الباب العاشر

الخواص الكهربائية للجوامد Electric Properties of Solids :

إذا أردنا ترتيب المواد الصلبة وتصنيفها من حيث معامل توصيله الكهربائى σ فإننا نجد أنواعا ثلاثة :

١ – مواد جيدة التوصيل الكهربائى وهى المواد المعدنية مثل النحاس ومعامل توصيله:

$\sigma = 10^{5} \quad ohm^{-1} \quad cm^{-1}$

٢ – أشباه موصلات مثل كبريتيد الرصاص Pb s ومعامل توصيله :

$\sigma = 1 \quad ohm^{-1} \quad cm^{-1}$

٣ – مواد رديئة التوصيل أو عازلة كهربائيا مثل الأبونيت ومعامل توصيله :

$\sigma = 10^{-16} \quad ohm^{-1} \quad cm^{-1}$

من قيم معاملات التوصيل السابقة يتضح مقدار التغير الضخم فى الصفات الكهربائية للمواد الصلبة المختلفة .

. يعتمد التوصيل الكهربائى على وجود حاملات شحنة حرة free charge carriers .

يمكن لها أن تتحرك تحت تأثير مجال كهربائى free charge carriers ، ولتفسير الخواص الكهربائية للجوامد نبدأ أو بالحالة البسيطة للعناصر أحادية التكافؤ .

النظرية الالكترونية فى الفلزات :

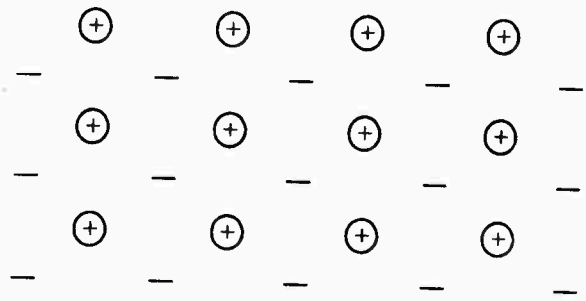
تطورت النظرية الإلكترونية للفلزات ومرت بثلاث مراحل :

أ – النظرية الكلاسيكية للغاز الإلكترونى الحر وقد وضعها درودى ولورنتز عام ١٩٠٠ Drude & Lorentz وقد افترضا أن الفلزات تحتوى الكترونات حرة تخضع فى حركتها للقوانين الكلاسيكية للميكانيكا .

ب – النظرية الكمية للإلكترون الحر وقد وضعها سمر فيلد Sommerfeld

عام ١٩٢٨ حيث فرض وجوب خضوع الإلكترونات الحرة فى الفلزات للقوانين الكمية quantum laws .

جـ - نظرية المناطق : وبدأت بـ بلوخ Bloch عام ١٩٢٨ حيث اعتبرت حركة الإلكترونات فى مجال جهد دورى periodic potential field ناشىء عن الشبيكة .



شكل (١٠ - ١)

الغاز الإلكترونى يتخلل الأيونات فى الشبيكة :

أ - النظرية الكلاسيكية للإلكترون الحر

صور دوردى لورنتز تركيب أى فلز على أنه رصه من الأيونات الموجبة يتخللها غاز من الإلكترونات الحرة تتوزع طاقاتها حسب قانون التوزيع لماكسويل شكل (١٠ - ٩ ١ . وقد افترضنا أن الألكترونات بالرغم من شحنتها السالبة تتصرف كجزيئات متعادلة لغاز تام . كما أهملا وجود المجال الدورى الذى تتحرك فيه الإلكترونات والذى يرجع إلى دورية الشبيكة.

وبالرغم من التبسيط الشديد لهذه الفروض إلا أن النظرية حققت نجاحا فيما يأتى : -

١ - **تحقيق قانون أوم** المعروف واثباته على أساس رياضى

٢ - اثبات صحة العلاقة العملية المعروفة **بقانون فيدمان وفرانز** والتى تنص على

أن النسبة بين التوصيل الكهربائى إلى معامل التوصيل الحرارى واحدة لكل الفلزات عند نفس درجة الحرارة .

٣ - **تفسير سبب الاعتام واللمعة فى الفلزات** Luster & opacity يستطيع الإلكترون الحر التذبذب فى مجال كهرومغناطيسى (ضوء) ساقط عليه . تمتص الإلكترونات الطاقة الفوتونية لجميع أطوال الامواج الساقطة ولذلك يظهر الفلز معتما وعندما تعود تلك الإلكترونات على السطح إلى مستويات طاقاتها المعتادة تنبعث نفس هذه الأمواج ثانية لتعطى لمعة الفلز .

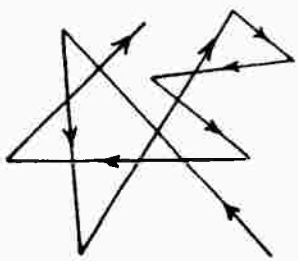
ظاهرة تولومان Tolman effect :

تحقق تولمان عمليا من أن الإلكترونات فى الفلز تكون حرة الحركة . فأحضر سلكا معدنيا واحدث فيه عجلة تسارع فجائية فوجد هناك تيارا كهربائيا يمر فيه . وتفسير ذلك أن الإلكترونات الحرة قد ألقيت بفعل القصور الذاتى إلى ناحية من السلك وهذا يعنى حركة الشحنات داخلة ، أى مرور تيار كهربائى . وقد حسبت e/ m للجسيمات التى تحدث ظاهرة تولمان نوجد أنها تطابق e / m للإلكترونات .

التوصيل الكهربائى وقانون أوم :

اعتبر تأثير مجال كهربائى x على غاز من الإلكترونات الحرة كثافتها n لوحدة الحجوم.

تتحرك الإلكترونات حركة عشوائية . وفى حالة عدم وجود المجال تكون محصلة السرعة الإزاحية drift velocity تساوى صفرا ، حيث إن عدد الإلكترونات التى تتحرك فى اتجاه ما تساوى تماما العدد الذى تحرك فى عكس هذا الاتجاه ، شكل (١٠ - ٢)



شكل ١٠ - ٢

زمن الإرخاء τ relaxation time يعرف بأنه متوسط الزمن الذى يأخذه الإلكترون ليقطع مسار حر أى λ إذا كانت C هى متوسط السرعة الجزيئية للإلكترون تكون :

$$\tau = \frac{\lambda}{C}$$

وتتوقف قيمة زمن الإرخاء على عوامل التشتيت لإلكترونات التوصيل فى الموصل .

يؤثر وجود المجال الكهربائى على كل إلكترن بقوة F تسبب رزاحته عن موضعه ، ولتكن السرعة الإزاحية v drift velocity وهى فى عكس اتجاه المجال .

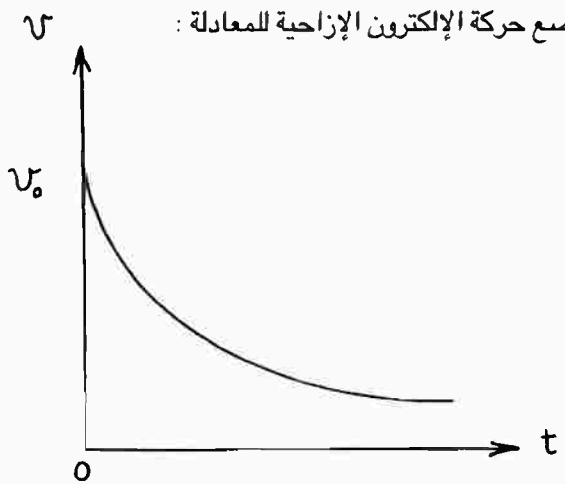
فى حالة الاستقرار ، أى عند استمرار التأثير بالمجال الكهربائى ، نفرض أن السرعة الإزاحية هى V . تكون عجلة تسارع الإلكترونات عندئذ تساوى صفرا أى أن :

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

معادلة الحركة للإلكترون عند بدء التأثير عليه بمجال هى :

$$m\left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau}\right) = F$$

عند إزالة المجال تتناقص السرعة الإزاحية V للإلكترونات حتى تصل للصفر شكل (١٠ - ٣) وتخضع حركة الإلكترون الإزاحية للمعادلة :



شكل (١٠ - ٣)

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$$

وحل هذه المعادلة يعطى سرعة الإلكترون إزاحيا V (t) بعد زمن t من لحظة إزالة المجال الكهربائى :

$$\therefore\ v(t) = v_0\ \exp\ -\ t/\tau$$

وعندما يكون تأثير المجال متصلا فإن معادلة الحركة المنتظمة للإلكترون أثناء انتقاله إزاحيا فى المجال هى :

$$m = \frac{v}{\tau} = F$$

ولكن القوة المؤثرة على الإلكترونات تساوى : $F = X\ e$

$$\therefore\ v = \frac{X\,e\,\tau}{m}$$

تعطى هذه المعادلة السرعة الإزاحية المنتظمة للإلكترون فى المجال X .

تعريف : الحركية الإزاحية The Drift mobiility μ D :

تعرف الحركية الإزاحية μ D بأنها السرعة الأزاحية المنتظمة لكل وحدة مجال كهربائى، أى أنها :

$$\mu D = \frac{v}{X} = \frac{e\tau}{m}$$

وتعرف **الكثافة التيارية** J electric current density

بأنها الشحنة الكهربائية التى تمر عموديا فى وحدة المساحات فى وحدة الزمن . أى أن:

$$J = n\,e\,v$$

حيث n عدد الإلكترونات لوحدة الحجوم ، e شحنة الإلكترون ، وفى حالة الاستقرار أى عند ثبوت التيار يكون :

$$J = \frac{ne^2\tau}{m} X$$

وتظهر هذه المعادلة تناسبا بسيطا بين شدة التيار J . وشدة المجال الكهربائى x وهو ما ينص عليه قانون أوم المعروف .

من المعادلة السابقة يكون معامل التوصيل الكهربائى σ هو :

$$\sigma = \frac{J}{x} = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2\lambda}{mc}$$

وبتطبيق نظرية الحركة للغازات التامة على الغاز الإلكترونى الحر فإن طاقة الإلكترون E هى :

$$E = 1/2\ m\ C^2 = 3/2\ K\ T$$

حيث C هى السرعة الجزيئية ، للإلكترون . وقد اعتبرنا أن لكل درجة من درجات الحرية للإلكترون طاقة تساوى 1/2 K T ، كما ينص عليها قانون تساوى توزيع الطاقة .

يصبح معامل التوصيل :

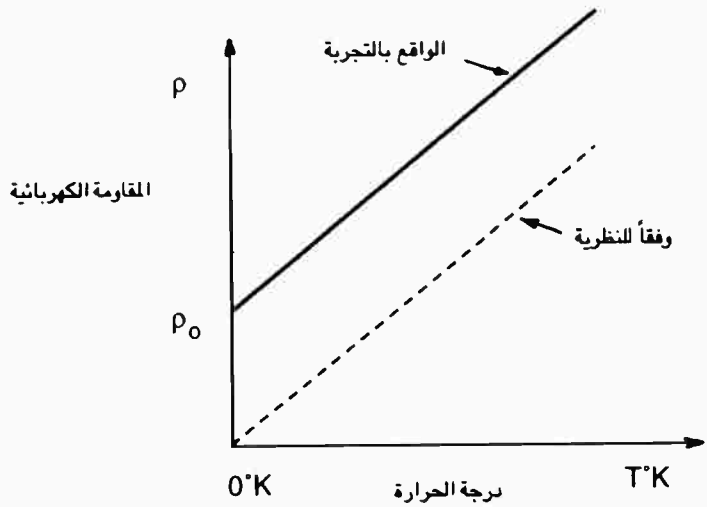
$$\sigma = \frac{\lambda\, n\, e^2\, C}{3\, K\, T}$$

وتعطى هذه المعادلة تغير التوصيل الكهربائى بدرجة الحرارة T فتزداد المقاومة الإلكترونية بزيادة درجة الحرارة .

وعلى حسب النظرية السابقة فإننا إذا اختبرنا شبيكة مثالية تامة يكون توصيلها الكهربائى عند درجة الصفر المطلق لا نهائيا ($\sigma \propto 1/T$) ومقاومتها تساوى صفرا . ولكن التجربة تثبت أنه عند درجة الصفر المطلق لا تؤول مقاومة أى بلورة إلى الصفر ولكن يكون لها قيمة محددة ρ_0 ، شكل (١٠ - ٤) ويعود وجود هذه المقاومة عند الصفر المطلق إلى وجود شوائب وأخطاء شبيكة فى الترتيب البلورى مما يسبب تشتيت بعض إلكترونات التوصيل ، وهذا يؤدى إلى ظهور هذه المقاومة .

التوصيل الحرارى للغاز الإلكترونى الحر

يعتمد التوصيل الحرارى فى الفلزات على انتقال طاقة الحركة للإلكترونات الحرة . فإذا اعتبرنا قطعة من فلز ذات سطحين متوازيين ، ورفعت درجة حرارة أحد الأوجه بالنسبة للآخر تنتقل الطاقة بواسطة الإلكترونات ، وينتج عن ذلك ظاهرة التوصيل الحرارى .



شكل (١٠ - ٤)

باعتبار أن الغاز الإلكترونى يخضع لقوانين الغازات التامة ، وبتطبيق قانون التوصيل الحرارى للغازات نحصل على :

$$K = 1/2\ n\ c\ \lambda\ k$$

حيث n هو عدد الإلكترونات فى وحدة الحجوم من الغاز الإلكترونى C سرعة الضوء ، λ متوسط طول المسار الحر للإلكترون. انظر الباب الثالث – معامل التوصيل الحرارى لغاز

قانون فيدمان وفرانز Wiedemann - Franz Law :

اكتشف فيدمان وفرانز عمليا أن النسبة بين معامل التوصيل الكهربائى إلى معامل

التوصيل الحرارى ثابته لجميع الفلزات ، ثم جاء بعدهما لورنتز Lorentz فحدد قانون فيدمان وفرانز ليشمل درجة الحرارة أيضا .

إذ وجد أن النسبة $\frac{k}{\sigma}$ تتناسب طرديا مع درجة الحرارة المطلقة .

ويمكن الوصول إلى هذه النتائج العملية نظريا باستخدام نظرية الإلكترون الحر . مما سبق :

$$\sigma = \frac{\lambda n e^2 c}{3 k T}$$

&

$$K = 1/2\ \lambda\ n\ c\ k$$

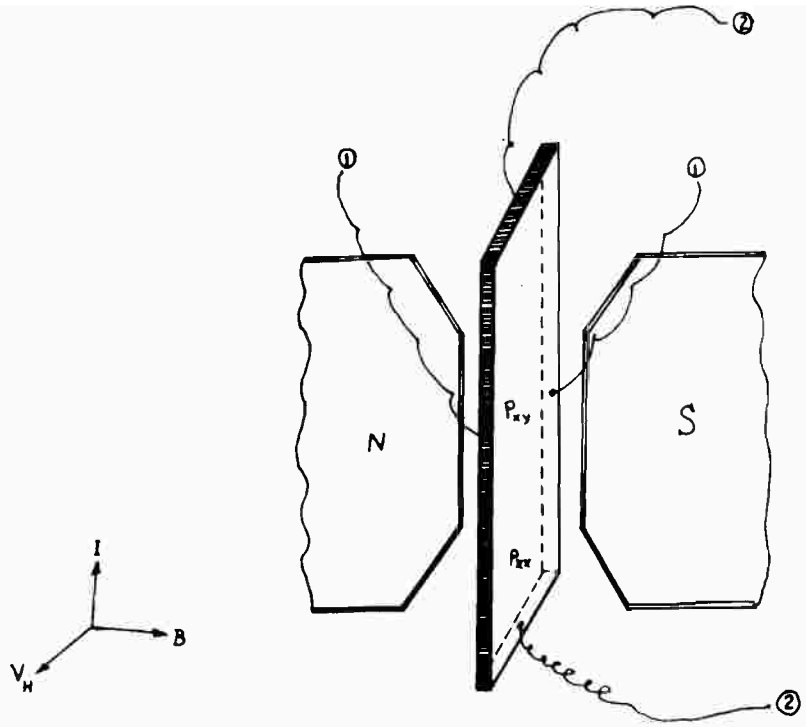
بقسمة المعادلتين نحصل على :

$$\frac{K}{\sigma} = 3/2 \left(\frac{K}{e}\right)^2 T$$

عندما تكون درجة الحرارة T ثابتة تكون النسبة K / σ أيضا ثابتة ، وهذا هو قانون فيدمان وفرانز . كما أن رفع درجة الحرارة يسبب زيادة K / σ زيادة طردية وهذا هو تعديل لورنتز .

ظاهرة هول Th Hall effect :

إذا وضع موصل كهربائى في مجال مغناطيسى H_Z وكان يمر فيه تيار كهربائى Jx بحيث يكون التيار والمجال متعامدين ، يتولد جهد كهربائى عمودى على كل من اتجاه التيار والمجال .



شكل (١٠ - ٥) ظاهرة هول

$$\rho_{xy} = \frac{V_1}{I}$$

(1) ... (1) Hall vottage V_H جهد هول

(2) ... (2) Pot-differece

on sample V_R فرق الجهد

I شدة التيار المار فى العينة

$$\rho_{xx} = \frac{V_2}{I}$$

وتفسير ذلك هو أن التيار الكهربائى عبارة عن تيار من الإلكترونات تتحرك بسرعة ازاحية Vx ويسبب وجود المجال العمودى انحراف هذه الإلكترونات فتتراكم على الوجه الاسفل للعينة مما يسبب تولد مجال كهربائى تتزايد شدته حتى يعادل تأثير المجال المغناطيسى الحارف للإلكترونات ويسمى الفرق فى الجهد على سطحى الشريحة المتقابلين بجهد هول Hall voltage .

وللتعبير عن ظاهرة هول رياضيا نفرض أن التيار المار فى شريحة الفلز هو Jx في اتجاه X ، وأن المجال المغناطيسى المؤثر H_Z فى اتجاه z انظر شكل (١٠ - ٥) .

إذا كانت e هى شحنة الإلكترون بالكولوم (وحدات e.m.u) فإن القوة $\overrightarrow{F}$ التى تؤثر على الإلكترونات تعطى بالمعادلة :

$$\overrightarrow{F} = e\overrightarrow{E} + e\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{H}$$

بما أن حركة الإلكترون فى اتجاه x تكون مركبة القوة فى اتجاه Y

$$F_y = e\left(F_y - \frac{v_x H_Z}{c}\right)$$

وتصبح هذه القوة مساوية للصفر ، عندما يتزن تأثير المجال المغناطيسى مع المجال الكهربائى Ey الناتج عن انحراف الإلكترونات .

$$\therefore O = e E_y - \frac{e v_x H_z}{c}$$

$$E_y = \frac{1}{c} . H_z v_X$$

الكثافة التيارية Jx تعطى بالمعادلة $J_x = n e v_x$

$$\therefore E_y = \frac{J_x . H_z}{n e c}$$

ويعرف معامل هول Hall coefficient RH بأنه المجال الكهربائى المستعرض الذى ينتج عن مرور تيار شدته الوحده عندما تكون شدة المجال المغناطيسى المؤثر هى الوحدة أى أن :

$$\therefore R_H = \frac{E_y}{J_x . H_z} = \frac{1}{n e c}$$

وإذا كان الفرق فى الجهد V على العينة ذات السمك t فإن معامل هو يصبح :

$$R_H = \frac{V/t}{J_x . H_z}$$

ويمكن قياس كل هذه المقادير عمليا .

ويلاحظ أن قيمة RH تكون سالبة أو موجبة على حسب نوع حامل الشحنات في الموصل ، إلكترونات أو فجوات موجبة elctrons or positive holes

ويعرف **معامل الحركية لهول** μH Hall mobility :

على أنه معامل هول مضروبا في معامل التوصيل الكهربائي σ

$$\therefore \mu H = RH \cdot \sigma$$

وقد وجد أن قيمة RH للفلزات المعتادة حوالي $١٠^{-٢٤}$ e.s.u. . وأنها أكبر كثيرا في حالة اشباه الموصلات حيث أن n لها أصغر كثيرا عنها في حالة الفلزات .

عندما يكون RH سالبا يكون التوصيل بواسطة الإلكترونات ويسمى n -type conductivity وعندما يكون RH موجبا يكون التوصيل بواسطة الفجوات الموجبة ويسمى عندئذ p - type .

أثر هول الكمي المتكامل Integral Quantum Hall Effect

في عام ١٩٨٥ حصل فون كليتزنج على جائزة نوبل لاكتشافه أثر هول الكمي المتكامل. من المعروف أن النسبة بين فرق الجهد على العينة إلى التيار المار بها تسمى بمقاومة هول ، وذلك في أثر هول المعتاد حيث تزداد المقاومة طرديا مع شدة المجال المغنطيسي المؤثر .

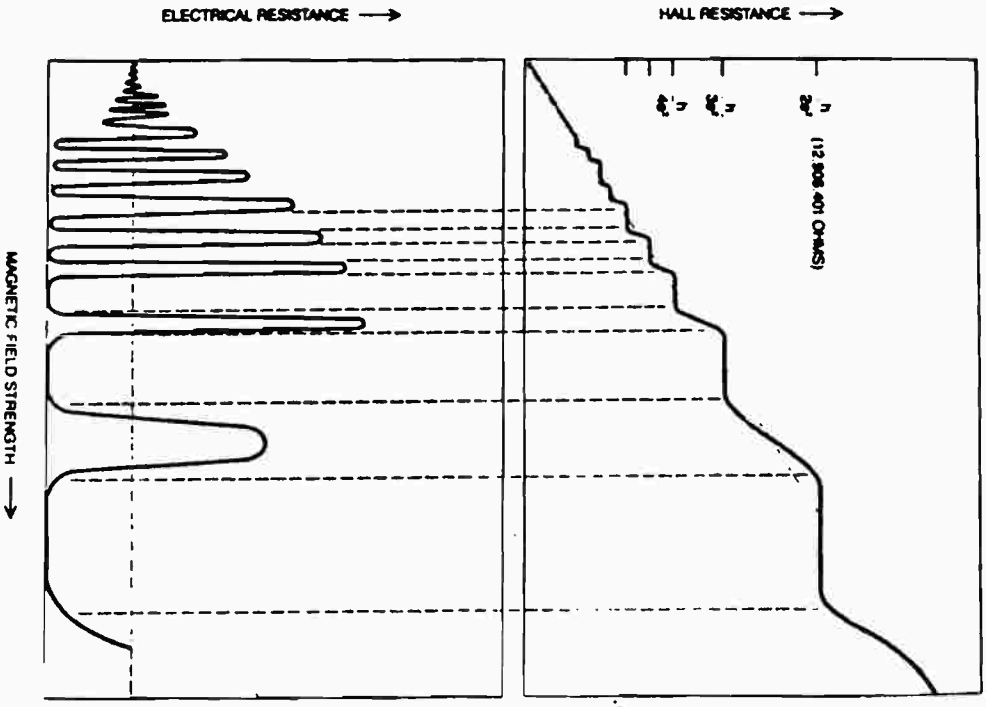
وجد كليتزنج أن مقاومة هول في بعض مناطق المنحنى . بينها وبين شدة المجال المغنطيسي ، وجد أن المقاومة لا تتغير وتظل ثابتة بالرغم من تزايد شدة المجال كما مبين بشكل (١٠ - ٦) . وأن مقاومة هول في تلك المناطق تساوى $(h / n e^2)$ حيث h هو ثابت بلانك ، e شحنة الإلكترون ، n عدد صحيح يأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... .

كما وجد كليتزنج أن المقاومة الكهربائية تتلاشى تماما عند مناطق ثبوت مقاومة هول .

شكل (١٠ - ٦) أثر هول الكمي . تظل مقاومة هول ثابتة في بعض المناطق لا تتغير مع زيادة المجال المغنطيسي ويقابلها تماما تلاشي المقاومة الكهربية . وعند كل ثبوت لمقاومة

هول تساوى قيمتها ثابت بلانك مقسوما علي عدد صحيح مضروبا فى مربع شحنة الإلكترون

$(h / n e^2)$



شكل (١٠ - ٦)

أثر هول الكمى الجزئى Fractional Quantum Hall effect :

بعد اكتشاف أثر هول الكمى المتكامل وجد أنه بزيادة شدة المجال المغنطيسى زيادةيظهر تركيب دقيق فى منحنى المقاومة وشدة المجال . فنبعد أن كانت قيم المقاومة فى مناطق الثبوت تعطى بالمعادلة $\rho_{xy} = h / n e^2$ حيث n هو عدد صحيح يعبر عن مستويات اللف الإلكترونى ، وجد أن n تأخذ قيما كسريه صحيحه rational fractions حيث تتلاشى ايضا قيم المقاومة الكهربية ρ_{xx} . وقد ظهر أثر هول الكمى الجزئى بعد أن امكننا الوصول إلى مجالات مغنطيسية تفوق ١٠٠ كيلو جاوس . ويتشابه أثر هول الكمى الجزئى والمتكامل من جميع النواحى سوى فى أن العدد الكمى n يستبدل بالعدد الكمى $f = \rho / q$ حيث لا قيود على قيمة ρ وأن كانت قيمة q دائما فرديه . وتصبح بذلك مقاومة هول

$$\rho_{xy} = h / f e^2$$

وهذا يعنى أن أثر هول الكمى الجزئى يتميز بمتابعه من الحالات الكمية تعرفها اعداد كمية كسرية $f = \rho / q$ مثل $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣}$ وقد ظهرت مثل هذه الحالات عمليا بزيادة شدة المجال المغنطيسى ولكن عند المجالات الصغيرة نسبيا (أقل من ٥٠ كيلو جاوس) يختفى التركيب الدقيق لأثر هول الكمى ويظهر فقط أثر هول الكمى المتكامل حيث تتلاشى تماما المقاومة الكهربية ρ_{xx} عند ثبوت مقاومة هول ρ_{xx} مع زيادة شدة المجال المغنطيسى .

مسائل وتمارين علي الباب العاشر

١ – اذكر ست خواص فيزيائية ، واشرح ارتباطها بنظرية الإلكترون الحر لدرودى دلورنتز .

٢ – أثبت أن العلاقة بين متوسط طول المسار الحر لإلكترون وبين حركيته μ هى :

$$\mu = e \lambda / m c$$

حيث m كتلة الإلكترون ، c سرعة الضوء .

٣ – إذا كانت حركية الإلكترونات فى السيليكون هى 1500 أوجد معامل توصيله علما بأن الكثافة الإلكترونية فى منطقة التوصيل هى $١٠^{١٥}$ لكل سم^{٣} .

٤ – معامل التوصيل الكهربائى للصوديوم عند درجة ٢٧°م هو 2.17×10^{7} أوم$^{-١}$ متر$^{-١}$. فإذا كانت النسبة بين الكتلة الفعالة إلى الكتلة الحرة للإلكترون فى الصوديوم هى $m^* / m_e = 1.2$ أوجد :

١ – زمن الإرخاء عند درجة 27 °C

٢ – متوسط طول المسار الحر λ عند درجة 27 °C

٣ – السرعة الإزاحية v_x فى مجال قدره 100 volt / m

٥ – معامل الحركية لهول فى الصوديوم هو $\mu = 0.0053 \ m^2 / volt.s$ ومعامل هو $R_H = - 2.5 \times 10^{-10}$ فولط متر^{٣} / امبير وبر عند درجة حرارة الغرفة . أوجد معامل التوصيل الكهربى للصوديوم .

٦ – أوجد زمن الإرخاء لاستطارة الإلكترونات فى الجرماينوم عند درجة حرارة الغرفة إذا علم أن الكتلة الفعالة للإلكترون $m^* = 0.2\ m_e$ والحركية للإلكترونات $\mu_e = 0.36\ m^2 / V . sec$.

وإذا كانت السرعة الحرارية عند درجة الغرفة هى $10^5\ m / s$ ما هى متوسط المسافة الذى يقطعها الإلكترون بين تصادمين . قارن هذه المسافة بالبعد الشبيكى .

٧ – طعمت عينة من السيليكون بعدد 10^{17} ذرة فوسفور لكل سم^3 . ماذا تكون مقاومته النوعية ؟ أوجد فلطيه هول لعينه منه سمكها $100\ \mu m$ ويمر بها تيار $I_x = 1\ m\ A$ موضوعه فى مجال مغنطيسى $1\ K\ G = 10^{-5}\ w\ b / cm^2$.

٨ – الكترون توصيل فى السيليكون موصليته $\mu = 1350\ cm^2 / V\text{-}sec$ له طاقة حرارية $E = \frac{1}{2} m_0 v_{th}^2 = R\ T$ حيث v_{th} هى السرعة الحرارية للإلكترون . وضع هذا الإلكترون فى مجال كهربائى شدته $100\ v/cm$ أثبت أن السرعة الإزاحية للإلكترون صغيرة بالنسبة للسرعة الحرارية . ثم كرر فى حالة مجال كهربائى $10^4\ V / cm$ باستخدام نفس الحركية μ . علق على النتيجة فى الحالتين .

٩ – وضعت عينة الجرمانيوم فى مجال مغناطيسى $5\ K\ G$ وامرر تيار $2\ m\ A$ وكانت أبعاد العينة هى : $L = 2.5\ m\ m\ ;\ W = 0.25\ m\ m\ \ t = 50\ \mu\ m$. وجد أن فرق الجهد على طول العينة $85\ m\ V$ وفرق الجهد على عرض العينة $-1.25\ m\ v$.

١ – أوجد النسبة بين مقاومه هول إلي المقاومة الكهربية للعينة .

٢ – أوجد نوع وتركيز حاملات الشحنة وكذلك حركيتها

$(1\ K\ gauss = 10^{-5}\ \ wb / cm^2)$

١٠ – أوجد معامل التوصيل للسيليكون الذى يحتوى على 10^{15} / cm^3 من الثقوب عند درجة حرارة الغرفة . حركية السيليكون تساوى 1500 cm^2 / V.s .