الباب الأول

فيزياء إحصائية STATISTICAL PHYSICS

يعالج علم الميكانيكا الإحصائية حركة المجاميع الكبيرة من الأجسام (مثل جزيئات غاز) وخواص هذه المجاميع والقوانين التى تحكمها .

تتكون أى مادة سواء فى حالتها الصلبة أو السائلة أو الغازية من أعداد كبيرة جدا من الذرات أو الجزيئات الدائمة الحركة ، والتى يربط بينها قوى بينية تكون كبيرة فى حالة المواد الصلبة وصغيرة في حالة الغازات . مثلا : فى ١ كيلو جرام جزيئى Kilomole يوجد عدد من الجزيئات يسمى عدد أفو جادرو ويساوى ٦.٠٢×١٠^{٢٦} جزىء ولإثبات أن ذرات أو جزيئات المادة دائبة لحركة تجرى عادة التجارب البسيطة التالية :

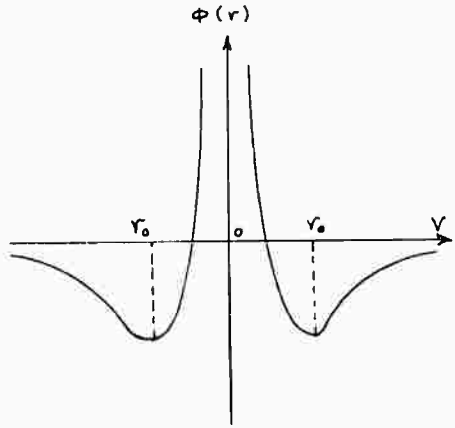
١ – فى حالة **الغازات** : تجربة الدخان . أو عند فتح زجاجة عطر فان رائحتها تظهر على بعد أمتار فى ثوان قليلة .

٢ – وفى حالة **السوائل** : قطرة حبر فى ماء نقى تنتشر تماما فى فترة وجيزة .

٣ – فى حالة **الجوامد** : تجربة انتشار الرصاص فى الذهب وبالعكس .

١ – ١ الخواص الطبيعية للمواد تتوقف على طبيعة مجاميع ذراتها أو جزيئاتها :

التمدد : إذا كانت ذرات المادة تشغل أماكن محددة تحت تأثير القوى البينية بينها ، فعند رفع درجة الحرارة تتذبذب كل ذرة أو جزىء حول وضع اتزانه فى بئر الجهد (شكل ١ – ١) وتزداد سعة الذبذبة برفع درجة الحرارة . وهذه تظهر على شكل تمدد خارجى .



شكل(١-١)

الانصهار : إذا وصلت درجة الحرارة لدرجة الانصهار فإن طاقة حركة الجزيئات أو الذرات تكون من الكبر ، بحيث تستطيع التغلب على قوى الترابط بين الذرات ، مما يسبب كسر الحالة الصلبة وتحويلها إلى حالة سائلة .

شكل وحجم الجسم : تكون القوى البينية فى الجوامد كبيرة جدا ، وهذا ما يحفظ شكل وحجم الجسم الصلب ثابتا لا يتغير عند نفس الدرجة ، أما بالنسبة للسوائل تكون قوى الترابط أقل ، ولذلك فإن جزيئات السائل تكون أكثر حرية للحركة ، وبالتالى يتشكل السائل بشكل الإناء الذى يحتويه بينما يظل حجمه ثابتا . أما بالنسبة للغازات تكون قوى الترابط بين الجزيئات صغيرة جدا . وبالتالى فإنها تكون حرة الحركة وتشغل دائما جميع الحجم الذى توضع فيه ، أى أنها لا تحتفظ بشكل أو بحجم .

البخر من السوائل : تختزن الأجسام طاقتها الحرارية على شكل طاقة حركة جزيئاتها . وليس من المعقول أن تتساوى طاقات الحركة لهذه الملايين الكثيرة من الجزيئات . ولكن عادة تكون للاغلبية طاقة متوسطة هى التى تعرف الحالة الحرارية للمادة .

ومن الملاحظ أنه عند هروب الجزيئات ذ ت طاقة الحركة الكبيرة من سطح السائل ، مما يتسبب عنه ما يعرف بالبخر ، تقل طاقة الحركة المتوسطة لمجموعة الجزيئات المتبقية وبالتالى تنخفض درجة الحرارة وهى حقيقة معروفة بالتبريد بواسطة البخر .

الميكانيكا الإحصائية تعد بداية لتحويل دراستنا الطبيعية من الحالة الماكروئية إلى الحالة الميكروسكوبية .

وقد كانت نظرية الحركة للغازات هى بداية الطريق فى هذا المضمار ولذلك سندرسها بالتفصيل . وبالرغم من الفروض المبسطة التى بنيت عليها نظرية الحركة للغازات ، فإن النتائج التى تحصلنا عليها منها أصبحت تطبق على مثل هذه المجاميع من الأجسام التى يمكن أن تعد حرة تقريبا .

١ - ٢ نظرية الحركة للغاز التام

الفرق بين الميكانيكا الإحصائية وميكانيكا الجسم المتماسك :

بدأ علم الفيزياء الإحصائية على يدى ماكسويل وبولتزمان ، بدراسة مجاميع من الأجسام الصغيرة المتشابهة ، والتى تتحرك بدون ارتباط مع بعضها البعض . ويمكن تمثيل هذه المجاميع فى أبسط صورها بحالة غاز تام .

تركيب الغاز التام مستنتجة من قوانين الغازات

وجد أن جميع الغازات عند الضغوط الصغيرة تتبع القوانين البسيطة التالية :

١ - **قانون بويل** : وينص على أنه لكتلة معينة من الغاز يتناسب ضغط الغاز عكسيا مع حجمه طالما حفظت درجة الحرارة ثابتة $P \alpha \frac{1}{V}$.

٢ - **قانون شارل** : إذا سخنت كتلة معينة من الغاز تحت حجم ثابت فإن الضغط يزداد طرديا مع زيادة درجة الحرارة . $P \propto T$.

٣ - **قانون دالتون للضغوط الجزئية** : ضغط خليط من غازات مختلفة على جدران الإناء الحاوى لها يساوى مجموع الضغوط التى تؤثر بها هذه الغازات على الجدران

لو أن كل منها وجد على حدة فى نفس الحجم .

$$P = \sum_i P_i$$

٤ – **قانون جول** : الطاقة الداخلية للغاز لا تتوقف على حجمه بمعنى أننا إذا تركنا الغاز يتمدد فى الفراغ فلن يحدث هناك فقدان للطاقة .

٥ – **قانون جاى لوساك** : عندما تتفاعل الغازات كيميائيا ويكون ناتج التفاعل غازيا أيضا ، تكون نسبة الغازات المتفاعلة والغاز الناتج هى نسبة بسيطة .

٦ – **قانون أفوجادرو** : الحجوم المتساوية من الغازات عند نفس درجة الحرارة والضغط تحتوى على **نفس العدد من الجزيئات** .

من واقع القوانين السابقة يمكن وصف تركيب الغاز التام وهو الذى يخضع تماما لجميع القوانين السابقة ، كما يأتى :

يتركب الغاز التام من جزيئات لها الخواص التالية :

١ – جزيئات الغاز عبارة عن **كرات صلبة ملساء** تامة المرونة .

٢ – الجزيئات **فى حالة حركة مستمرة** تتصادم مع بعضها البعض ، وكذلك مع جدران الإناء الذى يحتويها .

٣ – **تتناسب درجة حرارة الغاز** المطلقة مع متوسط **طاقة حركة الجزيئات** .

٤ – **لا يوجد بين الجزيئات قوى جزيئية** .

٥ – **الحجم الفعلى للجزيئات** لا يشغل إلا جزءا متناهيا فى الصغر من الحجم الكلى للإناء المحتوى للغاز .

للتدليل على صحة الفروض السابقة عن تركيب الغاز التام نفرض **أولا أن الجزيئات ليست ملساء أو تامة المرونة** : معنى ذلك أن جزءا من طاقة حركتها يفقد بالتصادم ، حيث إن خشونة السطح تستهلك جزءا من الطاقة .

أى إننا كلما تركنا الغاز لحالة لمدة طويلة فإن طاقته تقل تدريجيا ، نتيجة للتصادم وتكون النتيجة نقصاً مستمراً فى الطاقة الداخلية للغاز ، وهذا ضد قانون جول .

ثانيا – لو لم تكن **حركة الجزيئات عشوائية** فى كل الاتجاهات ، لأمكن تجميع الجزيئات فى جزء فقط من الحجم ، دون باقى الأجزاء وهذا غير صحيح .

١ – ٣ معادلة الحالة للغاز التام :

حساب ضغط الغاز :

لإيجاد عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم $dn_{\theta\varphi v}$ التى لها اتجاه معين $\theta\varphi$ ، وتكون سرعاتها محصورة بين (v ، v + dv) :

اعتبر حجما معينا V من غاز تام تتوزع جزيئاته بانتظام فى كل الحيز .

نفرض N هى العدد الكلى للجزيئات .

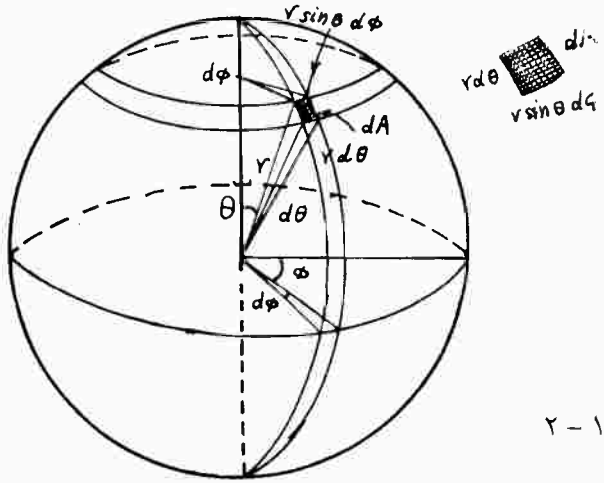
∴ عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم $n = N/V$

وبما أن توزيع الجزيئات منتظم فإن عدد الجزيئات فى الحجم dV هو $dN = ndV$

تتحرك الجزيئات حركة عشوائية أى إن اتجاهات السرع للجزيئات تكون فى الاتجاهات المختلفة بنفس درجة الاحتمال .

نفرض أن سرعة كل جزىء يمثلها متجه ، وأن جميع المتجهات قد نقلت لمركز إحداثيات مشترك . تقطع هذه المتجهات أو امتداداتها سطح كرة مركزها هو مركز الإحداثيات ، ويكون **توزيع نقط التقاطع منتظما على سطح الكرة** ، حيث إن توزيع السرعات واتجاهاتها فى الفراغ منتظم .

* متوسط عدد النقط لوحدة المساحات = $\frac{N}{4\pi r^2}$



شكل ١ – ٢

حيث r هو نصف قطر كـرة المرجع (شكل ١ – ٢) . إذا كـانت dA هى مـساحـة صغيرة فإن عدد النقط عليها هو :

$$dN = \frac{N}{4\pi r^2} . dA$$

اعتبر الآن أى متجه فى الفراغ يمر بالمساحة dA ، ويتحدد اتجاهه على أساس محاور قطبية بالزاويتين (φ , θ) كما فى شكل ١ – ٢ .

وتكون على هذا الأساس المساحة dA مساوية :

$$dA = r \sin\theta \; d\varphi \; r \; d\theta = r^2 \sin\theta \; d\theta \; d\varphi$$

وتكون عدد النقط فى هذه المساحة هى :

$$dN_{\theta\varphi} = \frac{N}{4\pi r^2} r^2 \sin\theta \; d\theta \; d\varphi$$

$$= \frac{N}{4\pi} \sin\theta \; d\theta \; d\varphi$$

هذا العدد هو نفسه عدد الجزيئات التى لها سرعات مختلفة ، وتتحرك فى الاتجاه بين

$$(d\varphi + \varphi , \varphi) , (\theta + d\theta , \theta)$$

وبالقسمة على الحجم الكلى للغاز نحصل على عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم التى لها الاتجاه السابق وهي :

$$dn_{\theta . \varphi} = \frac{dN_{\theta . \varphi}}{V} = \frac{n}{4\pi} \sin\theta \; d\theta \; d\varphi$$

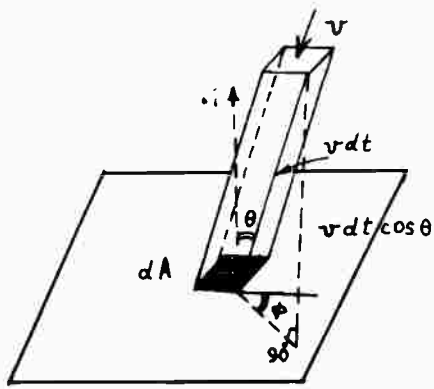
حيث $n = \frac{N}{V}$ هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم

* ويكون للجزيئات التى تتحرك فى الاتجاه $\varphi\theta$ سرعات تتفاوت بين صفر ومالا نهاية .

أما إذا أردنا ان نعتبر فقط تلك الجزيئات التى تتحرك فى هذا الاتجاه ، ويكون لها سرعات بين (v + dv , v) يكون هذا العدد هو :

$$dn_{\theta\varphi v} = \frac{dn_v}{4\pi} \sin\theta \; d\theta \; d\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots (1 - 1)$$

إيجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن لجميع جزيئـــات الغاز :



شكل ١ - ٣

تصادم الجزيئات مع الجدران .

اعتبر مساحة صغير dA من جدران الإناء المحتوى للغاز شكل (١ - ٣) . واعتبر جزئياً يتحرك بسرعة ما بين v & v + dv وفى الاتجاه بين :

$(\varphi , \varphi + d\varphi) , (\theta , \theta + d\theta)$

ولنسمى هذا الجزىء وأمثاله v θ φ .

فى فترة زمنية dt يتحرك الجزىء مسافة vdt .

أنشىء اسطوانة (أو متوازى مستطيلات) مائلة فى الاتجاه θφ ويكون طولها vdt ، واعتبر جميع الجزيئات بداخلها . تتفاوت سرعة هذه الجزيئات بين صفر ، ∞ .

عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم والتى تتحرك فى الاتجاه $dn_{\theta\varphi} = \theta\varphi$ من هذه الجزيئات يوجد عدد صغير $dn_{\theta\varphi}(v)$ يكون متحركا بسرعة واقعة بين v & v + dv . عدد هذه الجزيئات لوحدة الحجم من المعادلة رقم ١-١ يكون :

$$dn_{\theta\varphi v} = \frac{dn}{4\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

حجم الأسطوانة :

$$dV = dA \cdot v\, dt \cos\theta$$

عدد الجزيئات من نوع $v\ \varphi\ \theta$ الموجودة بالاسطوانة هو :

$$n_{\theta\varphi v}\, dV = dA\, dt \frac{v\, dn_v}{4\pi} \sin\theta \cos\theta\, d\theta\, d\varphi$$

ويكون عدد الجزيئات من هذا النوع التى تصدم وحدة المساحة فى وحدة الزمن هى : (بالقسمة على ($dA\, dt$)) :

$$\frac{1}{4\pi} v\, dn_v \sin\theta \cos\theta\, d\theta\, d\varphi$$

∴ وبإجراء التكامل على θ بين $\frac{\pi}{2}$ ، وعلى φ بين 2π ، نحصل على العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن وهذا يساوى :

$$\frac{1}{4} v\, d\, n_v$$

أى إن عدد التصادمات يتناسب مع السرعة v ، وكذلك مع عدد الجزيئات التي لها هذه السرعة .

ولإيجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن بالنسبة لجميع الجزيئات للغاز ولكافة السرع نجرى التكامل لنحصل على :

$$\frac{1}{4} \int v\, dn_v \qquad \ldots\ldots (1-2)$$

وإذا أدخلنا فى الاعتبار **السرعة المتوسطة للجزيئات** ، يمكن وضع النتيجة السابقة على صورة أبسط .

لإيجاد السرعة المتوسطة لجزيئات غاز . نفرض أن هناك N_1 جزىء له سرعة v_1 & N_2 له سرعة v_2 وهكذا تكون السرعة المتوسطة هى :

$$\bar{v} = \frac{N_1 v_1 + N_2 v_2 + \ldots}{N_1 + N_2 + \ldots} = \frac{\Sigma_i N_i v_i}{\Sigma_i N_i} = \frac{\Sigma_i N_i v_i}{N}$$

وإذا قسمنا على حجم الغاز فإن : $\bar{v} = \frac{\sum n_i v_i}{n}$

حيث n هو العدد فى وحدة الحجوم

أما إذا كان توزيع الجزيئات متصلاً

فإن علامة المجموع Σ تتحول إلى تكامل : $\bar{v} = \frac{\int v\, dn}{n}$

أى إن $n\,\bar{v} = \int_v v\, dn$ وبذلك تصبح معادلة ١ – ٢

العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن لجميع الجزيئات =

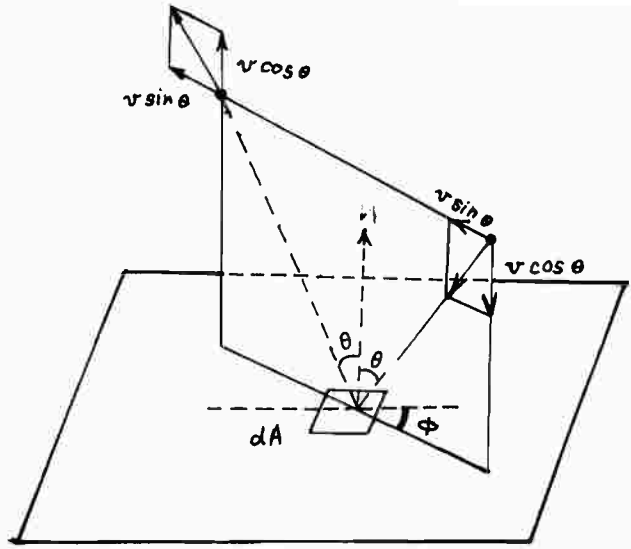
$$\frac{1}{4} n \cdot v$$

مثال : أوجد عدد مرات تصادم جزيئات الأكسجين على المتر المربع من الجدران فى الثانية ، إذا كانت كثافته ٣ × ١٠^{٢٥} جزىء لكل متر مكعب والسرعة المتوسطة للجزىء عند درجة ٢٧٣° مطلق هى ٤٥٠ متر / ثانية .

الحل : العدد =

$$\frac{1}{4} n \bar{v} = \frac{1}{4} \times 3 \times 10^{25} \times 450$$

$= 3.3 \times 10^{27}$ تصادما على المتر المربع فى الثانية .



شكل(١-٤)

دفع الجزيئات للجدران :

اعتبر جزيئا سرعته v يسقط على مساحة dA بزاوية θ على الاتجاه الرأسى شكل (١-٤) . يرتد الجزىء على السطح الأملس بنفس السرعة وتكون زاوية الارتداد هى نفس زاوية السقوط θ تتغير المركبة العمودية للسرعة بالتصادم من v cos θ إلى - v cos θ .

إذا كانت كتلة الجزىء m يكون التغير العمودى فى كمية الحركة هو :

$$m\,v\cos\theta - (-mv\cos\theta) = 2m\,v\cos\theta$$

ولكن مما سبق وجدنا أن :

عدد التصادمات $\theta\varphi v$ مع مساحة dA فى الزمن dt هو

$$\frac{1}{4\pi}\, v\, dn_v \sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\varphi\, .\, dA\, dt$$

التغير فى كمية الحركة بعد هذه التصادمات فى الزمن dt هو

$$2m\ v\ \cos\theta\ \frac{1}{4\pi}\ v\ dn_{v}\ \sin\theta\cos\theta\ d\theta\ d\varphi\ dA\ dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} m v^2\ dn_{v}\ \sin\theta\ \cos^2\theta\ d\theta\ d\varphi\ dA\ dt$$

نحصل على التغير الكلى فى كمية كالحركة لجميع التصادمات للسرعة v ، بإجراء التكامل على θ من صفر إلى $\frac{\pi}{2}$ وعلى φ من صفر إلى 2π

التكامل الأول بالنسبة لـ $\theta = \frac{١}{٣}$

والتكامل الثانى بالنسبة لـ $\varphi = 2\pi$

$\therefore$ التغير الكلى فى كمية الحركة $= \frac{1}{3} m v^2\ dn_{v}\ dA\ dt$

هذا التغير يكون بالنسبة للسرعات الواقعة بين v & v + dv ، ويصبح التغير الكلى بالنسبة لجميع السرعات هو :

$$\frac{1}{3} m \left[\int v^2\ dn_{v} \right] dA\ dt$$

وباستخدام نظرية الدفع وكمية الحركة لنيوتن :

$$F = m a = m \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore F\,dt = m\,d\,v$$

أى أن الدفع يساوى التغير فى كمية الحركة . فإذا كانت القوة المؤثرة على المساحة dA هى dF فإن

$$dF.\ dt = \frac{1}{3} m \left[\int v^2\ dn_{v} \right] dA\ dt$$

ولكن من تعريف الضغط على السطح ، هو القوة على وحدة المساحات أى أن :

$$P = \frac{dF}{dA} = \frac{1}{3} \int v^2\ dn_{v}$$

متوسط مربع سرعة الجزيئات v^2

يمكن وضع المعادلة السابقة بصورة أبسط لو اعتبرنا متوسط مربع سرعة الجزيئات :

$$\overline{v}^2 = \frac{\Sigma N_i \, v_i^2}{\Sigma N_i} = \frac{\Sigma N v_i^2}{N}$$

$$\therefore \overline{v}^2 = \frac{\Sigma n_i \, v_i^2}{n}$$

أما إذا كان للجزيئات توزيع متصل للسرعات فإن :

$$\overline{v}^2 = \frac{1}{n} \int v^2 \, dn_v$$

$$n \, \overline{v}^2 = \int v^2 \, dn_v$$

ضغط الغاز :

وباستخدام المعادلة السابقة مع معادلة ضغط الغاز نحصل على

$$P = \frac{1}{3} \, m \, n \, \overline{v}^2$$

يلاحظ أن متوسط مربع السرعة لا يساوى مربع متوسط السرعة

$$\overline{v^2} \neq (\overline{v})^2$$

المعادلة العامة للغازات :

باستخدام معادلة الضغط السابقة يمكن الحصول على العلاقة بين الحجم والضغط ودرجة الحرارة لغاز .

نفرض أن n هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم ، N هو العدد الكلى للجزيئات فى الحجم V :

$$\therefore n = \frac{N}{V}$$

ومن معادلة الضغط :

$$\therefore P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{v}^2$$

$$PV = \frac{1}{3} N m \overline{v}^2$$

إذا اعتبرنا ١ كجم جزىء من غاز تكون N هى عدد أفوجادرو ويكون $M = Nm$ هو الوزن الجزيئى للغاز ويكون الطرف الأيمن من المعادلة عبارة عن $\left(\frac{2}{3}\right)$ طاقة حركة الجزيئات فى هذا الكيلو جرام الجزيئى .

المعادلة السابقة تشبه معادلة الحالة للغاز التام للكيلو جرام الجزيئى :

$$PV = RT = N k T$$

حيث R هو ثابت الغاز للكيلو جرام الجزيئى k ثابت بولتزمان ومن المعادلتين نجد أن :

$$\frac{2}{3} N . \frac{1}{2} m \overline{v}^2 = RT$$

$$\frac{1}{2} m \overline{v}^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} kT$$

أى أن **طاقة حركة الجزىء الواحد** تساوى $\frac{2}{3}$ حاصل ضرب ثابت بولتزمان فى درجة الحرارة المطلقة للغاز . وهذه المعادلة تعطى تعريف ثابت بولتزمان أو ثابت الغاز والمعنى الطبيعى له .

ثابت بولتزمان يساوى $\frac{2}{3}$ طاقة الحركة الانتقالية لجزىء واحد عند درجة الحرارة ١ كلفن .

∴ طاقة الحركة المتوسطة للجزىء تتناسب مع درجة الحرارة المطلقة ولا تتوقف على ضغط الغاز أو حجمه . أى أن طاقة حركة جزيئات الغازات المختلفة مثل الأيدروجين – الهيليوم – الأوكسجين وغيرها جميعها متساوية عند نفس درجة الحرارة بالرغم من اختلاف أوزانها الذرية .

١ -٤ درجات الحرية وقانون تساوى توزيع الطاقة :

أى جسم يتحرك فى خط مستقيم يكون له درجة واحدة من درجات الحرية ، أما إذا تحرك على مستوى يكون له درجتان حيث إنه يستطيع الحركة فى كل من الاتجاه س أو ص .

الجسم المتحرك فى الفراغ له ثلاث درجات حرية انتقالية . يمكن أيضا وجود درجات حرية دورانية أو درجات حرية تذبذبية .

عدد درجات الحرية لأى جسم متحرك تضاف إلى بعضها . فمثلا غاز به عدد N جزىء أحادى الذرة يكون له 3N عدد درجات حرية انتقالية .

من نظرية الحركة للغازات ، وجدنا أن طاقة الحركة الانتقالية لكل جزىء تساوى :

$$\frac{3}{2}\ kT$$

بما أن لدينا ثلاث درجات حرية انتقالية للجزىء تكون طاقة حركة الجزىء لكل درجة حرية تساوى 1/2 kT ويسمى هذا بقانون تساوى توزيع الطاقة على درجات الحرية المختلفة .

نص القانون :

فى أى مجموعة ديناميكية فى حالة اتزان حرارى تتوزع الطاقة بالتساوى على درجات الحرية المختلفة وتكون قيمة كل منها $\frac{1}{2}\ kT$.

للجوامد طاقة حركة للذرات المكونة لها وكذلك طاقة موضع ، لذلك فإن طاقة الذرة لكل درجة حرية هى $2 \times \frac{1}{2}\ kT = kT$.

مثال : احسب طاقة حركة وجذر متوسط مربع السرعة لجزيئات الأكسجين عند درجة ٢٧°م علما بأن الوزن الجزيئى له ٣٢ .

وأن عدد الجزيئات فى ١ كيلو جرام جزيئى = ٦,٠٣ × ١٠^٢٦

ثابت بولتزمان = ١,٣٨ × ١٠^-٢٣

الحل :

$$T = 273 + t = 300\ ^{\circ}K$$

$$\frac{3}{2}\ kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21}\ \text{Joule}$$

كتلة جزىء الأكسجين

$$m = \frac{32}{6.03 \times 10^{26}} = 5.31 \times 10^{-26}\ \text{Kgm}$$

متوسط مربع السرعة

$$\overline{v}^2 = \frac{2 \times 6.21 \times 10^{-21}}{5.31 \times 10^{-26}}$$

$$= 23.4 \times 10^{4}\ (m/s)^2$$

$$r.m.s.\ v = \sqrt{\overline{v}^2} = 482\ m/S$$

ملاحظة : سرعة الصوت فى الهواء تحت الظروف المعتادة N T P = ٣٥٠ متر / ثانية .

١ – ٥ استنتاج قوانين الغازات من معادلة الضغط :

١ – قانون بويل :

$$PV = \frac{1}{3}\ m\ n\ \overline{v}^2$$

عند ثبوت درجة الحرارة تكون طاقة حركة الجزيئات المتوسطة ثابتة ، أى إن

$\overline{v}^2$ = Constant وبذلك نحصل على قانون بويل PV = constant

٢ - قانون أفوجادرو :

اعتبر غازين عند نفس درجة الحرارة والضغط :

$$\therefore\ P = \frac{1}{3} m_1\ n_1\ \overline{v}_1^2 = \frac{1}{3}\ m_2\ n_2\ \overline{v}_2^2$$

وبما أن الغازين فى نفس درجة الحرارة :

$$\frac{1}{2}\ m_1\ \overline{v}_1^2 = \frac{1}{2}\ m_2\ v_2^2$$

ومن المعادلتين السابقتين نجد أن :

$$n_1 = n_2$$

أى إن أى غازين لهما نفس الضغط ودرجة الحرارة يكون لهما نفس العدد من الجزيئات لوحدة الحجوم .

٣ - قانون دالتون : اعتبر مجموعة من الغازات كثافاتها هى d_1 , d_2 , d_3 ، ومتوسط مربع سرعاتها .... ، $\overline{v}_1^2 , \overline{v}_2^2 , \overline{v}_3^2$

إذا خلطت هذه الغازات فى حجم معين فإن محصلة الضغط P للمخلوط باعتبار جميع الأنواع من الجزيئات تكون :

$$P = \frac{1}{3}\ d_1\ \overline{v}_1^2 + \frac{1}{3}\ d_2\ \overline{v}_2^2 + \frac{1}{3}\ d_3\ \overline{v}_3^2 + ...$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 + ... = \Sigma_i\ P_i$$

تعيين جذر متوسط مربع السرعة للجزئيات :

$$\acute{r}\ .\ m\ .\ s\ .\ v = \sqrt{\overline{v}^2}$$

باعتبار ١ كيلو جرام جزيئى يكون m N هو الوزن الجزيئى بالكيلو جرام للغاز . يمكن تعيين $\acute{r}\ .\ m\ .\ s\ .\ v$ جذر متوسط مربع السرعة لغاز بمعرفة ثابت الغذر له ودرجة حرارته أو بقياس ضغطه وحجمه .

$$PV = \frac{1}{3} m N \overline{v}^2 \qquad P = \frac{1}{3} \frac{m N}{V} v^2$$

$$\frac{Nm}{V} = \frac{\text{total mass of gas}}{\text{its volume}} = \frac{\text{كتلة الغاز}}{\text{حجمه}}$$

d = كثافته

$$\overline{v}^2 = \frac{3P}{d}$$

ويكون جذر متوسط مربع السرعة هو :

$$r.m.s.v = \sqrt{\overline{v}^2} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

أيضا :

من المعادلة العامة للغازات $PV = RT = NkT$

ومن معادلة ضغط الغاز :

$$PV = RT = \frac{1}{3} N m v^2$$

حيث N هى عدد جزيئات الغاز فى الحجم V

$$\frac{1}{3} N m v^2 = N k T$$

$$\overline{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$r.m.s.v = \sqrt{\overline{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

تعريف : الإلكترون فولط (eV) :

عند معالجة الإلكترونات أو الأيونات بهذه الطريقة الإحصائية ، فإننا نستخدم الالكترون فولط كوحدة للطاقة . وتعريفها هو الطاقة التى يتحصل عليها الإلكترون عند سقوطه خلال فرق فى الجهد مقداره ١ فولط .

١ إلكترون فولط = $١٠ \times ١.٦٠٢ \times ١٠^{-١٩}$ جول

للمقارنة :

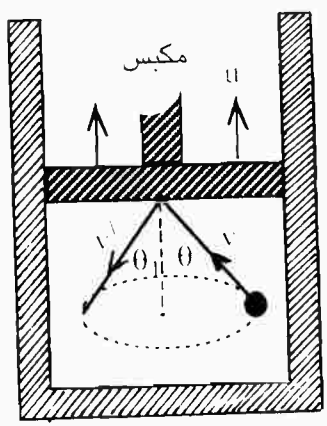
عند درجة حرارة ٣٠٠° مطلق تكون طاقة الجزىء $\frac{3}{2}$ k T

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{ Joule}$$

$$= \frac{6.21 \times 10^{-21}}{1.6021 \times 10^{-19}} = 0.04 \text{ ev}$$

وهذه القيمة هى طاقة حركة جزىء الغاز بالإلكترون فولط عند درجة ٢٧ ° م .

تطبيق : إثبات أن التغير الأدياباتيكى لغاز يخفض من درجة حرارته تصادم الجزيئات مع جدار متحرك . Adiabatic change



من المعروف أن التمدد الحر لغاز تحت ظروف ثابتة الحرارة (تغير اديباتى) يسبب نقصا فى درجة حرارة الغاز أى نقصا فى طاقته الداخلية .

لإثبات ذلك على أساس الميكانيكا الإحصائية للغاز ، نعتبر غازاً داخل اسطوانة يقفلها مكبس حر الحركة ، شكل (١ – ٥) .

نفرض أن المكبس تحرك إلى أعلى بسرعة u أقل نسبياً من السرعة الجزيئية للغاز ، وأن الغاز يظل أثناء ذلك فى حالة اتزان ديناميكى حرارى .

نفرض جزىء يتحرك بسرعة v ويعمل زاوية θ مع العمودى على المكبس المتحرك .

المركبة العمودية للسرعة قبل التصادم = $v \cos \theta$

المركبة العمودية للسرعة بعد التصادم $v^1 \cos \theta^1$

حيث v^1 , θ^1 هما سرعة الجزىء والزاوية التى يصنعها مع العمودى بعد التصادم .

وهذه المركبة تساوى $v \cos \theta - 2u$

التغير فى طاقة الحركة نتيجة التصادم =

$$1/2 \quad m (v \cos \theta)^2 - 1/2 \; m \left(v^1 \cos \theta^1 \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} m (v \cos \theta)^2 - \frac{1}{2} m (v \cos \theta - 2u)^2$$

تساوى تقريبا $2 m u v \cos \theta$

حيث إننا فرضنا أن v أكبر كثيرا من u وأهملنا الحد فى u^2 كما سبق أن أثبتنا أن : -

عدد الجزيئات التى تصدم وحدة المساحة فى وحدة الزمن للسرعة v

$$= \frac{1}{4 \pi} v \, dn_v \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\varphi$$

وبوضع $d \varphi = 2 \pi$ لتجميع تأثير كل الجزيئات يكون العدد السابق هو :

$$= \frac{1}{2} v \, dn_v \sin \theta \cos \theta \, d\theta \qquad .... (2)$$

ويكون النقص الكلى فى طاقة الحركة عند التصادم لكل هذه الجزيئات

$$= m \, u \, v^2 \, dn_v \sin \theta \cos^2 \theta \, d \theta$$

وبإجراء التكامل على الزوايا θ بين صفر ، $\frac{\pi}{2}$ نوجد النقص الكلى فى طاقة جميع جزيئات الغاز ذات السرعة v عند تصادمها مع وحدة المساحة فى وحدة الزمن . وهذا يعطى :

$$\frac{1}{3} m \, u \, v^2 \, dn_v$$

وأخيرا بالتكامل على جميع قيم السرعات v ما بين صفر ومالا نهاية نحصل على :

(باعتبار جميع الجزيئات)

$$\frac{1}{3} n \, m \, v^2 \, . \, u = P \, . \, u$$

وإذا كانت مساحة المكبس A يكون النقص الكلى فى طاقة حركة الجزيئات يساوى =

$$P A \, . \, u = F \, . \, u$$

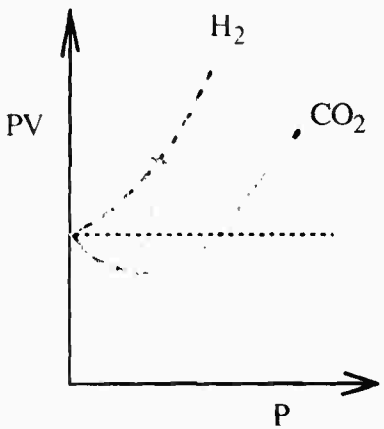
حاصل الضرب F . u هو معدل بذل الشغل على المكبس أثناء حركته . فإذا كانت المجموعة معزولة حراريا أى أن الجزيئات لا تستقبل حرارة من الخارج ، نجد أن طاقة حركة الجزيئات تنخفض وبالتالى تنخفض درجة حرارة الغاز .

سؤال : أثبت باستخدام الميكانيكا الإحصائية أن التمدد الدياباتى لغاز يسبب نقصا فى درجة حرارته .

١ - ٦ حيود الغازات الحقيقية عن تصرف الغاز التام :

من المعروف أن الغازات الحقيقية تحيد فى تصرفها عن الغاز التام ، فمثلا لا تتبع القانون العام للغازات PV = RT خصوصا عند الضغوط الكبيرة نسبيا أو الصغيرة جدا .

فإذا رسمنا العلاقة بين P ؛ PV فإننا لا نجد خطا أفقيا مستقيما ، كما نتوقع بل نجد نقصا فى قيمة PV أولا يتبعه زيادة عندما يزداد الضغط كثيراً شكل (١-٦) . وقد أجرى رينو هذه الدراسة لغازات مختلفة وعند درجات حرارة مختلفة . ووجد أنه عند درجة حرارة معينة أسماها **درجة حرارة بويل** ، يساوى حاصل الضرب PV مقدار ثابتا .



شكل (١ - ٦)

تفسير الحيود :

لقد فرضت نظرية الحركة وجود غاز تام ليس لجزيئاته أى حجم ، كما لا يوجد بين هذه الجزيئات قوى جزيئية .

وهذا غير صحيح بالنسبة للغاز الحقيقى .

١ - عند درجات الحرارة المنخفضة يقل PV كلما زاد الضغط P ، وهذا معناه أن

الضغط اللازم لانقاص حجم الغاز بنسبة معينة أقل مما يجب حسب قانون بويل . وقد فسرت تلك الظاهرة على أساس وجود قوى جاذبة جزيئية بين الجزيئات تساعد الضغط الخارجى على أنقاص حجم الغاز .

٢ – أما عند الضغوط المرتفعة يزداد PV عن المعدل ، وذلك بسبب وجود حجم محدود للجزيئات . ويظهر تأثير حجم الجزيئات عند الضغوط العالية وعندما تقترب الجزيئات من بعضها قربا كافيا بحيث يكون حجم الجزيئات متناسبا مع حجم الفراغ الذى تشغله هذه الجزيئات .

معادلة فان درفال للغازات الحقيقية

أدخل فان درفال فى اعتباره القوى الجزيئية بأن اعتبر أن أى جزىء داخل الغاز يقع تحت تأثير جذب جميع الجزيئات المحيطة به ، ولذلك تكون محصلة القوة المؤثرة عليه تساوى صفرا ، بينما ينجذب إلى الخلف الجزىء الذى يتصادم مع الجدران بسبب شد باقى الجزيئات وتكون القوى الجزيئية لذلك سببا فى انقاص ضغط الغاز عما يجب أن يكون عليه ،

وقد صحح فان درفال هذا النقص بأن أضاف إلى الضغط المقاس للغاز حدا يتناسب مع مربع كثافة الغاز أى مع مربع مقلوب الحجم . وبذلك يكون الضغط الصحيح للغاز هو :

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right)$$

أما بالنسبة لحجم الجزيئات فقد استبدل الحجم المقاس للغاز V بالمقدار (V - b) حيث b هو مقدار ثابت يرتبط مباشرة بحجم الجزيئات الفعلى فى الغاز ،

وتصبح معادلة الغاز الحقيقى هى :

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (V - b) = R T$$

إيجاد الثوابت a & b عمليا :

نوجد معدل زيادة الضغط مع درجة الحرارة عند ثبوت الحجم ، وذلك بالستخدام الترمومتر الغازى ثابت الحجم ،

نحصل على $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v$ وهو ميل منحنى التغير من P , T كما مبين بشكل (١-٧)

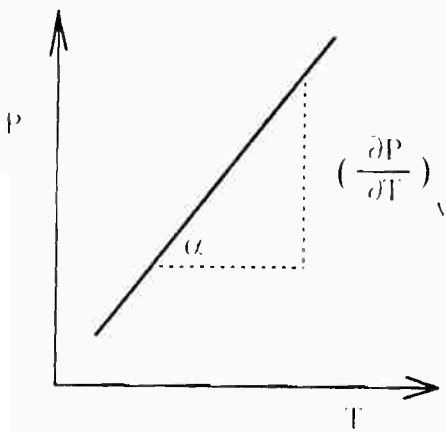
وبمفاضلة معادلة فان درفال جزئيا مع ثبوت الحجم نحصل على :

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right) = \frac{RT}{v - b}$$

$$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v = \frac{R}{V - b}$$

ومنها

$$b = \left[V - \frac{R}{\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v}\right]$$



شكل (١ - ٧)

وبالتعويض في معادلة فان درفال نحصل على :

$$a = V^2 \left[T\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_v - P\right]$$

تمرين (١) :

أوجد عدد جزيئات غاز فى معدل الضغط ودرجة الحرارة الموجودة فى حجم معكب طول ضلعه يساوى طول الموجة المنظورة ٥٠٠٠ أنجستروم .

الحل :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T \qquad m v^2 = 3 kT$$

$$\frac{1}{3} m n v^2 = P = 76 \times 13.6 \times 980$$

$$\therefore n = \frac{3P}{m v^2} = \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 kT}$$

$$\therefore N = n V$$

$$= \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 273} \times (5 \times 10^{-5})^8$$

$$= 4 \times 10^6 \text{ molecules}$$

تمرين (٢) :

أوجد درجة حرارة غاز تكون متوسط طاقة الحركة الانتقالية لجزيء فيه مساوية لطاقة أيون مفرد الشحنة singly charged ion له نفس كتلة الجزيء ، وتسارع accelerated من حالة سكون خلال فرق في الجهد قدره :

١ فولط ، ١٠٠٠ فولط ، $١٠^{٦}$ فولط (أهمل تأثير النسبية)

الحل : لجهد ١ فولط :

طاقة الأيون = $ev = 1 \times 10^{19} \times 1.6$ جول

$$ev = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT$$

$$1.6 \times 10^{-19} = \frac{3}{2} 1.38 \times 10^{-23} \times T$$

$$\therefore T = 7700^0 K$$

ولجهد $١٠^{٣}$ فولط $T = 7.7 \times 10^6 K$

ولجهد $١٠^{٦}$ فولط $T = 7.7 \times 10^9 K$

مسائل علي الباب الأول

مسائل وتمارين

١ – أوجد عدد جزيئات غاز فى معدل الضغط ودرجة الحرارة الموجودة فى حجم مكعب ، طول ضلعه يساوى طول الموجة المنظورة ٥٠٠٠ أنجستروم .

الحل :

$$1/2\ m\ v^2 = 3/2\ k\ T$$

$$\therefore\ m\ v^2 = 3\ k\ T$$

من قانون الضغط :

$$1/3\ m\ n\ v^2 = P$$

$$= 76 \times 13.6 \times 980$$

$$\therefore\ n = \frac{76 \times 13.6 \times 980 \times 3}{3\ k\ T}$$

وهذا هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم من الغاز

عدد الجزيئات فى الحجم المطلوب V

$$N = n\ V$$

$$= \frac{76 \times 13.6 \times 980 \times (5 \times 10^{-5})}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 273}$$

$$= 4 \times 10^{6} \quad \text{mol}$$

٢ – احسب عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم من من غاز عند درجة ٣٠٠° كلفن ، إذا كان ضغط الغاز $١٠^{٣}$ مم زئبق ثم أوجد عدد الجزيئات فى مكعب طول ضلعه ١ مم تحت نفس الظروف السابقة .

٣ – أوجد عدد مرات تصادم جزيئات الأكسجين على المتر المربع من الجدران فى

الثانية ، إذا كانت كثافته ٣ × ١٠^{٢٥} جزىء لكل متر مكعب والسرعة المتوسطة للجزىء عند درجة ٢٧٣° كلفن هى ٤٥٠ متر / ثانية .

٤ – عرف ثابت بولتزمان من الناحية الفيزيائية .

٥ – أثبت أن :

أ – طاقة حركة الجزئيات للغازات المختلفة عند نفس درجة الحرارة لا تتوقف على كتلها .

ب – جذر متوسط مربع السرعات للغاز يساوى $\sqrt{\frac{3\,K\,T}{m}}$

حيث T درجة الحرارة المطلقة m كتلة الجزىء .

٦ – احسب طاقة حركة وجذر متوسط مربع سرعة جزئيات الأكسجين عند درجة ٢٧° م ، علما بأن الوزن الجزيئى له ٣٢ .

٧ – أوجد متوسط مربع سرعة جزيئات غاز بدلالة ضغطه وكثافته .

٨ – أوجد درجة حرارة غاز تكون متوسط طاقة الحركة الانتقالية لجزىء فيه مساوية لطاقة أيون مفرد الشحنة له نفس كتلة الجزىء ، وتسارع من حالة السكون خلال فرق جهد قدره ١ فولط ، ١٠٠٠ فولط . أهمل تأثير النسبية .

الحل :

طاقة الأيون = $e\ v$

$= 1 \times 10^{-19} \times 1.6$

$e\ V = 1/2\ m\ v^2 = 3/2\ KT$

$$\therefore\ 1.6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 1.38 \times 10^{-32}\ T$$

$$\therefore\ T = 7700^{0}\ K$$

ولجهد ١٠٠٠ فولط تكون الدرجة ٧.٧ مليون درجة .

٩ - أثبت أن متوسط مربع السرعات لا تساوى مربع متوسط السرعات للجزئيات الآتية :

العدد	٢	٤	٣
السرعة بالمتر/ثانية	١	٢	٣

الحل :

Ni	2	4	3
vi	1	2	3

$$\overline{v^2} = \frac{\Sigma\ Ni\ vi^2}{\Sigma\ Ni}$$

$$= \frac{2 \times 1^2 + 4 \times 2^2 + 3 \times 3^2}{2 + 4 + 3}$$

$$= 5\ (m/s)^2$$

$$\overline{v} = \frac{\Sigma\ Ni\ vi}{\Sigma\ Ni} = \frac{19}{9} = 2.11$$

$$\overline{(v)^2} = 4.45\ (m/S)^2$$

١٠ - أوجد متوسط طول المسار الحر للأيدروجين فى المعدلين ، علما بأن معامل اللزوجة بوحدات سم . جم . ث ٠.٠٠٠٠٨ وكثافة الأيدروجين فى المعدلين ٠.٠٠٠٠٩ جم / سم^3 . ثم أوجد تردد التصادم .

الحل :

$$N = 1/3 \; m \; n \; \sqrt{v^2} \qquad \ldots (١)$$

$$= 1/3 \; d_{\lambda} \; \sqrt{v^2} \qquad \ldots (٢)$$

$$P = 1/3 \; d \; v^2$$

بحذف v^2 من المعادلتين :

$$\therefore \; \lambda = N \sqrt{\frac{3}{Pd}}$$

وبالنسبة للأيدروجين نجد أن $\lambda = 1445 \times 10^{-5}$ cm

تردد التصادم هو متوسط عدد التصادمات للجزىء الواحد فى الثانية الواحدة ، وهذا يساوى متوسط السرعة مقسوما على متوسط طول المسار الحر ، أى أن

$$\therefore \quad \frac{v}{\lambda} = \frac{P}{\eta}$$

$$= \frac{76 \times 13.6 \times 980}{.00008}$$

∴ تردد التصادم = 1.251×10^{10} تصادما فى الثانية

١١ – أوجد نصف قطر جزىء الأيدروجين من بيانات المسألة السابقة

الحل :

$$\lambda \quad \frac{1}{\sqrt{2} \; n \; . \; 4 \pi \; r^2}$$

حيث r نصف الجزىء

$$\therefore \; r^2 = \frac{1}{4 \sqrt{2} \; \pi \; n \; \lambda}$$

ومن ذلك نحصل على :

$$r = 1.19 \times 10^{-8} \quad cm$$

١٢ – أوجد الفرق بين متوسط طول المسار الحر لجزئيات الهليليوم تحت ضغط جوى عند درجتى الحرارة صفر ، ١٠٠° م .

لزوجة الهيليوم عند الصفر = ٠,٠٠٠١٩ وعند ١٠٠° م = ٠,٠٠٠٢٣ بوحدات سم جم ث وكثافة الهليوم = ٠,٠٠٠١٧٨٥ جم / سم^{٣}

١٣ – أثبت أن النسبة بين السرعة المتوسطة إلى السرعة الأكثر احتمالا إلى جذر متوسط مربع السرعة لجزيئات غاز هي على الترتيب ١,٥٩ : ١,٤١ : ١,٧٣ .

١٤ – يتمدد غاز تمدد أديباتيا داخل اسطوانة يتحرك مكسبها ببطء ، وبسرعة u أقل نسبيا من السرعة المتوسطة لجزئيات الغاز أثبت أن طاقة الحركة المفقوده من الجزىء ذى السرعة v هى $2\ m\ v\ u\ \theta$ حيث θ هى زاوية سقوط الجزىء . ثم أثبت أن الطاقة الكلية المفقودة من جزئيات الغاز تساوى الشغل الذى يبذله الغاز عند التمدد .

١٥ – أثبت ما يأتى :

أ – احتمال التصادم بين جزيئات غاز يساوى مقلوب متوسط طول المسار الحر .

ب – يتناسب احتمال التصادم طرديا مع مساحة مقطع التصادم ومع عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم .

١٦ – أثبت أن عدد الجزيئات فى غاز والتي لها مسارات حرة أطول من T cm تعطى بالمعادلة $N = N_0 \exp - L/\lambda$

حيث λ هو متوسط طول المسار الحر للجزىء ، N_0 العدد الكلى للجزئيات .

١٧ – أثبت أن متوسط البعد الذى تأتى منه الجزيئات فى غاز لتعبر أى سطح داخله

تساوى $\frac{2}{3}$ متوسط طول المسار الحر للجزيئات ، ثم أوجد لزوجة الغاز .

١٨ – أثبت أن لزوجة أى غاز لا تتوقف على ضغطه أو كثافته .

١٩ – أثبت أن لزوجة الغاز تتناسب طرديا مع الجذر التربيعى لدرجة حرارته المطلقة ، ثم أوجد قطر الجزىء بدلالة لزوجة الغاز ودرجة حرارته المطلقة .

٢٠ – متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز عند درجة ٢٥°م هـو ٢.٦٣×١٠^{-٥} مترا . أوجد ضغط الغاز علما بأن نصف قطر الجزىء ٢.٥٦×١٠^{-١٠} مترا ثم أوجد عدد التصادمات فى المتر من المسار لأحد الجزيئات .

٢١ – متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز ١٠ سم . إذا اعتبرنا $١٠^{٤}$ مسارات حرة . أوجد عدد الجزيئات التى لها مسارات أكبر من ١٠ سم وكذلك أكبر من ٥٠ سم .

٢٢ – فى المسألة السابقة كم عدد الجزئيات التى يكون لها طول مسارات محصور بين ٩.٥ ، ١٠.٥ سم ؟ وكم عددها بين ٩.٩ ، ١٠.١ سم ؟

٢٣ – يبين الجدول التالى تغير لزوجة غاز ثانى أكسيد الكربون مع درجة الحرارة .

$t\ ^0c$	-21	0	100	182	302
$\eta \times 10^6$	12.9	14	18.6	22.2	26.8

احسب متوسط النسبة $\eta / \sqrt{T}$ ثم أوجد قطر الجزىء ، علما بأن الوزن الجزيئى لثانى أكسيد الكربون ٤٤ كيلو جرام للمول .

٢٤ – أوجد معامل لزوجة الهواء علماً بأن كثافته ١.٢٩٣ كجم / م^{٣} والسرعة المتوسطة $\bar{v}$ لجزيئاته ٤.٦ × ١٠^{٢} م / ث ومتوسط طول المسار الحر ٦.٤ × ١٠$^{-٨}$ متر فى المعدلين .

٢٥ – مدفع إلكترونى يخرج إلكترونات إلى حيز به غاز ضغطه ١٠٠ نيوتن / م^{٢} ، وتجمع الإلكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدنى على بعد ١٠ سم من المدفع حيث يقاس التيار .

فإذا كان التيار الإلكترونى المنبعث من المدفع ١٠٠ ميكرو أمبير ، وتيار لوح التجميع ٣٧ ميكرو أمبير :

أ – فأوجد متوسط طول المسار الحر للإلكترونات .

ب – وماذا يصبح تيار اللوح المعدنى إذا أنقصنا ضغط الغاز إلى ٥٠ نيوتن / م^{٢} ؟

الحل :

– أ –

$$N = No\ e^{-X/\lambda}$$

$$\therefore\ 37 = 100\ e^{-X/\lambda}$$

$$0.37 = e^{-X/\lambda} = e^{-1}$$

$$x = \lambda = 10\ cm$$

– ب – بما أن درجة الحرارة لا تتغير

إذن لا تتغير طاقة الحركة $1/2\ m\ v^2$

عند ضغط ١٠٠

$$P_1 = 1/3\ m\ n_1\ v^2$$

عند ضغط ٥٠

$$P_2 = 1/3\ m\ n_2\ v^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{1}$$

لكن

$$\lambda = \frac{0.707}{\sigma n}$$

∴ عند الضغط المنخفض :

$$\lambda_2 = 2 \quad \lambda_1 = 20 \text{ cm}$$

$$N / N_0 = e^{-X/\lambda}$$

ومنها

$$I/I_0 = e^{-X/\lambda}$$

$$= e^{-10/20}$$

$$I = 100 \quad e^{-0.5}$$

$$= 60 \text{ mico ampere}$$

٢٦ – يبدأ أيون أكسجين مفرد حركة حرة فى اتجاه عمودى على مجال كهربائى شدته 10^4 فوط / متر فى غاز ضغطه جوى ودرجة حرارته المطلقة ٣٠٠ كلفن .

أ – أوجد المسافة المقطوعة فى اتجاه المجال فى زمن متوسط مسار حر .

ب – ما نسبة متوسط المسار الحر إلى هذه المسافة ؟

جـ – ما السرعة المتوسطة فى اتجاه المجال ؟

د – ما هى نسبة السرعة الحرارية Thermal velocity إلى هذه السرعة ؟

هـ – ما نسبة طاقة التهييج الحرارى إلى الطاقة المكتسبة من المجال أثناء متوسط مسار حر .

٢٧ – فى التجربة الخاصة بتحقيق قانون ماكسويل لتوزيع السرعات كان قطر

الاسطوانة ٠,٢٧ مترا ، وعدد دوراتها فى الدقيقة ١٢٠٠٠ ، وكان المصدر عبارة عن فرن يحتوى مادة الزنك في درجة ٣٠٠°م .

أوجد بعد النقطة التى تسقط عليها جزيئات الزنك عندما تكون الاسطوانة ساكنه عن النقطة التى تسقط عندها الجزيئات ذات الطاقة

$$1/2\ m \quad v_x^2 = 2\ KT$$

الوزن الذرى للزنك = ٦٥,٣٧

٢٨ – أوجد متوسط طول المسار الحر ، وتردد التصادم لجزيئات النتروجين عند درجة 20°C وضغط ١ جو .

اعتبر قطر الجزىء 2×10^{-10} m

٢٩ – الطاقة الداخلية لغاز يحتوى n مول من CO_2 عند درجة 300 K تعطى بالمعادلة :

$$U = a\ n\ R\ T + b$$

حيث a , b ثوابت

أ – أوجد السعة الحرارية الجزيئية تحت حجم ثابت C_v .

ب – ماذا تكون C_p لهذا الغاز ؟

جـ – كم عدد درجات الحرية لهذا الجزىء عند هذه الدرجة ؟