيم الوزن الممكن للإنسان، والثانية هي الفئة الكونية التي تضم كافة القيم العددية التي يمكن للإنسان استخدامها للتعبير عن كبر أو صغر شيء ما.

قاعدة التركيب:

تعتبر «قاعدة التركيب للاستنتاج»، التي صاغها لطفى زادة لتكون أداة منضقة للاستدلال بواسطة الكلمات (أو المتغيرة اللغوية)، هي الصورة الأشمل والأعم لإحدى صيغ الاستدلال الشهيرة للمنطق التقليدي والمعروفة بـ «صورة الوضع للاستنتاج الحملى الشرطي» *modus ponens*. ولفهم هذه الصورة سنفترض أنه لدينا الجملة الشرطية (أو صيغة الاستلزام) التالية:

إذا (أمطرت السماء) فـ (ستبتل ملابسك)

التي تعبر عن خبرتنا السابقة عما يحدث عند سقوط الأمطار، وكان الوضع الحالي تتضمنه الجملة الخبرية (أو القضية)
(السماء ممطرة)

فإننا نستنتج على الفور انطلاقاً من خبرتنا السابقة كما تمثلها الجملة الشرطية ومن الوضع الحالي كما تعبر عنه الجملة الخبرية أن:
(ملابسك ستبتل)

هذا ويمكن كتابة عملية الاستدلال المنطقي هذه على «صورة الوضع للاستنتاج الحملّي الشرطي» كما يلي:

(أمطرت السماء) \Leftarrow (ستبتل ملابسك) [صيغة الاستلزام التي تمثل الخبرة السابقة]

(السماء ممطرة) [الجملة الخبرية التي تصف الوضع الراهن]

.....

إذن (ملابسك ستبتل) [النتيجة المستقاة من صيغة الاستلزام والجملة الخبرية]

والآن، وبعد تعريف العلاقة الغائمة R التي تربط بين فئتين كونيتين U و V بوصفها مجموع صيغ الاستلزام (الجملة الشرطية، قواعد الإنتاج) الغائمة بين عناصر هاتين الفئتين والتي تمثل معرفتنا وخبرتنا حول موضوع ما، يمكن صياغة «قاعدة التركيب للاستنتاج الغائم» لغوياً على هيئة السؤال التالي:

كيف يمكن حساب الفئة لغائمة Y المعرفة على V والتي تنشأ نتيجة لوجود العلاقة الغائمة R بين U و V ، وذلك بمعلومية الفئة الغائمة X المعرفة على U ؟

فعلى سبيل المثال إذا علمت العلاقة الغائمة بين وزن الإنسان وعدد السرعات الحرارية اللازمة له (أي مجموع الجمل الشرطية المشابهة للجملتين ٣ ، ٤) وعلم المتغير اللغوي (الفئة الغائمة) الذي يصف وزن شخص ما، فإنه يصبح من الممكن حساب المتغير اللغوي (الفئة الغائمة) الذي يعبر عن قدر السرعات الحرارية اللازمة له.

هذا ويمكن تمثيل قاعدة «التركيب للاستنتاج الغائم» رمزياً على الصورة التالية:

$$Y = X \circ R$$

حيث يعبر الرمز (o) عن «تركيب» (*) كل من الفئة الغائمة X مع العلاقة

(*) (للقارئ الملم بالرياضيات) تشبه قاعدة تركيب علاقتين أو علاقة مع ففة قاعدة ضرب المصفوفات.

القائمة R المعلومات للحصول على الفئة القائمة المجهولة Y. هذا ويمكن التعبير عن هذه القاعدة بدلالة دوال انتماء كل من X و R و Y كما يلي:

$$\mu_Y(y) = \max_{x \in X} \{ \min [\mu_X(x), \mu_R(x,y)] \}$$

فعلى سبيل المثال⁽¹⁾ إذا مثلت دالة الانتماء لعناصر الفئة القائمة X على الهيئة التالية (متجهة أو مصفوفة من ثلاثة أعمدة وصف واحد):

$$X = [0.2 \quad 1 \quad 0.3]$$

ومثلت دالة الانتماء لعناصر العلاقة القائمة R على صورة المصفوفة الثلاثية (ثلاثة أعمدة، ثلاثة صفوف) التالية:

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.9 & 0.2 \\ 0.6 & 1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

فإن حساب دالة الانتماء لعناصر الفئة القائمة Y يتم باستخدام المعادلة:

$$\mu_Y(y_j) = \max_j \{ \min [\mu(x), \mu(r_{ij})] \}$$

فعلى سبيل المثال تتم حساب قيمة دالة انتماء العنصر y_1 من عناصر الفئة القائمة المجهولة Y كما يلي:

$$\begin{aligned} \mu_Y(y_j) &= \max_1 \{ \min [\mu(x), \mu(r_{11})], \min [\mu(x_2), \\ &\quad \mu(r_{21})], \min [\mu(x_3), \mu(r_{31})] \} \\ &= \max_1 \{ \min [0.2, 0.8], \min [1, 0.6], \min [0.3, 0.5] \} \\ &= \max_1 \{ \min [0.2, 0.6, 0.3] \} \\ &= 0.6 \end{aligned}$$

وبالمثل يمكن قيم دالة انتماء بقية عناصر الفئة القائمة المجهولة Y التي يمكن التعبير عنها كما يلي:

$$Y = [0.6 \quad 1 \quad 0.4]$$

(*) ليس من الضروري تتبع عمليات حساب دوال الانتماء، فالقصد هو إعطاء فكرة عن كيفية إجرائها.

أى أن تنفيذ «الاستنتاج الغائم» يتم عبر الخطوتين التاليتين:

* تحديد العلاقة الغائمة بين فئتي عالمي مقال (الفئتين الكونيتين) الموضوع قيد

الدراسة، أى حساب «الاستلزام الغائم» بينهما؛

* حساب النتيجة المطلوبة باستخدام «قاعدة التركيب».

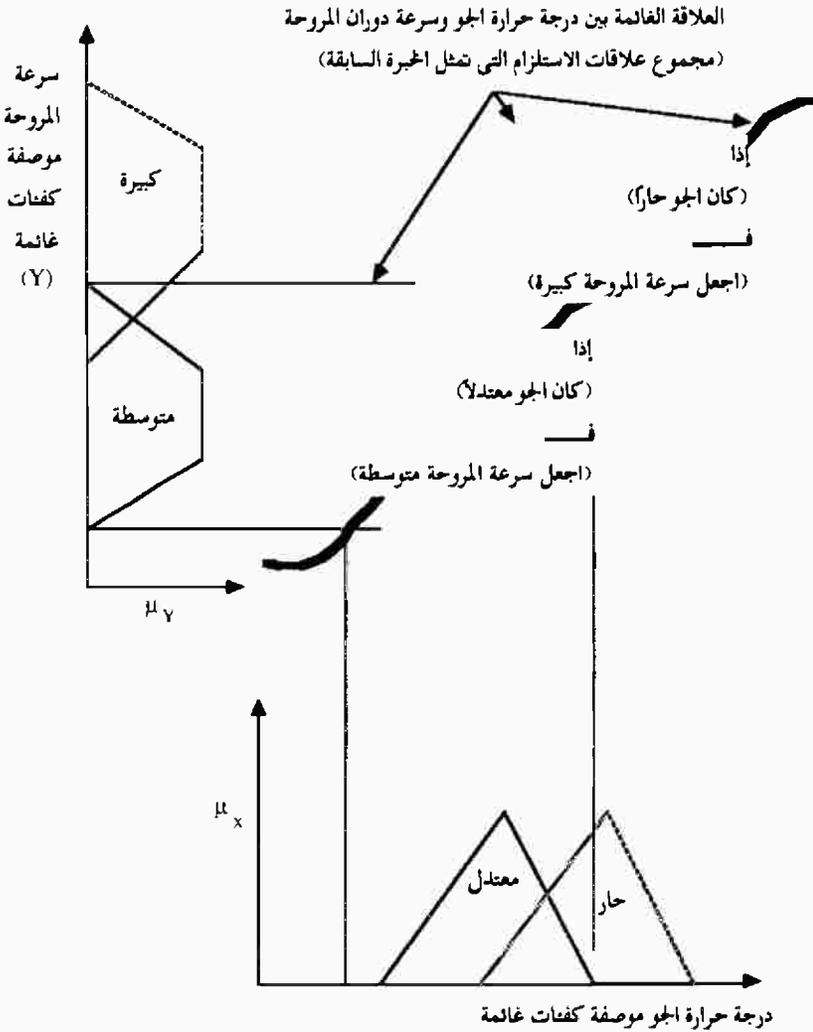
أى أنه باختصار

IF X THEN Y BY R

أو

إذا X إذن Y بمعلومية العلاقة P

هذا ويوضح الشكل (٣-٤) مخطط لعملية الاستنتاج الغائم.



شكل (٣-٤): تمثيل بياني للاستنتاج الغائم

٥-٣ مشاعر الخطيب الخائب

والآن وبعد أن استغرقنا الرموز طويلاً، آن الأوان لنرى كيفية استخدام أسلوب الإستنتاج الغائم في تقدير ما ستكون عليه مشاعر شاب تقدم لخطبة فتاة أعجبت، وجاء ردها غير مواتٍ. ونقطة البداية هي تحديد فئتي عالمي المقال المتعلقين بهذا الأمر، وأول هذه الفئات هي الفئة الكونية X التي تحتوى على كافة الردود الممكنة للفتاة المطلوب خطبتها، أى أن:

$$X = \{ \text{قبول } (x_1), \text{ رفض } (x_2), \text{ طلب مهلة للتفكير } (x_3), \text{ طلب مقابلة العائلة } (x_4), \text{ ضحكة ساخرة } (x_5), \text{ دموع الفرح } (x_6) \}$$

هذا ويمكن التعبير عن استجابة الفتاة للشاب المولع بها والراغب في خطبتها بواسطة الفئة الغائمة M المعرفة على الفئة الكونية X والتي تتكون من الردود المحتملة للفتاة، وقيمة دالة انتماء كل منها. وتعتبر دالة الانتماء لهذه الفئة، $\mu_M(x)$ ، عن درجة تيقن الشاب من تضمن استجابة الفتاة لرد بعينه. فعلى سبيل المثال يمكن تمثيل إحدى الاستجابات المحتملة للفتاة بواسطة الفئة الغائمة التالية:

$$M = \{ \text{رفض } (x_2)/0.97 + \text{ضحكة ساخرة } (x_5)/0.8 \}$$

أى أن استجابتها لطلب الشاب قد تأخذ هيئة رفض شبه قاطع (0.97) مصحوب غالباً بضحكة ساخرة (0.8).

أما فئة عالم المقال الثانية اللازمة لوصف موضوعنا فهي الفئة الكونية Y التي تحتوى على كافة أنواع المشاعر التي قد تنتاب المتقدم لخطبة الفتاة بعد تلقيه ردها، أى أن:

$$Y = \{ \text{سعادة } (y_1), \text{ ألم } (y_2), \text{ اندهاش } (y_3), \text{ غضب } (y_4), \text{ صبر } (y_5), \text{ نفاذ صبر } (y_6), \text{ تأثير } (y_7) \}$$

وانطلاقاً من هذه الفئة يمكن تعريف الفئة الغائمة R لتمثل رد فعل (مشاعر) الشاب بعد معرفته لاستجابة الفتاة، ودالة الانتماء لهذه الفئة، $\mu_R(y)$ ، تعبر عن درجة رد فعل الشاب حال تلقيه رد الفتاة M . وهذه الفئة هي الفئة التي نرغب في تعيينها بواسطة آلية الاستنتاج الغائم.

وبعد تعريف الفئات الكونية التي تصف موضوعنا، تبدأ أولى خطوات الاستنتاج الغائم بتحديد العلاقة الغائمة A بين الفئتين X و Y التي تعكس دالة الانتماء إليهما، $\mu_A(y, x)$ ، مدى اتساق رد فعل الشاب (أو شعوره) y لرد الفتاة x . ويمثل الجدول التالي هذه العلاقة في حالتنا هذه:

عناصر الفئة الكونية لردود الفتاة

عناصر الفئة الكونية لمشاعر الشاب	(x ₁) قبول	(x ₂) رفض	(x ₃) طلب مهلة للتفكير	(x ₄) طلب مقابلة العائلة	(x ₅) ضحكة ساخرة	(x ₆) دموع الفرح
(y ₁) سعادة	0.9	0	0.2	0	0	1
(y ₂) ألم	0	0.9	0.1	0.2	1	0
(y ₃) اندهاش	0.1	0.9	0.2	0.9	1	0.3
(y ₄) غضب	0	0.5	0	0.6	0.7	0
(y ₅) صبر	0.1	0	0.9	0	0	0.5
(y ₆) نفاذ صبر	0	0.3	0.2	0.3	0.4	0
(y ₇) تأثر	0.9	0	0.9	0.3	0	1

فعلى سبيل المثال إذا قوبل طلب الشاب بـ «ضحكة ساخرة» من الفتاة (أى x₅) فإن شعوره لا بد وأن يكون «الما» (أى y₂)، أى أن:

$$\mu_A (y_2, x_5) = 1$$

وبالطبع لا يمكن أن يكون «صبرا» (أى y₅)، أى أن:

$$\mu_A (y_2, x_5) = 0$$

وبعد تحديد العلاقة القائمة بين الفئتين الكونيتين X ، Y ، تستخدم «قاعدة التركيب» التالية:

$$R = M \circ A$$

أو بصورة أخرى

$$\mu_R (y) = \max_{x \in X} \{ \min [\mu_M (x), \mu_A (x,y)] \}$$

لحساب الفئة القائمة R التى تمثل مشاعر الشاب بعد تلقيه رد الفتاة التى تمثله الفئة القائمة M . تسفر الحسابات عن الفئة القائمة التالية:

$$R = \{ 0.9/(y_2), \text{اندهاش } 0.9/(y_3), \text{غضب } 0.7/(y_4), \text{نفاذ صبر } 0.4/(y_6) \}$$

أى مشاعر هذا الشاب هى مزيج من الألم والاندهاش الشديدين المصحوبين بغضب، والمشوبين ببعض من نفاذ الصبر...!

المراجع

- (١) عبد الرحمن بدوي، المنطق الصوري والرياضي، الطبعة الخامسة، وكالة المطبوعات، الكويت، ١٩٨١ .
- (2) A. Getmanova, **Logic**, Progress Publishers, Moscow, 1989.
- (3) B. Russel, **Vagueness**, Austrial J. Philosophy, No. 1, 1023, pp. 84 - 92 .
- (4) L. A. Zadeh, **Fuzzy Sets**, Information and Control, Vol. 8, pp. 338 - 353 .
- (5) T. Munakata and Y. Jani, **Fuzzy Systems: An Overview**, Comm. of the ACM, Vol. 37, No. 3, 1994, pp. 69-76.
- (6) L. A. Zadeh, **Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes**, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-3, No. 1, 1973, pp. 28-44.
- (7) G. Klir and T. Folger, **Fuzzy Sets, Uncertainty and Information**, Prentive Hall, 1988 .
- (8) L.A. Zadeh, **Soft Computing**, Comm. of ACM, vol. 37, No. 3, 1994, pp. 77 - 84 .
- (9) L. A. Zadeh, **Fuzzy Logic**, IEEe Computer, April 1988, pp. 83-92.
- (10) B. Kosko and S. Isaka, **Fuzzy Logic**, Scientific American, July 1993, pp. 62-67.
- (11) G. J. Klir, **Is There More To Uncertainty Than Some Probability Theorists Migh Have Us Believe?**, Int. J. General Systems, Vol. 15, pp. 247 - 378 .

رقم الإيداع: ٢٠٠٦/٢٢٢٠٦