

الباب الأول

مقدمة في كيمياء الكم

أولاً - المقدمة :

كان الاعتقاد السائد عند بعض الفيزيائيين في القرن التاسع عشر بأن التركيب النظري للفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الكلاسيكية هي العلم الذي نما قبل ١٩٠٠ ويتضمن ميكانيكا نيوتن الكلاسيكية ونظرية ماكسويل في الكهرباء والمغناطيسية والأشعة الكهرومغناطيسية والديناميكا الحرارية ونظرية الحركة للغازات .

ثم بعد ذلك أصبح العلم متكاملًا وبمقدوره إعطاء التفسير عن الظواهر الملحوظة ولكن في الربع الأخير من ذلك القرن ، ظهرت نتائج عملية لم تتمكن نظريات الفيزياء الكلاسيكية من تفسيرها .

وهذه النتائج العملية كانت تتعلق بظواهر ذرية وجزئية وقد حدا هذا الأمر آنذاك الباحثين إلى صياغة نظرية جديدة بإمكانها إعطاء تفسير مقبول منسجم مع النتائج العملية . هذه النظرية تسمى بنظرية الكم Quantum theory .

ثانياً - إخفاقات الفيزياء الكلاسيكية :

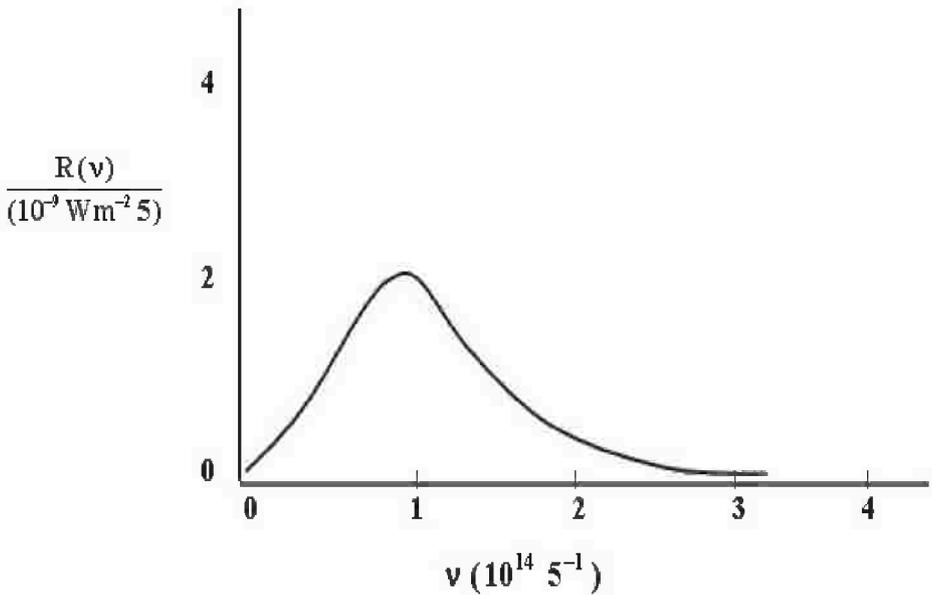
أخفقت الفيزياء الكلاسيكية في تفسير المسائل المتعلقة بالظواهر الذرية والجزئية وهي تتضمن :

(أ) إشعاع الجسم الأسود :

إن الجسم الأسود هو الجسم أو المادة التي تمتص جميع الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة عليه . وأحسن نموذج تقريبي

للجسم الأسود هو مجوف كروي ذو ثقب صغير جدًا يسمح بدخول الأشعة .

إن أية أشعة تدخل هذا الثقب سيتم حجزها في داخل المجوف وبالتالي امتصاصها والشكل التالي يوضح التوزيع الطاقى في الجسم الأسود عند درجة حرارة 1500K .



التوزيع الترددي لأشعة الجسم الأسود عند درجة حرارة 4000 k

إن المحاولات النظرية لاستنباط هذا السلوك ثانية كانت من قبل ألفين عام 1896 ورايلي عام 1900 ولم يحالفهما النجاح . حيث تمكن قين من اشتقاق معادلة ملائمة للنتائج عند الأطوال الموجية القصيرة في حين تمكن رايلي من الحصول على معادلة مناسبة عند الأطوال الموجية الكبيرة .

وإن عدم وجود علاقة رياضية تلائم جميع الأطوال دفعت ماكس بلانك وذلك عام 1900 إلى اقتراح فرضية جديدة مفادها أن ذرات أو جزيئات الجسم الأسود يمكنها بعث أو امتصاص طاقة كهرومغناطيسية ذات تردد ν بمقادير معينة أو كميات والمقدار هنا هو $h\nu$ سمي بثابت بلانك فقط .

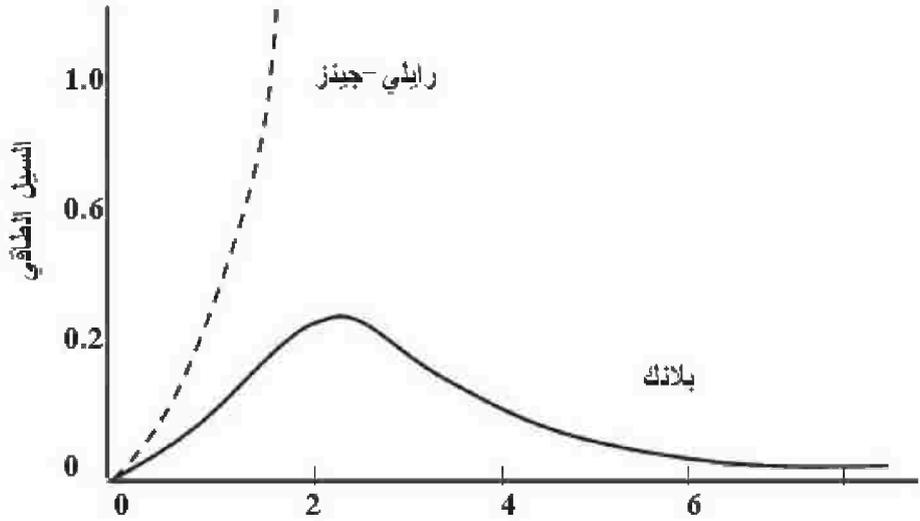
في حين وفقاً للفيزياء الكلاسيكية يفقد أو يكتسب النظام أية مقدار من الطاقة دون تحديد .

وإذا رمزنا ΔE لتغير الطاقى فى ذرة الجسم الأسود نتيجة لانبعثات أشعة كهرومغناطيسية ذات التردد ν عندئذ يكون $\Delta E = h\nu$ وتسمى ΔE أيضاً بطاقة الكم **energy of quantum** أما ثابت بلانك h فيساوي $6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$. وباستخدام هذه الفرضية- أي فرضية بلانك- استطاع وضع تعبير رياضي للتوزيع الطاقى فى الجسم الأسود .

$$R(\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} (e^{h\nu/kT} - 1)^{-1} \quad \dots (1)$$

حيث $R(\nu)$ هي دالة تمثل التوزيع الترددي لأشعة الجسم الأسود المنبعثة أما k فهو ثابت بولتزمان و c هي سرعة الضوء .

هذه العلاقة تسمى بقانون بلانك وهي تعطي نتيجة منسجمة بصورة جيدة مع التوزيع الطيفي الملحوظ لأشعة الجسم الأسود . والشكل التالي يبين ملاءمة محاولة بلانك النظرية مع النتيجة العملية المبينة فى الشكل السابق بعكس محاولة رايلي .



قوانين الأشعة لجسم أسود عند درجة حرارة 4000 k

(ب) التأثير الكهروضوئي :

إن أول شخص أدرك قيمة فكرة بلانك هو ألبرت أينشتاين الذي استخدم مفهوم التكمم الطاقوي **energy of quantization** للأشعة الكهرومغناطيسية لتفسير النتائج العملية في ظاهرة التأثير الكهروضوئي .

والتأثير الكهروضوئي يحدث عند تسلط أشعة كهرومغناطيسية -أي ضوء- على سطح معدن مؤدية إلى انبعاث إلكترونات من المعدن فالإلكترونات تمتص طاقة من الضوء وبذلك تكتسب طاقة كافية لمغادرة المعدن .

وقد بينت نتائج لينارد **Lenard** العملية بأن :

أولاً- الإلكترونات تنبعث فقط عندما يكون تردد الضوء الساقط يتجاوز

حدًا أدنى من التردد ν_0 بتردد العتبة **Threshold frequency**

وإن قيمة v_0 تختلف من معدن لآخر وهي تقع ضمن المنطقة فوق البنفسجية لمعظم المعادن.

ثانياً - زيادة شدة الضوء الساقط سيزيد من عدد الإلكترونات المنبعثة ولكنها لا تؤثر في الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة .

ثالثاً - زيادة تردد الضوء الساقط سيزيد الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة، كما أن ملاحظات لينارد على التأثير الكهروضوئي لا يمكن فهمها باستخدام الصورة الكلاسيكية للضوء التي تعتبره على أساس أنه موجة **wave** .

ووجد أن الطاقة في موجة تتناسب مع شدتها **intensity** ولا تعتمد على ترددها وبذا نتوقع ازدياد الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة كلما زادت شدة الضوء ولا تعتمد على تردد الضوء .

وإضافة إلى ذلك فالصورة الموجية للضوء تتوقع حدوث التأثير الكهروضوئي عند أي تردد بشرط أن يكون الضوء الساقط بدرجة كافية من الشدة وقد اقترح أينشتاين إلى جانب كون الضوء يمتلك خواصا موجية فإنه أيضاً يمكن أن يؤخذ على أساس أنه متكون من كيانات جسيمية أي كمات **quanta** .

وكل كم من الضوء له طاقة **hv** ، هذه الكيانات تدعى فوتونات **photons** ، وإن الطاقة في الضوء هي مجموع طاقات الفوتونات المنفردة وبذا فهي مكمأة **quantized** .

ويحدث التأثير الكهروضوئي عندما يرتطم فوتون لاكترون في المعدن . هذا الفوتون سيختفي وإن طاقته **hv** ستنقل إلى الإلكترون . بحيث

إن جزءاً من هذه الطاقة تمتصها الإلكترونات لاستخدامها في التخلص من القوى التي تربطه بالمعدن .

والطاقة الإضافية المتبقية تظهر بشكل طاقة حركية يحملها الإلكترون المنبعث . وحسب قانون حفظ الطاقة عندئذ نكتب :

$$hv = \phi + \frac{1}{2} mv^2 \quad \dots (2)$$

حيث ϕ هي دالة الشغل **work function** وهي أقل طاقة يحتاجها الإلكترون للتخلص من المعدن أما $\frac{1}{2} mv^2$ فهي الطاقة الحركية للإلكترون الطليق . وإذا كانت $hv < \phi$ أي أن الفوتون له طاقة غير كافية في السماح للإلكترون في مغادرة المعدن ومن ثم لا يحدث التأثير الكهروضوئي .
إن أقل تردد ν_0 الذي تحدث عنده هذه الظاهرة يعطى بالعلاقة $\phi = h\nu_0$ وإن قيمة ϕ تختلف من معدن لآخر وتكون أقلها بالنسبة للمعادن القلوية .

(ج) الخطوط الطيفية للذرات :

عندما نضع غاز الهيدروجين في أنبوبة تحت ضغط مائل وتخضعه لتفريغ عالي الفولتية فسوف ينبعث ضوء وعند مروره خلال منشور فسوف يتجزأ إلى سلسلة من الخطوط الطيفية كل منها مرتبط بطول موجي أو تردد مختلف .

ولم تتمكن النظرية الكلاسيكية من إعطاء قيم مضبوطة لترددات الخطوط الطيفية أو حتى قيم قريبة منها .

وخلال الفترة من 1885 إلى 1910 توصل بالمر **Balmer** ويريد **Rydberg** وآخرون إلى إيجاد علاقة تجريبية تعطي الترددات المضبوطة لخطوط طيف الهيدروجين .

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \quad \dots (3)$$

حيث إن : $n_b = 1,2,3 \dots \dots n_a = 2,3,4 \dots \dots n_a > n_b$
وإن R هو ثابت ريديبيرج ويساوي 109.677 cm^{-1} .

ولم يوجد تفسير لهذه العلاقة التجريبية إلى أن جاء بوهر عام 1913 وبين أن انبعاث ترددات معينة من الضوء من ذرات الهيدروجين يشير إلى أن ذرة الهيدروجين موجودة فقط في حالات طاقة معينة . وبذا فقد افترض بوهر الفروض التالية :

١- إن طاقة الهيدروجين توجد بشكل كمات ، أي أن الذرة تتخذ طاقات منفصلة معينة فقط E_1, E_2, E_3, \dots وقد سمي بوهر هذه الحالات المسموحة ذات الطاقة الثابتة بالحالات المستقرة **stationary states** للذرة (ولا يقصد بهذا التعبير على أن الإلكترون يكون عند سكون في الحالة المستقرة) .

٢- لا تنبعث من الذرة في حالتها المستقرة أشعة كهرومغناطيسية .

٣- إذا حدث انتقال إلكترون من حالة مستقرة E_a إلى أخرى أقل طاقياً E_b فإن تردد الضوء المنبعث v يعطى حسب قانون حفظ الطاقة :

$$E_a - E_b = hv \quad \dots (4)$$

وبصورة مشابهة يحدث انتقال إلكترون من حالة طاقة واطئة إلى أخرى أعلى طاقياً وذلك بامتصاص ضوء تردده معطى بالمعادلة (5 - 4)
والآن عند ربط معادلتني (3) و (4) نحصل على :

$$E_a + E_b = Rhc \left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \quad \dots (5)$$

وهذه المعادلة تشير بقوة إلى أن طاقات الحالات المستقرة لذرة الهيدروجين التي تعطي بـ :

$$E = - Rhc / n^2 \quad (n = 1,2,3, \dots) \quad \dots (6)$$

٤- يتحرك الإلكترون في ذرة الهيدروجين في مدار دائري حول ويخضع لقوانين الميكانيك الكلاسيكي وإن طاقة الإلكترون تساوي حاصل جمع طاقته الحركية وطاقة جهد التجاذب الكهروستاتيكي بين إلكترون - نواة.

ووفقاً للميكانيك الكلاسيكي تعتمد الطاقة على نصف قطر المدار ، وطالما أن الطاقة هي مكممة (أي موجودة بشكل مضاعفات لـ كم ثابت) لذا يوجد فقط مدارات معينة مسموحة وقد استخدم بوهر فرضية أخرى لاختيار المدارات المسموحة .

٥- إن المدارات المسموحة هي تلك التي يكون لها عزم الإلكترون الزاوي mvr مساوياً لـ $n\hbar$ (حيث إن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$) وإن $m \cdot v$ هما كتلة وسرعة الإلكترون . أما r فهو نصف قطر المدار (إن $n = 1,2,3, \dots$) .

ومع هذه الفرضيات تمكن بوهر من اشتقاق التعبير التالي لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين :

$$E = - \frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2} \quad \dots (7)$$

حيث e شحنة البروتون . وعند مقارنة معادلتني (6) و (7) ينتج لنا :

$$R = - \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} \quad \dots (8)$$

وعند التعويض عن قيم m , e , h , c فإننا سنحصل على قيمة ثابت ويدبيرج R منسجمة مع قيمته التجريبية (العملية) وهو دليل على أن بوهر قد أعطى مستويات طاقته مضبوطة لذرة الهيدروجين .

ثالثاً - فرضية دي بروجلي - De - Broglie hypothesis :

جرت محاولات لتطبيق نظرية بوهر على ذرات تحتوي على أكثر من إلكترون واحد وكانت جميع المحاولات غير ناجحة، وبدا الشعور بأن هناك خطأ جوهرياً في نظرية بوهر والحقيقة بدأ التصور عند البعض بأن نجاح نظرية بوهر مع ذرة الهيدروجين كان محض مصادفة .

وقد كانت نقطة البداية باتجاه إيجاد الحلول لهذه الصعوبات وإعطاء صورة صحيحة عن سلوك الإلكترون في الذرات والجزيئات . ثم جاءت من قبل الفيزيائي الفرنسي دي بروجلي في عام 1923 وتبعه هايزنبرج وشرودنجر في عام 1926 .

حيث إن حقيقة كون الذرات أو الجزيئات المسخنة تبعث أشعة بترددات معينة فقط تبين أن طاقات الذرات والجزيئات هي كممة ، وإن قيم طاقة معينة ستكون مسموحة .

إن التكم الطاقى غير موجود في الميكانيكا الكلاسيكية وإن الجسم يمكنه أن يأخذ أي مقدار من الطاقة وإن دخول فكرة التكم الطاقى في نظرية بوهر جاءت بالتأكيد اعتباطياً ولم يعط بوهر أي سبب عن وجود مدارات وطاقات معينة فقط .

كما أن التكم **Quantization** يحدث أيضاً في الحركة الموجية **wave motiom** فمثلاً في حالة سلك مربوط بثبات من نهايته يمتلك هذا السلك نسقاً كمى **quantized modes** من التذبذب كما هو مبين في الشكل التالي :



نسق تذبذب سلك مربوط النهائيين

وكما هو الحال مع الضوء حيث تظهر سلوك موجي وجسمي فقد اقترح دي بروجلي بأن المادة **matter** تمتلك أيضاً طبيعة مزدوجة فالإلكترون إضافة إلى ما يملكه من سلوك جسمي فإنه أيضاً يظهر سلوكاً موجياً . وهذا السلوك الموجي للإلكترون يعكس نفسه في المستويات الطاقية المكممة للإلكترونات في الذرات أو الجزيئات .

وفي حالة الفوتون : فإن طاقته E تساوي $h\nu$ ووفقاً لنظرية أينشتاين النسبية فإن طاقة الفوتون تساوي mc^2 . حيث c سرعة الضوء و m هي الكتلة النسبية للفوتون .

ويمتلك الفوتون كتلة سكون مساوية للصفر ولكن الفوتونات تتحرك دائماً بسرعة c في الفراغ ولن تكون في سكون . وبذا فعند سرعة c يمتلك الفوتون كتلة m غير صفرية . وعند مساواة التعبيرين أعلاه نحصل على :

$$H\nu = mc^2 \quad \dots (9)$$

وبما أن $v = \frac{c}{\lambda}$ حيث λ هو الطول الموجي للضوء ، عندئذ تصبح

$$\frac{hc}{\lambda} = mc^2 \quad \text{معادلة (9) بالشكل التالي :}$$

أو :

$$\lambda = \frac{h}{mc} \quad (\text{للفوتون}) \quad \dots (10)$$

وبصورة مشابهة اقترح دي بروجلي أن جسيما ماديا كتلته m وسرعته v سيمتلك طولاً موجياً λ معطى بالعلاقة التالية :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad \dots (11)$$

(حيث p هو ضغط الجسيم ، $p = mv$) .

ويكون طول موجي دي بروجلي للإلكترون يتحرك بسرعة $1.0 \times 10^8 \text{ cm / s}$ هو :

$$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-27} \text{ erg.s}}{(9.1 \times 10^{-28} \text{ g})(1.0 \times 10^8 \text{ cm / s})} = 7 \times 10^{-8} \text{ cm} = 7 \text{ \AA}$$

وإن هذا الطول الموجي هو في حدود الأبعاد الجزيئية وهو الأمر الذي يعطي التأثيرات الموجية أهمية في الحركات الإلكترونية في الذرات والجزيئات .

ولكن في حالة جسيم مرئي **macroscopic particle** ذي كتلة 1.0 g وسرعة 1.0 cm s^{-1} نرى بعد استخدام معادلة (11) أن الطول الموجي الناتج يساوي 7×10^{-27} وهو صغير جداً وهذا يشير إلى أن تأثيرات الكم تكون غير ملحوظة بالنسبة لحركة الأجسام الكبيرة .

وقد لاقت فرضية دي بروجلي تأكيدات عملية من قبل دافيسن **Davison** وجيرمر **Germer** اللذين لاحظا ظاهرة الحيود عند مرور الإلكترونات خلال صفيحة رقيقة معدنية .

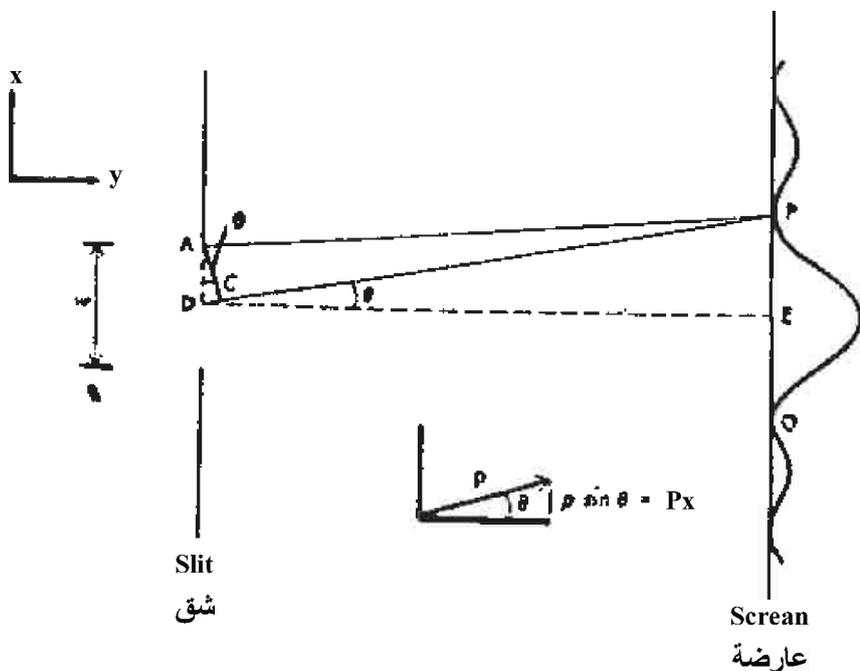
ظاهرة الحيود تؤكد السلوك الموجي للجسيم (الإلكترون) . وهكذا فعند ظروف معينة يسلك الإلكترون سلوكاً شبيهاً بجسيم وعند ظروف عملية أخرى يسلك سلوكاً شبيهاً بموجة .

وعلى أية حالة فالإلكترون هو ليس جسيمًا ولا هو موجة . إنه بعض الشيء الذي لا يمكن وصفه بدلالة هيئة أو نموذج يمكن رؤيتها .

رابعًا - مبدأ اللادقة - The Uncertainty Principle :

إن الطبيعة المزدوجة أي الجسيمية والموجية للمادة والأشعة قد سلطت تحديداً معينة على المعلومات الممكن الحصول عليها عن النظام المجهرى أو غير المرئى أي المايكروسكوبى **microscopic system** .

ولنأخذ جسيمًا مايكروسكوبيا كإلكترون مثلا يتحرك بالاتجاه Y ولنفترض أن قياسنا سيكون على المحور x للجسيم الذي سنجعله يمر خلال شق **Slit** ضيق ذي عرض w وبعد ذلك ندعه يسقط على عارضة فلوروسينية كما هو مبين في الشكل التالي :



الحيود عند الشق

وقبل البدء بالقياس أي قبل وصول الجسم للشق يمتلك الجسم سرعة v_x تساوي صفراً . وبالتالي يكون ضغطه P_x مساوياً لصفـر حيث $P_x = mv_x$ في الاتجاه . وبما أن الجسم المايكروسكوبي له خواص شبيهة بالموجية لذا نتوقع حيوده **Diffraction** عند الشق .

والمنحنى في الشكل السابق يوضح شدة الموجة عند عدة نقاط على العارضة حيث تظهر فيه نهايات عظمى **maxima** وأخرى دنيا **minima** وهي ناشئة من تداخلات بناءة وتداخلات هدامة بين الموجات القادمة من عدة أجزاء في الشق . والتداخل ينتج من تراكب موجتين مستقلتين خلال نفس المنطقة من الفراغ .

فإذا كانت الموجات متوافقة الطور **in phase** أي حدوث الذروات **crests** سوية فننتوق حدوث تداخل بناء وظهور موجة قوية ولكن عندما تكون الموجات متفاوتة الطور **out of phase** (ذروات موجة تتطابق مع بطون **troughs** الموجة الثانية) فسيحدث تداخل هدام وإن شدة الموجة تتلاشي .

ووجد أن النهايات العظمى الأولى (**P , Q**) التي تظهر في منحنى الشكل السابق تقع عند مناطق على العارضة حيث الموجات الناشئة من طرفي الشق تنتقل بنصف طول موجي أكثر أو أقل من الموجات الناشئة من مركز الشق .

وبذلك فإن هذه الموجات الناشئة من طرف الشق ستكون بالضبط غير متوافقة الطور وستلغي بعضها البعض ولنركز الآن على النهاية الدنيا عند **p** في الشكل السابق ونكتب شرط الحيود لها كالآتي :

$$\overline{DP} - \overline{AP} = \frac{1}{2} \lambda = \overline{CD}$$

حيث C قد وضعت بحيث يكون $\overline{CD} = \overline{AP}$.

وبما أن المسافة بين الشق والعارضه هي أكبر بكثير من عرض الشق لذا فإن الزاوية APC تكون قريبة من صفر وإن كلا من الزاويتين PAC , ACP ستكون قريبة من 90° وبالتالي فإن الزاوية ACD ستكون 90° .

ونجد أن كلا من الزاويتين PDE , DAC تساوي 90° مطروحاً منها زاوية ADC أي أن هاتين الزاويتين متساويتان لكل منهما بـ θ .
أما $\sin \theta$ فتساوي :

$$\sin \theta = \frac{\overline{DC}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{1}{2} \lambda}{\frac{1}{2} w} = \frac{\lambda}{w} \quad \dots (12)$$

حيث إن الزاوية θ التي عندها يحدث حيود النهاية الدنيا الأولى تعطي بـ $\sin \theta \frac{\lambda}{w}$ والآن نرجع إلى الجسم المايكروسكوبي المار خلال الشق .

ونجد أن الحيود عند الشق يتسبب في تغيير اتجاه حركة الجسم ، فالجسم الذي يحيد بزاوية θ ويسقط على العارضه عند P أو Q ستكون مركبة x الضغطة (P_x) مساوية $P \sin \theta$ عند الشق (انظر الشكل السابق) .

أما P فهي ضغط الجسم ويرجى تمييزها عن الرمز P نقطة النهاية الدنيا في المنحنى، ويتضح من منحنى هذا الشكل أيضاً بأن الحيود الأكثر احتمالاً للجسيم هو عند زاوية تقع بين $+\theta$, $-\theta$.

ولقد ذكرنا في البداية أن مركبة الضغط $P_x =$ قبل الحيود أي قبل دخولها الشق تساوي صفرًا . ولكن بعد الحيود لا نمتلك علمًا مؤكدًا حول قيمتها . وإن اللادقة في P_x عند الشق نرمز فيها ΔP_x تساوي :

$$\Delta P_x = P \sin\theta - (- P \sin\theta) = 2P \sin\theta \quad \text{معادلة} \quad \dots (13)$$

وعند التعويض عن $\sin \theta$ من معادلة (12) في معادلة (13) نحصل على :

$$\Delta P_x = 2P\lambda / w \quad \dots (14)$$

وباستخدام علاقة دي بروجلي (11) يمكننا كتابة معادلة (14) بالصيغة التالية :

$$\Delta P_x \frac{2h}{w} \quad \dots (15)$$

أما بالنسبة لحدية معلوماتنا أو اللادقة في موقع الجسم على المحور x ونرمز بـ Δx فتعطى بواسطة عرض الشق w أي أن :

$$\Delta x = w \quad \dots (16)$$

وعندئذ نحصل على :

$$\Delta P_x \Delta x = \frac{2h}{w} \cdot w = 2h \quad \dots (17)$$

أي أن حاصل ضرب اللادقة لموقع وعزم الجسم هو كمية محددة .

بالرغم من أننا قمنا بتحليل تجربة واحدة . إلا أنه لوحظ أن تحليل تجارب عديدة أخرى تؤدي إلى نفس النتيجة وهي أن حاصل ضرب اللادقة في P_x, x لجسيم هو مقارب لمقدار ثابت بلانك أو أكبر منه ، أي أن :

$$\Delta P_x \Delta x \geq h \quad \dots (18)$$

وهذا هو مبدأ اللادقة الذي اكتشفه هايزنبرج عام 1927 .

ويلاحظ أن الحجم الصغير لثابت بلانك يجعل استخدام مبدأ اللادقة للأجسام كبيرة مرئية **macroscopic particles** لا معنى له .

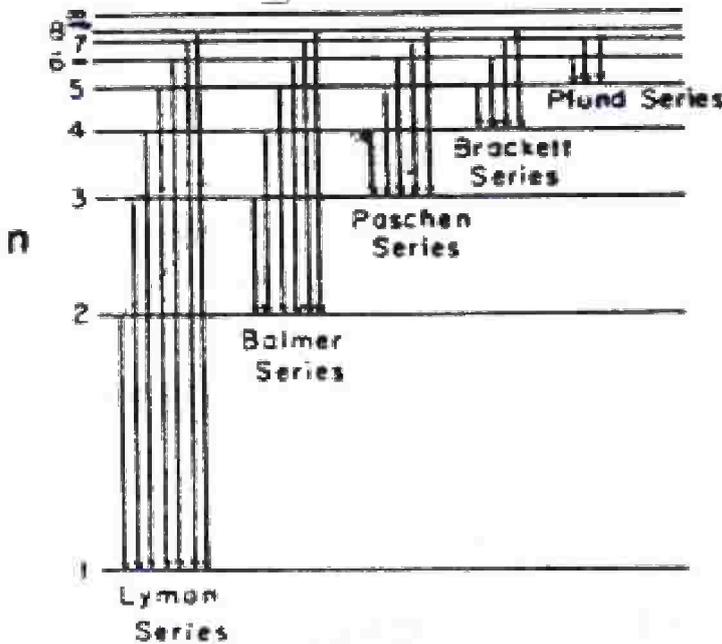
خامساً - أمثلة محلولة :

مثال (١) :

عين التردد ν والطول الموجي λ والعدد الموجه $\bar{\nu}$ لعدد من الانتقالات الممكنة بين المستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين .

الحل :

إن المستويات الطاقة الملحوظة لذرة الهيدروجين قد دونت في الشكل التالي :



وإن سلاسل الخطوط الطيفية الناتجة قد سميت بأسماء مكتشفها .

أما الانتقالات الممكنة لمجموعة من سلاسل الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين فندونها في الجدول أدناه :

المجموعات	k	n	Spectral region
ليمان (Lyman)	1	2, 3, 4, ...	Ultraviolet فوق البنفسجية
بالمر (Balmer)	2	3, 4, 5, ...	Visible المرئية
باشن (Paschen)	3	4, 5, 6, ...	Infrared تحت الحمراء
براكيت (Brackett)	4	5, 6, 7, ...	Infrared تحت الحمراء

والآن نستخدم معادلة (3) :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2} \right)$$

ولو أخذنا سلسلة بالمر حيث $n_a = 1$ ونختار قيمتين من n_b هما ∞ , 2 فإننا سنحصل لـ n_a , $n_b = 2$ النتائج التالية :

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\lambda = 1.22 \times 10^{-5} \text{ cm} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$v = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1.22 \times 10^{-7}} = 2.46 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.22 \times 10^{-5} \text{ cm}} = 8.23 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$$

ونحصل لـ n_a , $n_b = \infty$ ما يلي :

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \left(\frac{1}{1^2} - 0 \right) = 1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}} = 9.12 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$v = \frac{c}{\lambda} = 3.29 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

وبالنسبة لسلسلة بالمر حيث n_a ونختار ∞ , $n_b = 3$.

$$\bar{v} = (1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}) \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right]$$

$$= 1.52 \times 10^4 \text{ cm}^{-1} = 1.52 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = 6.56 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$v = 4.57 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

ولـ $n_b = \infty$, $n_a = 2$ يكون :

$$\bar{v} = (1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}) \left[\frac{1}{2^2} - 0 \right] = 2.74 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$$

$$\lambda = 3.65 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$v = 8.22 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

وهكذا

مثال (٢) :

ما هو الطول الموجي المرتبط بالإلكترون معجل خلال جهد

مقداره 400V علماً بأن كتلة الإلكترون m_a هي $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ؟

الحل :

إن الإلكترون المعجل لـ 400 V يمتلك طاقة حركية

E_{kin} مقدارها 400 eV (حيث eV هي إلكترون فولت وإن

$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$) إذن :

$$E_{kin} = 400 \text{ eV} = 6.41 \times 10^{-17} \text{ J} = \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$v = 1.2 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

ومنها نحصل على السرعة v

والآن نستخدم علاقة دي بروجلي (11) كالتالي :

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J s})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.2 \times 10^7 \text{ ms}^{-1})}$$

$$= 6.1 \times 10^{-11} \text{ m}$$

ملاحظة : $J = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$

مثال (٣) :

فيما يلي النتائج التي حصل عليها ميليكان عند دراسته ظاهرة التأثير

الكهروضوئي :

الطاقة الحركية للإلكترون $(J) \times 10^{19}$	التردد $\nu (s^{-1}) \times 10^{14}$
3.41	9.58
2.56	8.21
1.95	7.40
1.64	6.91
0.74	5.49

ما هو مقدار طاقة العتبة ثم احسب قيمة ثابت بلانك ؟

الحل :

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2} m v^2$$

نكتب هنا معادلة (2) .

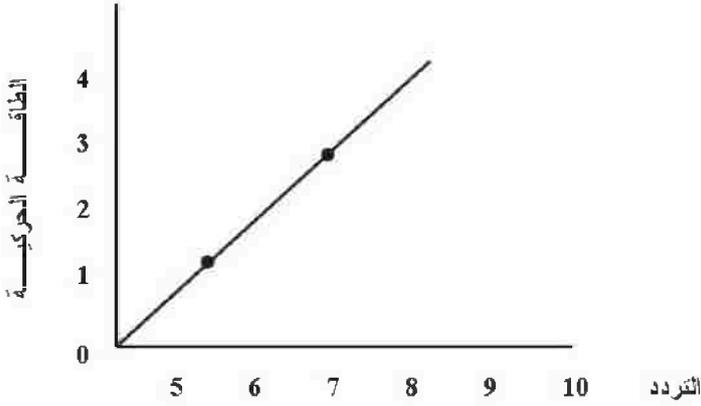
$$h\nu = h\nu_0 + E_{kin}$$

أو بالشكل التالي :

(حيث E_{kin} هي الطاقة الحركية وإن $\phi = h\nu_0$) وعند رسم بياني

بين E_{kin} مقابل ν فإننا سنحصل على الشكل التالي :

وإن نقطة تقاطع امتداد الخط المستقيم الناتج لمحور التردد يعطي v_0
 تردد العتبة أما ميل الخط المستقيم فيعطي ثابت بلانك h . ومن الشكل التالي
 تظهر قيمة $v_0 = 4.35 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$



أما الميل فهو :

$$\text{الميل} = h = \frac{(2.56 - 0.75) \times 10^{-19} \text{ J}}{(8.21 - 5.49) \times 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6.65 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

أما طاقة العتبة فتساوي $h\nu_0$.

مثال (٤) :

إذا كان موقع دقيقة من الغبار كتلتها $1 \mu\text{g}$ معلومًا ضمن 10^{-3} mm
 وإلكترون محدد لمنطقة بحجم الذرة ($1 \times 10^{-10} \text{ m}$) قارن بين نتيجتي تطبيق
 مبدأ اللادقة لهايزنبرج على هاتين الجسيمين :

الحل :

نكتب مبدأ اللادقة لهايزنبرج (18) .

$$\Delta x \Delta P_x \geq$$

وبالنسبة لدقيقة الغبار تكون اللادقة في P_x كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{h}{\Delta x} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}}{10^{-6} \text{ m}} = 6.625 \times 10^{-28} \text{ kgms}^{-1}$$

وهذه تعود إلى اللادقة في السرعة (نرمل لها Δv_x) تساوي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-28} \text{ kgms}^{-1}}{1 \times 10^{-8} \text{ kg}} = 6.625 \times 10^{-20} \text{ ms}^{-1}$$

وهي على العموم صغيرة جداً وغير ممكنة القياس بواسطة أجهزة المختبر ، أما بالنسبة للإلكترون فتكتب اللادقة في P_x له كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}}{1 \times 10^{10} \text{ m}} = 6.625 \times 10^{-24} \text{ kgms}^{-1}$$

وبما أن كتلة الإلكترون تساوي $0.9 \times 10^{-30} \text{ kg}$ لذا فإن اللادقة في سرعته تعطى كالآتي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-24} \text{ kgms}^{-1}}{0.9 \times 10^{-30} \text{ kg}} = 7.36 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

وهي عالية جداً بالمقارنة مع تلك العائدة لدقيقة الغبار .