الباب الثالث

ظواهر الانتقال

الظواهر الطبيعية التي تتوقف علي الانتقال Transport Phenomena

إذا لم يكن الغاز فى حالة استقرار ديناميكى حرارى يمكن حدوث أحد الظواهر الاتية :

١ - إذا كان تدفق السرعات مختلفا فى الأجزاء المختلفة من الغاز كأن يكون هناك حركة نسبية بين طبقات الغاز المختلفة تظهر خاصة اللزوجة Transfer of momentum .

٢ - عندما تكون درجة حرارة الغاز فى أجزائه المختلفة ، كأن يكون هناك ميل حرارى داخل الغاز يظهر التوصيل الحرارى ، حيث تنتقل الحرارة من الأجزاء الساخنة للباردة transfer of energy .

٣ - إذا كان تركيز جزيئات الغاز مختلفا فى أجزائه المختلفة تظهر ظاهرة الانتشار ، حيث تنتقل الجزيئات من مناطق التركيز الأكبر إلى الأقل transfer of matter .

∴ اللزوجة والتوصيل الحرارى والانتشار تمثل على الترتيب انتقال كمية الحركة ، والطاقة الحرارية ، والكتلة .

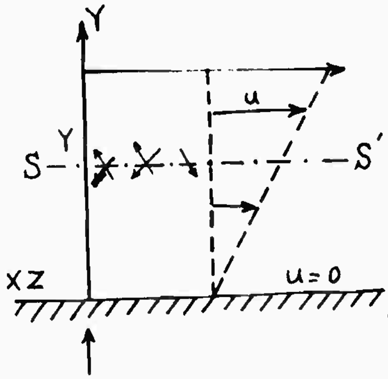
وتستحث جميع هذه الظواهر الطبيعية عن طريق التهيج الحرارى لجزئيات الغاز Thermal agitation .

ظاهرة اللزوجة :

اعتبر حالة غاز أو سائل يتحرك على مستوى أفقى X Z ، شكل (٣ - ١) تتحرك كتلة الغاز موازية للمستوى الأفقى وليست عمودية عليه .

باعتبار الغاز أو السائل مكون من طبقات فوق بعض . تزداد سرعة هذه الطبقات كلما ارتفعنا عن المستوى XZ أى فى الاتجاه الموجب لـ Y .

نتيجة للحركة النسبية بين الطبقات نفرض وجود احتكاك داخلى تنشأ عنه ظاهرة اللزوجة .



يعرف معامل اللزوجة η بالمعادلة :

$$F = \eta A . \frac{du}{dy}$$

حيث F هى القوة اللزجة وتكون فى اتجاه الحركة وتؤثر على المساحة A ، حيث يكون ميل السرعة العمودى على المساحة هو : $\frac{du}{dy}$

شكل (٣ - ١)

اعتبر الطبقة 'SS على ارتفاع Y من المستوى الثابت شكل (٣ - ١) وتتحرك بسرعة تدفق u لا تتعارض مع الحركة العشوائية للجزيئات في جميع الاتجاهات نتيجة للتهيج الحرارى . الغاز هنا ليس فى حالة اتزان ديناميكى حرارى . ولكن بما أن السرعة الجزيئية أكبر بكثير من سرعة التدفق ، لذلك يمكننا استخدام القوانين التى سبق استنتاجها بفرض وجود الاتزان .

تعبر الجزيئات الطبقة 'SS من أعلى لأسفل وبالعكس . ولكل جزىء سرعة تدفق لليمين تتوقف قيمتها على الارتفاع .

بما أن الحركة على مستوى أفقى .

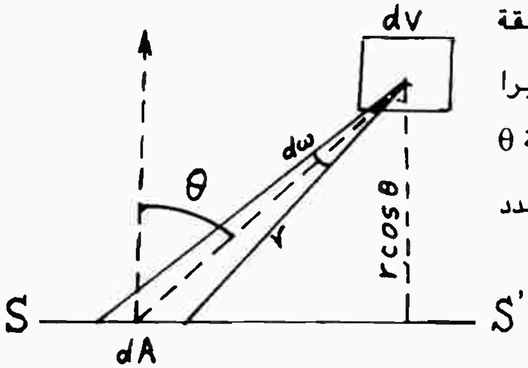
∴ لا توجد حركة رأسية أى أن عدد الجزيئات التى تعبر الطبقة 'SS إلى أعلى تساوى حتما عدد الجزيئات التى تعبرها إلى أسفل .

ولكن سرعات الجزيئات الآتية من الطبقات العليا أكبر من تلك الآتية من أسفل ولذلك تنتقل كمية حركة للجزيئات من أعلى إلى أسفل ، أكبر من تلك التى تنتقل من أسفل إلى أعلى . ويؤدى هذا إلى انتقال مستمر لكمية حركة الجزيئات عبر السطح transfer of momentum .

وباستخدام قانون نيوتن يكون معدل نقل كمية الحركة خلال وحدة المساحات مساويا للقوة اللزجة عليها .

∴ اللزوجة كظاهرة ميكروسكوبية تنشأ عن نقل الجزيئات لكمية الحركة عبر الطبقات أثناء حركتها العشوائية .

إيجاد عدد الجزيئات الذى يعبر ١ سم^2 فى الثانية :



شكل (٣-٢)

نفرض مساحة صغيرة dA على الطبقة SS' ، شكل (٣-٢) نفرض حجما صغيرا dV يبعد مسافة r عن المساحة ويعمل زاوية θ مع العمودى . z = تردد التصادم & n = عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم .

عدد الجزيئات فى الحجم dV = n dV

عدد التصادمات التى تتم داخل dV فى الزمن dt هو 1/2 z n dV dt « المعامل 1/2 وضع حيث إن كل تصادم يحتاج لجزيئين » .

عقب كل تصادم ينتج عدد ٢ مسار حر جديد

∴ عدد المسارات الحرة التى تنتج من داخل الحجم dV فى الزمن dt

$= z\ n\ dV\ dt$

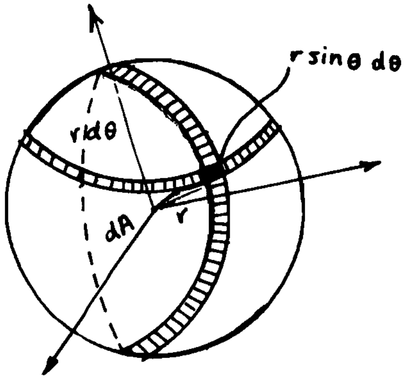
هذه المسارات تتوزع عشوائيا فى الفراغ فى جميع الاتجاهات

العدد المتجه للمساحة $dA = \frac{d\omega}{4\pi}\ z\ n\ dV\ dt$

حيث dω هى الزاوية المجسمة التى يعملها الحجم dV عند المساحة dA وتساوى $dA\ \cos\ \theta\ / r^2$

عدد الجزيئات التى تستطيع الوصول للمساحة dA دون تصادم يساوى العدد السابق مضروبا فى $\exp(-r/\lambda)$

وباستبدال قيمة الحجم الصغير dV بما يساويه باعتبار إحداثيات كرية spherical coordinates نحصل على (انظر شكل (٣-٣))



شكل (٣ - ٣)

$$dV = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, dr$$

عدد الجزيئات التى تغادر الحجم dV ويصل للمساحة dA فى الزمن dt بدون أن تعانى أى تصادم هو :

$$\frac{1}{4\pi} z \, n \, dA \, dt \sin\theta \cos\theta \, e^{-r/\lambda} \, d\theta \, . d\phi \, . \, dr$$

نحصل على العدد الكلى للجزيئات التى تعبر المساحة dA فى الزمن dt وبإجراء

التكامل على θ من $\frac{\pi}{2} \longrightarrow 0$ وعلى f من $2\pi \longrightarrow 0$

وعلى r من $\infty \longrightarrow 0$ نحصل على :

$$\frac{1}{4} z \, n \, \lambda \, dA \, dt$$

وبمعرفة أن تردد التصادم $z = v / \lambda$ يكون :

عدد الجزيئات الذى يعبر 'SS من أى ناحية لوحدة المساحات فى وحدة الزمن يساوى

$$\frac{1}{4} n \, v$$

ويلاحظ أن هذه هي نفس النتيجة التى سبق أن حصلنا عليها مع إهمال تأثير التصادم للجزيئات .

إيجاد متوسط الارتفاع الذى تأتى منه الجزيئات لتعبر المساحة dA :

الحجم dV يرتفع عن المستوى 'SS مسافة $r \cos\theta$ وباستخدام الطرق الإحصائية نحصل على متوسط الارتفاع عن 'SS لجميع الجزيئات التى تعبر المساحة dA وذلك بإيجاد حاصل حاصل ضرب الارتفاع $r \cos\theta$ فى عدد الجزيئات الآتية من الحجم

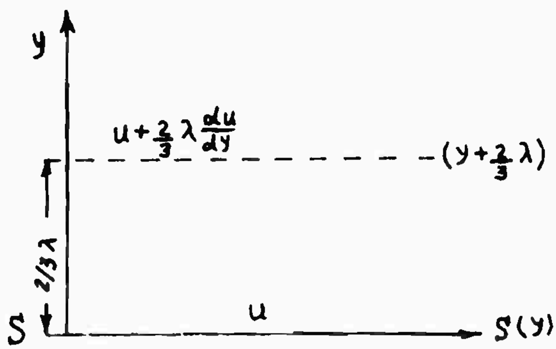
dV والتى تعبر dA ، ثم إجراء التكامل على $r\ \theta\ \phi$ ثم بالقسمة على العدد الكلى للجزيئات . الذى يعبر dA وهذه تساوى :

$$\bar{y} = \frac{\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{1}{4\pi} zn\ dA\ dt\ \sin\theta\ \cos^2\theta\ d\theta\ d\phi\ r\ e^{-r/\lambda}\ dr}{1/4\ z\ n\ \lambda\ dA\ dt}$$

$$\therefore\ \bar{y} = \frac{4\ z\ n\ \lambda^2\ dA\ dt}{6\ z n \lambda\ dA\ dt} = 2/3\ \lambda$$

أى أن ، فى المتوسط ، يكون كل جزىء يعبر المساحة من أعلى (أو من أسفل) أتيا من ارتفاع (أو من انخفاض) يساوى $\frac{٢}{٣}$ متوسط طول المسار الحر للجزىء .

إيجاد معامل لزوجة الغاز :



شكل(٣-٤)

نفرض أن سرعة تدفق الغاز على السطح SS' على الارتفاع y تساوى u تكون السرعة على ارتفاع $y + \frac{2}{3}\lambda$ هى $u + \frac{2}{3}\lambda\frac{du}{dy}$

تنتقل كمية الحركة للجزيئات فى الاتجاه الأفقى وليس الرأسى ، كمية حركة الجزىء

على الارتفاع $\lambda \frac{2}{3} + y$ هى :

$$m\left(u + \frac{2}{3}\lambda \frac{du}{dy}\right)$$

كمية حركة الجزيئات فى اتجاه التدفق والتى تنتقل عبر وحدة المساحة فى وحدة الزمن من أعلى لأسفل هى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} m\left(u + \frac{2}{3}\lambda \frac{du}{dy}\right)$$

وبالمثل كمية حركة الجزيئات التى تنقلها الجزيئات العابرة من أسفل إلى أعلى تساوى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} . m\left(u + \frac{2}{3}\lambda \frac{du}{dy}\right)$$

يكون بذلك معدل انتقال كمية الحركة خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن هو الفرق بين الكميتين السابقتين أى :

$$\frac{1}{3} n m \bar{v} \lambda \frac{du}{dy}$$

ومن قانون نيوتن الثانى تساوى القيمة السابقة القوة اللزجة viscous force لوحدة المساحات ، وهذه تساوى بالتالى :

$$\eta . \frac{du}{dy}$$

ومن هذا نحصل علي قيمة معامل اللزوجة η .

$$\eta = 1/3\ n\ m\ v\ .\ \lambda\ ..$$

وبالتعويض بدلا من $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\ \sigma n}$ حيث σ = مساحة مقطع التصادم

نحصل على :

$$\eta = \frac{m \bar{v}}{3\sqrt{2}\ \sigma}$$

هذه المعادلة لا تحتوى على الضغط أو كثافة الغاز ، ولذلك فلزوجة الغاز لا تعتمد عليهما وإن كانت تعتمد على درجة الحرارة خلال :

$$\sqrt{\frac{8\,K\,T}{\pi\, m}} = \bar{v}$$

وهذا يعطى : $n \;\&\; T$

وتستخدم معادلة اللزوجة :

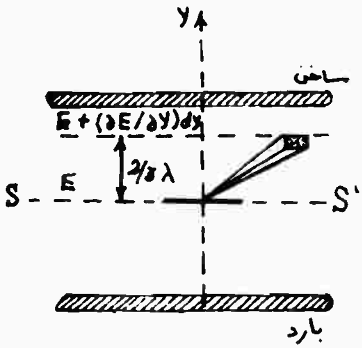
$$\eta = \frac{m}{^{3}\sqrt{2\,\sigma}} \quad \sqrt{\frac{8\,k\,T}{\pi\, m}}$$

كطريقة مباشرة لإيجاد مقطع التصادم أو قطر الجزىء ، حيث إن η , T تقاس مباشرة

$$\therefore \quad \sigma = \frac{1}{\eta}\sqrt{\frac{4\;m\;k\,T}{9\,\pi}} = \pi \quad D^{2}$$

حيث D هو قطر الجزىء .

إيجاد معامل التوصيل الحرارى لغاز :



شكل (٣-٥)

اعتبر لوحين معدنيين بينهما الغاز. إذا كان اللوح العلوى فى درجة حرارة مرتفعة بالنسبة للسفلى تنتقل طاقة الحركة للجزيئات من أعلى لأسفل وينتج عن ذلك ظاهرة التوصيل الحرارى (شكل ٣ - ٥)

توجد بين اللوحين طبقات من الغاز ثابتة الدرجة توازى مستوى اللوحين

نفرض أن :

T هى درجة حرارة الطبقة SS' وأن الميل الحرارى هو dT / dy

حيث y هو ارتفاع الطبقة عن المستوى البارد .

متوسط طاقة الجزيء عند الدرجة (T K) يساوى 1/2 f kT

حيث f عدد درجات الحرية للجزيء

الطاقة المنقولة عبر المستوى SS لوحدة المساحات فى وحدة الزمن بواسطة الجزيئات التى تعبرها من أعلى لأسفل هى :

$$\frac{1}{4} n \bar{v} \cdot \frac{f}{2} k \left(T + \frac{2}{3} \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

الطاقة التى تنقلها الجزيئات خلال نفس المساحة فى نفس الزمن من أسفل إلى أعلى هى :

$$1/4 \; n \; v \; f/2 \; k \left(T - 2/3 \; \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

∴ معدل تدفق الطاقة لوحدة المساحات وهي كمية الحرارة المارة فى وحدة المساحات فى وحدة الزمن هى :

$$H = \frac{1}{6} n \bar{v} f k \lambda \frac{dT}{dy}$$

ولكن من تعريف معامل التوصيل الحرارى K

$$H = K A \frac{dT}{dy}$$

حيث (A) هى المساحة التى تمر خلالها كمية الحرارة (H) ونعتبرها هنا الوحدة .

∴ بحذف $\frac{dT}{dy}$ نحصل على :

$$K = \frac{1}{6} n \bar{v} f k \lambda$$

عندما يكون الغاز تاما تكون عدد دجات الحرية f = 3 تصبح معادلة التوصيل الحرارى له :

$$K = 1/2 \; n \; v \; \lambda \; k$$

وتطبق هذه المعادلة على حالة الغاز الإلكترونى الحر فى الفلزات .

النسبة بين k و η :

من معادلتى لزوجة الغاز ومعامل توصيله :

$$\frac{K}{\eta} = \frac{1/6\ f\ v\ k\ \lambda}{1/3\ m\ n\ v\ \lambda} = \frac{f}{2} \cdot \frac{k}{m}$$

لكن للغاز التام :

$$m = \frac{M}{N_0} \qquad k = \frac{R}{N_0} \qquad \&\ Cv = \frac{f}{2}\ R$$

حيث M هو الوزن الجزيئى ، No هو عدد أفوجادرو .

$$\therefore \quad \frac{K}{\eta} = \frac{Cv}{R} \cdot \frac{k}{m} = \frac{Cv}{N\ .\ m} = \frac{Cv}{M}$$

$$\therefore \quad \frac{K\ .\ M}{\eta\ .\ Cv} = 1$$

هذه النتيجة وإن كانت قريبة من الصحة عمليا لبعض الغازات ، إلا أنها تحيد عن ذلك للغازات المعقدة جزيئيا حيث لا تنطبق فروض الغاز التام عليها .

الانتشار فى الغازات :

يحدث الانتشار نتيجة للحركة الجزيئية العشوائية داخل المادة ، كلما كان هناك ميل تركيزى concentration gradient لأى نوع من الجزيئات ، أى عندما يكون عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم على أحد جانبى سطح ما داخل المادة أكبر من العدد المناظر على الجانب الآخر .

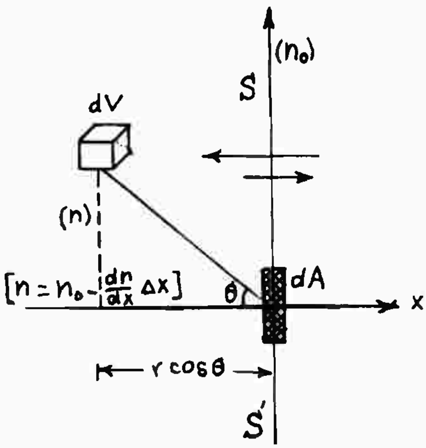
إذا لم يوجد سوى نوع واحد من الجزيئات داخل المادة فإن حركتها تحدث ما يسمي بالانتشار الذاتى ، ويدرس عادة هذا النوع من الانتشار بواسطة المواد المشعة الاقتفائية radio tracers « الايسو توبس » .

اعتبر 'SS سطح وهمى ، (شكل ٣-٦) ، داخل خليط من جزيئات مشعة وغير مشعة من غاز ما . نفرض أن كثافة الغاز فى كل مكان واحدة ويكون بذلك ضغط الغاز منتظما .

نفرض أن درجة الحرارة ثابتة ومنتظمة .

نفرض أن n هو عدد الجزيئات المشعة فى وحدة الحجوم عند نقطة ما داخل الغاز وتتغير فى الاتجاه السينى فقط وهو العمود على المستوى الرأسى .

نفرض أن ميل التركيز concentration gradient $\frac{dn}{dx}$ منتظما وموجبا بحيث تزداد n من اليسار إلى اليمين . إذا كانت n_0 هى عدد الجزيئات المشعة فى وحدة الحجوم عند المستوى الرأسى SS' يكون التركيز على بعد x من هذا المستوى هو .



شكل (٣-٦)

$$n = n_0 + x \frac{dn}{dx}$$

يكون تيار الجزيئات المشعة الذى يعبر المستوى SS' من اليمين لليسار أكبر من تيار الجزيئات المشعة العابرة من اليسار لليمين .

نفرض أن العدد الفعلى (net number) للجزيئات التى فى الاتجاه الموجب لـ x خلال وحدة المساحات فى وحدة الزمن هو J . يعرف معامل الانتشار D بالمعادلة .

$$J = -D \frac{dn}{dx}$$

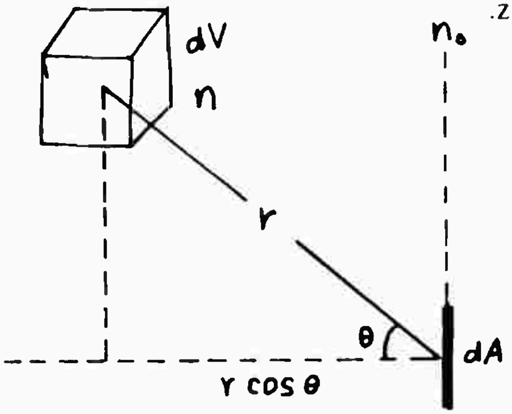
والإشارة السالبة هنا تعنى أنه عندما يكون الميل التركيزى $\frac{dn}{dx}$ موجبا فى اتجاه تزايد x يكون التيار الجزيئى J سالبا أى فى اتجاه تناقص x .

نفرض أن n' هو العدد الكلى للجزيئات فى وحدة الحجوم مشعة وغير مشعة . (يلاحظ أن هذا العدد ثابت فى جميع النقط) ولكن نسب المشع إلى غير المشع هى التى

تختلف .

العدد الكلى للجزيئات التى لها مسارات حرة تبدأ من الحجم dV وبعضها يصل للمساحة dA فى الزمن dt هى $z\ n'\ dV\ dt$.

(انظر شكل ٣ - ٧)



نسبة عدد الجزيئات المشعة إلى العدد الكلى للجزيئات = $\frac{n}{n'}$

∴ عدد الجزيئات المشعة التى مساراتها الحرة تبدأ من dV وبعضها يصل dA فى زمن dt يساوى

$$\frac{n}{n'} \cdot z\, n'\, dV\, dt = z\, n\, dV\, dt$$

شكل (٣-٧)

عدد الجزيئات المشعة التى تعبر dA بدون أن تعانى أى تصادم ، وتكون قادمة من الحجم dV تساوى :

$$\frac{1}{4\pi} z\, n\, dA\, dt\, \sin\theta \cos\theta\, e^{-r/\lambda}\, d\theta\, d\phi\, dr$$

لكن من هندسة الشكل :

$$n = n_o - r\cos\theta \frac{dn}{dx}$$

وبالتعويض :

∴ عدد الجزيئات المشعة التى تعبر dA فى الزمن dt هى :

$$\frac{1}{4\pi} z\, n_0\, dA\, dt\, \sin\theta \cos\theta\, e^{-r/\lambda}\, d\theta\, \phi\, dr$$

$$-\frac{1}{4\pi} z \frac{dn}{dx} dA\, dt\, \sin\theta \cos^2\theta \,.\, r\, e^{-r/\lambda}\, d\theta\, d\phi\, dr$$

وبإجراء التكامل على θ من $0 \longrightarrow \pi / 2$ وعلى φ من $0 \longrightarrow 2\pi$

وعلى r من $\infty \longrightarrow 0$ نحصل على :

$$1/4\ z\ n_0\ \lambda\ dA\ \ dt\ -\ 1/6\ z\ \lambda^2\ \frac{dn}{dx}\ dA\ \ dt$$

التيار الجزيئى من اليسار لليمين خلال وحدة المساحة فى وحدة الزمن هو

$$\overrightarrow{J} = 1/4\ z\ n_0\ \lambda\ -\ 1/6\ z\ \lambda^2\ \frac{dn}{dx}$$

التيار الجزيئى من اليمين لليسار خلال وحدة المساحة فى وحدة الزمن هو :

$$J = \frac{1}{4}\ z\ n_0 \lambda\ +\ \frac{1}{6}\ z\ \lambda^2\ \frac{dn}{dx}$$

عدد الجزيئات الفعلى الذى يتدفق من اليسار لليمين يساوى :

$$J = -\frac{1}{3}\ z\ \lambda^2\ \frac{dn}{dx}$$

ومن معادلة الانتشار $J = -D\ \frac{dn}{dx}$ نحصل على :

$$D = \frac{1}{3}\ z\ \lambda^2$$

لكن $z = \dfrac{\overline{v}}{\lambda}$

$$\therefore\ D = 1/3\ \overline{v}\ \lambda$$

وباستخدام معادلة اللزوجة :

$$\eta = 1/3\ n\ m\ \overline{v}\ \lambda = \rho\ .D$$

وبمعرفة أن $(n\,m = \rho)$ نحصل على معامل الانتشار D على الصورة

$$D = \frac{\eta}{\rho}$$

مسائل علي الباب الثالث

١ – أوجد معامل لزوجة الهواء علماً بأن كثافته $1.293\ Kg\ /\ m^3$ ومتوسط السرعة الجزيئية m/s 4.6×10^2 ومتوسط طول المسار الحر $6.4 \times 10^{-8}\ m$ فى المعدلين .

٢ – مدفع إلكترونى يخرج إلكترونات إلى حيز به غاز ضغطه $100\ n\ /\ m^2$ وتجمع الالكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدنى على بعد $10\ cm$ من المدفع حيث يقاس التيار :

إذا كان التيار الإلكترونيى المنبعث من المدفع $100\ \mu A$ وتيار لوح التجميع $37\ \mu A$.

أ – أوجد متوسط طول المسار الحر للإلكترونات .

ب – ماذا يصبح تيار اللوح المعدنى إذا أنقص ضغط الغاز إلى $50\ n\ m^{-2}$

٣ – أوجد الفرق بين متوسط المسار الحر لجزيئات الهليوم تحت ضغط جوى عند درجتى حرارة $(0^\circ C\ \&\ 100^\circ\ C)$.

لزوجة الهليوم بوحدات سم . جم ثانيه عند درجة $0^\circ\ C = 0.00019$

وعند درجة $100^\circ\ C\ =\ 0.00023$

كثافة الهليوم = 0.0001785 جم / سم٣

٤ – أثبت أن لزوجة أى غاز لا تتوقف على ضغطه أو كثافته ، ولكنها تتناسب طرديا مع الجذر التربيعى لدرجة حرارته المطلقه . ثم أوجد قطر الجزىء بدلالة لزوجة الغاز ودرجة حرارته المطلقه .

٥ – يبين الجدول التالى تغير لزوجة غاز ثانى أكسيد الكربون مع درجة الحرارة

t °C	-21	0	100	182	302
$\eta \times 10^6$	12.9	14	18.6	22.2	26.8

احسب النسبة بين η ، $\sqrt{T}$ ثم أوجد قطر الجزىء ، علما بأن الوزن الجزيئى لثانى أكسيد الكربون 44 kg / mole .