الباب الثامن

حساب الجرعة الإشعاعية الداخلية

Internal Radiation Dosimetry

1- تقديم.

2- مفاهيم أساسية.

3- حساب الجرعة الداخلية - طريقة النسب المتصة.

* * *

1- تقديم

من الممكن أن يتسبب امتصاص الإشعاعات المؤينة في ضرر بليغ للنسيج الحي حيث يؤدي امتصاص الطاقة إلى إحداث تغيرات على المستوى الجزيئي للخلية قد يؤدي إلى تدميرها. هذا شيء إيجابي في حال استخدام الإشعاعات للأغراض العلاجية radiotherapy لتدمير خلايا السرطان مثلا، لكنه قد يمثل خطرًا داهمًا عند استخدامها لأغراض أخرى أو عند التعرض لجرعات كبيرة منها، عمومًا.

للتوصل إلى علاج يؤدي إلى نتائج إيجابية والوصول بسلبيات استخدام المواد المشعة إلى حدها الأدنى في ذات الوقت وتشخيص دقيق آمن يتجنب المخاطر التي قد تنجم، يجب استخدام طريقة كمية دقيقة لحساب الجرعة الممتصة بواسطة أعضاء الجسم ودراسة توزيع الطاقة الممتصة داخل الأنسجة ولابد لممارس الطب النووي أن يكون مستوعبًا للمفاهيم الأساسية لعلم المعايرة الإشعاعية، راسخًا في إجراء الحسابات الخاصة بالجرعات الإشعاعية، يألف الوحدات المستخدمة والمعادلات وثوابت التحويل من نظام لآخر، مدركا لهامش الخطأ الممكن.

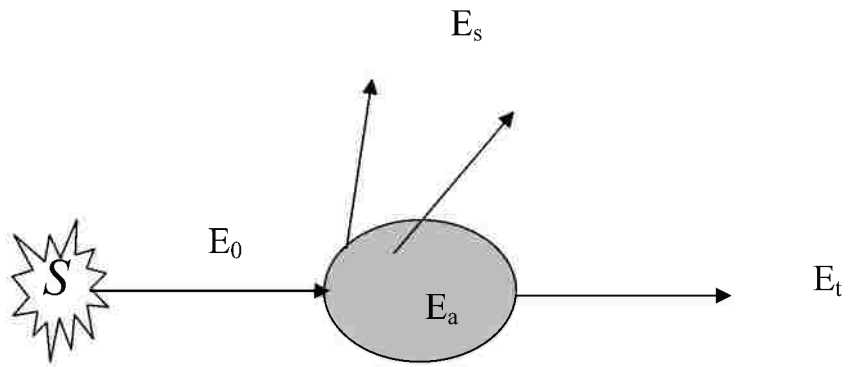
2- مفاهيم أساسية

تنقسم الجرعات الإشعاعية إلى نوعين أساسيين؛ الأول هو **جرعة التعرض** exposure dose والتي تعبر عن كمية الطاقة للإشعاع الساقط على الجسم ووحداتها هي الرونتجن Roentgen. أما النوع الثاني فهو **جرعة الامتصاص** Absorption dose والتي تمثل القدر الذي يمتص من طاقة التعرض بواسطة العضو الهدف الذي يقع في مجال التعرض.

2-1 التعرض

في الشكل (1-8) تنبعث الإشعاعات المؤينة من المصدر S (والذي قد يكون توزيعًا لمادة مشعة في نسيج أو عضو بشري داخل جسم الإنسان). تسقط الإشعاعات على العضو المعني، العضو الهدف target organ، والذي يقع في مجال الإشعاعات. كمية الطاقة التي تنبعث

من المصدر وتصل إلى العضو E_0 تسمى **جرعة التعرض** exposure dose. جزء من هذه الطاقة التي تصل الهدف يمتص بواسطة نسيج العضو E_a . كمية الطاقة الممتصة بواسطة بوحدة الكتل من النسيج تسمى **الجرعة الممتصة** the absorbed dose. جزء آخر من



شكل (1-8) جرعة التعرض وجرعة الامتصاص

الطاقة التي تصل العضو قد تنفذ بدون امتصاص E_t وجزء ثالث يتشتت E_s (يشمل التشتت الذي يحدث على سطح العضو والتشتت الذي يحدث نتيجة التفاعل مع ذرات نسيج الوسط)، حيث:

$$E_0 = E_a + E_s + E_t$$

يتوقف التعرض على العوامل:

- نشاط النظير المشع وهو عدد التفككات في وحدة الزمن ويقاس بالكوري Ci ، فلو ثبتنا العوامل الأخرى، فإن 2Ci من كوبلت- 60 مثلا، يمد العضو الهدف بضعف الإشعاعات التي تصله من مصدر نشاطه 1Ci من كوبلت- 60.

- الطاقة المنطلقة من خلال الاضمحلال النووي، ومن ثم يعتمد على عدد الجسيمات والفوتونات المنطلقة في كل تفكك، أي يعتمد على نمط الاضمحلال، فإذا ثبتنا العوامل الأخرى، فإن 1Ci من كوبلت - 60 يمد العضو الهدف بجرعة أكبر من فوتونات جاما من تلك التي يمدها به 1Ci من السيزيوم- 137؛ ذلك لأنه ينبعث فوتونان في كل اضمحلال

في حالة كوبلت – 60، بينما ينطلق فوتون واحد في حالة السيزيوم- 137 وأن طاقة الفوتونات في حالة السيزيوم أقل.

- تخضع شدة الشعاع المنطلق لقانون التربيع العكسي، ومن ثم يتناسب التعرض عكسيًّا مع مربع المسافة بين المصدر والهدف.

- إن لم يكن الشعاع المنطلق من المصدر موجها collimated، تتوقف جرعة التعرض على مساحة سطح العضو الهدف التي تتعرض للإشعاع، فكلما زادت المساحة المعرضة كلما زادت الطاقة التي تصله.

- طبيعة الأجسام التي تقع بين المصدر والهدف.

- زمن التعرض.

2-2 الرونتجن Roentgen

تاريخيًّا، الرونتجن (الاسم تخليدًا لمكتشف أشعة X) أول الوحدات الإشعاعية استخدامًا فهو وحدة جرعة التعرض. تبنى فكرة تعريفه على قدرة الإشعاعات الكهرومغناطيسية (فوتونات أشعة جاما وأشعة X) على إحداث التأين عند مرورها في الهواء. ويُعرف:

واحد رونتجن (يرمز له بالرمز R) بأنه التعرض من فوتونات أشعة جاما، أو أشعة X اللازمة لإنتاج كمية من الشحنة (نتيجة التأين) تساوي 1esu في واحد سنتيمتر مكعب من الهواء الجاف عند الظروف القياسية من الضغط ودرجة الحرارة (واحد ضغط جوي، 760mmHg ودرجة الصفر المئوي، $0^{o}C$)، أي في كتلة من الهواء مقدارها 0.00193 g (كثافة الهواء هي $0.00193g/cm^3$).

وطبقًا للتعريف السابق، يمكن حساب الطاقة الممتصة بواسطة واحد سنتيمتر مكعب من الهواء الجاف عند تعرضه لواحد رونتجن:

$$1\ esu = 3.333\times10^{-10}C$$

بالقسمة على شحنة الإلكترون ($e = 1.602\times10^{-19}C$) نحصل على عدد الأيونات نتيجة تعرض واحد سنتيمتر مكعب من الهواء لواحد رونتجن، ذلك بفرض أن التأين قد حدث نتيجة انخلاع إلكترون واحد من الذرة المعادلة. إذن عدد الأيونات:

$$= \frac{3.333\times10^{-10}\,C}{1.602\times10^{-19}\,C} = 2.081\times10^{9} \quad ion$$

لكن متوسط طاقة التأين للهواء، أي متوسط الطاقة اللازمة لخلع إلكترون من الذرة المتعادلة هي:

$$33.7 \quad eV = 33.7\times1.602\times10^{-12}\,erg$$

علينا أن نتذكر أن الرونتجن يعبر عن الطاقة الممتصة بواسطة واحد سنتيمتر مكعب من الهواء الجاف، وأن كثافة الهواء هي $0.001293g/cm^3$ أي أن واحد سنتيمتر مكعب من الهواء الجاف يحتوي على $0.001293g$ من الهواء ومن ثم تكون الطاقة الممتصة لوحدة الكتل:

$$2.081\times10^{9}\,ion\times33.7\times1.602\times10^{-12}\,erg/1.293\times10^{-3}\,g = 86.9erg/g$$
$$\approx 87erg/g$$

ويمكن التحول إلى الوحدات العالمية:

$$87erg/g = 87\times10^{-7}\,joule/10^{-3}\,Kg$$
$$= 87\times10^{-4}\,Joule/Kg$$

أي أن واحد رونتجن يكافئ $87erg/g$ أو $87\times10^{-4}\,Joule/Kg$

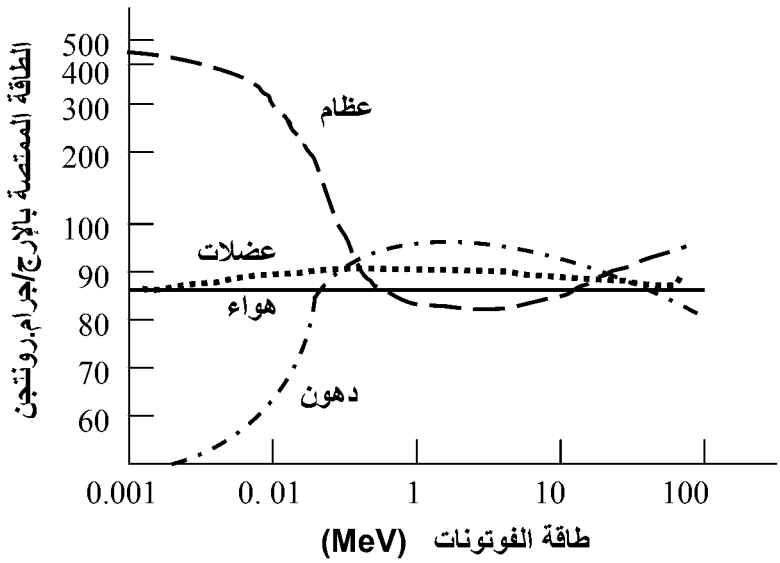
نعيد التأكيد على أن الرونتجن هو وحدة جرعة تعرض exposure dose وأن ذلك خاص بفوتونات أشعة X وفوتونات جاما.

3-2 الجرعة الإشعاعية Radiation Dose

ويقصد بها هنا الجرعة الممتصة لوحدة الكتل، فكما أسلفنا، جزء من طاقة التعرض يمتص بواسطة العضو وجزء ينفذ، والجزء الثالث يتشتت (شكل (1-8)). الطاقة الممتصة هي المسئولة عن التأثيرات الحيوية التي تحدث في خلايا الأنسجة.

إذا تعرض $1g$ من الهواء إلى $1R$ من فوتونات جاما طاقتها $0.1MeV$ فإنه يمتص كمية من الطاقة مقدارها $86.9\ ergs$، وإذا تعرض $1g$ من النسيج الرخو إلى $1R$ من

نفس الأشعة، فإنه يمتص 95.1 ergs. أما إذا تعرض 1g من العظام إلى 1R من نفس الأشعة فإنه يمتص 175 ergs. كمية الطاقة الممتصة بواسطة وحدة الكتل من المادة (1g) تتوقف على العدد الذرى الفعال للمادة effective atomic number، وعلى طاقة الإشعاع (الشكل (2-8)). يتضح من الشكل أنه في حالة الهواء لا تعتمد كمية الطاقة الممتصة لكل جرام من الهواء لكل رونتجن على طاقة



شكل (2-8) الجرعة الممتصة لكل رونتجن كدالة في طاقة الفوتونات للهواء

ونسيج العضلات والعظام والدهون

الإشعاع بينما تتغير تغيرًا ملحوظًا بالنسبة للعظام والدهون، ويكون التغير معتدلًا بالنسبة للنسيج الرخو (العضلات) أو الماء. يعود الارتفاع في الجرعة الممتصة للعظام عند الطاقات المنخفضة للفوتونات الساقطة إلى الارتفاع النسبي للعدد الذري الفعال مقارنة بالماء (يُرجع إلى موضوع تفاعل الفوتونات عالية الطاقة مع المادة – الباب الرابع) ويُعزى هذا الارتفاع في العدد الذري الفعال إلى وجود الكالسيوم (Z=20) وإلى وجود الفسفور (Z=15).

والآن عودة لتعريف الجرعة الإشعاعية، والتي يقصد بها هنا الجرعة الممتصة، وهي كمية الطاقة الممتصة بواسطة وحدة الكتل من النسيج، ويسري هذا على كل أنواع الإشعاعات (فوتونات وجسيمات وليس الفوتونات فقط كما في حالة جرعة التعرض)، الوحدة الأساسية

للجرعة الإشعاعية هي الراد **rad** (وهي الأحرف الأولى من العبارة radiation absorbed dose):

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg} / \text{g}$$

أما في النظام العالمي SI units فالوحدة هي الجراي gray:

$$1 \text{ gray} = \text{Joule} / \text{Kg}$$

ولإيجاد العلاقة بين الوحدتين:

$$1 \text{ gray} = \text{Joule} / \text{Kg} = 10^7 \text{ erg} / 10^3 \text{ g}$$

$$= 10^4 \text{ erg} / \text{g} = 100 \text{rad}$$

$$\therefore 1 \text{gray} = 100 \text{rad}$$

بعض الأحيان يكون من المفيد حساب كمية الطاقة الكلية التي يمتصها عضو ما، وتسمى في هذه الحالة **الجرعة الكلية** للعضو integral dose، وتساوي حاصل ضرب الجرعة الممتصة بالراد في كتلة العضو بالجرام ووحداتها rad g، وهي تكافئ امتصاص العضو لكمية من الطاقة مقدارها 100erg.

ثمة نوع آخر من الجرعات يأخذ بعين الاعتبار الأثر الحيوي للأنواع المختلفة من الإشعاعات تسمى الجرعة المكافئة ولها وحدات خاصة بها تسمى الرم rem والسفرت sievert، سيأتي الحديث عنها تفصيلا عند الحديث عن التأثيرات الحيوية للإشعاعات المؤينة (الباب التاسع).

3- حساب الجرعة الداخلية - طريقة النسب الممتصة
The Absorbed Fraction Method

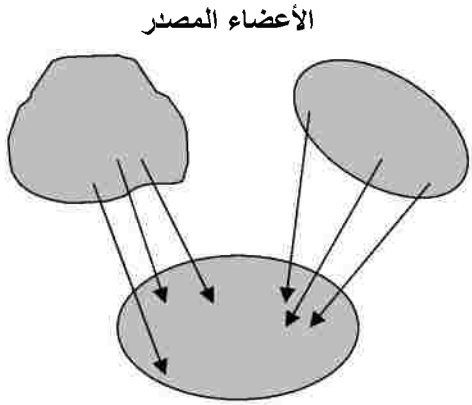
المقصود بالجرعة الداخلية internal dose، تلك التي يتناولها المريض بغرض التشخيص أو العلاج، وتمتص بواسطة أنسجة بعض الأعضاء.

عرفنا الجرعة الممتصة D بأنها الطاقة الإشعاعية الممتصة بواسطة وحدة الكتل من النسيج وعلى هذا يمكن التعبير عنها رياضيًا:

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m}$$

ΔE هو متوسط الطاقة الممتصة بواسطة النسيج وأن Δm هي كتلة النسيج.

تُستخدم **طريقة النسب الممتصة** في حساب الجرعة الممتصة بواسطة العضو الهدف نتيجة تواجد المادة المشعة فيه وفي أعضاء قريبة منه يقع العضو الهدف في مجالها (الشكل (3-8)). في أحيان كثيرة يكون العضو الهدف هو العضو المصدر ذاته، وأحيانًا تأتي النسبة الأكبر التي تشارك في الجرعة الممتصة من العضو الهدف. عمومًا، تعتبر الأعضاء الأخرى مصادر إذا كان متوسط تركيز المادة المشعة فيها أعلى منه في العضو الهدف.



شكل (3-8) الجرعة الممتصة بواسطة العضو الهدف تأتي من أكثر من مصدر

هناك ثلاثة عوامل (خطوات) تحكم حساب الجرعة التي يمتصها العضو الهدف نتيجة تواجد مادة مشعة في الأعضاء المصدر باستخدام طريقة النسب الممتصة:

أولا: تقدير النشاط للنظير المشع الذي يستقر في العضو المصدر والفترة الزمنية التي يمضيها فيه، فكلما كان نشاط النظير كبيرًا، وكانت الفترة الزمنية التي يمكثها في العضو المصدر أطول كلما زادت الجرعة التي يتحصل عليها العضو الهدف. غير أن تقدير النشاط والتوصل إلى توزيع دقيق للمادة المشعة داخل نسيج العضو الهدف يكتنفه صعوبات جمة. البيانات والمعلومات المتاحة عن توزيع المادة المشعة في نسيج العضو الهدف تم الحصول عليها عبر دراسات أجريت على عدد محدود من الأعضاء أو حيوانات التجارب، والتي دلت على تفاوت في توزيع المادة المشعة داخل الأعضاء البشرية، خاصة في حالة اختلاف الحالة المرضية، مما يؤدي إلى عدم دقة في تحديد مواصفات الجرعة التي يمتصها العضو.

ثانيًا: حساب كمية الطاقة المنبعثة من النظير المشع المتواجد في العضو المصدر، وهذا يتطلب معرفة أنواع الإشعاعات المنطلقة، وطاقة كل منها وعددها عند كل تفكك، والذي يستوجب معرفة النمط الذي يضمحل به النظير، هذا الشق من المعلومات تحدده الخواص الفيزيائية للنظير، وهي معروفة بدقة لا لبس فيها.

ثالثًا: تعيين النسبة (الجزء) من طاقة الإشعاعات المنطلقة من العضو المصدر التي يمتصها نسيج العضو الهدف، وهذا بدوره يتوقف على نوع الإشعاعات المنطلقة وطاقة كل، كما يتوقف ذلك على طبيعة وتكوين نسيج العضو الهدف، فضلا عن العلاقة التبادلية بين العضو (أو الأعضاء) المصدر والعضو الهدف من حيث الحجم والشكل والمسافة بينهما والوضع النسبي.

بسبب التعقيدات وكثرة المتغيرات التي تحدثنا عنها في ثنايا الخطوات السابقة لا يمكن حساب الجرعة الممتصة بصورة تامة exact آخذين في الاعتبار كل العوامل التفصيلية السابق الحديث عنها، ولهذا نضطر إلى استخدام نماذج (أشباح phantoms) مرجعية reference man تمثل فيها الأعضاء البشرية بأشكال وأحجام وكتل متوسطة يتم على أساسها حساب الجرعة الممتصة، الجرعة التي يتم حسابها بالنسبة لعضو ما من خلال هذه النماذج تعبر عن الجرعة المتوسطةthe average dose لهذا العضو $\overline{D}$ ، آخذين في الاعتبار أنه في حالة حساب الجرعة السطحية surface dose لعضو ما نتيجة نشاط إشعاعي ناتج عما بداخل هذا السطح كما في حالة حساب الجرعة الإشعاعية لجدر المثانة bladder wall يتم أخذ نصف قيمة الجرعة المتوسطة للعضو ككل.

أولا- حساب النشاط الإشعاعي التراكمي $\tilde{A}$
Cumulated Activity

تعتمد الجرعة التي يمتصها العضو الهدف على نشاط النظير المشع المتواجد في العناصر المصدر وعلى طول الفترة الزمنية التي يبقاها في المصدر، النشاط وطول الفترة الزمنية هما العاملان اللذان يحددان النشاط التراكمي (التجميعي) للنظير المشع، وهي كمية وحداتها عبارة عن وحدات نشاط (Ci) مضروبة في وحدات زمن (الثانية) وعمليًّا تقاس بوحدة ميكروكوري - ساعة μ Ci.hr وعلى هذا يعبر النشاط التراكمي في واقع الحال عن عدد

التفككات التي تحدث في المادة المشعة المتواجدة في العضو الهدف أثناء مكثها فيه، ومن ثم يمكن حساب عدد التفككات في وحدة القياس المستخدمة عمليًّا، $\mu Ci.hr$:

$$\because \quad 1Ci = 3.7\times10^{10}\, dis/sec$$

$$\therefore \quad 1\mu Ci.hr = 10^{-6}\times3.7\times10^{10}\times60\times60 = 1.332\times10^{8}\, dis$$

تتناسب الجرعة التي يمتصها العضو الهدف مع النشاط التراكمي للمادة المشعة المتواجدة في العضو المصدر.

بسبب الاضمحلال الفيزيائي المستمر للمادة المشعة المتواجدة في العضو الهدف واستمرار عمليات التخلص من خلال العمليات الحيوية المختلفة يتغير نشاط المادة المشعة المتواجدة في العضو المصدر مع الزمن أثناء فترة تواجده، أي أن النشاط دالة في الزمن $A(t)$ ويسمى المنحى الذي يمثل هذه الدالة **بالمنحنى الزمني للنشاط** time - activity curve.

مما تقدم يمكن تعريف النشاط التراكمي $\tilde{A}$ على أنه التكامل الزمني لدالة النشاط:

$$\tilde{A} = \int_0^{\infty} A(t)dt \qquad (8-1)$$

والتكامل، كما هو معروف، يمثل المساحة تحت المنحنى $A(t)$. حدي التكامل: $t = 0$ هي لحظة تناول المريض للمادة المشعة (في الواقع هي لحظة وصولها للعضو المعني)، $t = \infty$ تعني لحظة التخلص من المواد المشعة والتي يحددها العمر النصفي الفيزيائي T_p والعمر النصفي الحيوي T_b (والذي يحدده وسائل الإخراج الحيوي المختلفة).

عمومًا، لا يمكن التعبير عن النشاط كدالة في الزمن بصيغة رياضية بسيطة، فالأمر محكوم بالخواص الفيزيائية للمادة المشعة والعوامل الحيوية من امتصاص وإخراج uptake and excretion biological processes ولهذا نلجأ أحيانا إلى تبني بعض الفروض التي تسهل إجراء التكامل، ومن ثم إلى تقدير تقريبي للنشاط التراكمي في حالات خاصة:

1- الوضع الأول:

يتم امتصاص العقار الإشعاعي بواسطة العضو المصدر حال تناوله (أي أن الفترة الزمنية التي يأخذها النظير حتى يمتص بواسطة نسيج العضو المصدر قصيرة جدًّا مقارنة بالعمر النصفي الفيزيائي) وأن التخلص منه يتم عبر الاضمحلال الفيزيائي فقط، ويفترض غياب

وسائل التخلص الحيوية، وذلك يتحقق إذا كان العمر النصفي الحيوي أطول كثيرًا من العمر النصفي الفيزيائي، $T_{ph} << T_b$. حينئذ تصير عملية التخلص من المواد المشعة الموجودة في العضو المصدر محكومة فقط بالاضمحلال الفيزيائي للنظير، في هذه الحالة يمكن التعبير عن النشاط كدالة في الزمن باستخدام دالة الاضمحلال الأسية المعروفة (المعادلة (4-2))

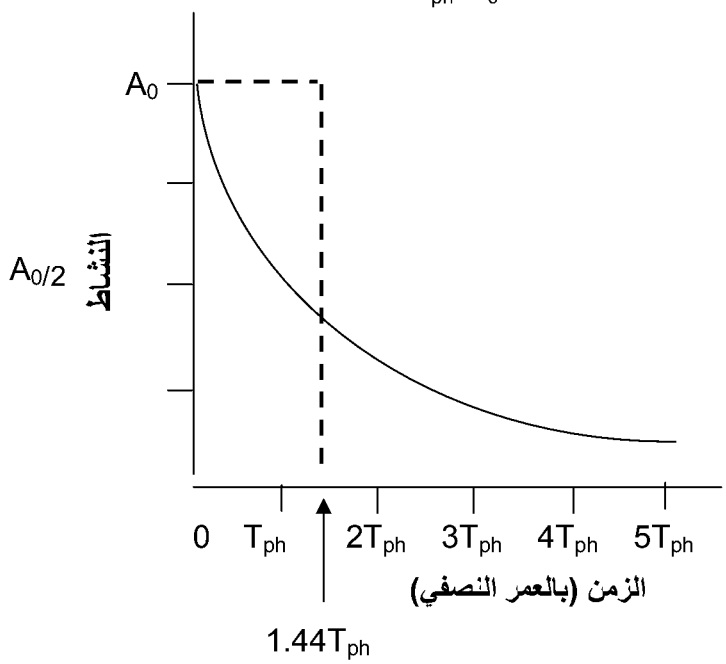
$$A(t) = A_0 e^{-0.693\ t/T_{ph}} \qquad (8-2)$$

باستخدام هذا التعبير في العلاقة (8-1) يمكن إجراء التكامل:

$$\tilde{A} = \int_0^\infty A(t)dt = A_0 \int_0^\infty e^{-0.693\, t/T_{ph}} dt$$

$$= T_{ph} A_0 / 0.693$$

$$\therefore \qquad \tilde{A} = 1.44 T_{ph} A_0 \qquad (8-3)$$



شكل (4-8) حساب النشاط التراكمي عندما تقتصر آلية التخلص من المادة المشعة على الاضمحلال الفيزيائي، حيث يمثل النشاط بدالة أسية. النشاط التراكمي يساوي مساحة المستطيل الموضح بالشكل ويساوي أيضا المساحة تحت المنحنى الزمني للنشاط، المساحتان متساويتان.

علينا أن نتذكر أن $1.44\ T_{ph}$ هو العمر النصفي المتوسط (المعادلة (12-2)). المعادلة السابقة تقرر أن النشاط التراكمي في العضو المصدر حينما تقتصر آلية التخلص من المادة المشعة على الاضمحلال الفيزيائي فقط هو نفسه كما لو كانت النشاط موجودا بقيمة ثابتة A_0 لفترة تساوي العمر النصفي المتوسط ($1.44T_{ph}$، المعادلة (12-2)). إذن في هذه الحالة، النشاط التراكمي في العضو المصدر يساوي حاصل ضرب النشاط لحظة وصول المادة المشعة للعضو المصدر A_0 والعمر النصفي المتوسط $1.44\ T_{ph}$ والممثل في الشكل بمستطيل طوله A_0 وعرضه $1.44\,T_{ph}$ ويساوي في ذات الوقت المساحة تحت المنحنى الزمني للنشاط (لأن المعنى الهندسي للتكامل يقرر أن قيمة التكامل تساوي المساحة تحت المنحنى وقيمة التكامل في هذه الحالة تساوي $1.44T_{ph}A_0$ المعادلة (3-8)).

والآن لنضرب مثالًا عدديًّا توضيحيًّا لحساب النشاط التراكمي لهذه الحالة:

مثال 1-8:

احسب النشاط الإشعاعي التراكمي في الكبد على إثر الحقن بجرعة من ^{99m}Tc (معلقات الكبريت مرقمة بالتكنشيوم $^{99m}Tc-labeled\ sulfer\ colloid$) نشاطها $3\,mCi$ بفرض إن 60% من الكمية المحقونة تستقر في الكبد لمدة طويلة جدًّا.

الحل:

الفرض بأن 60% من كمية التكنيشيوم تستقر في الكبد لفترة طويلة جدا (بالنسبة للعمر النصفي) يقرر أن عملية التخلص من النظير المشع ^{99m}Tc محكوم فقط بالاضمحلال الفيزيائي ومن ثَم يتحقق شرط استخدام المعادلة (3-8) لحساب النشاط التراكمي:

$T_{ph} = 6\,hr$ للتكنيشيوم

$$\tilde{A} = 1.44T_p \times 60\% \times A_0$$
$$= 1.44 \times 6hr \times 0.6 \times 3\ mCi$$
$$= 1.44 \times 6 \times 0.6 \times 3 \times 1000\ \mu Ci$$
$$= 15552\ \mu Ci.hr$$

الوضع الثاني:

يتم امتصاص العقار الإشعاعي بواسطة العضو المصدر حال تناوله، ويتم التخلص منه فقط عبر الطرق الحيوية، وهذا يتحقق حينما تكون معدلات التخلص الحيوي كبيرة، أو بعبارة أخرى عندما يكون العمر النصفي الحيوي أقصر كثيرًا من العمر النصفي الفيزيائي، $T_b << T_{ph}$. في هذه الوضع يجب النظر بتفحص في تفاصيل عمليات التخلص الحيوي وآلياته المختلفة.

عمومًا، يمكن التعبير عن عملية التخلص الحيوي باستخدام تعبير رياضي يتكون من عدة مركبات أسية تمثل الآليات المختلفة التي يتم بواسطتها التخلص من المادة المشعة الموجودة في الجسم، كل مركبة مقرونة بنسبة f_i تمثل مدى مشاركة آلية حيوية ما (زفير، عرق، تبول، تبرز) في عملية التخلص من المادة المشعة، وعلى هذا يمكن التعبير عن النشاط التراكمي:

$$\tilde{A} = A_0 \int_0^{\infty} f_1 e^{-0.693\, t/T_{b1}}\, dt + A_0 \int_0^{\infty} f_2 e^{-0.693\, t/T_{b2}}\, dt + \ldots\ldots$$

$$= 1.44\, T_{b1} f_1 A_0 + 1.44\, T_{b2} f_2 A_0 + \ldots\ldots \qquad (8-4)$$

في هذه المعالجة افترضنا نفس المنطق الرياضي الذي توصلنا من خلاله إلى الدالة الأسية التي تصف الاضمحلال الفيزيائي للمادة المشعة (الباب الثاني - المعادلتان (2-4) و(2-12). كما افترضنا أن الجزء f_1 من النشاط الابتدائي A_o يضمحل بعمر نصفي حيوي T_{b1} وأن الجزء f_2 من النشاط الابتدائي A_o ..... وهكذا.

مثال 2-8:

حُقن مريض بجرعة إشعاعية من كريات صغيرة مرقمة بالتكنيشيوم labeled ^{99m}Tc – microspheres نشاطها 2m Ci لتُمتص حالا بواسطة الرئتين. احسب النشاط التراكمي في الرئتين إذا 70% من المادة المشعة يتم التخلص منها بعملية حيوية عمرها النصفي 20min وأن 30% يتم التخلص منها عن طريق عملية حيوية أخرى عمرها النصفي 30min.

الحل:

العمر النصفي الفيزيائي للتكنيشيوم ست ساعات، وبالتالي هو أطول كثيرًا من أيٍّ من العمرين الحيويين المذكورين، وعلى هذا يمكننا إهمال الاضمحلال الفيزيائي أثناء عملية

التخلص من المادة المشعة، وبهذا يمكن تطبيق المعادلة (8-4):

$$\tilde{A} = 1.44\,T_{b1}f_1A_0 + 1.44\,T_{b2}f_2A_0$$
$$= 1.44 \times \frac{1}{3} \times 0.7 \times 2 \times 10^3 + 1.44 \times 0.5 \times 0.3 \times 2 \times 10^3$$
$$= 1104\ \mu Ci.hr$$

الوضع الثالث:

يتم امتصاص العقار الإشعاعي بواسطة العضو المصدر حال تناوله، لكن يتم التخلص من المادة الإشعاعية بواسطة الطريقين معًا، الاضمحلال الفيزيائي والتخلص الحيوي، وهذا يتحقق عندما يكون العمر النصفي الحيوي مقارب في قيمته للعمر النصفي الفيزيائي.

إذا افترضنا أن التخلص الحيوي يمكن وصفه بمركبة أسية واحدة ذات عمر نصفي حيوي T_b، وأن التخلص الفيزيائي بمركبة أسية (المعادلة (8-2)) فإن التخلص الكلي يمكن وصفه باستخدام مركبة أسية واحدة ذات عمر نصفي مؤثر T_e effective half-life. يمكن التعبير عن العمر النصفي المؤثر كالآتي:

نظرًا لأن المادة المشعة تضمحل تلقائيًّا طبقًا للمعادلة التفاضلية:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad (8-6)$$

والتي حلها (حل المعادلة التفاضلية هو تكاملها، أي إيجاد N كدالة في t تحقق المعادلة التفاضلية السابقة):

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda_{ph} t} \qquad (8-7)$$

حيث $N(t)$ هو عدد الذرات (الأنوية) المشعة عند أي زمن t وأن N_0 هو العدد الابتدائي للذرات و λ_{ph} هو ثابت الاضمحلال الفيزيائي. حل المعادلة التفاضلية (المعادلة (8-7)) يمكن وضعه أيضا على الصورة:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda_{ph} t} \qquad (8-8)$$

حيث $A(t)$ بعبر عن نشاط النظير المشع عند أي زمن t، وأن A_0 هو النشاط الابتدائي. المعادلة (8-8) يمكن الحصول عليها بضرب طرفي المعادلة (8-7) في λ حيث:

$$A = \lambda N \qquad (8-9)$$

المعادلات السابقة تصف عملية الاضمحلال الإشعاعي للمادة الممتصة، ولكن في ذات الوقت يتخلص العضو من المادة المشعة كمادة (بغض النظر عن كونها مشعة) عن طريق وسائل الإخراج الحيوية المعروفة، يمكن وصف عملية التخلص الحيوي هذه بصيغة رياضية تشبه العلاقة (8-8).

$$X(t) = X_0 e^{-\lambda_b t} \qquad (8-10)$$

حيث $X(t)$ كمية المادة الموجودة في العضو عند الزمن t، وأن X_0 هي كمية المادة الموجودة ابتدأ، أي لحظة وصولها إلى العضو، λ_b هي معامل التخلص الحيوي:

$$\lambda_b = 0.693/T_b$$

حيث T_b هو العمر النصفي الحيوي.

من المعادلة (8-6):

$$\lambda_{ph} = -(\frac{dN}{dt})/N \qquad (8-11)$$

أي أن ثابت الاضمحلال الإشعاعي λ_{ph} عبارة عن نسبة fraction الذرات (الأنوية) التي تضمحل (تتحلل) إشعاعيًّا في وحدة الزمن، بالمثل ثابت الاضمحلال الحيوي λ_b يمثل نسبة التركيز التي يتم التخلص منها في وحدة الزمن، وعلى هذا، إذا كان التخلص من المادة المشعة يتم عن الطريقين، الاضمحلال الفيزيائي والتخلص الحيوي، فإن معامل التخلص المكافئ λ_e يكون:

$$\lambda_e = \lambda_{ph} + \lambda_b \qquad (8-12)$$

لكن:

$$\lambda = 0.693/T \qquad (8-13)$$

بالتعويض من (8-13) في (8-12):

$$\lambda_e = \frac{0.693}{T_{ph}} + \frac{0.693}{T_b}$$

وبوضع $\lambda_e = 0.693/T_e$ في المعادلة الأخيرة نحصل على:

$$\frac{1}{T_e} = \frac{1}{T_{ph}} + \frac{1}{T_b} \qquad (8-14)$$

والتي يمكن كتابتها على الصورة:

$$T_e = \frac{T_{ph} T_b}{(T_{Ph} + T_b)} \qquad (8-15)$$

إذا كان الاضمحلال الفيزيائي أبطأ كثيرًا من وسيلة التخلص الحيوي، $T_{Ph} >> T_b$، أهمل T_b في مقام المعادلة السابقة، وصارت $T_e \approx T_b$. أما إذا كان العكس، $T_b >> T_{ph}$، أُهمل T_{ph} في مقام المعادلة السابقة، وصارت $T_e \approx T_{ph}$.

عند اشتقاق المعادلة (8-15)، افترضنا أنه لدينا مركبة (وسيلة) تخلص حيوي واحدة. في حالة تواجد أكثر من وسيلة، يحسب العمر النصفي المكافئ لكل منها T_e طبقًا للمعادلة (8-15)، ثم تستخدم المعادلة (8-4) لحساب الجرعة التراكمية:

$$\tilde{A} = 1.44 T_{b1} f_1 A_0 + 1.44 T_{b2} f_2 A_0 + 1.44 T_{b3} f_3 A_0 + ... \qquad (8-16)$$

مثال 8-3:

حُقن مريض بجرعة إشعاعية من كريات صغيرة مرقمة بالتكنيشيوم labeled ^{99m}Tc – microspheres نشاطها 2m Ci لتُمتص حالا بواسطة الرئتين وبسبب خلل في الأيض metabolic defect تم التخلص من 70% من النشاط من خلال عملية حيوية عمرها النصفي 2hr وتم التخلص من 30% من خلال عملية حيوية عمرها النصفي3hr. احسب النشاط التراكمي في الرئتين.

الحل:

لا يمكن تجاهل قيم الأعمار النصفية الحيوية المذكورة مقارنة بالعمر النصفي الفيزيائي، ولهذا وجب تطبيق المعادلات المذكورة في الحالة السابقة:

$$T_{b2} = 3hr \quad ، T_{b1} = 2hr \quad ، T_{ph} = 6hr$$

بتطبيق المعادلة (8-16):

$$\therefore T_{e1} = \frac{T_{ph}T_{b1}}{(T_{Ph} + T_{b1})} = \frac{6\times 2}{(6+2)} = 1.5hr$$

$$T_{e2} = \frac{T_{ph}T_{b2}}{(T_{Ph} + T_{b2})} = \frac{6\times 3}{(6+3)} = 2hr$$

ثم بتطبيق المعادلة (8-15):

$$\tilde{A} = 1.44T_{e1}f_1A_0 + 1.44T_{e2}f_2A_0$$
$$= (1.44\times 1.5hr\times 0.7\times 2.0mCi) + (1.44\times 2hr\times 0.3\times 2mCi)$$
$$= 4.752mCi.hr = 4752\mu Ci.hr$$

الوضع الرابع:

لا يتم امتصاص العقار الإشعاعي بواسطة العضو المصدر حال تناوله، يحدث مثل هذا الوضع عندما يتسم امتصاص العضو المصدر للعقار المشع بالبطء مقارنة بالعمر النصفي الفيزيائي، في مثل هذه الحالة تعطي كل المعادلات التي تم التوصل إليها في الأوضاع السابقة تقديرات أعلى للجرعة التي يمتصها العضو المصدر، ذلك لحدوث اضمحلال فيزيائي للمادة المشعة أثناء فترة وصول العقار إلى العضو المصدر.

يمكننا وصف عملية الامتصاص الحيوي biological uptake للعقار المشع بواسطة نسيج العضو المصدر بالمعادلة (1):

$$A(t) = A_0(1 - e^{-0.693/T_u}) \qquad (8-17)$$

$A(t)$ تمثل نشاط المادة المشعة داخل العضو المصدر و T_u تمثل العمر النصفي للامتصاص الحيوي، لاحظ أنه عندما $T_u \to 0$ يؤول الحد الثاني داخل الأقواس إلى الصفر، ($e^{-\infty} = 0$) وحينئذ تصير $A(t) = A_0$، وتلك هي الحالة التي يمتص فيها نسيج العضو المصدر العقار المشع حال تناوله.

من العمر النصفي الفيزيائي، والعمر النصفي للامتصاص الحيوي يمكن التعبير عن عمر امتصاص مكافئ effective uptake half-time T_{ue}:

---

(1) المعادلة (8-17) يمكن التوصل إليها رياضيًّا بطريقة مشابهة لتلك التي استخدمت لوصف الاضمحلال الإشعاعي لمادة حيث يكون العمر الفيزيائي النصفي للنواة الوالدة T_p أطول كثيرًا من العمر النصفي للنواة المولودة T_d ومن ثم يحدث ما يسمى الاتزان الأذلي secular equilibrium (الباب الثالث - المعادلة (3-7)).

$$T_{ue} = \frac{T_{ph} T_u}{(T_{Ph} + T_u)} \qquad (8-18)$$

ويكون النشاط التراكمي في العضو المصدر حينئذ:

$$\tilde{A} = 1.44 A_0 T_e \left(\frac{T_{ue}}{T_u}\right) \qquad (8-19)$$

حيث T_e هو العمر النصفي المكافئ كما يعطى من المعادلة (15-8).

لكي نختبر مدى دقة التعبير الرياضي (19-8) لوصفه لما هو مطلوب منه:

نلاحظ من المعادلة (18-8) أنه عندما يكون العمر النصفي للامتصاص الحيوي أقل كثيرًا من العمر النصفي الفيزيائي $T_{ph} >> T_u$، فإنه يمكن إهمال T_u من مقام المعادلة، ومن ثم تصير $T_{ue} \approx T_u$ وبالتعويض في هذه القيمة في المعادلة (19-8) نحصل على $\tilde{A} = 1.44 A_0 T$، وتلك هي الحالة التي تمثل امتصاص العقار المشع حال تناوله.

من ناحية أخرى، يجب أن تكون القيمة العددية للحد بين القوسين في العلاقة السابقة أقل من الواحد الصحيح حتى يستدرك هذا التعبير القصور في التعبيرات الأخرى التي سبقته من أنها تعطي تقديرًا أكبر من الواقع للنشاط التراكمي في العضو المصدر، ذلك ما سوف نلمسه في المثال العددي التالي.

مثال 4-8:

حقن غاز مشع عمره النصفي الفيزيائي $T_{Ph} = 20\,\text{sec}$ من خلال محلول وريدي ليصل الرئتين بعمر امتصاص نصفي $T_u = 30\,\text{sec}$، وتم التخلص منه عن طريق الزفير بعمر تخلص حيوي $T_b = 10\,\text{sec}$. احسب النشاط التراكمي في الرئتين إذا كانت نشاط العقار المحقون $10\,\text{m.Ci}$.

الحل:

لم يمتص العقار حال تناوله وقيمة عمر الامتصاص النصفي يقارن بقيم باقي الأعمار في المسألة، ومن ثم حق استخدام التعبيرات الرياضية المذكورة في الحالة الأخيرة.

من المعادلة (18-8):

$$T_{ue} = \frac{T_{ph} T_u}{(T_{Ph} + T_u)} = \frac{(30 \times 20)}{(30 + 20)} - 12\ \text{sec}$$

من المعادلة (15-8):

$$T_e = \frac{T_{ph} T_b}{(T_{Ph} + T_b)} = \frac{(20 \times 10)}{(20 + 10)} = 6.7\,\text{sec}$$

ومن المعادلة (19-8):

$$\tilde{A} = 1.44 A_0 T_e \left(\frac{T_{ue}}{T_u}\right) = 1.44 \times 10\text{m.Ci} \times 6.7\,\text{sec} \times \left(\frac{12}{30}\right)$$

$$= 38.6\text{m.Ci.sec}$$

$$= 38.6 \times 1000/(60 \times 60) \quad = 10.7\mu\text{.Ci.hr}$$

ثانيًا- حساب الطاقة المنطلقة من المادة المشعة الموزعة في الأعضاء المصدر

الطاقة الممتصة بواسطة العضو الهدف تناسب مع طاقة الإشعاعات المنطلقة من المادة المشعة الموزعة في أنسجة الأعضاء المصدر، والتي تشمل طاقة كل أنواع الإشعاعات المنطلقة (جسيمات وفوتونات) أثناء تفكك المادة المشعة، يتم حساب هذه الطاقات باستخدام كمية تعرف **بثابت الاتزان للجرعة الممتصة** equilibrium absorbed dose constant ويرمز لها بالرمز Δ وهي:

الطاقة الكلية المنطلقة لكل تفكك وتساوي مجموع الثوابت المفردة individual equilibrium absorbed constants لكل نوع من أنواع الإشعاعات Δ_i :

$$\Delta = \sum_i \Delta_i \qquad (9-20)$$

حيث:

$$\Delta_i = N_i E_i \quad \text{MeV / dis} \qquad (9-21)$$

N_i هي نسبة التكرار للنوع i من الإشعاعات fractional frequency، في كل تفكك وأن E_i هي طاقة هذا النوع من الإشعاعات بوحدات MeV.

الوحدات MeV / disintegration ليست وحدات مناسبة لإجراء الحسابات. يمكن التعبير عن ثابت الاتزان للجرعة الممتصة بوحدات أنسب عمليًّا باستخدام التحويلات الآتية:

$$1\ \text{MeV/dis} = 10^6\,\text{eV/dis}$$

لكن: $1\ eV = 1.6\times10^{-12}\,erg$

إذن:

$$1\ MeV = 10^{6}\,eV = 10^{6}\times1.6\times10^{-12}\,erg/dis \qquad (8-22)$$

ولكن: $1\ rad = 100\ \ erg/gram$

إذن:

$$1\ erg = 10^{-2}\,rad.\ g \qquad (8-23)$$

بالتعويض من $(8-23)$ في $(8-22)$:

$$1\ MeV/dis = 10^{6}\times1.6\times10^{-12}\,erg =$$

$$10^{6}\,eV = 10^{6}\times1.6\times10^{-12}\times10^{-2}\,rad\ g/dis$$

$$\therefore 1\ MeV/dis = 1.6\times10^{-8}\,rad\ \ g/dis \qquad (9-24)$$

ولكن:

$$1\ \ Ci = 3.7\times10^{10}\,dis/sec$$

$$\therefore 1/dis\ \ = 3.7\times10^{10}\ /(Ci\ .\ sec) \qquad (8-25)$$

بالتعويض من $(8-25)$ في $(8-24)$:

$$1\ MeV/dis = 1.6\times10^{-8}\,rad\ \ g/dis$$

$$= 1.6\times10^{-8}\times3.7\times10^{10}\,rad\ \ g/Ci.sec$$

$$\therefore 1\ MeV/dis = 1.6\times10^{-8}\times3.7\times10^{10}\,rad\ g/Ci.sec$$

$$= 1.6\times10^{-8}\times3.7\times10^{10}\times10^{-6}3600\ rad\ g/(\mu Ci.hr)$$

$$\therefore 1MeV/dis = 2.13(rad\ g)/(\mu Ci\ hr) \qquad (9-26)$$

وعلى هذا تصير المعادلة $(8-21)$ إلى:

$$\Delta_i = 2.13\ N_i E_i\ \ (rad\ g)/(\mu Ci\ hr) \qquad (8-27)$$

قيم ثوابت الاتزان للجرعة الممتصة للمواد المشعة المستخدمة في مجال الطب النووي منشورة في ملاحق لمجلة Journal of Nuclear Medicine. بالنسبة لجسيمات بيتا، تستخدم القيمة المتوسطة للطاقة لحساب هذه الثوابت.

مثال 5-8:

نظير مشع يضمحل فقط بانطلاق جسيمات β بطاقة متوسطة $\overline{E}_{\beta} = 0.3MeV$. لكن تبقى أنوية النظير بعد انطلاق بيتا في حالة مستثارة، فيتبع ذلك اضمحلال عن طريق انبعاث فوتونات جاما بطاقة $0.2MeV$ بنسبة 80% من التفككات، وبنسبة 20% من التفككات عن طريق تحول إلكتروني conversion electron بطاقة $0.195MeV$ وأشعة X المميزة بطاقة $0.005MeV$. احسب ثابت الاتزان للجرعة الممتصة لكل نوع من هذه الإشعاعات، ومن ثم ثابت الاتزان الكلي لهذا النظير.

الحل:

كانت المرحلة الأولى من اضمحلال هذا النظير عن طريق انبعاث جسيمات بيتا فقط، أي أن $N_{\beta} = 1.0$. بعد هذه المرحلة مازالت أنوية النظير في حالة مستثارة فاضمحلت عن طريق انطلاق فوتونات جاما بنسبة 80% من تفككاتها، أي أن $N_{\gamma} = 0.8$ و 20% طريق التحول الإلكتروني وانطلاق أشعة X المميزة معًا، أي أن $N_c = 0.2$، وكذلك نفس النسبة لأشعة X، $N_x = 0.2$. لاحظ في هذه الحالة، أن امتصاص (انتقال) الطاقة تم على مرحلتين.

$$\Delta_i = 2.13 \quad N_i E_i \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$\therefore$

$$\Delta_{\beta} = 2.13 \times 1.0 \times 0.30 = 0.639 \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$$\Delta_{\gamma} = 2.13 \times 0.8 \times 0.20 = 0.341 \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$$\Delta_c = 2.13 \times 0.2 \times 0.195 = 0.0.83 \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$$\Delta_x = 2.13 \times 0.2 \times 0.005 = 0.0021 \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

ثابت الاتزان الكلي:

$$\Delta = \sum_i \Delta_i = \Delta_\beta + \Delta_\gamma + \Delta_c + \Delta_x$$
$$= 0.639 + 0.341 + 0.083 + 0.0021 = 1.07 \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

من تعريفي ثابت الاتزان والنشاط يتضح أن حاصل ضرب النشاط التراكمي $\tilde{A}$، وثابت الاتزان لنوع ما من الإشعاعات Δ_i يساوي الطاقة المنطلقة من الإشعاع i (بوحدات rad g) خلال فترة تواجد المادة في العضو المصدر.

مثال 8-6:

في المثال (8-4)، الخاص بحقن غاز مشع من خلال محلول وريدي intravenous solution ليستقر في الرئتين، وجدنا أن النشاط التراكمي $\tilde{A} = 10.7\mu.Ci.hr$. بفرض أن هذا الغاز المشع هو المادة المشعة الموصف اضمحلالها في المثال السابق، أوجد كمية الطاقة المنبعثة من هذا النظير الذي استقر في الرئتين.

الحل:

الطاقة الكلية المنبعثة لكل $\mu Ci\ hr$ هي عبارة عن مجموع ثوابت الاتزان لأنواع الإشعاعات المنبعثة لجسيمات بيتا وفوتونات جاما والتحول الإلكتروني وأشعة X المميزة.

$$\Delta = \sum_i \Delta_i = \Delta_\beta + \Delta_\gamma + \Delta_c + \Delta_x$$
$$= 1.07 \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

النشاط التراكمي، كما حسبناه في المثال (8-4)، $\tilde{A} = 10.7\mu.Ci.hr$، وعلى هذا تكون الطاقة الكلية المنبعثة من المادة المشعة المستقرة في العضو المصدر، الرئتين.

$$\tilde{A} \times \Delta = 10.7 \times 1.07 = 11.4 \ \text{rad.g} = 1140 \ \text{ergs}$$
$$1 \ \text{rad.g} = 100 \text{ergs}$$

مثال 8-7:

بفرض انبعاث فوتون جاما بطاقة 140 KeV في كل تفكك للنظير ^{99m}Tc. احسب ثابت الاتزان للجرعة الممتصة.

الحل:

نظرًا لأن كل تفكك ينتج عن انبعاث فوتون واحد بطاقة 140KeV، فإن $N_i = 1$، و $E_i = .14MeV$.

$$\Delta_i = 2.13\ N_i E_i\ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$
$$= 2.13 \times 1.0 \times 0.14 = 0.30\ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

مثال 8-8:

احسب ثابت الاتزان للجرعة الممتصة لنظير يضمحل بواسطة انبعاث بوزوترون فقط، طاقته القصوى $E_{max} = 1.5\text{MeV}$.

الحل:

بالنسبة لجسيمات بيتا (الموجبة أو السالبة)، تستخدم القيمة المتوسطة للطاقة لحساب هذه الثوابت. الطاقة المتوسطة لجسيمات بيتا تساوي ثلث الطاقة القصوى. إذن:

$$E_{average} = 1.5/3\ \text{MeV} = 0.5\text{MeV}.$$
$$N_i = 1$$

إذن ثابت الاتزان بالنسبة للبوزوترون:

$$\Delta_i = 2.13 \times 1 \times 0.5 = 1.06\ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

لكن هذا البوزوترون لا يلبث أن يقابل إلكترونا فيفنيا وينطلق فوتونان كل بطاقة 0.511MeV. إذن بالنسبة لامتصاص الفوتونين تكون نسبة التكرار، أي العدد الذي ينطلق في كل تفكك هو $N_i = 2$، و $E_i = 0.511\text{MeV}$

$$\therefore \Delta_i = 2.13 \times 2 \times 0.511 = 2.18 \quad (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

لحساب ثابت الاتزان الكلي:

$$\Delta = \sum_i \Delta_i = \Delta(\text{positron}) + \Delta(\text{gamma})$$

$$= 1.06 + 2.18 = 3.24\ \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

ثالثا: نسبة الطاقة المتصة بواسطة العضو الهدف

The absorbed Fraction ϕ

تعرضنا لكيفية حساب النشاط التراكمي للمادة المشعة التي استقرت في العضو المصدر (أولًا)، ثم حساب كمية طاقة المنطلقة منها، والخطوة الخاتمة في حساب الجرعة الإشعاعية الداخليةinternal radiation dose هي حساب نسبة الطاقة التي يمتصها العضو الهدف من تلك الطاقة المنبعثة من المادة المشعة الموزعة في الأعضاء المصدر، ويشار لهذه النسبة بالرمز ϕ . هذه النسبة تتوقف على كمية الطاقة التي تصل إلى العضو الهدف والتي بدورها تعتمد على:

- التهوين الناتج عن المسافة بين العضو المصدر والعضو الهدف وعن الأنسجة (الأعضاء) بينهما tissue and distance attenuation.
- حجم ومكون نسيج العضو الهدف (كبد، رئة، عظام،.....).
- نوع الإشعاعات المنطلقة وطاقاتها.
- الوضع الهندسي النسبي بين العضو المصدر والعضو الهدف.

باستخدامنا للنسبة الممتصة من الطاقة المنبعثة تكون الطاقة الكلية E_T التي يمتصها العضو الهدف هي إذن:

$$E_T(\text{rad g}) = \tilde{A}\sum_i \phi_i(r_t \leftarrow r_s)\Delta_i \qquad (8-28)$$

استخدم الرمز $\phi_i(r_t \leftarrow r_s)$ للتعبير عن النسبة الممتصة من الطاقة التي تصل من العضو المصدر (المنطقة) r_s إلى العضو الهدف (المنطقة) r_t والتجميع $\sum_i$ يشمل كل أنواع الإشعاعات الممتصة، كل بطاقته وبنسبة امتصاصه، كما يجب أخذ كل الأعضاء المصدر بعين الاعتبار.

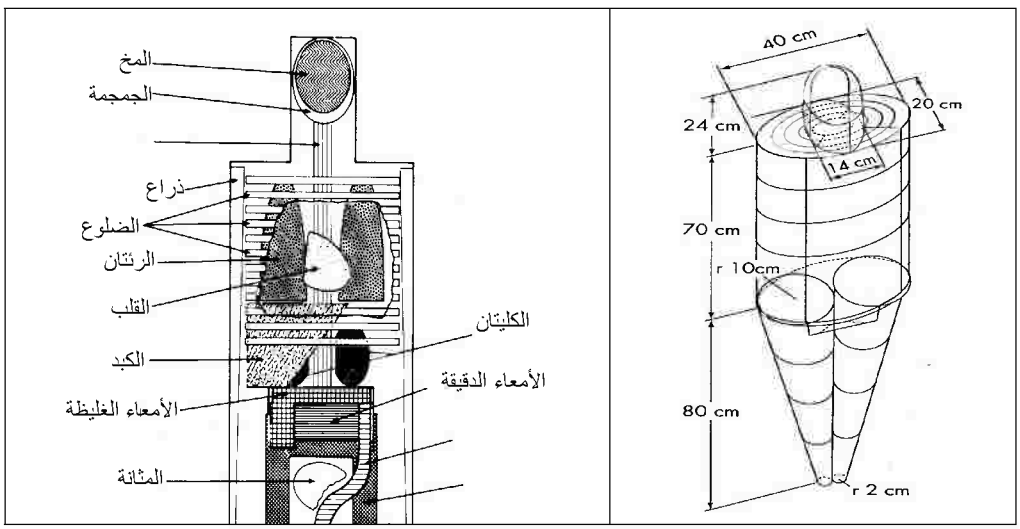
بقسمة الطاقة الكلية الممتصة على كتلة العضو الهدف m نحصل على **متوسط الطاقة الممتصة** $\bar{D}$ the average absorbed dose ووحداتها بالراد:

$$\therefore \bar{D}(r_t \leftarrow r_s) = E_T/m = (\tilde{A}/m)\sum_i \phi_i(r_t \leftarrow r_s)\Delta_i \qquad (8-29)$$

جدير بالتأكيد أن المعادلة (29-8) اشتقت لتقدير الجرعة الداخلية الممتصة نتيجة تناول المريض للمادة المشعة، وليس لغرض تقدير حدود الجرعات الآمنة للعاملين في ميدان المواد المشعة.

إن التوصل إلى العلاقة الرياضية التي تعبر عن الجرعة الداخلية الممتصة (المعادلة (29-8)) ليست نهاية المطاف. إن تقدير قيم ϕ ليس بالأمر الهين. لقد أُستخدم للتوصل إلى هذه القيم نماذج لأعضاء بشرية في إطار ما يعرف **بالنموذج البشري humanoid model أو الشبح phantom**. النموذج البشري عبارة عن تمثيل رياضي mathematical representation للأعضاء المختلفة لجسم الإنسان (الشكل (5-8)).

إن طريقة حساب ϕ للإشعاعات النافذة penetrating radiations (فوتونات طاقتها أكبر من 10 KeV) معقدة نسبيًّا، وقوائمها طويلة، ذلك لاعتماد الطاقة الممتصة على التوهين tissue and distance attenuation. أما بالنسبة للإشعاعات غير النافذةnon-penetrating radiations (فوتونات طاقتها أقل من 10 KeV)؛ فالأمر يسير ومباشر حيث تمتص الطاقة حيث انبعثت، أي تمتص بواسطة أنسجة العضو



شكل (5-8). النموذج البشرى للأعضاء المختلفة

المصدر قبل أن تغادره، وفي هذه الحالة تكون $\phi = 1$ إذا كان العضو هو مصدر وهدف في ذات الوقت و $\phi = 0$ إذا كان العضو الهدف غير العضو المصدر.

من المفيد عند إجراء حسابات الجرعة الداخلية تجميع ثوابت الاتـزان للإشـعاعات غـير النافذة كمعامل واحد Δ_{np} ، ذلك لتبسيط إجراء الحسابات، حيـث تكـون ϕ ذات قيمـة واحدة ، إما 1 أو 0.

مثال 9-8:

احسب الجرعة غير النافذة التـي امتـصتها الرئـة والتـي جـاء وصـفها في المثـالين (4-8) و(6-8).

الحل:

الإشعاعات الغير نافذة في هذه الحالة هي: جسيمات بيتا، وإلكترونات التحول وفوتونات أشعة X المميزة (وطاقتها 5KeV) :

$$\Delta_{\beta} = 0.639 \ \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr}),$$

$$\Delta_{c} = 0.0.83 \ \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$$\Delta_{x} = 0.0021 \ \ (\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

$$\therefore \Delta_{np} = \Delta_{\beta} + \Delta_{c} + \Delta_{x}$$
$$= 0.639 + 0.083 + 0.0021 = 0.724(\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$

بتطبيق المعادلة (8-29):

$$\overline{D}(r_t \leftarrow r_s) = (\tilde{A}/m)\sum_i \phi_i(r_t \leftarrow r_s)\Delta_i$$

من المثال (8-4) وجدنا أن النشاط التراكمي لهذه المادة المشعة:

$$\tilde{A} = 10.7\mu.\text{Ci.hr}$$
$$\therefore \overline{D} = 10.7\mu\text{Ci.hr} \times 0.724(\text{rad g})/(\mu\text{Ci hr})$$
$$= 0.0077\text{rad} = 7.7\text{mrad}$$

* * *

المراجع:

- Michael G. Stabin, Internal Radiation Dosimetry, in Nuclear Medcine, Robertt E. Henkin, Mosby, St. Louis.

-Text book of Nuclear Medicine: Basic Science, A. F Rocha and G. C. Harbert, Lea& Febiger, Philadelphia, 1978.

* * *