القسم الثامن

تحليل البيانات

الفصل الثاني والعشرون: التحليل الاستكشافي للبيانات

الفصل الثالث والعشرون: التحليل الوصفي للبيانات

الفصل الرابع والعشرون: التحليل الاستدلالي للبيانات

القسم الثامن

تحليل البيانات

نتناول في هذا القسم تحليل البيانات التي جمعها الباحث، تمهيدا لاختبار فروضه، أو الإجابة على أسئلة البحث. وقبل أن يقوم الباحث بالتحليل الفعلي للبيانات يجب أن يقوم بعدد من الخطوات التمهيدية. فيجب أولا أن يتأكد أن البيانات أدخلت في الحاسب الآلي بشكل صحيح. فأي خطأ في إدخال البيانات يترتب عليه آثار لا يمكن التنبؤ بها، فتحليل بيانات غير صحيحة لا يمكن أن يقودنا إلى نتائج سليمة. ولذلك يجب أن يتأكد الباحث من أن جميع ما يصل إليه من استنتاجات واستدلالات تقوم على أرضية صلبة من البيانات الصحيحة. ومن الواجب مراجعة جميع البيانات التي أدخلت في الحاسب الآلي مراجعة دقيقة. وقد يعتقد الباحث أنه بمجرد انتهائه من مراجعة البيانات يمكنه أن ينتقل فورا إلى تحليل بياناته واختبار فروضه. ولكن يجب أن ننظر إلى عملية تحليل البيانات باعتبارها عملية تتم على مرحلتين، هما:

١- استكشاف البيانات، ووصفها.

٢- التحليل الاستدلالي للبيانات.

ويهتم الفصل الثاني والعشرون بالتحليل الاستكشافي للبيانات، يليه في الفصل الثالث والعشرين التحليل الوصفي للبيانات، ثم ننتقل إلى التحليل الاستدلالي للبيانات في الفصل الرابع والعشرين.

وهناك سببان أساسيان يجعلان من الضروري اتباع هذا الأسلوب في تحليل البيانات. أولهما، أن الباحث الذي يقوم فورا باختيار الأساليب الإحصائية المختلفة التي يختبر بها فروضه، سوف يفتقد بعض المزايا المهمة التي تساعده على التعرف على طبيعة بياناته. ثانيا، أن التحليل الإحصائي للبيانات كثيرا ما يفترض أن المسلمات التي يقوم عليها التحليل، مسلمات صحيحة بالنسبة للبيانات التي يجري تحليلها. فإذا كانت هذه المسلمات غير صحيحة، فقد تكون نتائج التحليل مضللة.

الفصل الثاني والعشرون

التحليل الاستكشافي للبيانات

عندما يقوم الباحث باستكشاف بياناته بدقة قد يجد أن البيانات التي حصل عليها هي وليدة الصدفة البحتة، وأنه إذا أعاد جمع البيانات من عينة جديدة فقد لا يحصل على نفس النتائج. والغرض من التحليل الإحصائي للبيانات هو تأكيد خصائص البيانات التي حصل عليها الباحث، بمعنى أن يتمكن الباحث من القول بدرجة عالية من الثقة، أن الخصائص التي حصل عليها ليست وليدة الصدفة، وأنها بيانات رصينة تسمح بتكرار نتائج البحث. وسوف نتناول في هذا الفصل بعض المفاهيم والعمليات الضرورية لاستكشاف البيانات. فنبدأ أولا بالكلام على نوع البيانات التي يعالجها الباحث عادة، من حيث مستوى القياس، وهذا مدخل هام جدا لتحليل البيانات فلكل مستوى من القياس نوع مناسب من الإحصاء، ومعرفة مستوى القياس يساعدنا على اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب. كذلك لابد من معرفة شكل توزيع البيانات، وذلك عن طريق تبويب البيانات وتصويرها. وهذا جانب هام من استكشاف البيانات والتعرف على ما قد يشوبها من شذوذ.

القياس والإحصاء:

هناك أمثلة عديدة للقياس في حياتنا. مثال ذلك قياس المسافة بين أي نقطتين على الخريطة، أو قياس وزن الطفل الوليد، إلى غير ذلك من الأمثلة. والقياس هو إعطاء قيمة رقمية لصفة من الصفات طبقا لبعض القواعد أو الأسس، ويشكل القياس أساس العلم. وإذا كان هناك صفة لا نستطيع قياسها فمعنى ذلك أنها لم تجد طريقها بعد إلى مجال العلم.

ويترتب على أي ملاحظة علمية عادة مجموعة من الأرقام الناتجة عن استخدام المقاييس. ويطلق على هذه الأرقام *'بيانات'*. والإحصاء هو دراسة طرق معالجة هذه الأرقام معالجة كمية بما في ذلك أساليب تنظيم وتلخيص تلك الأرقام والخروج باستدلالات وتعميمات منها. ويمكن تصنيف هذه الطرق في فئتين كبيرتين هما 'الإحصاء الوصفي' و'الإحصاء الاستدلالي'. ويشير الإحصاء الوصفي إلى طرق تنظيم وتلخيص ووصف البيانات وصفا كميا. ومعظم الناس

لديهم معرفة بهذا الجانب من الإحصاء. فكثيرا ما نقارن بين نسبة الأهداف التي أحرزها فريق كرة قدم بنسبة الأهداف التي حققها الفريق الآخر. أو نلاحظ الرسوم البيانية التي تظهر نسبة الإنفاق في وزارة من الوزارات خلال خمس سنوات مثلا. أو تطور متوسط دخل الأسرة في مصر خلال العشرين سنة الأخيرة. وتعتبر هذه الأمثلة أدوات إحصائية بسيطة تسهل علينا وصف وتلخيص البيانات. كما أن هناك أساليب في الإحصاء الوصفي أكثر تعقيدا من ذلك، مثل دراسة العلاقة بين الأداء من نوع ما بالأداء من نوع آخر، مثل دراسة العلاقة بين درجات الطالب في الثانوية العامة ودرجاته في الجامعة.

أما الإحصاء الاستدلالي فهو يتعلق بطرق استنتاج صفات مجموعة كبيرة من الأفراد باستخدام الملاحظات التي أجريت على مجموعة فرعية صغيرة نسبيا. مثال ذلك أن باحثا نفسيا أراد أن يقارن بين طريقتين لتغيير اتجاهات الناس نحو قضية اجتماعية. ولنفرض أن النفساني يريد أن يعرف هل تغيير الاتجاهات أسهل إذا تعرض الناس إلى اتجاه يختلف بدرجة بسيطة عن الاتجاه الحالي، أم إذا كان الاتجاه الجديد يختلف اختلافا جذريا عن الاتجاه الموجود؟ وللإجابة على هذا السؤال قام الباحث بإعطاء مجموعة من الأفراد مقياسا للاتجاه نحو القضية الاجتماعية، وبعد إعطائهم المقياس قام بمحاولة لمناقشة مجموعة فرعية منهم في اتجاه جديد أكثر إيجابية من الاتجاه القديم ولكن بدرجة بسيطة. وقام باحث آخر بتعريض مجموعة فرعية أخرى من نفس الأفراد إلى اتجاه أكثر حدة من الاتجاه الأصلي. وقام الباحث النفسي بعد ذلك بإعطاء المجموعتين المقياس الأول مرة أخرى.

ولنفرض أنه في هذه التجربة حدثت زيادة في متوسط اتجاه المجموعة الأولى الفرعية قدرها ثماني درجات، في حين أن المجموعة الفرعية الثانية زاد متوسط اتجاهها بمقدار خمس درجات فقط. هل يستطيع النفساني على أساس هذه النتيجة القول إن الطريقة الأولى في تغيير الاتجاهات أفضل من الطريقة الثانية؟ وبمعنى آخر هل الفرق بين الملاحظتين وهو ثلاث درجات يرجع إلى عامل 'الصدفة' أم أن هذا الفرق كبير إلى الدرجة التي يمكن أن تشكل فروقا فعلية بين المجموعتين. وهذا بطبيعة الحال ليس أمرا قاطعا، بل يعروه بعض الشك. وما نحتاجه هو أن نعرف كم من المرات في المائة من مثل هذه التجربة يمكن الثقة في هذه النتيجة. أي إذا قمنا بهذه التجربة مائة مرة فكم مرة نحصل على نتيجة مغايرة لتلك التي حصلنا عليها. هل هذا الفرق مجرد فرق يرجع إلى الصدفة أم أنه فرق أساسي بين المجموعتين؟ فإذا كانت فرصة الحصول على مثل هذا الفرق في

المرات التالية فرصة ضئيلة فإننا نستدل من ذلك على أن هذا الف رق يرج ع إل ى الصدفة ولا يمثل اختلافا له قيمته بين الطريقتين في تغيير الاتجاهات. أما إذا كان احتمال الحصول على مثل هذا الفرق بطريق الصدفة احتمال ضئيل، فإننا يمكن أن نستدل من ذلك على أن هناك اختلافا بين الطريقتين وأن كلا منهما يؤدي إلى تغي ر مختلف في الاتجاه عن الأخرى. ونستطيع تكميم درجة 'ع دم التأك د' باس تخدام 'نظرية الاحتمالات'. ومهمة الإحصاء الاستدلالي هو تحديد 'القيمة الاحتمالية' لما نصل إليه من قرارات استدلالية.

وعلى هذا فإن الإحصاء هو دراسة طرق معالجة البياذ ات. فالإح صاء الوصفي ينظم ويلخص ويصف البيانات، في حين أن الإحصاء الاس تدلالي يت ولى الخروج باستدلالات من مجموعة صغيرة نسبيا لتعميمها على المجموعة الكبيرة التي حصلنا منها على المجموعة الصغيرة.

مستويات القياس:

شهدت السنوات الأخيرة اهتماما خاصا بمستويات القياس المختلفة، وم دى ملاءمة العمليات الحسابية الأربعة لكل منها. ولهذا الموضوع أهمية خاصة لأننا إذا لم نتناوله بشيء من التفصيل قد نفترض أن جميع العمليات الح سابية م ن جم ع وطرح وضرب وقسمة يمكن أن تستخدم مع جميع نظم القياس. ب ل وق د يعتق د البعض أن القياس يصبح مستحيلا إذا لم نستخدم جميع العمليات الح سابية. ف ي قياس الذكاء مثلا لا يمكن القول أن طفلا ذكاؤه ١٥٠ له ضعف القدرة العقلية لطفل ذكاؤه ٧٥. وفي قياس التحصيل الدراسي لا يمكن اعتبار أن درجة ٦٠ في اللغ ة العربية تمثل ضعف القدرة التحصيلية التي تمثلها درجة ٣٠. وكذلك بالنسبة لدرجة الحرارة لا يمكن القول أن درجة الحرارة ٤٠ هي ضعف حرارة الجو عند درج ة ٢٠. والسبب في ذلك أنه في الحالات التي ذكرناها لا يوجد صفر حقيقي كما ه و الحال في الأطوال أو الأوزان.

وقد اقترح ستيفنز (stevens, 1951) أربعة مستويات للقي اس تت ضمنها الموازين المختلفة التي تستخدمها المقاييس. وهذه الموازين هي:

- الموازين الاسمية.
- موازين الرتبة.
- موازين المسافة.
- موازين النسبة.

ونناقش فيما يلي كلا من هذه الموازين.

١- الموازين الاسمية:

وهي أقل مستويات القياس بالنسبة لإجراء العمليات الحسابية، وتتضمن الموازين الاسمية الحد الأدنى للقياس وهو تصنيف حالات متغير ما في فئات أو أقسام، والتقسيم في فئات هو النوع الوحيد من القياس الممكن بالنسبة للموازين الاسمية. والفئات نفسها ليست فئات رقمية ولا يمكن مقارنة الفئات بعضها ببعض إلا بالنسبة لعدد الأفراد الموجودين في كل فئة. ولا يمكن التفكير في أي فئة من الفئات بأنها أعلى أو أدنى من الفئات الأخرى من حيث قيمتها الرقمية. ويسمى هذا المستوى اسميا لأن الأرقام التي نستخدمها فيه تقوم مقام الأسماء أو الفئات التي ينتمي إليها الأشخاص أو الأشياء كأفراد. وذلك مثل أرقام الهواتف التي لا يتطلب استخدامها أي تحليل إحصائي، وكذلك أرقام لاعبي كرة القدم، أو الأرقام على المنازل، إلى غير ذلك. والأرقام في مثل هذه الحالات لا تشير إلى كميات من خصائص، فعندما يستخدم الباحث رقم '١' ليشير إلى الذكور ورقم '٢' ليشير إلى الإناث، أو يستخدم أرقاما معينة ليصنف المهن أو المدارس فهو لا يهدف من استخدامها إلى أي مضمون كمي. والعمليات الحسابية التي يمكن إجراؤها على مثل هذا المستوى من المقاييس هو العد أو التعداد للحالات الفردية التي تشغل فئة معينة، كما يمكن استخراج النسبة المئوية لعدد الأفراد في كل فئة. ولكن لا يمكن استخدام أي من العمليات الحسابية الأربعة مع هذا المستوى من القياس. ومتغيرات المستوى الاسمي في القياس هي التي يطلق عليها عادة متغيرات قطعية أو متغيرات تصنيفية.

ورغم أن عمليات القياس المتعلقة بهذا المستوى عمليات أولية، إلا أن هناك معايير لتعريف متغيرات المستوى الاسمى في القياس:

أ- يجب أن ينتمي الأفراد في كل فئة من فئات المتغير إلى فئة واحدة فقط بمعنى أنه لا يوجد تداخل بين أي فئة وفئة أخرى لنفس المتغير، وألا ينتمي أي فرد من أفراد المجموعة إلى أكثر من فئة.

ب-يجب أن تكون الفئات شاملة بحيث تغطى جميع الأفراد الذين ينتمون للمتغير، ويجب أن يكون هناك فئة ما لكل فرد من أفراد المتغير، ولذلك يجب أن يكون هناك فئة 'أخرى' على الأقل.

ج- يجب أن تكون الفئات متجانسة بمعنى أنها تمثل فعلا تصنيفا للمتغير بالنسبة للدراسة التي نقوم بها. والتجانس بالطبع أمر نسبي، ويجب أن يكون تقويمه

مرتبطا بالغرض الخاص من البحث. والفئات التي تعتبر عريضة جدا بالنسبة لبحث ما قد تكون عناصرها مناسبة تماما لأغراض بحث آخ ر. ويج ب أن تتكون الفئات من عناصر متشابهة بدرجة كافية لت سهيل وص ف متغي رات البحث، ويصبح من الممكن الخروج بتعميمات دقيقة وفقا لأغراض البحث.

لنفرض أن لدينا مجموعة من الطلبة من جامعة القاهرة يشكلون عينة بحث ما. وأن هؤلاء الطلبة من جنسيات عربية مختلف ة. فل و كان ت الجن سية م ن المتغيرات المهمة بالنسبة لأغراض هذا البحث فيجب أن يكون تصنيف هذا المتغير بحيث تكون فئاته جامعة مانعة. ويوضح الجدول (٢٢-١) بعض الأمثلة على ذلك.

جدول ٢٢-١ تصنيف البيانات الاسمية

التصنيف أ (جامع غير مانع)	التصنيف ب (غير شامل)	التصنيف ج (غير متجانس)	التصنيف د (جامع مانع)
مصري	مصري	مصري	مصري
سعودي	سعودي	غير مصري	سعودي
قطري	قطري		قطري
باكستاني	باكستاني		سوري
مسلم	إيراني		جنسيات أخرى

وكثيرا ما نستخدم القيم الرقمية للتعبير عن فئات أو أقسام المتغير القطعي، وبخاصة عندما ندخل بيانات البحث في الحاسب الآلي، ففي المثال السابق يمكن أن تأخذ فئات متغير النوعية المسميات التالية:

١- مصري
٢- سعودي
٣- سوري
٤- قطري
٥- جنسيات أخرى

ويلاحظ أن هذه الأرقام ليست إلا بديلا عن الأسماء، ويجب أن يكون مفهوما أنه لا يمكن إجراء عملية الجمع أو أي عملية حسابية أخرى على هذه الأرق ام، والعملي ة الوحيدة الممكنة هنا هي معرفة عدد الأفراد في كل فئة من الفئات. وبالتالي يمك ن الحصول على النسبة المئوية لكل فئة بالنسبة لمجموع ع دد الأف راد ف ي الفئ ات المختلفة.

٢- موازين الرتبة:

هذا النوع من الموازين هو المستوى التالي للقياس. ويستخدم هذا المستوى عندما يمكن ترتيب البيانات في سلسلة تمتد من الأدنى إلى الأعلى (أو العكس) في الخاصية التي نقيسها. إلا أننا لا نستطيع أن نحدد الفرق بالدقة بين أي رتبتين. ومن أمثلة هذا المتغير الدرجة الوظيفية حيث نجد أن الوظائف مقسمة إلى درجات مثل:

٤- مدير عام
٣- الدرجة الأولى
٢- الدرجة الثانية
١- الدرجة الثالثة ....وهكذا

ويمكن مقارنة الأفراد طبقا للفئة التي يشغلونها. فالفئة رقم (٤) تعتبر في مستوى وظيفي أعلى من الأفراد الذين يشغلون الفئة رقم (٣). وهذا النوع من الموازين لا يتضمن إلا معلومات قليلة عما نقيسه مثل ترتيب المتقدمين لعمل من الأعمال، أو ترتيب التلاميذ في الفصل، إذ أنه يمكننا فقط تحديد مركز الفرد طبقا لفئته بأنه أعلى أو أدنى من فرد آخر. ولكن لا يمكن تحديد المسافة بين درجتين أو فئتين من هذا المستوى. ومعنى هذا أن المسافات بين الدرجات ليست دائما متساوية. ففي مستوى الرتبة لا يمكن اعتبار المسافات بين الفئات المختلفة متساوية. وحيث إن إجراء العمليات الحسابية يتطلب كحد أدنى تساوي المسافات بين الدرجات، لذلك لا يمكن استخدام العمليات الحسابية الأربع مع موازين الرتبة، ولا يمكن استخدام متوسط الرتب ولا انحرافها المعياري، وإنما تصلح لهذه الموازين أساليب إحصائية أكثر ملاءمة وهي من النوع المسمى اللامعلمي، ومن أشهرها معامل ارتباط الرتب وكا[٢].

ويمكن اعتبار المئينيات التي تستخدم كثيرا كمعايير للاختبارات من نوع الترتيب وتحمل خصائص موازين الرتبة.

٣- موازين المسافة:

وهذا النوع من الموازين هو المستوى الثالث للقياس. ويميزه عن مستوى الرتبة أنه يسمح لنا بتحديد بعد شيئين أو نقطتين أو شخصين عن بعضهما البعض في الخاصية موضوع القياس. ويمكن الحصول على مسافات متساوية بين الأفراد في صفة من الصفات بالنسبة لدرجة معينة، فإذا اعتبرنا طول أقصر طفل مثلا صفرا، وطول الطفل الذي يزيد عنه بمقدار ٥ سنتيمتر واحدا، وطول الطفل الذي يزيد بمقدار ١٠ سنتيمترات اثنين .. وهكذا، فإننا نحصل على مسافات متساوية بين

الأطفال تبعد كل منها عن الأخرى بمقدار ٥ سنتيمترات. والإجراء الأكثر شيوعا في المقاييس النفسية والتربوية هو تحديد المسافات بالنسبة لبعد كل درجة عن المتوسط الحسابي لنفس الصفة في المجموعة. فالطفل الأعلى من المتوسط ٥ سنتيمترات يحصل على +١ درجة، والطفل الذي يقل عن المتوسط بمقدار ٥ سنتيمترات يحصل على -١، وتأخذ المسافات صورتها الدقيقة في شكل انحرافات معيارية.

وأغلب المقاييس النفسية والتربوية من هذا النوع، فنحن نقارن بين درجات طالبين في الاختبار بالنسبة لبعد كل منهما عن متوسط درجات المجموعة التي ينتميان إليها.

إلا أن أهم نواحي قصور هذا النوع من الموازين عدم وجود صفر مطلق. فقد يحصل تلميذ على درجة صفر في اختبار تحصيلي في مادة من المواد الدراسية، ولكن هذا الصفر لا يعني انعدام القدرة التحصيلية في هذه المادة. ويمكن أن نستخدم عمليات الجمع والطرح مع هذا المستوى من الموازين إلا أن عملية القسمة بالذات لا يمكن استخدامها إطلاقا، فلا نستطيع أن نقسم الدرجة التي حصل عليها الطفل (أ) في اختبار ما على الدرجة التي حصل عليها الطفل (ب) في نفس الاختبار، وبالتالي لا يمكن الحصول على نسبة بين الدرجتين مثل الضعف أو النصف.

لنفرض مثلا أن طالبين حصل أحدهما على ٤٠ درجة والثاني على ٢٠ درجة، ولنفرض أن المدرس بعد ذلك أضاف للاختبار عشرة أسئلة سهلة جدا يستطيع الطالبان الإجابة عليها بسهولة. فتصبح درجة الطالب الأول ٥٠، ودرجة الطالب الثاني ٣٠، ففي هذه الحالة يظل الفرق ثابتا بينهما أما النسبة فتختلف، فبدلا من أن تكون ٢ في الحالة الأولى، تصبح ١,٧ تقريبا في الحالة الثانية، أي أنه لا يوجد لدينا ما يؤكد أن معلومات الأول ضعف معلومات الثاني. ولكن حين نقول إن كل سؤال يساوي كل سؤال آخر في نفس الاختبار من حيث دلالته على المعلومات فإننا لا نخرق مبادئ الرياضيات أو المنطق حين نطرح درجة الأول من الثاني. والواقع أن معظم الطرق المستخدمة لاستخراج معايير الاختبارات أو استخراج وحدات القياس تعتمد في جوهرها على عمليتي الجمع والطرح.

٣- موازين النسبة:

وهذا النوع من الموازين هو أعلى مستويات القياس، حيث يمكن استخدام جميع العمليات الحسابية فيه، إذ أن له صفرا مطلقا يعني انعدام الصفة التي نقيسها.

وتتوفر جميع خصائص موازين المسافة بالإضافة إلى الصفر المطلق. وهذا النوع من الموازين مألوف لنا أكثر من غيره لأن جميع أبعاد الأجسام كالطول والوزن والحجم يمكن قياسها بهذه الطريقة، ولهذا يمكن القول إن الشخص الذي يبلغ طوله ١٨٠ سنتيمترا له ضعف طول شخص طوله ٩٠ سنتيمترا. وتسمية هذا النوع باسم موازين النسبة جاءت من قابليته لاستخراج النسبة بين الأعداد والتعبير عن القياس في صورة نسبة. وهذا النوع غير معروف في المقاييس النفسية والتربوية إلا في حالات قليلة جدا كما هو الحال في المقاييس النفسية الجسمية مثل قياس زمن الرجع.

جدول ٢٢-٢ مستويات القياس

المستوى	الخصائص	أمثلة
الموازين الاسمية	الأرقام تحل محل الأسماء - الأرقام تمثل فئات - لا تمثل الأرقام كميات من خصائص - تميز الأرقام بين المجوعات.	النوع النوعية
موازين الرتبة	الأرقام مرتبة ترتيبا تنازليا أو تصاعديا - المسافات بين الرتب غير متساوية.	المئيني الترتيب
موازين المسافة	الأرقام تمثل وحدات متساوية (مسافات) - يمكن مقارنة المسافات بين الدرجات.	الحرارة السنة
موازين النسبة	الأرقام تمثل وحدات متساوية تبدأ من صفر مطلق. يمكن استخدام النسب لمقارنة الأرقام.	الطول الوزن

مستويات القياس والإحصاء:

ذكرنا أن مستويات القياس ترتبط بالعمليات الإحصائية المختلفة. ولذلك إذا علمنا مستوى القياس لمتغيرات الدراسة، نستطيع اختيار العملية الإحصائية المناسبة. مثال ذلك إذا كان لديك متغير مستقل اسمي مثل المناطق التعليمية في ثلاث من محافظات مصر (كالقاهرة، والإسكندرية، والقناة)، ومتغير تابع من مستوى المسافة مثل اختبار تحصيلي في العلوم، يمكن استخدام المتغير المستقل كمتغير تصنيفي، ويكون تحليل التباين هو الإحصاء المناسب لتحديد الفروق بين مجموعات التلاميذ في المناطق التعليمية الثلاث.

وهناك علاقة مهمة بين مستويات القياس والإحصاء، فالإحصاء الذي يمكن استخدامه مع نوع معين من الموازين يمكن استخدامه باستمرار مع متغيرات تقاس

بمقياس من مستوى أعلى، ولكن لا يمكن استخدامه مع متغيرات تقاس بمقياس م ن مستوى أقل. مثال ذلك أن الوسيط ومعامل ارتباط الرتب يفت رض ميزاد ا م ن مستوى الرتبة، ولكن يمكن استخدامهما استخداما سليما مع موازين المسافة والرتبة. إلا أنه لا يمكن استخدامها مع مقاييس من المستوى الاسمى.

والقاعدة التي نخرج بها من ذلك هو أن المتغيرات ذات المستوى الأعل ى في القياس يمكن التعبير عنها بمقياس من مستوى أدنى، ولكن العكس غير ممك ن. أي المتغيرات ذات المستوى الأدنى في القياس لا يمكن التعبير عنه ا بالم ستويات الأعلى. مثال ذلك طول القامة هي من مستوى النسبة، ولذلك يمكن استخدامها ف ي جميع مستويات القياس كما يلي:

- **النسبة** – طول القامة المطلق للطلبة مقاسا من صفر من السنتيمترات إل ى أقصى طول في الفصل.
- **المسافة** – طول القامة مقاسا من سطح الطاولة، يتطلب ص فرا اعتباري ا ومسافات متساوية.
- **الرتبة** – الطول النسبي للطلبة ابتداء من أطول طالب في الفصل إلى أقصر طالب.
- **الاسمي** – أطوال التلاميذ في الفصل مقسمة إلى ثلاثة أقسام: طويل ويمثل ه الرقم (١)، ومتوسط ويمثله الرقم (٢)، وقصير ويمثله الرقم (٣).

جدول ٢٢-٣ الإحصاء الوصفي وعلاقته بمستويات القياس

مستويات القياس / الأسلوب الإحصائي	الاسمى	الرتبة	المسافة	النسبة
إعداد الجداول والرسوم البيانية	التكرارات النسبة النسبة المئوية الأعمدة البيانية	التكرارات النسبة النسبة المئوية الأعمدة البيانية	التكرارات النسبة النسبة المئوية المدرج/المضلع التكراري	التكرارات النسبة النسبة المئوية المدرج/المضلع التكراري
مقاييس النزعة المركزية	المنوال	الوسيط	المنوال الوسيط المتوسط	المنوال الوسيط المتوسط
مقاييس التشتت	مؤشر التغير الوصفي	نصف المدى الإرباعي	المدى التباين الانحراف	المدى التباين الانحراف

			المعياري	المعياري
مقاييس العلاقة		معامل ارتباط الرتب (سبيرمان)	معامل الارتباط (بيرسون)	معامل الارتباط (بيرسون)

أما المتغيرات من المستوى الأدنى مثل النوع أو الصف، وهما متغيران اسميان لا يمكن استخدامهما مع مستويات أعلى، بل إنه لا فائدة من استخدامهما مع مستويات أعلى، مثال ذلك:

أ- **الاسمى** - ذكر، أنثى، ١- ذكر، ٢- أنثى.

ب- **الرتبة** - لا معنى لترتيب ذكر ثم أنثى أو العكس.

ج- **المسافة** - لا يمكن تحديد كميات من الذكورة والأنوثة.

د- **النسبة** - الفروق النسبية بين الذكورة والأنوثة غير ممكنة، فليس هناك صفر مطلق لهذه الصفة.

وبذلك فإن معرفتنا بمستويات قياس المتغيرات التي نستخدمها تسهل علينا اختيار الإحصاء المناسب لتحليل النتائج التي نريد تحليلها.

دور الحاسب الآلي في الإحصاء:

يمكن استخدام الحاسب الآلي بفاعلية وكفاءة عندما يكون حجم البيانات لدينا كبيرا، ونحتاج إلى تكرار نوع من الأعمال عدة مرات، أو عندما نريد إنجاز الأعمال في سرعة ودقة، وبخاصة عندما تكون البيانات معقدة كثيرة المتغيرات. ونظرا لأن معظم العمليات الإحصائية ينطبق عليها هذه الصفة فهي عادة تتكون من بيانات كبيرة الحجم، ونحتاج إلى الدقة والسرعة في الانتهاء منها، كما أنه كثيرا ما نحتاج إلى تكرار العمليات الإحصائية عددا كبيرا من المرات. والإجراءات التي قد تستغرق أياما أو أسابيع باستخدام الحاسبة اليدوية، لا تستغرق أكثر من دقائق وربما ثوان باستخدام الحاسب الآلي.

وعندما نلجأ إلى إجراء عمليات إحصائية يدويا فإننا نجدها متعبة، إلا أن هذا أمر ضروري لفهم طبيعة هذه العمليات، وجوانب القوة والضعف في كل طريقة من الطرق الإحصائية. وعندما يتحقق هذا الهدف يكون من الممكن استخدام الحاسب الآلي في إجراء العمليات الإحصائية. وبذلك يكون لدى الباحث خلفية كافية عن معنى هذه العمليات وكيفية تفسيرها.

البرامج الإحصائية:

البرنامج الإحصائي مجموعة من الخطوات التي توجه عمل الحاسب الآلي.

وتكسبه قدرة على إجراء خطوات العمل المطلوبة لحل مشكلة إحصائية. وتتكون البرامج الإحصائية عادة من رزم يطلق عليها 'رزم إحصائية' وهي في واقع أمرها مجموعة من البرامج يختص كل برنامج منها بعملية من العمليات الإحصائية. ورزم التحليل الإحصائي تحتوي على جميع المعادلات والإجراءات الضرورية التي قد يحتاجها مستخدم البرنامج لتنفيذ العمليات الإحصائية التي يريدها.

ومن أهم الرزم الإحصائية الموجودة اليوم:

- SPSS
- SAS
- MINITAB
- BMDPC
- SYSTAT

وجميع هذه البرامج، باستثناء برنامج SYSTAT، كتبت في أصلها للحاسبات الآلية الكبيرة، ولكنها عدلت فيما بعد ذلك حتى يمكن استخدامها على الحاسبات الشخصية. وتحتوي الرزم الإحصائية عادة على وسائل لإدخال البيانات قبل تحليلها.

تبويب وتصوير البيانات

نحصل عادة على بيانات ونتائج البحوث في صورة أولية يطلق عليها الدرجات الخام. وتحتاج الدرجات الخام حتى يمكن تفسيرها عدة عمليات أساسية من تنظيم وترتيب وتمثيل بالرسوم البيانية حتى يمكن الخروج منها بخلاصات وتفسيرات لها معناها. لنفرض أننا حصلنا من اختبار في اللغة العربية أجري على أحد الفصول الدرجات التالية:

٤٦	٣٩	٣٤	٢٩	٤٧	٤١	٤٠	٤٨	٤٤	٤٢
٣٧	٤٤	٤٦	٣٧	٣٩	٣١	٤٩	٣٥	٢٦	٣٠
٣٨	٣٤	٤٠	٢٨	٣٩	٤٣	٣٨	٣٩	٣٩	٣٤
١٨	٢١	٢٦	٣٨	٣٢	٣٧	٢٧	٣١	٣٩	٢٧
٣٨	٣٢	٢٢	٣٨	٢٣	٣١	١٩	٤٧	٥٠	٣٩

ماذا يمكن أن نخرج به من هذه البيانات؟ ماذا تعني مثلا درجة ٤٣؟ لاحظ أنه من الصعب جدا محاولة تفسير هذه الدرجات لأنها غير منظمة، إذ ليس من السهل التعرف على الدرجات المرتفعة والمنخفضة، ونسبة وعلاقة الدرجات بعضها ببعض. وأبسط طريقة لتنظيم هذه الدرجات هو ترتيبها من أعلى درجة إلى أقل درجة (أو من أقل درجة إلى أعلى درجة). ويسمح ترتيب هذه الدرجات بتنظيمها بحيث يكون موقع أي درجة أقل من الدرجات التي تسبقها وأعلى من الدرجات التي تليها. فإذا أردنا ترتيب الدرجات السابقة فإنها تصبح كما يلي:

٥٠	٤٩	٤٨	٤٧	٤٧	٤٦	٤٦	٤٤	٤٤	٤٣
٤٢	٤١	٤٠	٤٠	٣٩	٣٩	٣٩	٣٩	٣٩	٣٩
٣٨	٣٨	٣٨	٣٨	٣٨	٣٧	٣٧	٣٧	٣٥	٣٤
٣٤	٣٤	٣٢	٣٢	٣١	٣١	٣١	٣٠	٢٩	٢٩
٢٨	٢٧	٢٧	٢٦	٢٦	٢٣	٢٢	٢١	١٩	١٨

يلاحظ أنه بمجرد ترتيب الدرجات أصبح من الممكن الخروج منها ببعض

النتائج. مثال ذلك الدرجة ٤٣ التي سبق أن تساءلنا عنها أصبح مركزها واضحا، فهي تقع في الترتيب العاشر أي أن هناك تسع درجات قبلها، و٤٠ درجة أقل منها. وهكذا نستطيع بمجرد ترتيب الدرجات أن نرى موقع كل درجة بالنسبة للـ درجات الأخرى. مثال ذلك أن الدرجة ٣٧ ترتيبها ٢٧ ذلك أن هناك ثلاثة طلاب حـ صلوا على الدرجة ٣٧، ولما كان موقعها في المراكـ ز ٢٦ و ٢٧ و ٢٨، فإننـ ا نعطـ ي الدرجة ٣٧ الترتيب '٢٧'. وبالمثل نجد أن الدرجة ٤٧ تحصل على الترتيب ٤,٥. وهكذا نستطيع تحديد *'رتبة'* كل درجة من الدرجات، وذلك بترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

وهذه الطريقة هي إحدى الطرق العديدة التي يمكـ ن بهـ ا تفـ سير وفهـ م الدرجات، وهي أحد أهم الطرق المستخدمة في الإحصاء. وسوف يتضح ذلك عندما نعالج بعض الطرق الإحصائية. حيث نجد أن ترتيب الدرجات هو المدخل الأساسي لإجراء كثير من العمليات الإحصائية. وعندما نقوم بترتيب مجموعة من الدرجات من الأفضل أن نقرن الرتب بعدد الأفراد الذين تم ترتيبهم. فالرتبة ٥ يختلف معناها عندما يكون عدد الأفراد ستة منه عندما يكون عدد الأفراد ٣٠ فردا. فالرتبة ٥ من ٦ تمثل أداء أقل من الرتبة ٥ من ٣٠.

ومن الطرق الأخرى التي تساعد على فهم وتفسير الدرجات هو تنظيمها في جدول يحدد عدد مرات تكرار كل درجة. وللقيام بذلك يجب أولا تحديد أعلى وأقل درجة في التوزيع، وثانيا تحديد الدرجات بدءا بأعلى درجة ومنتهيا بأقل درجـ ة (أو العكس). فإذا أردنا بناء جدول من مجموعة الدرجات السابقة فإنه يكون على النحو المبين في الجدول (٢٢-٤).

ولبناء مثل هذا الجدول فإننا أولا نحدد أعلى درجة وأقل درجة في التوزيع. وحيث إن أعلى درجة ٥٠ ، فإننا نضعها في أعلى الجدول، ثم نـ ضع بعـ د ذلـ ك الدرجة ٤٩ ثم الدرجة ٤٨ وهكذا حتى نصل لأقل درجة وهـ ي ١٨. ويلاحـ ظ أن بعض الدرجات غير موجودة أصلا في التوزيع ولكننا مع ذلك نضعها في مكانهـ ا من الجدول. والخطوة التالية هي وضع علامات تكرارية أمام كل قيمة مـ ن قـ يم الجدول وذلك حسب تكرار كل درجة. وبعد الانتهاء من وضع العلامات التكرارية، نضع مجموع تكرارات كل درجة في العمود الثالث المعنون 'ت' أي التكرار، مع ملاحظة أن الدرجات غير الموجودة أصلا في مجموعة الدرجات التي حصلنا عليها تحصل على تكرار صفر. وبعد الانتهاء من هذه العملية نقوم بجمع القيم الموجودة في العمود الثالث (ت) ونضع المجموع في أسفل الجدول مقابل كلمة المجمـ ـوع.

ويطلق على هذا الجدول بعد الانتهاء منه "جدول التوزيع التكراري للدرجات". وبعد هذه الخطوة تصبح بيانات الجدول جاهزة للتحليل.

ويمكن تلخيص خطوات بناء جدول التوزيع التكراري فيما يلي:

١- تحديد أعلى درجة وأقل درجة في الدرجات الخام.

٢- البدء بأعلى درجة فنسجل كل درجة في عمود الدرجات حتى نصل إلى أقل درجة.

٣- وضع علامات تكرارية أمام كل درجة تبين عدد تكرار كل درجة.

٤- حصر عدد تكرارات كل درجة وكتابة المجموع في العمود المعنون "ت".

٥- جمع التكرارات ووضع المجموع في الصف الأخير أمام كلمة "المجموع".

جدول ٢٢-٤ التوزيع التكراري لدرجات مادة اللغة العربية

الدرجة	العلامة التكرارية	ت	الدرجة	العلامة التكرارية	ت
٥٠	/	١	٣٣		٠
٤٩	/	١	٣٢	//	٢
٤٨	/	١	٣١	///	٣
٤٧	//	٢	٣٠	/	١
٤٦	//	٢	٢٩	//	٢
٤٥		٠	٢٨	/	١
٤٤	//	٢	٢٧	//	٢
٤٣	/	١	٢٦	//	٢
٤٢	/	١	٢٥		٠
٤١	/	١	٢٤		٠
٤٠	//	٢	٢٣	/	١
٣٩	//// /	٦	٢٢	/	١
٣٨	////	٥	٢١	/	١
٣٧	///	٣	٢٠		٠
٣٦		٠	١٩	/	١
٣٥	/	١	١٨	/	١
٣٤	///	٣	المجموع		٥٠

وعندما يكون مدى الدرجات (الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة) كبيرا،

فإننا نجمع الدرجات في فئات حتى يسهل علينا التعامل معها. فإذا أردنا تجميع الجدول (٢٢-٤) في فئات فإننا نقوم بالخطوات التالية:

١- تحديد مدى الدرجات وذلك بطرح أدنى درجة من أعلى درجة. (المدى= س$_{ع}$ - س$_{د}$).

٢- تقسيم المدى على ١٠ ثم على ٢٠. (المدى ÷ ١٠ ؛ المدى ÷ ٢٠).

٣- تحديد مدى الفئة (اتساع الفئة) وذلك باختيار قيمة فردية (لا تقبل القسمة على ٢) تقع بين القيمتين اللتين حصلنا عليهما من الخطوة ٢.

٤- بناء الجدول باستخدام الفئات بدلا من الدرجات المفردة في العمود الأول، ويلاحظ عند بناء الجدول ما يلي:

أ- يجب أن تحتوي أدنى فئة على أقل درجة في التوزيع، وأن تبدأ الفئة بقيمة تقبل القسمة على مدى الفئة.

ب- يجب أن تبدأ كل فئة برقم يقبل القسمة على مدى الفئة.

ج- يجب أن تضم أعلى فئة أعلى درجة في التوزيع.

وتعطينا هذه الطريقة توزيعا تكراريا مجمعا للدرجات يتراوح عدد فئاته بين ١٠ و ٢٠ فئة. ووسط لكل فئة لا يتضمن علامات عشرية.

وبتطبيق الخطوات السابقة على الجدول (٢٢-٤) فإننا نحصل على الجدول (٢٢-٥ - التوزيع التكراري المجمع لدرجات اللغة العربية). وهناك أسلوب آخر لتجميع الدرجات هو التوزيع التكراري المتجمع الصاعد (أو الهابط)، ومنه يمكن استخراج التوزيع التكراري المتجمع النسبي. ونحصل على هذين التوزيعين بتجميع التكرارات تجميعا صاعدا (ت م ص)، ثم تحويل التكرار المتجمع إلى نسبة مئوية بقسمته على المجموع (٥٠) ثم ضربه في ١٠٠، وبذلك نحصل على التكرار المجمع الصاعد النسبي (ت م ص ن) الموضح في الجدول (٢٢-٦). ويلاحظ أن كل فئة من فئات الدرجات تمتد بين درجتين: فالفئة الأولى تمتد بين ١٨-٢٠، ويطلق على هاتين الدرجتين الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة. ولكل فئة حد أعلى وحد أدنى، ويقع بين هذين الحدين وسط الفئة الذي تعتبر قيمته ممثلة للفئة. فالفئة الأولى التي تقع بين ١٨-٢٠، حدها الأدنى ١٨ وحدها الأعلى ٢٠ ووسطها ١٩.

ومستوى القياس الذي تنطبق عليه البيانات في الجدول (٢٢-٥) هو مستوى المسافة، حيث ينظر للدرجات على أنها متصلة، أي أنه لا يوجد أي انفصال بينها. ولتطبيق هذا المفهوم على توزيع الدرجات المبين في الجدول (٢٢-٥) فإن الحدود

العليا والدنيا لكل فئة تحول إلى ما يطلق عليه الحدود الحقيقية للفئة.

جدول ٢٢-٥ التوزيع التكراري المتجمع لدرجات اللغة العربية

الفئة	العلامة التكرارية	ت
٥٠-٤٨	///	٣
٤٧-٤٥	////	٤
٤٤-٤٢	////	٤
٤١-٣٩	//// ///	٨
٣٨-٣٦	//// ////	٩
٣٥-٣٣	////	٤
٣٢-٣٠	//// /	٦
٢٩-٢٧	////	٥
٢٦-٢٤	//	٢
٢٣-٢١	///	٣
٢٠-١٨	//	٢
المجموع		٥٠

و يمتد الحد الحقيقي لأي فئة من الحد الأدنى (-٥,) إلى الحد الأعلى (+ ٥و). وبذلك نحصل على استمرار للدرجات لا انفصال بينها من فئة لأخرى. ويفيد استخدام الحدود الحقيقية للفئات في بعض العمليات الإحصائية كما سنرى فيما بعد. ويوضح الجدول (٢٢-٧) الحدود الحقيقية للفئات في الجدول (٢٢-٦).

جدول ٢٢-٦ التوزيع التكراري النسبي والمتجمع الصاعد والمتجمع الصاعد النسبي والمئوي

الفئة	ت	ت ن	ت م ص	ت م ص م	ت م ص ن
٥٠-٤٨	٣	٦	٥٠	١٠٠	١,٠٠
٤٧-٤٥	٤	٨	٤٧	٩٤	,٩٤
٤٤-٤٢	٤	٨	٤٣	٨٦	,٨٦
٤١-٣٩	٨	١٦	٣٩	٧٨	,٧٨
٣٨-٣٦	٩	١٨	٣١	٦٢	,٦٢
٣٥-٣٣	٤	٨	٢٢	٤٤	,٤٤
٣٢-٣٠	٦	٦	١٨	٣٦	,٣٦
٢٩-٢٧	٥	١٠	١٢	٢٤	,٢٤
٢٦-٢٤	٢	٤	٧	١٤	,١٤
٢٣-٢١	٣	٦	٥	١٠	,١٠
٢٠-١٨	٢	٤	٢	٤	,٠٤

المجموع	٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠	١,٠٠

تصوير البيانات:

بعد تنظيم البيانات وبناء جدول التكرارات لدرجات المتغير كما ذكرنا سابقا، يمكن استخدام هذا الجدول لبناء مدرج تكراري باستخدام التكرارات نفسها، أو باستخدام التكرار النسبي، وعندما يكون لدينا متغير واحد فلا فرق بين استخدام أي من الطريقتين كأساس لبناء المدرج التكراري. أما إذا كان لدينا متغيران (أو أكثر)،

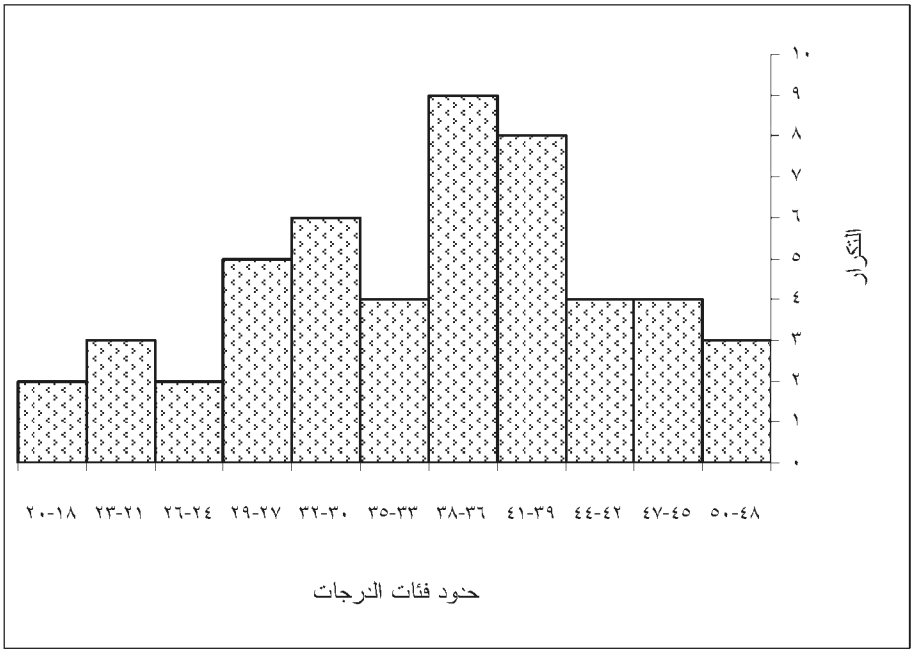
وكان مجموع تكراراتهما مختلفا فإنه يجب استخدام التكرار النسبي حتى يمكن مقارنة التوزيعين، وفي هذه الحالة من الأفضل رسم المضلع التكراري للمتغيرين حتى تتضح الفروق بينهما. وبالنسبة للتوزيع الذي لدينا فإنه لمتغير واحد ولذلك سوف نستخدم التكرارات الأصلية لرسم المدرج التكراري (شكل ٢٢-١).

جدول ٢٢-٧ الحدود الحقيقية للفئات

الفئة	الحدود الحقيقية	وسط الفئة	ت	ت ن	ت م ص	ت م ص م	ت م ص ن
٤٨-٥٠	٤٧,٥-٥٠,٥	٤٩	٣	٦	٥٠	١٠٠	١,٠٠
٤٥-٤٧	٤٤،٥-٤٧,٥	٤٦	٤	٨	٤٧	٩٤	,٩٤
٤٢-٤٤	٤١,٥-٤٤,٥	٤٣	٤	٨	٤٣	٨٦	,٨٦
٣٩-٤١	٣٨,٥-٤١,٥	٤٠	٨	١٦	٣٩	٧٨	,٧٨
٣٦-٣٨	٣٥,٥-٣٨,٥	٣٧	٩	١٨	٣١	٦٢	,٦٢
٣٣-٣٥	٣٢,٥-٣٥,٥	٣٦	٤	٨	٢٢	٤٤	,٤٤
٣٠-٣٢	٢٩,٥-٣٢,٥	٣١	٦	٦	١٨	٣٦	,٣٦
٢٧-٢٩	٢٦,٥-٢٩,٥	٢٨	٥	١٠	١٢	٢٤	,٢٤
٢٤-٢٦	٢٣,٥-٢٦,٥	٢٥	٢	٤	٧	١٤	,١٤
٢١-٢٣	٢٠,٥-٢٣,٥	٢٢	٣	٦	٥	١٠	,١٠
١٨-٢٠	١٧,٥-٢٠,٥	١٩	٢	٤	٢	٤	,٠٤
المجموع			٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠	١,٠٠

يلاحظ في الشكل (٢٢-١) أنه يتكون من إحداثيين: الإحداثي الأفقي (أو الإحداثي السيني) وهو يمثل فئات الدرجات، والإحداثي الرأسي (أو الإحداثي الصادي) ويمثل التكرارات. وبعد تحديد كل من الإحداثي الأفقي والإحداثي الرأسي، نحدد مكان فئات الدرجات. أما بالنسبة للإحداثي الرأسي فإننا نحدد ارتفاع

كل عمود بناء على قيمة تكرار الدرجات في كل فئة. وإذا استخدمنا التكرار النسبي بدلا من التكرار الفعلي فإننا نحصل على نفس الشكل باستثناء أن قيم الإحداثي الرأسي سوف تكون مكونة من نسب مئوية بدلا من التكرارات.



شكل ٢٢-١ المدرج التكراري لدرجات اللغة العربية

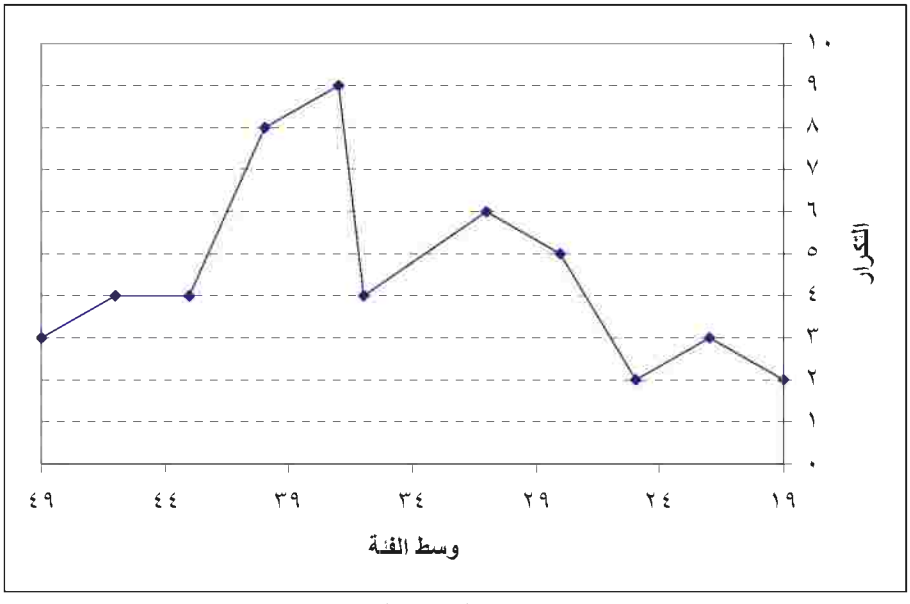
وهناك ملاحظتان نود ذكرهما بالنسبة للمدرج التكراري:

١- يستخدم المدرج التكراري للمتغيرات المتصلة، ولذلك نجد الأعمدة متلاصقة لتعكس فكرة اتصال الدرجات وذلك بعكس الأعمدة البيانية التي سنراها بعد قليل والتي تستخدم للمتغيرات المتقطعة غير المتصلة. ومعروف أن قيم المتغيرات المتقطعة تختلف في النوع وليس في الدرجة، ولذلك فهي لا تعبر عن كميات من خصائص. مثال ذلك أن الصف الدراسي في المرحلة الإعدادية قد يكون *'الصف الأول'* أو *'الصف الثاني'* أو *'الصف الثالث'* ورغم أننا نستطيع أن نضع الأرقام ١ و ٢ و ٣ لتشير للصفوف الثلاثة إلا أن هذه القيم هي مجرد رموز يستخدمها المستوى الاسمي للقياس كما مر بنا عند مناقشة مستويات القياس. أما المتغيرات المتصلة فهي متغيرات من مستوى المسافة أو النسبة ولذلك فقيمها تعبر عن خصائص كمية، كما هو الحال في اختبار اللغة العربية (راجع ما ذكر عن المتغيرات في الفصل

الثاني). وتستخدم الأعمدة البيانية لتصوير المتغيرات المتقطعة أو القطعية، أما المدرج التكراري فيصور المتغيرات المتصلة.

٢- يلعب المدرج التكراري أهمية خاصة في التحليل الإحصائي وبخاصة في الإحصاء الاستدلالي.

وإذا استخدمنا وسط الفئة كأساس لبناء الرسم البياني فإننا نحصل على مضلع تكراري بدلا من المدرج التكراري. ويقوم على نفس أسس بناء المدرج التكراري، إلا أنه عند تحديد قيم الإحداثي الأفقي فإننا نستخدم وسط الفئة بدلا من حدود الفئة. ثم نضع نقاطا أعلى كل وسط فئة يكون ارتفاع كل منها مساويا للتكرار (أو النسبة في حالة استخدام التكرار النسبي). ثم نصل بين النقاط لنحصل على شكل المضلع المطلوب. ويوضح الشكل (٢٢-٢) مضلعا تكراريا لدرجات اللغة العربية.



شكل ٢٢-٢ المضلع التكراري لدرجات اللغة العربية

وقد نستخدم التكرار المتجمع أو التكرار المتجمع النسبي أو المئوي كأساس لتصوير البيانات بالرسوم. وهذا النوع من الرسوم مفيد للغاية عندما نريد أن نحدد نقاطا معينة على التوزيع، فقد يريد الباحث أن يحدد مثلا الإرباعيات على نقاط المقياس المستخدم، أو المئينيات لمتغير ما. وهذه الطريقة شائعة في تحديد معايير الاختبارات النفسية. حيث تساعد التكرارات المجمعة وبخاصة النسبية على تحديد

نقاط معينة على التوزيع تتفق مع الدرجات الخام. وفيما يلي نستخدم جدول التوزيع التكراري لدرجات اللغة العربية (جدول ٢٢-٥) كأساس للرسم البياني الموضح في (شكل ٢٢-٢).

وتختلف الدرجات المتصلة عن الدرجات المتقطعة، ففي هذه الأخيرة لا نجد اتصالا بين الدرجات. ونحن في الإحصاء نستخدم النوعين من الدرجات المتصلة والمتقطعة. وترتبط الدرجات المتصلة والمتقطعة غالبا بطبيعة المتغير. فالدرجات التي نحصل عليها من الاختبارات التحصيلية أو اختبارات الذكاء أو غيرها من الاختبارات النفسية هي غالبا درجات متصلة. أما المتغيرات ذات القيم المتقطعة فهي المتغيرات التي نحصل عليها من بعض المتغيرات التي لا تسمح باتصال قيمها مثل عدد أفراد الأسرة، أو عدد الكتب بالمكتبة. أما موازين الرتبة أو الموازين الاسمية فهذه تندرج تحت ما يعرف بالمتغيرات القطعية. ومن أمثلة المتغيرات القطعية متغير النوع أو المنطقة التعليمية (متغيران اسميان)، أو متغير المستوى الاقتصادي والاجتماعي (متغير من مستوى الرتبة). وكما ذكرنا عند الكلام على مستويات القياس، يمكن تحويل المتغيرات المتصلة إلى متغيرات قطعية، ولكن العكس غير صحيح. وفيما يلي نتناول بناء جداول المتغيرات القطعية.

شكل ٢٢-٣ التكرار المتجمع المئوي لدرجات اللغة العربية

متغيرات المستوى الاسمي للقياس:

بناء جداول التوزيع التكراري للمتغيرات الاسمية بسيط ومباشر. إذ أننا نحدد بالنسبة لكل فئة من فئات المتغير عدد مرات حدوثه (تكراره)، ثم يوضع المجموع الكلي، ويمكن إضافة النسب المئوية من المجموع الكلي بالنسبة لكل فئة. مثال ذلك إذا كانت العينة في بحث من البحوث تتكون من ذكور وإناث، فإن جدول التوزيع التكراري يمكن أن يتخذ الشكل الموضح في الجدول (٢٢-٨).

جدول ٢٢-٨ التوزيع التكراري لعينة من الذكور والإناث

النوع	العلامات التكرارية	ت	النسبة المئوية
ذكور	//// /// ///	١٤	٥٠
إناث	//// /// ///	١٤	٥٠
المجموع		٢٨	١٠٠

ويلاحظ أننا وضعنا في العمود الثاني العلامات التكرارية، وطبيعي أن هذا العمود لا يظهر في الشكل النهائي للجدول. ولكنه وسيلة فقط لتسهيل عملية حصر الأعداد المطلوبة. ويلاحظ أيضا أن العمود الذي يحتوي على فئات المتغير (النوع) عبارة عن بيانات وصفية، وينتهي أسفل الجدول بالمجموع كما هو الحال في الجداول التي رأيناها من قبل. ومعنى الجدول واضح للغاية: تتكون العينة من ٢٨ فردا منهم ١٤ من الذكور و١٤ من الإناث. وهذا النوع من البيانات من السهل فهمه بمجرد النظر إلى الجدول بعكس جداول التوزيع التكراري في المتغيرات المتصلة والتي سبق الكلام عنها.

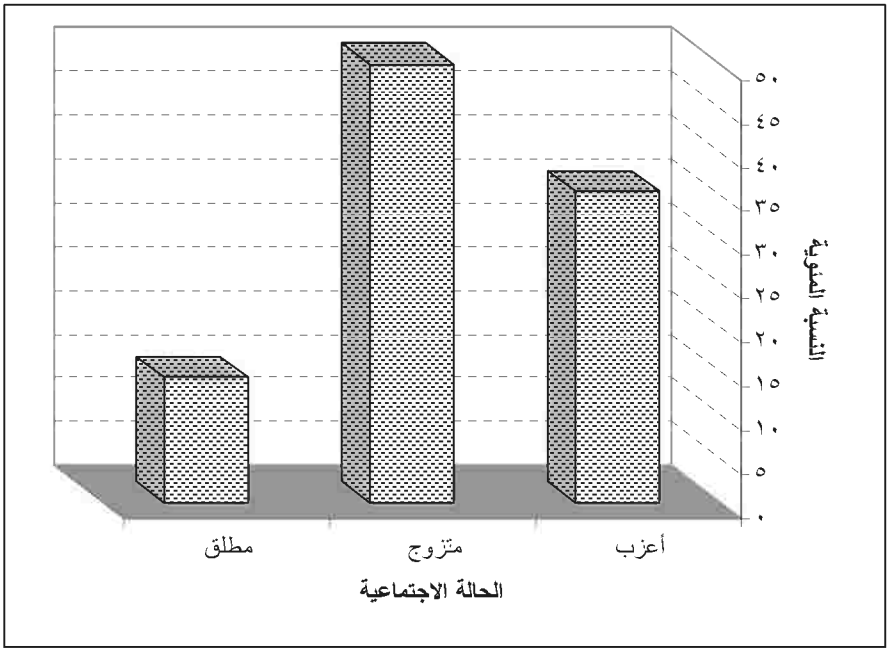
ويجب على الباحث في بعض الأحيان اتخاذ قرار بعدد الفئات التي يضمنها جدول التوزيع التكراري للمتغيرات الاسمية. مثال ذلك إذا كان الباحث يريد أن يضيف متغير الحالة الاجتماعية فعليه أن يحدد عدد الفئات التي يريد أن يشملها المتغير بالنسبة لأهداف البحث. فقد يرى الباحث أنه يحتاج فقط أن يذكر ثلاث فئات هي أعزب، ومتزوج، ومطلق. وفي هذه الحالة يمكن أن يكون الجدول كما هو مبين في (جدول ٢٢-٩).

جدول ٢٢-٩ التوزيع التكراري للحالة الاجتماعي لأفراد العينة

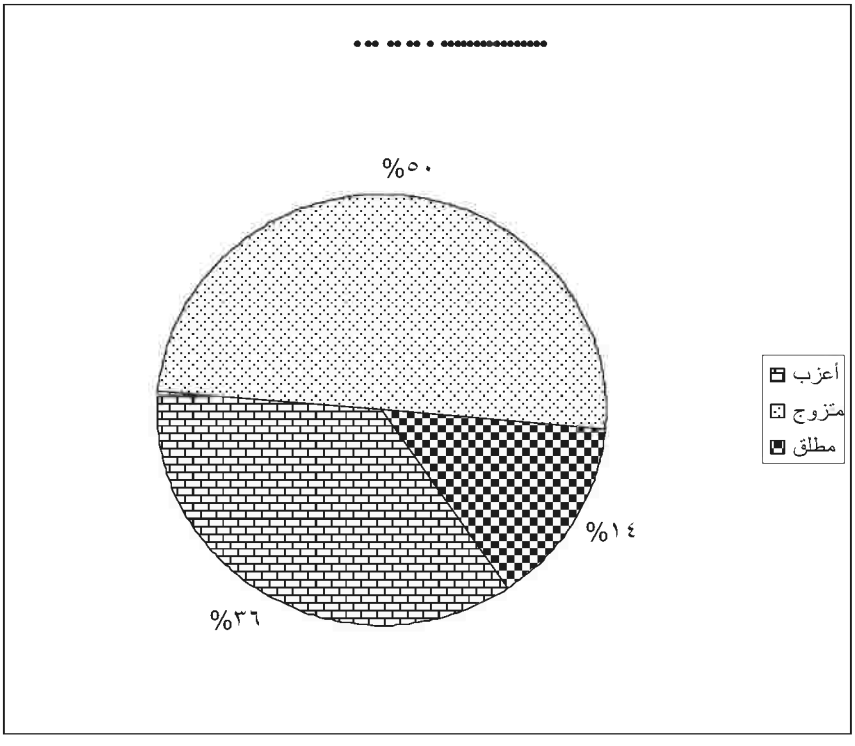
الحالة الاجتماعية	العدد	النسبة المئوية
أعزب	١٠	٣٥,٧

متزوج	١٤	٥٠,٠
مطلق	٤	١٤,٣
المجموع	٢٨	١٠٠,٠

ويمكن تصوير بيانات جدول ٢٢-٩ بالأعمدة البيانية الموضحة في شكل (٢٢-٤). ويمكن تصوير نفس البيانات باستخدام الدائرة البيانية المبينة في الشكل (٢٢-٥). وقد يرى باحث آخر إضافة فئة أخرى (أرمل مثلا) إذا كان وجود هذه الفئة مهما للدراسة. وإذا كان الباحث غير مهتم بالفروق بين الأعزب والمطلق فقد يكون لديه فئتان فقط هما متزوج وغير متزوج، مع ملاحظة أن هذا الوضع الأخير لن يمكن الباحث أو قراءه من التمييز بين فئات غير المتزوجين والمتزوجين من أفراد العينة. وقد سبق لنا بيان أن مثل هذا التصنيف تصنيف غير متجانس حيث إن فئة غير المتزوجين تتضمن فئات فرعية غير متجانسة، وقد يكون هذا غير مفيد للدراسة. ولذلك فإن اتخاذ قرار باستخدام فئتين غير متجانستين لابد أن يكون له مبرر قوي في أهداف الدراسة.



شكل ٢٢-٤ أعمدة بيانية لبيانات الجدول (٢٢-٩)



شكل ٢٢-٥ دائرة بيانية لبيانات الجدول (٢٢-٩)

متغيرات مستوى الرتبة:

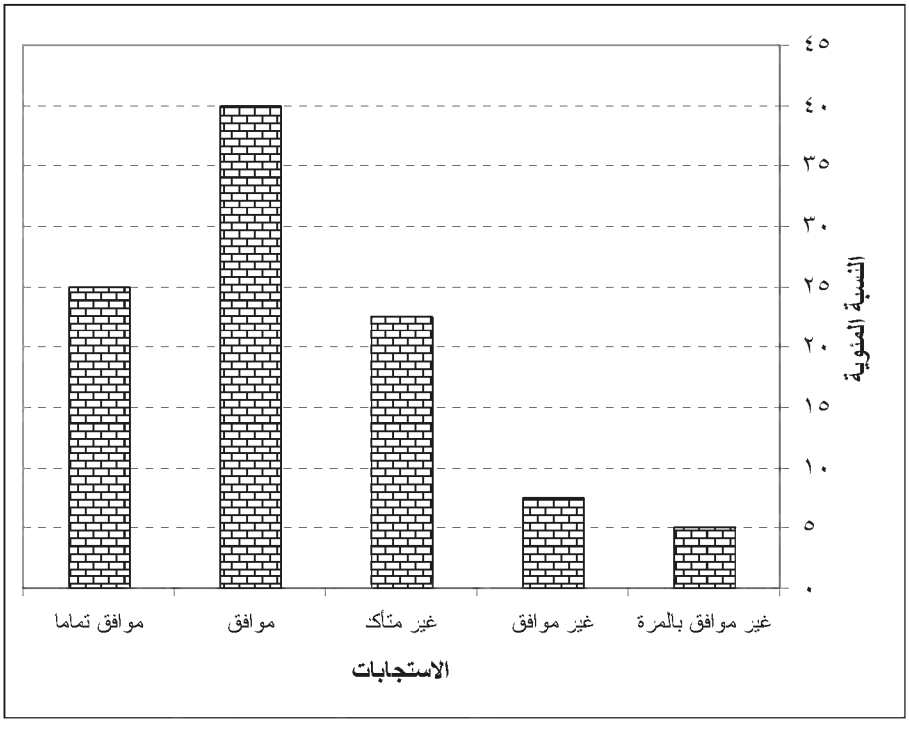
يتم بناء الجداول التكرارية للمتغيرات من مستوى الرتبة بنفس طريقة بناء جداول المتغيرات الاسمية. ويوضح الجدول (٢٢-١٠) التوزيع التكراري لمتغير من مستوى الرتبة، إذ يبين التوزيع التكراري لأحد أسئلة مقياس من مقاييس الاتجاهات.

جدول ٢٢-١٠ التوزيع التكراري لأحد أسئلة الاتجاهات

الاستجابة	ت	النسبة المئوية

(٥) موافق تماما	١٠	٢٥,٠
(٤) موافق	١٦	٤٠,٠
(٣) غير متأكد	٩	٢٢,٥
(٢) غير موافق	٣	٧,٥
(١) غير موافق بالمرة	٢	٥,٠
المجموع	٤٠	١٠٠,٠

ويلاحظ أن وجود عمود للنسبة المئوية في جداول التوزيعات التكرارية للمتغيرات الاسمية والمتغيرات من مستوى الرتبة يساعد على توضيح البيانات وبخاصة عندما تكون أعداد أفراد العينة كبيرة. ويتضح من الجدول السابق أن ٦٥٪ من أفراد العينة وافقوا على مضمون السؤال المتعلق بالاتجاه.



شكل ٢٢-٦ أعمدة بيانية لاستجابات أفراد عينة الاتجاهات

التحليل الاستكشافي للبيانات

من الضروري قبل البدء في تحليل البيانات أن نستكشف توزيع الـ درجات للتعرف على شكلها وعلى أية عوامل شاذة قد تؤثر في تحليل البيانـ ات. وأفـ ضل الطرق لاستكشاف وفهم البيانات تلك الطريقة التي وضعها الدكتور جـ ون تـ وكي John Tukey الذي يعتبر رائد هذه العملية. ويطلق على الطريقـ ة التـ ي سـ وف نتناولها طريقة "مخطط الساق والأوراق" (رجاء أبو علام، ٢٠٠٣) وهـ ي طريقـ ة جيدة لتصوير البيانات فيما يشبه المدرج التكراري لتـ صوير التوزيـ ع التكـ راري لدرجات متغير ما. وتسمح لنا هذه الطريقة باستخدام بيانات التوزيـ ع التكـ راري لرؤية مدى الدرجات، وأين تتركز الدرجات، وشكل التوزيع، وإذا ما كـ ان هنـ اك درجات معينة غير ممثلة في التوزيع، وعما إذا كان هناك درجات متطرفة أو غير طبيعية. ولا تتبع طريقة الساق والأوراق نفس مبادئ تنظيم المدرج التكراري التي سبق ذكرها. وسوف نستخدم البيانات التي لدينا من اختبار اللغـ ة العربيـ ة لبنـ اء مخطط الساق والأوراق، ولبناء هذا المخطط نتبع الخطوات التالية:

١- تقسم كل درجة إلى مجموعتين من الأرقام. والرقم الأساسي هو الساق وهـ و في مثالنا (العشرات)، ويمثل الرقم الثاني (الآحاد). فإذا أخذنا الرقم الأول وهو ٥٠ فإن الرقم ٥ يعتبر الساق، ورقم صفر هو الأوراق. وبالنسبة للرقم التالي وهو ٤٩ فإن الرقم ٤ هو الساق والرقم ٩ هو الأوراق.

٢- على هذا الأساس يمكن تصوير الساق والأوراق لمجموعة درجات اللغة العربية (جدول ٢٢-٤) على النحو التالي:

٣- وكما تحدد الفئات أين تقع درجة معينة في جدول التوزيع التكراري، فإن الرقم الأساسي (الساق) يحدد الصف الذي تقع فيـ ه الدرجـ ة فـ ي مخطـ ط الـ ساق والأوراق. ثم تكتب بعد ذلك الأرقام التالية (الأوراق) في الـ صف المناسـ ب. وبهذه الطريقة تسجل كل درجة في التوزيع التكـ راري فـ ي مخطـ ط الـ ساق والأوراق.

٤- يحدد كل ساق فئة من الدرجات، وحدود كل فئة هي أكبر وأصغر درجـ ة فـ ي الفئة. أما القيم التي تمثلها كل ورقة يجب أن تكون بين الحدين الأعلى والأدنى للفئة.

٥- يلاحظ أن مخطط الساق والأوراق يشبه المدرج التكراري إذا أدير على جانبـ ه

إلا أن هذا المخطط أكثر فائدة لأنه يرتب البيانات (الأوراق) داخل كل صـ ف (الساق) من الأدنى إلى الأعلى. ويتميز هذا المخطط على المدرج التكـ راري بأنه يعطي الدرجات الفعلية، بالإضافة إلى تكرارات الـ درجات، وتمركزه ا، وشكل التوزيع.

التكرار	الساق	الأوراق
٢,٠٠	١	٩ ٨
٣,٠٠	٢	٣ ٢ ١
٧,٠٠	٢	٩ ٩ ٨ ٧ ٧ ٦ ٦
٩,٠٠	٣	٤ ٤ ٤ ٢ ٢ ١ ١ ١ ٠
١٥,٠٠	٣	٩ ٩ ٩ ٩ ٩ ٨ ٨ ٨ ٨ ٨ ٧ ٧ ٧ ٧ ٥
٧,٠٠	٤	٤ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ ٠
٦,٠٠	٤	٩ ٨ ٧ ٧ ٦ ٦
١,٠٠	٥	٠

اتساع الساق ١٠

كل ورقة = حالة واحدة

واستكشاف الدرجات هام للغاية لأنه يكشف عن *الدرجات المتطرفة* التي قد يؤثر وجودها على شكل التوزيع، وبالتالي قد يغير من معنى بعض النتائج. ويقصد بالدرجات المتطرفة تلك الدرجات التي تعبر عن قيم عالية جدا أو منخفضة جدا في متغير أو مجموعة متغيرات. لنفرض مثلا أنه في التوزيع السابق حصل أحد الطلبة على ٦ درجات بدلا من ٢٦. فإن الدراسة الاستكشافية سوف تبين على الفور أن هذه الدرجة متطرفة. وإذا أعدنا بناء مخطط الساق والأوراق للبيانات السابقة فإننا نحصل على المخطط التالي:

التكرار	الساق	الأوراق
١,٠٠	الدرجات المتطرفة	(٦)
٢,٠٠	١	٩ ٨
٣,٠٠	٢	٣ ٢ ١
٦,٠٠	٢	٩ ٩ ٨ ٧ ٧ ٦
٩,٠٠	٣	٤ ٤ ٤ ٢ ٢ ١ ١ ١ ٠
١٥,٠٠	٣	٩ ٩ ٩ ٩ ٩ ٨ ٨ ٨ ٨ ٨ ٧ ٧ ٧ ٧ ٥
٧,٠٠	٤	٤ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ ٠
٦,٠٠	٤	٩ ٨ ٧ ٧ ٦ ٦
١,٠٠	٥	٠

اتساع الساق ١٠

كل ورقة = حالة واحدة

يلاحظ أن مخطط الساق والأوراق قد تعرف على وجود الدرجة المتطرفة، ولذلك وضعت في معزل عن توزيع درجات المتغير.

وهناك أربعة أسباب لوجود الدرجات المتطرفة:

١- إدخال بيانات غير صحيحة في الحاسب الآلي أو رصد بيانات خاطئة. ولذلك يجب مراجعة البيانات مراجعة دقيقة للتأكد من صحة البيانات قبل تحليلها.

٢- عدم وضع رمز للبيانات المفقودة أثناء إدخالها في الحاسب الآلي، وبذلك قد تقرأ البيانات التي ترمز إلى البيانات المفقودة كما لو كانت بيانات فعلية. نفرض أنه عند إدخال البيانات اعتبر الرقم ٩٩ ممثلا للبيانات المفقودة. ونسي محلل البيانات أن يضمن برنامج التحليل أن ٩٩ تعنى رقما مفقودا، في هذه الحالة سوف يقرأ الحاسب الآلي هذا الرقم كما لو كان بيانات فعلية. فإذا كان مدى الدرجات يتراوح بين ١٠ و ٤٥ درجة، فإن الدرجة ٩٩ ستكون متطرفة جدا بالنسبة للبيانات الفعلية.

٣- تضمين فرد في العينة لا ينتمي أصلا لمجتمع الدراسة الذي سحبت منه العينة. وفي هذه الحالة إذا تم التعرف على مثل هذه الحالات يجب حذفها فورا من العينة.

٤- أن يكون توزيع الدرجات في مجتمع الدراسة توزيعا ملتويا يحتوي على درجات متطرفة أكثر مما يوجد في المنحنى الاعتدالي. وعندئذ يمكن الإبقاء على الحالة مع التفكير في تغيير الدرجة في المتغير أو المتغيرات المعنية بحيث لا تصبح الحالة حالة متطرفة تؤثر بشكل غير طبيعي على العمليات الإحصائية.

وبالرغم من أن أخطاء إدخال البيانات أو رصدها والأخطاء في تحديد البيانات المفقودة سهل يمكن اكتشافه بسهولة مع المراجعة الدقيقة للبيانات. إلا أن العاملين الثالث والرابع يصعب علاجهما، فاتخاذ قرار بحذف الدرجات المتطرفة أو إبقائها مع تعديلها قرار صعب. فإذا اتخذ الباحث قرارا باستبعاد الدرجات المتطرفة من التوزيع، فقد يكون بسبب درجات لا تعبر عن التوزيع الفعلي للدرجات ولذلك يطلق عليها أحيانا درجات زائفة أو كاذبة (Outliers). ويطلق على هذه العملية بشكل عام *تنقية البيانات* مما قد يشوبها من درجات لا تعبر عن التوزيع الفعلي للدرجات. وعلى أي الأحوال يجب على الباحث أن يتعرف على الدرجات المتطرفة أو الكاذبة ويصفها وصفا دقيقا ويصف مدى تأثيرها على البيانات ويحدد القرار الذي اتخذه بشأنها. ويجب أن يساعد القرار المتخذ على الإقلال من أثر الدرجات الكاذبة على توزيع الدرجات وبالتالي على العمليات الإحصائية المختلفة.

البيانات المفقودة:

بالإضافة إلى التعرف على شكل توزيع الدرجات وما قد يكون بها من درجات متطرفة، هناك مشكلة أخرى تتعلق باستكشاف البيانات، تلك هي مشكلة البيانات الناقصة أو المفقودة. وهذه مشكلة مزعجة في تحليل البيانات. وتحدث هذه المشكلة عندما يرفض فرد من أفراد العينة الاستجابة لمفردة أو سؤال، أو عندما ينسى الاستجابة إلى سؤال أو عدة أسئلة، أو عندما ينسحب بعض الأفراد من العينة أو لا يفهمون كيفية الاستجابة لأسئلة الاستبان مثلا، إلى غير ذلك من العوامل. وتحدث هذه المشكلة أيضا في معامل علم النفس التجريبي عندما تموت فئران التجارب.

وإذا كان المفقود من البيانات درجات قليلة من عينة كبيرة لا تكون المشكلة كبيرة ويمكن معالجتها بسهولة. ولكن إذا كانت البيانات الناقصة كبيرة وبخاصة إذا كان حجم البيانات صغيرا أو متوسطا فإن المشكلة تصبح مشكلة عويصة. ولسوء الحظ لا يوجد إجابات شافية لكيفية التخلص من هذه المشكلة أو الحد الذي يمكن تقبله بالنسبة لحجم معين من العينة.

وربما كان نمط البيانات المفقودة أهم من كميتها. فالبيانات المفقودة والمبعثرة بشكل عشوائي في جميع أنحاء مصفوفة البيانات نادرا ما تؤدي إلى وجود مشكلات خطيرة. أما البيانات المفقودة بشكل غير عشوائي تكون خطيرة دائما، فإذا فقدت من البيانات مجموعة كاملة من الأفراد (لا تعمل صباحا) بسبب تطبيق استبيان مثلا أثناء ساعات العمل نهارا في إدارة من الإدارات، أو بسبب اختيار عينة بحث من مدارس الفترة الأولى دون مدارس الفترة الثانية، فإن تعميم البيانات غير ممكن على غير المجموعة التي طبق عليها الاستبيان. وكثيرا ما تكون المشكلة أقل وضوحا، مثال ذلك رفض البعض إعطاء بيانات عن دخلهم أو أعمارهم، وقد يترتب على ذلك استبعادهم من التحليل لأن عدم وجود مثل هذه البيانات سوف يؤثر على تحليل البيانات، وتزداد المشكلة سوءا إذا كان هناك ارتباط بين من رفض أن يذكر بيانات عن دخله وبعض الاتجاهات.

وقد يسلم البعض بأن البيانات المفقودة لديه ترجع إلى التوزيع العشوائي، وهذا إغراء موجود دائما بين الباحثين، إلا أنه من الأفضل اختبار ذلك. إذ يجب استخدام البيانات المتوفرة لدى الباحث لاختبار العلاقة بين المتغيرات المهمة جدا وحقيقة وجود بيانات ناقصة. مثال ذلك في مثالنا السابق حول بيانات الدخل الناقصة، يمكن أن يقوم الباحث باختبار للفروق بين المتوسطات (أو أي اختبار آخر

مناسب للبيانات) مرة مع الإبقاء على البيانات الناقصة عن الدخل، ومرة أخرى بعد حذفها. فإذا اختلفت النتائج في الحالتين، بمعنى أنه وجد أن هناك اختلافا في الاتجاه يرجع إلى الدخل يجب أن ينظر الباحث للبيانات بحرص شديد. وهناك بعض البرامج الإحصائية التي تعالج مثل هذا الأمر بفاعلية وكفاءة.

ويجب أن يكون القرار الذي يتخذ بشأن البيانات المفقودة قرارا سريعا حتى يمكن للباحث السير في إجراء تحليل البيانات دون تأخير. والقرار في الواقع هو قرار بين عدة بدائل كلها سيئة. وسوف نتناول بسرعة فيما يلي بعض القرارات الممكنة حول البيانات الناقصة:

١- معالجة البيانات الناقصة كما لو كانت بيانات فعلية: من المحتمل أن عدم الاستجابة لسؤال معين أو عدم التعاون مع الباحث قد يكون منبئا جيدا بالسلوك الذي يدرسه الباحث. وهنا يمكن إضافة متغير جديد وفيه يرمز للمستجيبين للسؤال برقم (١) مثلا ولغير المستجيبين (بصفر). وفي هذه الحالة قد يكون فقد البيانات ميزة وليس نقطة ضعف، وبذلك يستفيد الباحث من البيانات الناقصة، إذ يستطيع الباحث أن يبحث في البيانات الناقصة كمتغير منبئ دون التأثير على مقاييس النزعة المركزية للمتغير نفسه موضوع الدراسة.

٢- حذف الحالات أو المتغيرات: وهذا الإجراء يعتبر أحد الإجراءات المتحفظة فيما يتعلق بمعالجة البيانات الناقصة. وإذا كان الأمر يتعلق بعدد قليل من الحالات أو إذا كانت البيانات المفقودة مركزة في عدد قليل من المتغيرات غير المهمة للدراسة فإن حذف مثل هذه البيانات قد يكون إجراء سليما. ولكن عادة ما تكون البيانات الناقصة منتشرة بين معظم الحالات والمتغيرات مما يترتب عليه نقص كبير في البيانات في حالة حذفها. وليس هذا قرارا يسهل اتخاذه من باحث أنفق الوقت والمال والجهد في سبيل جمع البيانات، كما أن هذا القرار قد يترتب عليه تغيير كبير في البيانات يؤدي إلى تشويهها.

٣- تقدير البيانات الناقصة: ويتطلب هذا البديل أن يقوم الباحث بوضع بيانات جديدة محل البيانات الناقصة. وهناك عدد من الوسائل لتحقيق ذلك، نذكر منها ما يلي:

أ- *استخدام قيمة المتوسط:* تعتبر قيمة المتوسط لمتغير من المتغيرات من أفضل القيم لتخمين القيم الناقصة. وهنا يقوم الباحث بحساب المتوسط مستخدما جميع البيانات التي لديه، ثم يضع قيمة المتوسط الناتجة في الخلايا الخالية. ومن مزايا هذه الطريقة أنها طريقة متحفظة، حيث إن قيمة المتوسط تظل كما هي في التوزيع دون تغيير. ومن عيوبها أن قيمة

الارتباط بين هذا المتغير والمتغيرات الأخ رى ت نخفض ب سبب إدخ ال المتوسط في الخلايا ذات البيانات الناقصة. ويتوقف حجم هذا الانخف اض على عدد البيانات الناقصة. وللتقليل من أثر وضع المتوسط ف ي جمي ع الخانات الناقصة، يمكن حساب المتوسط بالنسبة للذكور على حدة والإ ناث على حدة ثم وضع قيمة أحد المتوسطين حسب انتماء المتغي ر لل ذكور أو الإناث. ووجود أكثر من قيمة لإدخالها مكان البيانات الناقصة يعطي تقديرا أفضل للقيم الناقصة في متغير ما.

ب- *استخدام الانحدار للتنبؤ بالقيم الناقصة:* وتعتبر هذه الطريقة من أفضل طرق تقدير القيم الناقصة. إذ يمكن اس تخدام المتغي رات ذات البيان ات الكاملة للتنبؤ بالقيم الناقصة في متغير آخر وذلك عن طريق حساب معامل الانحدار. ويمكن تكرار هذه العملية أكثر من مرة بين متغي رين بحي ث تستخدم القيم الجديدة التي تم التنبؤ بها لأجراء معامل انحدار آخر. ويمكن تكرار هذه العملية حتى تستقر القيم وتكون القيم التي توضع مكان الدرجات الناقصة هي القيم التي تم التنبؤ بها في آخر إج راء لمعام ل الانح دار. وميزة هذه الطريقة أنها أكثر موضوعية من الطرق الأخرى. ومن عيوبها أنها قد تؤدي إلى تعديل في البيانات أكثر من اللازم. ويلاح ظ أن ه ذه الطريقة تفترض وجود علاقة خطية ب ين المتغي رين. ول ذلك إذا ك ان الارتباط ضعيفا بين المتغيرين فإنه لا يمكن استخدام أحد المتغيرين للتنب ؤ بقيم المتغير الآخر. وفي هذه الحالة يفضل استخدام المتوسط لوضعه مكان القيم الناقصة.

ج .- *تكرار تحليل البيانات مع وجود القيم الناقصة وبدونها:* عند استخدام القيم المتنبأ بها من متغير إلى متغير آخر يمكن استخدام القيم الجديدة ف ي تحليل البيانات، ثم إعادة التحليل بدونها، فإذا كان ت النت ائج واح دة ف ي الحالتين يستطيع الباحث الوثوق بالقيم الجديدة. أما إذا اختلفت النتائج فلابد من إجراء تقويم جديد للنتائج لاختيار أفضل أسلوب لمعالجة القيم الناقصة.

الفصل الثالث والعشرون

التحليل الوصفي للبيانات

أحد الفوائد الواضحة للتوزيعات التكرارية ووسائل تصويرها بالرسوم البيانية أنها تلخص الشكل العام لتوزيع الدرجات بطريقة تجعل من السهل فهمها. إلا أننا كثيرا ما نحتاج معلومات تفصيلية عن التوزيع، توضح لنا بشكل أفضل القيم الأساسية التي تبرز خصائص هذا التوزيع. وهناك على وجه الخصوص معلومات إحصائية مفيدة، نحتاجها غالبا في وصف البيانات، وسوف نتناول في هذا الفصل أربعا من هذه المعلومات:

أولا: القيمة التي تتمركز حولها الدرجات لأنها تمثل القيمة النمطية أو القيمة الوسطى في التوزيع. ويطلق على هذا النوع من البيانات ***مقاييس النزعة المركزية***.

ثانيا: القيمة التي تمثل كيف تنتشر الدرجات أو كيف تختلف وتتشتت. ويطلق على مثل هذا النوع من البيانات ***مقاييس التشتت***.

ثالثا: الدرجات المعيارية والتوزيعات الاعتدالية.

رابعا: معاملات الارتباط

أولا: مقاييس النزعة المركزية

ومقاييس النزعة المركزية التي سوف ندرسها ثلاثة هي: المنوال والوسيط والمتوسط. وتلخص هذه المقاييس الثلاثة توزيع الدرجات في قيمة واحدة مركزية تعتبر القيمة الممثلة للتوزيع. وهذه الأساليب الإحصائية مقاييس قوية لأنها تخفض أو تلخص كمية كبيرة جدا من الدرجات أو البيانات في قيمة واحدة يسهل فهمها. وهذا هو الغرض الأساسي من مقاييس النزعة المركزية، والإحصاء الوصفي بوجه عام.

ورغم أن المقاييس الثلاثة تشترك في غرض واحد، إلا أنها تختلف عن بعضها البعض اختلافا كبيرا. ومع ذلك فهي تكتسب كلها نفس القيمة تحت ظرف معين وشروط محددة. وسوف نرى أن كلا من المقاييس الثلاثة تختلف من حيث

مستوى القياس الذي تعبر عنه، والأهم من ذلك أن كلا منها تعرف القيمة المركزية تعريفا مختلفا، مما يؤدي إلى اختلاف قيمها تحت معظم الظروف. وعلى هذا فإن اختيار الباحث لمقياس نزعة مركزية مناسب، يتوقف على الطريقة التي يقيس بها متغيراته، كما يتوقف على الغرض من البحث.

المنوال:

منوال أي توزيع هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها من القيم الأخرى في التوزيع. مثال ذلك في مجموعة الأرقام ٥٨، ٨٢، ٨٢، ٩٢، ٩٨، المنوال هو ٨٢ لأنه تكرر مرتين في حين كان تكرار الدرجات واحدا فقط.

والمنوال بسيط نسبيا من الناحية الإحصائية، ومفيد للغاية عندما نريد مؤشرا *سريعا وسهلا* للنزعة المركزية، وعندما يكون مستوى القياس ينتمي للموازين الاسمية. والواقع أن المنوال هو مقياس النزعة المركزية الوحيد الذي يمكن استخدامه مع المتغيرات من المستوى الاسمي. ومثل هذه المتغيرات ليس لها بطبيعة الحال "قيما" رقمية، ولذلك فإن المنوال متغير من المستوى الاسمي، يعبر عن أكبر الفئات عددا، مثال ذلك أن الجدول (٢٣-١) يحدد عدد طلبة السنة الأولى الذين يشتركون في النشاط الثقافي في بعض كليات الجامعة. ومن هذا الجدول يتبين أن

جدول ٢٣-١ عدد الطلبة المشتركين في النشاط الثقافي في خمس كليات جامعية

الكلية	العدد
الآداب	١٢٨
الحقوق	٥٧
العلوم	٦١
التجارة	٣٣
الهندسة	٤٥

كلية الآداب بها أكبر عدد من الطلبة الذين يشاركون في النشاط الثقافي. ولذلك يقع المنوال عند كلية الآداب حيث إن تكرارها ١٢٨ وهو أعلى تكرار بين الكليات بالجدول (٢٣-١).

وإذا أراد الباحث أن يعطي أكثر القيم شيوعا في التوزيع أو إذا كان المتغير الذي ندرسه من المستوى الاسمي يكون المنوال هو مقياس النزعة المركزية المناسب

<u>عيوب المنوال</u>:

هناك عدة عيوب للمنوال هي:

١- بعض التوزيعات ليس لها منوال على الإطلاق، ويحدث هـ ذا عن دما يك ون التكرار واحدا في جميع الدرجات أو الفئات. وفي هذه الحالة لا معنى لتحدي د المنوال.

٢- بعض التوزيعات لها أكثر من منوال، وعندما يكون عدد المنوالات كبيرا يصبح من غير المجدي تحديد منوال للتوزيع، بمعنى أن أكثر الـ درجات تك رارا أو شيوعا لا ينطبق على التوزيع.

٣- في المقاييس من مستوى الرتبة أو المسافة أو النسبة قد لا يقع المنوال في وسط التوزيع، وفي هذه الحالة لن يكون أكثر الدرجات شيوعا أكثرها تعبيرا عن قيمة مركزية تقع في وسط التوزيع. مثال ذلك إذا نظرن ا إل ى التوزي ع التـ الي للدرجات:

الدرجات	التكرار
(نسبة مئوية)	
٥٨	٢
٦٠	٢
٦٢	٣
٦٤	٢
٦٦	٣
٦٧	٤
٦٨	١
٦٩	١
٧٠	١
٩٣	٥
	٢٤

في هذا التوزيع تبلغ قيمة المنوال ٩٣. ولكن من الواضح تماما أن هذه القيمة بعيدة عن وسط التوزيع، وإذا استخدمها الباحث مقياسا للنزعة المركزي ة فل ن يعط ي اختياره صورة صحيحة عن كيفية تمركز الدرجات.

الوسيط:

الوسيط (و) بعكس المنوال يقع دائما في وسط التوزيع بالضبط. ويع رف الوسيط بأنه الدرجة التي يقع فوقها نصف عدد الدرجات في التوزيع، كما يقع تحتها نصف عدد الدرجات بعد ترتيب الدرجات ترتيبا تنازليا أو تصاعديا. وبذلك إذا قلنا

أن وسيط الدخل الشهري للأسر المصرية في أحد أحياء القاهرة مثلا ١٠٠٠ جنيه، فمعنى ذلك أن نصف عدد الأسر يقل دخلها عن ١٠٠٠، كما أن نصف عدد الأسر يزيد دخلها عن ١٠٠٠.

وللحصول على الوسيط، يجب أولا تحديد منتصف التوزيع أو مركز الحالة الوسطى في التوزيع. والوسيط هو الدرجة المرتبطة بهذه الحالة. وإذا كان عدد الحالات (ن) فرديا تكون قيمة الوسيط واضحة تماما لأنها تكون في الوسط تماما. أما إذا كان عدد الحالات زوجيا، فهناك حالتان في الوسط، وفي هذا الوضع يعرف الوسيط بأنه يقع بين الحالتين أي في وسطهما تماما، أي أن الوسيط في المثال الأخير هو الدرجة التي تقع في الوسط بين الحالتين الوسطيين.

لنفرض أن درجات ٧ طلاب كانت ١٠، ١٠، ٨، ٦، ٥، ٤، ٢ فإن الطالب الذي يقع في وسط التوزيع (الطالب الذي ترتيبه الرابع) هو الطالب الذي حصل على ٦. ففي هذه الحالة يكون الوسيط هو الدرجة ٦. ويلاحظ في هذا المثال أن هناك ثلاثة طلاب تزيد درجاتهم على درجة هذا الطالب كما أن هناك ثلاثة طلاب آخرين تقل درجاتهم عن ٦. وللحصول على موقع الوسيط عندما يكون عدد الحالات فرديا فإننا نضيف ١ إلى عدد الدرجات (ن + ١) ثم نقسم الناتج على ٢. أي أن الوسيط في هذه الحالة = (ن + ١) ÷ ٢. وللحصول على الوسيط عندما تكون ن = ٧ وهي عدد فردي، فإننا نضيف ١ إلى ٧، وبذلك يكون الوسيط واقعا عند (٧ + ١) ÷ ٢، أي الحالة الرابعة. وإذا كان ن = ٢٥ فإن الوسيط يقع عند الحالة الثالثة عشرة لأنه في هذا الحالة (٢٥ + ١) ÷ ٢ = ١٣.

وإذا أضفنا إلى الدرجات السابقة لسبع طلاب درجة طالب ثامن حصل على ١. فإن العدد يكون في الحالة زوجيا. ولن يكون لدينا عندئذ حالة واحدة تقع في وسط التوزيع بل حالتان، لأن الدرجات في هذا الحالة ١٠، ١٠، ٨، ٧، ٥، ٤، ٢، ١، وبذلك فإن الوسيط من الناحية الفنية هو أي درجة تقع بين ٧ و ٥ (لأنها سوف تقسم توزيع الدرجات في نصفين متساويين). ويمكن التخلص من هذا الغموض بتعريف الوسيط بأنه متوسط الدرجتين اللتين تقعان في وسط التوزيع. وفي مثالنا السابق يمكن تحديد الوسيط (٧ + ٥) ÷ ٢ أي ٦.

ولمعرفة الحالتين اللتين تقعان في وسط التوزيع عندما يكون عدد الحالات زوجيا فإننا نقسم (ن ÷ ٢) للحصول على الحالة الأولى من الحالتين ثم نزيد هذه القيمة واحدا لنحصل على موقع الحالة الثانية. وفي المثال السابق المكون من ثماني حالات فإن الحالة الوسطى الأولى هي الحالة الرابعة (ن ÷ ٢ = ٤)، والحالة

الوسطى الثانية هي (ن ÷ ٢)+١ أي الحالة الخامسة. وإذا كانت ن ١٤٢ فإن الحالة الوسطى الأولى تكون الحالة رقم ٧١، وتكون الحالة الثانية رقم ٧٢. ويكون الوسيط هو متوسط الدرجتين المرتبطتين بهاتين الحالتين اللتين تقعان في وسط التوزيع*.

ولا يمكن حساب الوسيط لمتغيرات من المستوى الاسمى في القياس، فمثل هذه المتغيرات ليس لها درجات يمكن ترتيبها. ولذلك لا يمكن حساب الوسيط إلا لمتغيرات من مستوى الرتبة أو المسافة أو النسبة. إلا أن هذا المقياس غالبا ما يستخدم مع موازين الرتبة.

بعض المقاييس الأخرى المرتبطة بالوسيط: بالإضافة إلى أن الوسيط مقياس للنزعة المركزية، فهو أيضا عضو في فئة من الأساليب الإحصائية التي تقيس الوضع أو الموقع. ويحدد الوسيط المكان الذي يقع في وسط التوزيع بالضبط، ولكنه مفيد أيضا في تحديد بعض النقاط الأخرى. فإننا قد نريد معرفة الدرجات التي تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام مثلا. أو النقطة التي يقع تحتها نسبة مئوية معينة من الأفراد. وتعتبر معايير الاختبارات المقننة من أهم تطبيقات مثل هذه الأساليب الإحصائية. ذلك أن كثيرا من الاختبارات النفسية تستخدم مواقع الدرجات في تحديد معنى الدرجات الخام. ومن أهم الأمثلة على مثل هذه المعايير المئينيات المستخدمة بكثرة كمعايير للاختبارات. و***المئيني*** يحدد الدرجة التي يقع تحتها نسبة مئوية معينة من الأفراد. فإذا قلنا أن ٦٠٪ من الأفراد حصلوا على الدرجة ٤٠ فمعنى هذا أن درجة ٤٠ هي المئيني ٦٠. فالمئيني درجة تحدد النسبة المئوية التي حصل عليها أو أقل منها نسبة معينة من الأفراد، وفي مثالنا السابق تكون هذه النسبة ٦٠٪. وللحصول على المئيني للدرجات الخام غير المجمعة نضرب مجموع عدد الأفراد (ن) في النسبة التي ترتبط بالمئيني. مثال ذلك أن النسبة المرتبطة بالمئيني ٤٦ هي ٤٦، ونتيجة هذه العملية هي الحصول على رقم الفرد الذي يقع عنده هذا المئيني. فإذا كان عدد الأفراد ٧٨ مثلا، وأردنا الحصول على المئيني ٣٧، فإننا نضرب ٧٨ في ٣٧، والنتيجة هي ٢٨,٨٦ وبذلك فإن المئيني يقع عند (٨٦÷١٠٠) من المسافة الواقعة بين الحالتين ٢٨ و ٢٩. وفي معظم الحالات فإننا نفضل بالطبع ألا نقوم بهذه العملية الإضافية ونكتفي بتقريب ٢٨,٨٦ أي نجعلها ٢٩. وبذلك نعتبر المئيني

* إذا كانت الحالتان اللتان تقعان في وسط التوزيع لهما نفس الدرجة، فهذه الدرجة هي الوسيط فإذا كان توزيع الدرجات ١٠، ١٠، ٨، ٦، ٦، ٤، ٢، ١، فإن درجة الحالتين الوسطيين هي ٦، وبذلك فإن الوسيط هو درجة ٦.

٣٧ هو الدرجة التي حصلت عليها الحالة ٢٩. ويبرر هذا الفرق البسيط عدم الدقة المحدود في النتيجة.

وإذا كنا نفكر في المئينيات فإن الوسيط في هذه الحالة هـ و المئين ي ٥٠. وفي مثالنا السابق فإننا نضرب (٧٨ × ٥٠،)، أي أن درجة الحالة رق م ٣٩ هـ ي المئيني ٥٠. ويلاحظ هنا أيضا أننا قربنا النتيجة حيث إن المئيني ٥٠ يقع بالضبط بين الحالتين ٣٩ و ٤٠، إلا أن هذا الفرق بسيط لدرجة يمكن إهمالها.

وهناك بعض مقاييس أخ رى للموق ع أو الوض ع وه ي ***الإع شاريات والإرباعيات***. وتقسم الإعشاريات التوزيع إلى عشرة أقسام، ولذلك فإن الإع شاري الأول هي النقطة التي يقع تحتها ١٠٪ من الحالات أي أن ه يع ادل المئين ي ١٠. والإعشاري الخامس هو المئيني ٥٠ وهو نفسه الوسيط. وتقسم الإرباعيات التوزيع أربعة أقسام. فالإرباعي الأول هو المئيني ٢٥. ويمكن الحصول على جميع هـ ذه المقاييس بنفس الطريقة التي نحصل بها على المئيني. فبدلا من ضرب 'ن' بالقيمة النسبية للمئيني فإننا نضربها في القيمة النسبية للإعشاري أو الإرباعي. مع مراعاة أن هذه العملية يترتب عليها بعض أخطاء التقريب ول ذلك يج ب الح رص عن د استخدامها.

المتوسط:

المتوسط (م) هو أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما وأهمية. ويح دد المتوسط الدرجة الوسطى في التوزيع، ويحسب بطريق ة مباش رة بجم ع جمي ع الدرجات وقسمتها على 'ن'. أي أن المتوسط يساوي

$$م = \frac{مجـ . (س)}{ن} \qquad (م ٢٣-١)$$

حيث م المتوسط

مجـ . (س) مجموع الدرجات

ن عدد الحالات (عدد الدرجات)

وحيث إن حساب المتوسط يتضمن بع ض العملي ات الح سابية ك الجمع والقسمة فإن استخدامها يحتاج إلى مقياس من مستوى المسافة على الأقل. إلا أن ه

يلاحظ أن بعض الباحثين يحسبون المتوسط لمتغيرات م ن م ستوى الرتب ة، لأن المتوسط أكثر مرونة من الوسيط، ولأنه الأسلوب الإح صائي الأه م لكثي ر م ن الأساليب الإحصائية المتقدمة. إلا أنه يجب البعد عن مثل هذه الممارسة ما أمك ن لأن النتائج التي نحصل عليها بهذه الطريقة يمكن أن تكون نتائج مضللة، لأنها غالبا ما تكون بعيدة عن المنطق.

خصائص المتوسط:

سوف نناقش فيما يلي بعض الخصائص الرياضية والإح صائية للمتوس ط نظرا إلى أنه أكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعا:

١- المتوسط أكثر ثباتا واستقرارا من الوسيط أو المنوال. بمعنى أن ه يمي ل لأن يكون أقل تغيرا من المقياسين الآخرين في العينات التي يتم سحبها م ن نف س المجتمع. وهذه الخاصية مهمة للغاية ويرجع إليها أهمية المتوس ط وانت شار استخدامه.

٢- المتوسط هو النقطة التي تلغى حولها الدرجات الأخرى في التوزي ع. ويمك ن تصوير هذه الحقيقة بالمعادلة التالية:

مجـ . (س . م) = صفر (م ٢٣-٢)

ومعنى ذلك أننا إذا أخذنا كل درجة في التوزيع وطرحناها من المتوسط وجمعنا الفروق فإن مجموع هذه الفروق يكون صفرا دائما. ولتوضيح ه ذه النقط ة نضرب مثالا بهذه المجموعة من الدرجات: ٦٥، ٧٣، ٧٧، ٨٥، ٩٠. ف إذا حسبنا متوسط هذه الدرجات فإننا نجد أنه يساوي ٣٩٠ ÷ ٥ أي ٧٨.

س	(س – م)
٦٥	٦٥ – ٧٨ = -١٣
٧٣	٧٣ – ٧٨ = -٥
٧٧	٧٧ – ٧٨ = -١
٨٥	٨٥ – ٧٨ = ٧
٩٠	٩٠ – ٧٨ = ١٢
مجـ .س = ٣٩٠	مجـ .(س – م) = صفر

في هذا المثال مجموع القيم السالبة يساوي (-١٩) وهذه تساوي تماما مجموع القيم الموجبة (+١٩). وهذه القيمة دائما صفر بغض النظر عن التوزيع. وهذه العلاقة الجبرية بين الدرجات والمتوسط مقياس وصفي جيد لمركزية التوزيع. ولذلك يمكننا تشبيه المتوسط بأنه نقطة الارتكاز في الميزان حيث تتساوى على جانبيها الكفتان.

٣- هناك خاصية مهمة للغاية مرتبطة بالمتوسط وهذه الخاصية يمكن التعبير عنها بالمعادلة (م٢٣-٣).

مج (س - م)^{٢} = أقل المربعات* (م ٢٣-٣)

وبمعنى آخر، إذا ربعت الفروق بين الدرجات والمتوسط ثم جمعت، فإن المجموع الناتج من هذه العملية سوف يكون أقل من مجموع مربعات للفروق بين الدرجات وأي نقطة أخرى في التوزيع. أي أن المتوسط هو النقطة في التوزيع التي حولها يكون تنوع الدرجات (كما يعبر عنه مربع الفرق) أقل ما يمكن. أي أن هذه الخاصية الجبرية تشير إلى أن المتوسط هو أقرب النقاط إلى جميع الدرجات الأخرى من مقاييس النزعة المركزية الأخرى. ولهذه الخاصية أهميتها الخاصة عند دراسة موضوعي الانحدار والارتباط.

٤- الخاصية الأخيرة للمتوسط هي أنه يتأثر بجميع الدرجات الأخرى في التوزيع. فالمنوال (الذي يعبر عن أكثر الدرجات شيوعا)، والوسيط (الذي يتعامل فقط مع الدرجات التي تقع في وسط التوزيع)، لا يتأثران بجميع درجات التوزيع. وهذه الخاصية لها مزاياها وعيوبها. فمن ناحية نجد أن المتوسط يستخدم كل المعلومات المتوفرة، أي كل درجة من درجات التوزيع. ومن ناحية أخرى عندما يوجد عدد من الحالات المتطرفة (ذات الدرجات المرتفعة جدا أو المنخفضة جدا)، فقد يصبح المتوسط مضللا كمقياس للنزعة المركزية، لأن

---

* لشرح هذا المبدأ سوف نستخدم توزيع الدرجات الخمس المبين في المثال السابق الذي سبق وشرحنا فكرة مجموع الانحرافات عن المتوسط. إننا إذا ربعنا هذه الفروق وجمعناها فإننا نحصل على (-١٣)^{٢} + (-٥)^{٢} + (-١)^{٢} + (٧)^{٢} + (١٢)^{٢} أي (١٦٩ + ٢٥ + ١ + ٤٩ + ١٤٤) أي ٣٨٨. وإذا قمنا بهذه العملية مع أي رقم آخر غير المتوسط فإننا سوف نحصل على رقم يزيد على ٣٨٨. فإذا استخدمنا مثلا ٧٧ بدلا من المتوسط (٧٨) سوف تكون النتيجة (٦٥-٧٧)^{٢} + (٧٣-٧٧)^{٢} + (٧٧-٧٧)^{٢} + (٨٥-٧٧)^{٢} + (٩٠-٧٧)^{٢} أي (-١٢)^{٢} + (-٤)^{٢} + (٠)^{٢} + (٨)^{٢} + (١٣)^{٢} = (١٤٤ + ١٦ + ٠ + ٦٤ + ١٦٩) = ٣٩٣.

الدرجات المتطرفة تؤثر على قيمة المتوسط فترفعه بدرجة غير طبيعية إذا كانت مرتفعة وتخفضه بدرجة غير طبيعية إذا كانت منخفضة. ويرجع ذلك كما قلنا إلى أن المتوسط يستخدم جميع الدرجات في التوزيع. لنفرض أن لدينا مجموعة الدرجات التالية المكونة من خمسة أفراد: ١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٣٥. يلاحظ أن المتوسط والوسيط لهما نفس القيمة (٢٥). ماذا يحدث إذا غيرنا الدرجة الأخيرة من ٣٥ إلى ٣٥٠؟ لن يتأثر الوسيط فالدرجة ٢٥ مازالت في وسط التوزيع ولا تتأثر بأية تغيرات تحدث في الدرجات الأخرى، أما المتوسط فلأنه يستخدم جميع درجات التوزيع فإنه يتأثر تأثرا كبيرا، إذ نجد أن مجموع الدرجات تغير وأصبح ٤٤٠ ويترتب على ذلك تغير قيمة المتوسط إذ تصبح ٨٨. ومن الواضح أن المتوسط يتأثر بالدرجات المتطرفة في جانب واحد تأثرا كبيرا. وفي هذه الحالة نجد أن قيمة الوسيط هي الأكثر تعبيرا عن مقياس النزعة المركزية.

العلاقة بين المتوسط والوسيط:

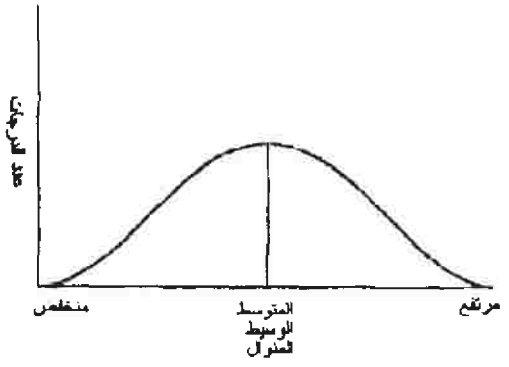
ما الذي يمكن أن نستنتجه من ذلك؟ مقارنة بالوسيط ينجذب المتوسط دائما نحو الدرجات المتطرفة. ولا تتساوى قيمة المتوسط والوسيط إلا إذا كان التوزيعمتجانسا. أما إذا كان بالتوزيع بعض الدرجات المتطرفة فإن هذا يؤدي إلى *التواء* توزيع الدرجات. فإذا كانت الدرجات المتطرفة درجات مرتفعة كان الالتواء *موجبا* وتصبح قيمة المتوسط أعلى من قيمة الوسيط. أما إذا كانت الدرجات المتطرفة منخفضة كان الالتواء *سالبا* وتصبح قيمة المتوسط أقل من قيمة الوسيط. ويوضح هذه الفكرة الأشكال من ٢٣-١ إلى ٢٣-٣.

والعلاقة بين المتوسط والوسيط لها أهميتها العملية للأسباب التالية:

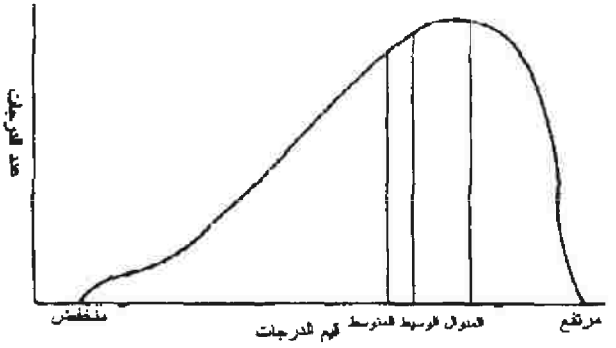
١- المقارنة السريعة بين المتوسط والوسيط تخبرنا عما إذا كان التوزيع ملتويا، وفي أي اتجاه يكون هذا الالتواء.

٢- يمكن استخدام هذه العلاقة "للخداع والكذب" عن طريق الإحصاء، مثال ذلك إذا أردنا الإقلال من قيمة النزعة المركزية عندما يكون الالتواء موجبا فما علينا إلا أن نذكر قيمة الوسيط، وتحدث هذه الطريقة عادة عندما نتكلم عن متوسط الدخول. فالدخول العالية جدا عادة قليلة ولكنها تؤثر على شكل التوزيع وتجعله ملتويا التواء موجبا. فإذا أردنا أن نبين كيف أن متوسط الدخل الشهري أو السنوي مرتفع فما علينا إلا أن نذكر قيمة المتوسط، أما إذا أردنا أن نخفض من

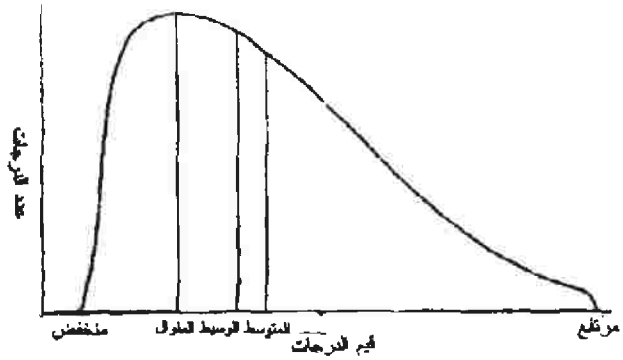
هذه القيمة، فإننا نختار الوسيط. ويجب على الباحث الذي يريد أن يعطي صورة دقيقة عن توزيع الدرجات أن يعطي قيمة كل من الوسيط والمتوسط. ولا يعتمد فقط على المتوسط.



شكل ٢٣-١ توزيع متجانس



شكل ٢٣-٢ توزيع ملتو التواء سالبا



شكل ١٧-٣ توزيع ملتو التواء موجبا

حساب مقاييس النزعة المركزية من الدرجات المجمعة:

سوف نتناول في هذا القسم أساليب حساب المتوسط والوسيط من جداول التوزيع التكراري. وتساعد هذه الأساليب على توفير الوقت والجهد المبذولين في العمليات الحسابية توفيرا كبيرا، وبخاصة عند العمل مع مجموعة كبيرة من البيانات وليس لدينا آلة حاسبة أو حاسب آلي. وكذلك قد تكون البيانات منظمة في الجدول في فئات وليس لدينا البيانات الأصلية في صورة غير مجمعة. وفي هذه الحالة الأخيرة لا يوجد وسيلة أخرى لحساب المتوسط والوسيط. على أن استخدام هذه الطريقة يؤدي إلى خسارة بعض البيانات، فلابد لنا من عمل بعض المسلمات بخصوص توزيع الدرجات في فئات التوزيع التكراري. وهذه المسلمات لا تعكس بالضبط الطريقة الفعلية لتوزيع الدرجات، ومن الناحية الفنية فإن الإحصاءات التي نخرج بها من هذه الجداول ليست إلا إحصاءات تقريبية للقيمة الفعلية للمتوسط والوسيط.

أ- **<u>حساب المتوسط من الدرجات المجمعة</u>:** لنفرض أن لدينا بيانات عن غياب الطلاب في إحدى المدارس الثانوية، وعلينا أن نعطي تقريرا بحالة الغياب في هذه المدرسة. وكانت البيانات المتوفرة عن الغياب كما هي موضحة في الجدول (٢٣-٢). وقد علمنا أنه عند حساب متوسط أي توزيع، يجب أن نحصل على قيمتين: مجموع الدرجات وعدد الدرجات. وبالنسبة لجدول (٢٣-٢) فإننا نعلم أن عدد الدرجات يبلغ (ن = ١٢٤). ولأن البيانات وجدت في الجدول مجمعة فإننا لا نعلم التوزيع الفعلي للدرجات الأصلية (عدد الأيام). فنحن نعلم مثلا أن هناك ٢٥ طالبا قد تغيبوا خمسة أيام أو أقل. ولكننا لا نعلم بالضبط عدد الأيام التي تغيبها كل طالب. فكل هؤلاء الطلاب الخمسة والعشرين قد يكون تغيبوا يوما واحدا أو يومين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة أيام.

جدول ٢٣-٢ - التوزيع التكراري للغياب في إحدى المدارس الثانوية

عدد الأيام	ت
١-٥	٢٥
٦-١٠	٣٠
١١-١٥	٣٠
١٦-٢٠	٢٠

٢١-٢٥	١٠
٢٦-٣٠	٥
٣١-٣٥	٤
المجموع	١٢٤

ويمكننا حل هذه المشكلة بالتسليم بأن جميع الدرجات تتجمع في وسط الفئة، على أساس أن وسط الفئة هو أفضل قيمة تمثل باقي قيم الفئة. وبضرب كل وسط فئة بعدد الحالات في الفئة، يمكننا الحصول على مجموع تقريبي لدرجات التوزيع، والحصول على المتوسط بهذه الطريقة، رغم أنه تقريبي، إلا أنه لا يبتعد كثيرا عن المتوسط الفعلي. وللقيام بحساب المتوسط يجب إضافة عمودين لجدول التوزيع التكراري السابق، عمود لوسط الفئة، وعمود آخر لوسط الفئة مضروبا في التكرار. ويوضح ذلك الجدول (٢٣-٣).

ويسمى المجموع المبين في آخر عمود مجـ (ف ت) وتعتبر قيمته تقريبية للقيمة الأصلية (مجـ س) ولذلك يكون لدينا*

$$م = \frac{مجـ (س)}{ن} \cong \frac{مجـ (ف ت)}{ن} \qquad (م\ ٢٣-٤)$$

والخطوة الأخيرة لحساب المتوسط من الدرجات المجمعة هو تقسيم المجموع في العمود الأخير مجـ (ف ت) على عدد الحالات.

$$م = \frac{مجـ (ف ت)}{ن} \qquad (م\ ٢٣-٥)$$

$$م = \frac{١٥٦٧}{١٢٤} = ١٢,٦٤$$

وعلى هذا فإن متوسط عدد أيام الغياب يبلغ ١٢,٦٤ يوما في السنة.

جدول ٢٣-٣ التوزيع التكراري للغياب في إحدى المدارس الثانوية

عدد الأيام	ت	وسط الفئة	ت ف*
١-٥	٢٥	٣	٧٥
٦-١٠	٣٠	٨	٢٤٠
١١-١٥	٣٠	١٣	٣٩٠
١٦-٢٠	٢٠	١٨	٣٦٠

* يشير الرمز ≅ إلى (يساوي تقريبا)

٢١-٢٥	١٠	٢٣	٢٣٠
٢٦-٣٠	٥	٢٨	١٤٠
٣١-٣٥	٤	٣٣	١٣٢
المجموع	١٢٤		١٥٦٧

*وسط الفئة × التكرار

وهناك طريقة أخرى لحساب المتوسط هي الطريقة المختصرة. وتحتاج هذه الطريقة إلى ترميز وسط الفئة بقيم افتراضية. ولتنفيذ ذلك نختار وسطا للفئة نعتقد أنه أقرب ما يكون للمتوسط. ونطرح هذه القيمة من جميع قيم وسط الفئة، ثم نقسم القيمة الناتجة على مدى الفئة. وفي مثالنا السابق (جدول ٢٣-٣) يمكن اختيار الفئة ١٦-٢٠، ووسط الفئة هو ١٨، ونقوم بطرح هذه القيمة من وسط الفئات. ونظرا لأن مدى الفئة يساوي ٥ فإننا نقسم الناتج على ٥. ويوضح ذلك الجدول (٢٣-٤).

جدول ٢٣-٤ التوزيع التكراري لأيام الغياب

عدد الأيام	ت	وسط الفئة	و - ١٨	س' (و-١٨)÷٥	ت س'
١-٥	٢٥	٣	-١٥	-٣	-٧٥
٦-١٠	٣٠	٨	-١٠	-٢	-٦٠
١١-١٥	٣٠	١٣	-٥	-١	-٣٠
١٦-٢٠	٢٠	١٨	٠	٠	٠
٢١-٢٥	١٠	٢٣	٥	١	١٠
٢٦-٣٠	٥	٢٨	١٠	٢	١٠
٣١-٣٥	٤	٣٣	١٥	٣	١٢
المجموع	١٢٤				-١٣٣

وللحصول على المتوسط فإننا نستخدم المعادلة التالية

$$م = \left(\frac{مج . ت س`}{ن} \right) ٥ + ١٨$$

$$م = \left(\frac{-١٣٣}{١٢٤} \right) ٥ + ١٨$$

$$م = ١٢,٦٤$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها من الجدول (٢٣-٣).

ب- حساب الوسيط من الدرجات المجمعة:

لتحديد الوسيط علينا أولا أن نعثر على الحالة التي تتوسط التوزيع. ويبلغ عدد الحالات في مثالنا السابق ١٢٤ حالة، وللحصول على الحالة التي تقع في الوسط فإننا نقسم (ن ÷ ٢) أي الحالة الثانية والستين. وبعد الحصول على هذه الحالة يجب علينا تحديد الدرجة المرتبطة بهذه الحالة. ولتحقيق ذلك علينا أن نسلم بأن الحالات في كل فئة (التكرار) موزعة توزيعا متساويا على طول الفئة. ثم نحدد الفئة التي يوجد بها الوسيط، وبناء على هذا المسلم، نجد الدرجة المرتبط بهذه الحالة.

ولتحديد الفئة التي يوجد بها الوسيط، يجب تحويل التكرارات إلى تكرارات متجمعة (صاعدة أو هابطة). وتساعدنا هذه العملية على معرفة الفئة التي يوجد بها الوسيط. وبالنظر إلى التكرارات المتجمعة نرى أن هناك ٥٥ حالة تجمعت تحت الحد الأعلى الحقيقي للفئة ٦-١٠، وأن هناك ٨٥ حالة تجمعت أسفل الحد الأعلى الحقيقي للفئة ١١-١٥. ونحن نعلم الآن أن قيمة الوسيط تقع بين ١٠,٥ (الحد الأدنى الحقيقي لهذه الفئة) و ١٥,٥ (الحد الأعلى الحقيقي لنفس الفئة)، ولكننا لا نعلم القيمة المطلوبة بالضبط.

جدول ٢٣-٥ حساب الوسيط من الدرجات المجمعة

عدد الأيام	ت	ت ج ص
١-٥	٢٥	٢٥
٦-١٠	٣٠	٥٥
١١-١٥	٣٠	٨٥
١٦-٢٠	٢٠	١٠٥
٢١-٢٥	١٠	١١٥
٢٦-٣٠	٥	١٢٠
٣١-٣٥	٤	١٢٤
المجموع	١٢٤	

ولتحديد الوسيط فإننا نسلم بأن الحالات الموجودة بهذه الفئة (٣٠ حالة) موزعة بالتساوي على طول الفئة. وذلك مع وجود الحالة رقم ٥٦ عند الحد الأدنى الحقيقي للفئة (١٠,٥) والحالة ٨٥ عند الحد الأعلى الحقيقي للفئة (١٥,٥). والحالة التي تقع عند الوسيط (الحالة رقم ٦٢) هي الحالة السابعة بين الحالات الثلاثين التي تتوزع على طول الفئة. وإذا كانت الدرجات موزعة بالتساوي على طول الفئة فإن الحالة ٦٢ تقع عند (٧ ÷ ٣٠) من المسافة بين ١٠,٥ و ١٥,٥.

و (٧ ÷ ٣٠) من ٥ (طول الفئة) يبلغ ١,١٧، ولذلك فإن الوسيط يقع عند

١٠,٥ + ١,١٧ = ١١,٦٧

وتلخص المعادلة (م ٢١-٦) هذه الخطوات:

$$\text{و} = \text{الحد الأدنى الحقيقي} + \left(\frac{\text{ن (٠,٥٠) - ت ج أسفل}}{\text{ت}} \right) \text{ط} \qquad \text{(م ٢٣-٦)}$$

حيث:

و = الوسيط

ت ج أسفل = التكرار المتجمع الصاعد أسفل الفئة

ت = التكرار

ط = طول الفئة

وبتطبيق هذه المعادلة على مثالنا السابق، نحصل على ما يلي:

$$\text{و} = ١٠,٥ + \left(\frac{١٢٤(٠,٥٠) - ٥٥}{٣٠} \right) ٥$$

$$\text{و} = ١٠,٥ + \left(\frac{٦٢ - ٥٥}{٣٠} \right) ٥$$

$$\text{و} = ١٠,٥ + \left(\frac{٧}{٣٠} \right) ٥$$

و = ١٠,٥ + ١,١٧ = ١١,٦٧

وعلى هذا يمكننا القول إن نصف هذه العينة تغيب أقل من ١١,٦٧ يوما ونصفها تغيب أكثر من ١١,٦٧ يوما.

وحيث إن قيمة الوسيط تقل يوما كاملا تقريبا عن قيمة المتوسط (١٢,٦٤)، فإننا نستطيع القول إن هذا التوزيع له التواء موجب (أي قليل من الدرجات المتطرفة المرتفعة). وهذا الالتواء ينعكس في التوزيع التكراري نفسه، حيث توجد معظم الحالات في الفئات المنخفضة. ولأغراض وصف العينة فإننا نفضل الوسيط على المتوسط كمقياس للنزعة المركزية لهذه المجموعة من البيانات، حيث إن المتوسط تأثر بعدد قليل من الدرجات المرتفعة.

وسوف نلخص فيما يلي الإجراءات السابقة في سلسلة من الخطوات، مع التسليم بأن الحالات موزعة بالتساوي على طول الفئة. لحساب الوسيط من الدرجات المجمعة فإننا نقوم بالخطوات التالية:

١- نحدد الحالة الوسطى التي تقع عند ن(٠,٥٠).

٢- نحدد الفئة التي تحتوى على الحالة الوسطى. ولذلك لابد من وجود عمود للتكرار المتجمع.

٣- نحدد عدد الحالات التي تبعد عن الحد الأدنى للفئة لنصل إلى الوسيط. ونستطيع الوصول لذلك عن طريق حساب ن(٠,٥٠) ناقص التكرار المتجمع أسفل تكرار الفئة (ت ج أسفل) التي تحتوي على الوسيط.

٤- نقسم العدد الذي نصل إليه في الخطوة الثالثة بعدد الحالات في الفئة (ت).

٥- نضرب العدد الذي وصلنا إليه في الخطوة الرابعة في طول الفئة (ط).

٦- نضيف العدد الذي حصلنا عليه في الخطوة الخامسة إلى الحد الأدنى الحقيقي للفئة التي يوجد بها الوسيط.

وينتج الوسيط من هذه الخطوات.

ويمكن استخدام نفس هذه الخطوات لتحديد المئينيات أو الإعشاريات أو الإرباعيات في توزيع الدرجات. وذلك بمجرد تغيير النسبة التي نضربها في ن، فبدلا من ٠,٥٠ التي نستخدمها لتحديد موقع الوسيط فإننا نضع النسبة التي تحدد لنا الموقع الذي نريده. فإذا كنا مثلا نسعى إلى تحديد قيمة الإرباعي الأول (المئيني ٢٥)، فإننا نضرب (ن) في (٠,٢٥) مع عمل التعديلات اللازمة في المعادلة. وبذلك فإن المعادلة السابقة تصبح:

$$\text{الإرباعي الأول} = \text{الحد الأدنى الحقيقي} + \left(\frac{\text{ن}(٠,٢٥) - \text{ت ج أسفل}}{\text{ت}}\right) \text{ط} \quad (\text{م ٢٣-٧})$$

والحالة التي تحدد موقع الإرباعي الأول هي ن(٠,٢٥) أي (١٢٤)(٠,٢٥) = ٣١. وتقع هذه الحالة في الفئة ٦-١٠. وبتعويض القيم المناسبة فإننا نحصل على:

$$\text{الإرباعي الأول} = ٥,٥ + \left(\frac{٢٥ - ٣١}{٣٠}\right) ٥$$

٦

$$= ٥,٥ + \left(\frac{}{٣٠}\right) ٥$$

الإرباعي الأول = ٥,٥ + (٠,٢٠) ٥ = ٥,٥ + ١,٠٠ = ٦,٥

أي أن ٢٥٪ من أفراد العينة حصلوا على درجات تقل عن ٦,٥ و ٧٥٪ منهم حصلوا على درجات تزيد على هذه القيمة.

اختيار مقياس للنزعة المركزية:

إن اختيار مقياس للنزعة المركزية يجب أن يقوم بشكل عام على مستوى القياس وعلى خصائص كل من مقاييس النزعة المركزية الثلاثة. ويجب أن نتذكر أن كلا من المتوسط والوسيط والمنوال هي مقاييس إحصائية مختلفة ولا تتساوى إلا تحت شرط واحد هو تجانس التوزيع واعتداله مع وجود منوال واحد. ولكل من المقاييس الثلاثة مزاياه التي يظهرها، وفي كثير من الأحيان قد يرغب الباحث في ذكر المقاييس الثلاثة كلها. ولكن عندما نريد اختيار مقياس واحد للنزعة المركزية، يمكننا الاسترشاد بالعناصر التالية:

يفضل المنوال عندما:

١- يتبع قياس المتغيرات المستوى الاسمى.
٢- نحتاج إلى مقياس سريع وسهل للبيانات من مستوى الرتبة أو مستوى المسافة أو النسبة.
٣- يريد الباحث ذكر أكثر الدرجات شيوعا.

ويفضل الوسيط عندما:

١- يتبع قياس المتغيرات مستوى الرتبة.
٢- تكون المتغيرات من مستوى المسافة أو النسبة لها توزيع ملتو جدا.
٣- يريد الباحث ذكر الدرجة الوسطى في التوزيع، لأن الوسيط دائما يقع في الوسط.

ويفضل المتوسط عندما:

١- يتبع قياس المتغيرات مستوى المسافة أو النسبة.
٢- يريد الباحث أن يحدد القيمة المركزية للتوزيع، فالمتوسط هو نقطة الارتكاز التي تتساوى الدرجات على جانبيه.
٣- يتوقع الباحث القيام بتحليل إحصائي إضافي.

ثانيا: مقاييس التشتت

مقاييس النزعة المركزية بمفردها ليست كافية لوصف وتلخيص البيانات. ذلك أنه لوصف البيانات وصفا كاملا لابد أن نقرن **مقاييس التشتت** بمقاييس النزعة المركزية. فالمتوسط والوسيط والمنوال تحدد كيف تتمركز الدرجات، أما مقاييس التشتت فإنها تعطينا مؤشرا لدرجة التجانس أو الاختلاف والتنوع في توزيع الدرجات.

وأهمية مفهوم التشتت أو الانتشار قد يكون أسهل في فهمه إذا نظرنا إلى المثال التالي. لنفرض أن مدير إحدى المؤسسات الصحية أنيط به تقويم قدرة جهازين على تقديم خدمات الطوارئ الطبية للتعاقد على شراء أحدهما. وقد قام بدراسة جمع فيها بعض البيانات عن الجهازين، وقد تبين أن متوسط سرعة الخدمات ٧,٤ للجهاز الأول، و ٧,٦ للجهاز الثاني. وحيث إن متوسط سرعة الخدمات في الجهازين يكاد يكون واحدا، فليس هناك أساس لاعتبار إحداهما أفضل من الثانية. إلا أن دراسة مقاييس التشتت في خدمات كل من الجهازين قد تعطي صورة مختلفة عن مدى فاعلية هذه الخدمات.

إذا قارنا توزيع الدرجات في المنحنيين الموجودين بالشكل (٢٣-٤) لتبين لنا على الفور درجة الاختلاف بين الجهازين. فبدراسة منحنى خدمات الجهاز 'ب' نجده أكثر تفلطحا من منحنى خدمات الجهاز 'أ'. فدرجات الجهاز 'ب' أكثر انتشارا حول المتوسط في حين أن خدمات الجهاز 'أ' أقل انتشارا وبذلك فهي أكثر تجانسا. أي أن سرعة خدمات الجهاز ب أكثر تنوعا من سرعة خدمات الجهاز أ. وإذا لم ندرس التباين في سرعة عمل كل من الجهازين لما كان من الممكن اكتشاف الفروق بين الجهازين.

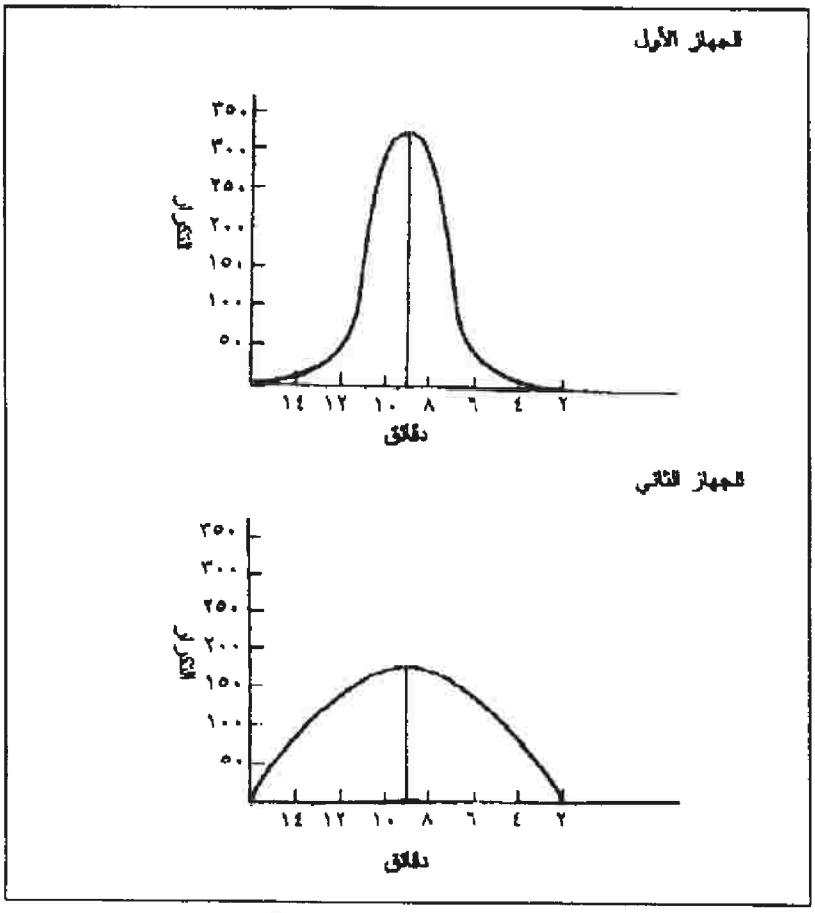
ورغم أنه من الممكن استنتاج فكرة عامة عن المقصود بالتشتت من الشكل (٢٣-٤)، إلا أن مفهوم التشتت ليس من السهل وصفه لفظيا فقط.

وسوف نتناول هنا مقاييس التشتت الأكثر استخداما، وكل منها يعطينا مؤشرا دقيقا وكميا لدرجة الاختلاف في درجات توزيع من التوزيعات. وسوف نبدأ *بمؤشر التغير الوصفي*، ثم نتكلم باختصار عن *المدى ونصف المدى الإرباعي*، ثم نتكلم بالتفصيل عن الانحراف المعياري والتباين.

مؤشر التغير الوصفي:

مؤشر التغير الوصفي هو نسبة التغير في توزيع الدرجات إلى الحد الأقصى الممكن للتغير في هذا التوزيع. ويتراوح هذا المؤشر بين صفر (لا يوجد اختلاف) و ١,٠٠

(أقصى اختلاف). ويستخدم هذا في أغلب الأحوال مع مستوى القياس الأسمى. إلا أنه من الممكن استخدامه مع أي متغير إذا جمعت درجاته في توزيع تكراري.



شكل ٢٣-٤ الوقت المستغرق في تقديم الخدمات لجهازين من الأجهزة الطبية

ولتوضيح منطق هذا الأسلوب الإحصائي، لنفترض أن باحثا مهتما بمقارنة درجة التجانس في مهارات ثلاث مجموعات من الطلبة في رياضة تنس الطاولة والموضحة في الجدول (٢٣-٥). من هذا الجدول يتبين أن المجموعة الأولى تتميز بقدرات عالية متجانسة، أي أنه لا يوجد تنوع في قدراتها. أما المجموعة 'ب' فإن ستة أفراد منها لهم قدرات عالية واثنين منها لهما قدرات متوسطة وواحد له قدرة ضعيفة. في حين نجد أن المجموعة 'ج' هي أقل المجموعات الثلاث تجانسا في مهاراتها. وبتطبيق معادلة مؤشر التغير الوصفي التالية:

$$\text{مؤشر التغير الوصفي} = \frac{\text{ف}(\text{ن}^{٢} - \text{مج . ت}^{٢})}{\text{ن}^{٢}(\text{ف} - ١)} \qquad (\text{م ٢٣-٨})$$

حيث ف = عدد الفئات أو المجموعات
ن = عدد الحالات
مج . ت^{٢} = مجموع مربعات التكرارات

جدول ٢٣-٦ توزيع مهارات ثلاث مجموعات من اللاعبين

مستوى المهارة	مجموعة أ		مجموعة ب		مجموعة ج	
	ت	ت^{٢}	ت	ت^{٢}	ت	ت^{٢}
مرتفع	٩	٨١	٦	٣٦	٣	٩
متوسط	–	–	٢	٤	٣	٩
منخفض	–	–	١	١	٣	٩
المجموع	٩	٨١	٩	٤١	٩	٢٧

ولحل هذه المعادلة يجب أولا حساب مربعات التكرارات ومجموعها. وذلك في عمود إضافي بجانب عمود التكرارات. ومجموع التكرارات هو بطبيعة الحال يساوي ن، ومجموع مربعات التكرارات يساوي مج . ت^{٢}. وبتعويض هذه القيم في المعادلة (٢٣-٨) لكل من المجموعات الثلاث نحصل على مؤشرات التغير الوصفي. وهي على التوالي:

$$\text{المجموعة أ} = \frac{٣(٨١ - ٨١)}{(٨١ \times ٢)}$$

$$= \frac{٣(٠)}{١٦٢}$$

$$= \underline{\text{صفر}}$$

$$\text{المجموعة ب} = \frac{٣(٨١ - ٤١)}{(٨١ \times ٢)}$$

$$= \frac{٣(٤٠)}{١٦٢}$$

$$= \frac{١٢٠}{١٦٢}$$

$$= \underline{,٧٤}$$

المجموعة ج $$= \frac{٣ (٨١ - ٢٧)}{(٨١ \times ٢)}$$

$$= \frac{٣ (٥٤)}{١٦٢}$$

$$= \frac{١٦٢}{١٦٢}$$

$$= \underline{١,٠٠}$$

وبذلك نجد أن مؤشر التغير الوصفي طريقة دقيقة وكمية لدراسة الفروق في مهارات المجموعات الثلاث. ويلاحظ من هذه الدراسة أن المجموعة الأولى أقلها اختلافا، أما المجموعة الثانية فهي مجموعة متجانسة تماما في مهاراتها، في حين أن المجموعة الثالثة هي أكثر المجموعات الثلاث تباينا حيث بلغ مؤشر التغير الوصفي ١,٠٠. وهو أعلى مؤشر لهذا المقياس.

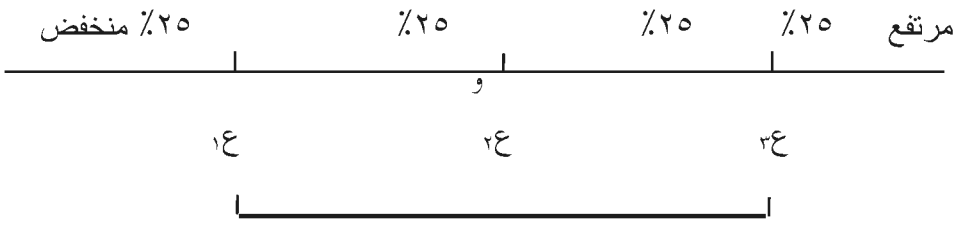
المدى:

يعرف المدى بأنه المسافة بين أعلى وأدنى درجة في التوزيع. ومن السهل جدا حساب المدى إذ يجري طرح أدنى درجة من أعلى درجة. وفائدة المدى الكبرى هي عندما نريد الحصول على فكرة سريعة عن تنوع الدرجات أثناء مقارنة عدد كبير من التوزيعات. إلا أن المدى كثيرا ما يكون مضللا كمقياس للتشتت، إذ يتم حسابه من درجتين فقط في التوزيع (أعلى درجة وأدنى درجة). وحيث إن معظم التوزيعات ذات الحجم الكبير قد تحتوي على درجات متطرفة مرتفعة أو منخفضة، فإن المدى لا يعطينا أية معلومات عن طبيعة التوزيع بين الدرجتين المتطرفتين.

المدى الإرباعي:

المدى الإرباعي هو نوع من المدى. ولكنه يتجنب بعض المشكلات المرتبطة بالمدى لأنه يركز على الحالات التي تقع في الجزء الأوسط من التوزيع

والذي يبلغ ٥٠٪ من التوزيع. وللحصول على المدى الإرباعي فإننا نرتب الدرجات ترتيبا تنازليا أو تصاعديا، ثم نقسم التوزيع إلى إرباعيات. والإرباعي الأول هو النقطة الدنيا التي يقع أسفله ٢٥٪ من الحالات، وفوقه ٧٥٪ من الحالات. ويقسم الإرباعي الثاني التوزيع نصفين متساويين (ولذلك فإن قيمة الإرباعي الثاني تساوي قيمة للوسيط). أما الإرباعي الثالث فهو النقطة التي يقع أسفلها ٧٥٪ من الحالات ويزيد عليها ٢٥٪ من الحالات في التوزيع. ولذلك فإذا كانت (ع ، د) تمثلان مدى التوزيع في مجموعة من الدرجات، فإن موقع الإرباعيات يكون على النحو التالي:



المدى الإرباعي

ويمكن تعريف المدى الإرباعي بأنه المسافة من الإرباعي الثالث إلى الإرباعي الأول (ع٣ - ع١). ولذلك فإن المدى الإرباعي يمثل ٥٠٪ الوسطى من الحالات، ولذلك فإنه يشابه المدى في أنه يتم حسابه من درجتين فقط (ع٣ ، ع١). ومع أنه يتجنب مشكلة اعتماده على الدرجات المتطرفة، إلا له كل العيوب المرتبطة بالمدى، وأهمها أن المدى الإرباعي لا يعطينا أية معلومات عن طبيعة توزيع الدرجات باستثناء النقطتين اللتين تضمانه.

وسنعطي فيما يلي مثالا لحساب المدى الإرباعي من البيانات الموجودة في الجدول (٢٣-٧):

لاحظ أن الدرجات مرتبة من أعلى درجة لأقل درجة، ولذلك فمن السهل حساب المدى الذي يبلغ:

المدى = ٨٥ - ٤٠ = ٤٥

وللحصول على المدى الإرباعي يجب أن نحدد أولا ع٣ ، ع١ . وبنفس الطريقة التي نستخدمها لحساب الوسيط فإننا يمكن تحديد هاتين النقطتين بأنهما تمثلان ٧٥, ن،

و٢٥, ن على التوالي. وحيث إن (ن) تساوي (٢٠) فإن ع١ تـ ساوي (٢٠ × ٢٥,) أي ٥, وعلى هذا فإن الإرباعي الأول مرتبط بالحالة الخامسة أي الطالب 'ج'. أي أن ع١ = ٦٦. وبالمثل يمكن تحديد ع٣ الذي يقع عند (٢٠ × ٧٥,) أي ١٥، وعلى ذلك فإن الإرباعي الثالث مرتبط بالحالة الخامسة عشرة، الطالب 'ض' أي أن ع٣ = ٤٥. أي أن المدى الإرباعي (د ع) يساوي

جدول ٢٣-٧ درجات مجموعة من الطلاب في نهاية العام الدراسي

الطالب	الدرجة	الطالب	الدرجة
أ-	٨٥	ز-	٥٦
ب-	٧٦	س-	٥٢
ت-	٦٩	ش-	٤٩
ث-	٦٨	ص-	٤٧
ج-	٦٦	ض-	٤٥
ح-	٦٤	ط-	٤٤
خ-	٦٣	ظ-	٤٣
د-	٦٢	ع-	٤٢
ر-	٥٨	غ-	٤١
ز-	٥٧	ف-	٤٠

د ع = ع٣ - ع١ (م ٢٣-٩)

= ٦٦ - ٤٥

= ٢١

وفي معظم الأحيان لا يكون تحديد المدى الإرباعي بهذه البساطة، حيث إن 'ن' تبلغ ٢٠، ويكون من السهل تحديد موقعي الإرباعي الأول والإرباعي الثالث. فإذا كانت ن = مثلا ١٥٧ فإن ع١ تقع عند ١٥٧(٢٥,) أي ٣٩,٢٥، وتكون ع٣ تقع عند ١٥٧(٧٥,) أي ١١٧,٧٥. وحيث إنه من غير الممكن أن يكون هناك أجزاء من حالة، فإن هذه الأرقام تشكل مشكلة. والحل السهل هو أن نأخذ درجة أقرب حالة للرقمين اللذين يقعان عند الإرباعي الأول والإرباعي الثالث. وفي هذه الحالة يكون الإرباعي الأول هو درجة الحالة ٣٩، والإرباعي الثالث هو درجة الحالة

.١١٨

والحل الأكثر دقة هو أن نأخذ أجزاء الحالة في الاعتبار. مثال ذلك يمكن تعريف ع١ بأنه الدرجة التي تقع عند ربع المسافة بين الحالتين ٣٩ و ٤٠، ويمكن تعريف ع٣ بأنه الدرجة التي تقع عند ثلاثة أرباع المسافة بين الحالتين ١١٧ و ١١٨. (وهذا الإجراء يشبه تعريف الوسيط – وهو أن ع٢ يقع في وسط المسافة بين الدرجتين الوسطيين عندما تكون 'ن' عددا زوجيا). وفي معظم الحالات فإن الفروق الناتجة عن حساب المدى الإرباعي بهذه الطريقة ضئيلة جدا.

وللحصول على مؤشر لتشتت الدرجات عند استخدام المدى الإرباعي فإننا نقسم القيمة التي نحصل عليها على ٢، وذلك للحصول على *نصف المدى الإرباعي*. ويعتبر نصف المدى الإرباعي مؤشرا بتشتت الدرجات حول الوسيط.

الانحراف المعياري:

إن ناحية القصور الأساسية في كل من المدى والمدى الإرباعي هو أنهما لا يستخدمان جميع درجات التوزيع، أي أنهما لا يستثمران جميع البيانات المتوفرة. كما إنهما لا يعطيان أية معلومات تتعلق بمتوسط انحراف الدرجات. وعلى هذا الأساس يمكن أن نحدد بعض الخصائص الأساسية لمقياس تشتت جيد بأنه:

أ- يستخدم جميع درجات التوزيع.

ب- يصف متوسط انحراف الدرجات.

ج- تزيد قيمته كلما قل تجانس الدرجات.

وإحدى الطرق الإحصائية لتحقيق هذه المعايير هو الحصول على المسافة بين كل درجة ونقطة مركزية (مثل المتوسط) ثم نجمع هذه المسافات. وتسمى المسافات بين الدرجات والمتوسطات انحرافات، ويمكن الرمز لمجموعها بهذا الرمز مج . (س - م). ومقياس التشتت الذي نحصل عليه بهذه الطريقة يحقق كل المعايير السابقة. وأهم شيء أن قيمته سوف تزداد كلما ازداد تنوع الدرجات (أي أنه كلما زادت المسافات يزداد مجموع الانحرافات). وهذه الخاصية في مقياس للتشتت تمكننا من الحكم بسرعة على التشتت النسبي للتوزيعات المختلفة بمجرد النظر إلى مجموع الانحرافات.

ولسوء الحظ هناك مشكلتان للقيمة مج . (س - م) كمقياس للتشتت، وهما:

أ- أن مثل هذا المقياس يزداد مع زيادة حجم العينة (أي أنه كلما زاد حجم العينة تزداد قيمة هذا المقياس. ومقارنة التنوع النسبي لتوزيعات من أحجام مختلفة عملية صعبة للغاية. إلا أنه يمكن حل هذه المشكلة بقسمة مجموع الانحرافات

على ن (حجم العينة) وبذلك نقنن الأحجام المختلفة للعينات. ويصبح المقياس مجـ . (س . م)ان.

ب- المشكلة الثانية أكثر خطورة. فمن الناحية الجبرية يبلغ مجموع الانحرافات حول المتوسط صفرا - مما يجعل هذا المقياس غير مجد من الناحية العملية (انظر خصائص المتوسط). ولشرح هذه النقطة لنفرض أن لدينا مجموعة الدرجات: ١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠. فإذا جمعنا الانحرافات عن المتوسط فإننا نحصل على ما يلي:

الدرجة (س)	الانحرافات (س - م)
١٠	(١٠ - ٣٠) = -٢٠
٢٠	(٢٠ - ٣٠) = -١٠
٣٠	(٣٠ - ٣٠) = ٠
٤٠	(٤٠ - ٣٠) = ١٠
٥٠	(٥٠ - ٣٠) = ٢٠
مجـ س = ١٥٠	٠

وحيث إن المنطق الأساسي الذي وضعناه ما زالت له أهميته، يجب علينا البحث عن طريقة نتخلص بها من القانون الجبري لعلامات 'ـ' المرتبطة ببعض الانحرافات. ولدينا الآن اختياران: الأول هو تجاهل علامات الانحرافات. والثاني هو أن نربع الانحرافات نظرا لأن أية علامة سالب سوف تتحول إلى علامة موجبة عندما نضربها في نفسها. والحل الأول يؤدي إلى الحصول على 'مجـ |س - م|÷ن'، وهذه المعادلة يترتب عليها المجموع المطلق للانحرافات (أي تجاهل العلامات أثناء الجمع). وهذه المعادلة هي في الواقع التعبير الرياضي لإحصائية معروفة باسم متوسط الانحرافات (م ح):

م ح = مجـ |س - م| ÷ ن (م ٢٣-١٠)

وبالنسبة للمسألة السابقة فإن

م ح = (|٢٠| + |١٠| + |٠| + |١٠| + |٢٠|) ÷ ٥

م ح = ٦٠ ÷ ٥ = ١٢

ويعني متوسط الانحرافات أنه في المتوسط تقع الدرجات على بعد ١٢ وحدة من المتوسط.

ويحقق متوسط الانحرافات جميع معايير المقياس الجيد. فهو يستخدم جميع المعلومات المتاحة من المتوسط إلى الدرجات. كذلك تزداد قيمة م ح كلما زاد تباين الدرجات. إلا أنه من الصعب التعامل مع القيم المطلقة من الناحية الجبرية، ولذلك لا يستخدم متوسط الانحرافات عادة في العلوم الاجتماعية والسلوكية.

والطريقة الثانية للتخلص من العلامات السالبة (وهي تربيع جميع الانحرافات) تعطينا إحصاءة يطلق عليها **التباين** ورمزها ع^{٢}. ويستخدم التباين أساسا في الإحصاء الاستدلالي، كما أنه مفهوم أساسي في بعض مقاييس الارتباط. ويرتبط بالتباين وقريب الصلة به مقياس آخر له أهميته في وصف تشتت توزيع ما، وهو **الانحراف المعياري** (ويرمز له ع). والمعادلات المعبرة عن التباين والانحراف المعياري هما

$$ع^{٢} = \frac{مجـ (س - م)^{٢}}{ن} \qquad (م ٢٣-١١)$$

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ (س - م)^{٢}}{ن}} \qquad (م ٢٣-١٢)$$

وبالنسبة للمسألة السابق معالجتها تبلغ قيمة الانحراف المعياري

$$ع = \sqrt{\frac{(-٢٠)^{٢} + (-١٠)^{٢} + (٠)^{٢} + (١٠)^{٢} + (٢٠)^{٢}}{٥}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{(٤٠٠ + ١٠٠ + ٠ + ١٠٠ + ٤٠٠)}{٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{١٠٠٠}{٥}}$$

$$ع = \sqrt{٢٠٠}$$

$$ع = ١٤,١٤$$

وللحصول على التباين نربع الانحراف المعياري. أي أن (١٤,١٤)^{٢} = ٢٠٠.

حساب الانحراف المعياري:

المعادلة السابقة للانحراف المعياري معادلة مهمة لشرح وتعريف الانحراف المعياري، إلا أنها صعبة ومتعبة إذا استخدمت في الحسابات الفعلية. ولتحقيق سرعة أكبر وسهولة في حساب الانحراف المعياري فإننا نستخدم إحدى المعادلتين التاليتين:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ س^{٢}}{ن} - م^{٢}} \qquad (م ٢٣-١٣)$$

$$أو \quad ع = \frac{١}{ن}\sqrt{ن\ مجـ س^{٢} - (مجـ س)^{٢}} \qquad (م ٢٣-١٤)$$

وهاتان المعادلتان متساويتان جبريا مع المعادلة السابق ذكرها للانحراف المعياري، إلا أنهما أسهل لأنهما يحذفان بعض الخطوات الإجرائية. ويلاحظ أن هناك رمزا جديدا في المعادلتين هو الرمز مجـ س^{٢}، ورمز آخر هو الرمز (مجـ س)^{٢} في المعادلة الثانية. والرمز الأول يعبر عن 'مجموع مربعات س' ونحصل عليه من تربيع كل درجة من درجات المتغير س ثم نجمع المربعات. أما الرمز الثاني (مجـ س)^{٢} فهو يعبر عن 'مربع مجموع الدرجات' ونحصل عليه من جمع كل درجات المتغير س ثم نربع المجموع.

جدول ٢٣-٨ حساب الانحراف المعياري بالمعادلة الانحرافية

درجات الاختبار (س)	(س – م)	(س – م)^{٢}
٥٧	-١٩	٣٦١
٦٠	-١٦	٢٥٦
٦٥	-١١	١٢١
٧٠	-٦	٣٦
٧٨	٢	٤
٨٠	٤	١٦
٨٢	٦	٣٦
٨٥	٩	٨١

٩٠	١٤	١٩٦
٩٣	١٧	٢٨٩
مجـ . س = ٧٦٠ م = ٧٦٠ ÷ ١٠ = ٧٦	مجـ . (س–م) =٠	مجـ . (س – م)^{٢} = ١٣٩٦

ولنرى الفروق بين المعادلات الثلاث سوف نقوم بحساب الانحراف المعياري باستخدام الأرقام بجدول ٢١–٨، فنحصل على قيمة الانحراف المعياري كما يلي:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ . (س - م)^{٢}}{ن}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١٣٩٦}{١٠}}$$

$$ع = \sqrt{١٣٩,٦}$$

$$ع = ١١,٨١٥$$

أما المعادلة الثانية للانحراف المعياري فتغنينا عن طرح كل درجة من المتوسط حيث نحصل على ما يلي:

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن} ن مجـ . س^{٢} - (مجـ . س)^{٢}}$$

$$ع = ١, \sqrt{١٠(٥٩,١٥٦) - (٧٦٠)^{٢}}$$

$$ع = ١, \sqrt{٥٩١,٥٦ - ٥٧٧,٦٠٠}$$

$$ع = ١, \sqrt{١٣,٩٦٠}$$

$$ع = ١, (١١٨,١٥)$$

$$ع = ١١,٨١٥$$

ويلاحظ أن قيمة الانحراف المعياري هي نفسها بالضبط التي حصلنا عليها

من استخدام المعادلة الانحرافية. فالمعادلة الثانية تعطي نفس النتائج تماما إلا أنها أسرع. ويلاحظ أيضا أنه يمكن الحصول على قيمة التباين من تربيع قيمة الانحراف المعياري. وفي مثالنا السابق تبلغ قيمة التباين (١١,٨١٥)^{٢} أي ١٣٩,٦.

ويوضح الجدول (٢٣-٩) كيفية حساب الانحراف المعياري بالمعادلة السابقة.

جدول ٢٣-٩ حساب الانحراف المعياري من الدرجات الخام

درجات الاختبار (س)	س^{٢}	درجات الاختبار (س)	س^{٢}
٥٧	٣٢٤٩	٨٠	٦٤٠٠
٦٠	٣٦٠٠	٨٢	٦٧٢٤
٦٥	٤٢٢٥	٨٥	٧٢٢٥
٧٠	٤٩٠٠	٩٠	٨١٠٠
٧٨	٦٠٤٨	٩٣	٨٦٤٩
مج . س = ٧٦٠		مج . س^{٢} = ٥٩١٥٦	

<u>حساب الانحراف المعياري من الدرجات المجمعة</u>:

عندما نحصل على البيانات مجمعة، فإننا نواجه نفس المشكلة التي واجهتنا عند حساب المتوسط والوسيط. إذ أن القيم الحقيقية لم تعد معروفة. ونحسم هذه المشكلة باستخدام وسط الفئات كتقريب للقيم الأصلية.

ولحساب قيمة الانحراف المعياري فإن المطلوب هو الحصول على ثلاث قيم هي: ن، مج . س، مج . س^{٢}. ونحصل على قيمة ن من مجموع التكرارات بعمود (ت)، ونحصل على مج . س من ضرب وسط الفئة (و) في التكرارات الموجودة بالفئة، ثم نجمع القيم الناتجة (مج . ت و). ونحصل على مج . . س^{٢} بتربيع وسط الفئة وضرب هذا المربع في التكرارات (عدد الحالات في كل فئة) ثم نجمع هذه القيم (مج . ت و^{٢})، وبذلك يكون لدينا:

$$\text{مج . س} \cong \text{مج . ت و}$$

$$\text{مج . س}^{٢} \cong \text{مج . ت و}^{٢}$$

وبذلك يمكن الحصول على الانحراف المعياري من الجدول بالتعويض في المعادلة. ويلاحظ أن الجدول (٢٣-١٠) يتكون من عدد من الأعمدة الجديدة التي وضعت

بغرض تنظيم الحسابات المطلوبة. والبيانات الموجودة بالجدول عبارة عن درجات اختبار مكون من ٢٥ سؤالا لعينة من الطلاب يبلغ عددها ٢٠ طالب ا. ومجم وع العمود الثالث (مجـ . ت و) يوضع مكان مجموع الدرجات في المعادلة (مجـ . س)، ومجموع العمود الأخير (مجـ . ت و^{٢}) يحل محل مجموع مربعات الدرجات (مجـ . س^{٢}). ويمكن بذلك استخدام نفس المعادلة السابقة مع إجراء تعديل في الرموز على النحو التالي:

$$ع = \frac{١}{ن} \sqrt{ن\ (مجـ . ت و^{٢}) - (مجـ . ت و)^{٢}} \qquad (م\ ٢٣-١٥)$$

جدول ٢٣-١٠ حساب الانحراف المعياري من الدرجات المجمعة

فئات الدرجات	ت	وسط الفئة (و)	ت و	و^{٢}	ت و^{٢}
٠ – ٢	١	١	١	١	١
٣ – ٥	٢	٤	٨	١٦	٣٢
٦ – ٨	٣	٧	٢١	٤٩	١٤٧
٩ – ١١	٤	١٠	٤٠	١٠٠	٤٠٠
١٢ – ١٤	٣	١٣	٣٩	١٦٩	٥٠٧
١٥ – ١٧	٢	١٦	٣٢	٢٥٦	٥١٢
١٨ – ٢٠	٢	١٩	٣٨	٣٦١	٧٢٢
٢١ – ٢٣	٢	٢٢	٤٤	٤٨٤	٩٦٨
٢٤ – ٢٦	١	٢٥	٢٥	٦٢٥	٦٢٥
المجموع	٢٠		٢٤٨		٣٩١٤

وبتعويض القيم المناسبة نحصل على ما يلي:

$$ع = \frac{١}{٢٠} \sqrt{٢٠\ (٣٩١٤) - (٢٤٨)^{٢}}$$

$$ع = \frac{١}{٢٠} \sqrt{٧٨٢٨٠ - ٦١٥٠٤}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١}{٢٠} \cdot ١٦٧٧٦}$$

$$ع = \frac{١}{٢٠} \cdot (١٢٩,٥٢) = ٦,٤٨$$

ويمكن كذلك حساب متوسط هذا التوزيع من الجدول (٢٣-١٠) بقسمة مجموع عمود ٣ (مجـ ت و) على ن. ويبلغ المتوسط ٢٤٨÷٢٠ أي ١٢,٤. أي أن متوسط إجابات الطلاب في الاختبار كان ١٢,٤، وكان الانحراف المعياري لتوزيع الدرجات ٦,٤٨.

وعندما نفكر في الانحراف المعياري لأول مرة فقد لا يكون معناه واضحا. وقد يسأل البعض ماذا نفعل بعد القيام بكل هذه العمليات الحسابية لنحصل على الانحراف المعياري؟ ويمكن الاستفادة من الانحراف المعياري بثلاث طرق مختلفة تجعل له معنى هاما. وأولها وأكثرها أهمية هو المنحنى الاعتدالي، وسوف نؤجل هذا التفسير إلى حين دراسة المنحنى الاعتدالي.

والطريقة الثانية هو اعتباره مؤشرا للتشتت أو التنوع. فكما رأينا من قبل تزداد قيمة الانحراف المعياري كلما تنوع توزيع الدرجات. والعكس صحيح، فعندما يقل تنوع الدرجات تقل قيمة الانحراف المعياري حتى إذا وصلنا إلى الحد الذي يحصل فيه جميع الأفراد على نفس الدرجة، فإن قيمة الانحراف المعياري تصبح صفرا مما يشير إلى عدم وجود أي تنوع أو انتشار للدرجات. ولذلك يمكن القول إن الصفر هو الحد الأدنى لأي انحراف معياري، ولو أنه لا يوجد حد أقصى.

والطريقة الثالثة التي يمكن بها أن نحصل على معنى من الانحراف المعياري هو مقارنة توزيع ما للدرجات بتوزيع آخر. فإذا أعطينا البيانات التالية عن درجات فصلين من الفصول في مادة العلوم مثلا:

	الفصل أ	الفصل ب
م =	٢٢,٥	٢٢,٥
ع =	٦,٤	٣,٢

فإننا يمكن أن نستنتج على الفور أن الفصل 'ب' أكثر تجانسا من الفصل 'أ'، أي أن هناك فروقا أكبر بين طلاب الفصل 'أ' من طلاب الفصل 'ب'. ورغم أن تفسير الانحراف المعياري ليس دائما بهذا الوضوح عندما ننظر إليه بمفرده، إلا أنه مقياس إحصائي هام للغاية لمقارنة التوزيعات المختلفة، كما أنه مقياس جيد لدرجة التجانس

في مجموعة ما من الأفراد.

ويمكن استخدام الانحراف المعياري *لقياس التشتت النسبي لتوزيع الدرجات*. والانحراف المعياري وغيره من مقاييس التشتت هي مقاييس للتشتت أو الانتشار المطلق في الدرجات، بمعنى أنها وحدات من التوزيع الأصلي للدرجات التي نحصل منها على مقاييس التشتت. وتختلف التوزيعات كما رأينا في المثال السابق في قيمة الانحراف المعياري، فرغم أن للفصلين نفس المتوسط إلا أن الانحراف المعياري للفصل 'أ' كان ٦,٤ في حين كان الانحراف المعياري للفصل 'ب' ٣,٢. هل يمكن القول إن الانحراف المعياري للفصل 'أ' كان ضعف الانحراف المعياري للفصل 'ب'؟ هذا غير ممكن. وحتى يمكن مقارنة الانحراف المعياري لمجموعتين من الدرجات أو القيم يجب استخدام التشتت النسبي للتوزيع الذي ندرسه. ومن أفضل مقاييس التشتت النسبي *'معامل التغير'* (م ت) وهو ببساطة الانحراف المعياري لتوزيع ما معبرا عنه بنسبة مئوية من المتوسط، أي أن:

$$\text{م ت} = \frac{\text{ع}}{\text{م}} \times ١٠٠ \qquad (\text{م } ٢٣-١٦)$$

وعلى هذا إذا كان متوسط التوزيع ٢٢,٥ وانحرافه المعياري ٦,٤ فإن معامل التغير يصبح

$$\text{م ت} = \frac{٦,٤}{٢٢,٥} \times ١٠٠ = ٢٨,٤٤٪$$

وبالنسبة للفصل الثاني تكون قيمة معامل التغير

$$\text{م ت} = \frac{٣,٢}{٢٢,٥} \times ١٠٠ = ١٤,٢٢٪$$

مما يشير إلى أن نسبة التغير في الفصل 'أ' تبلغ ضعف نسبة التغير في الفصل 'ب'.

ثالثا: الدرجات المعيارية والتوزيعات الاعتدالية

أ- الدرجات المعيارية:

ذكرنا من قبل عند الكلام على حساب الانحراف المعياري أننا نقوم أولا باستخراج درجات انحرافية بطرح الدرجات الخام من المتوسط. ويمكن استخدام هذه الدرجة الانحرافية في حساب نوع خاص من الدرجات يطلق عليها الدرجة المعيارية، وتلعب هذه الدرجة دورا هاما في التحليل الإحصائي. ويمكن تعريف الدرجة المعيارية على النحو التالي:

$$ز = \frac{س - م}{ع} \qquad (م\ ٢٣-١٧)$$

حيث ز = الدرجة المعيارية

س = الدرجة الأصلية

م = متوسط درجات التوزيع

ع = الانحراف المعياري

ولترجمة عدد من الدرجات إلى درجات معيارية، فإننا أولا نحول كل درجة إلى درجة انحرافية بالنسبة لمتوسط التوزيع. ويترتب على ذلك بالطبع أن بعض الدرجات المعيارية (ز) يكون سالبا لأنها تقل في قيمتها عن المتوسط. وبشكل عام عندما تكون 'ن' كبيرة وتوزيع الدرجات لمتغير ما اعتداليا، فإن معظم الدرجات المعيارية تتراوح بين -٣,٠٠ و +٣,٠٠. ولكن عندما تكون 'ن' صغيرة فإن مدى توزيع الدرجات المعيارية يكون عادة أصغر مما لو كانت 'ن' كبيرة.

وتتصف الدرجات المحولة إلى درجات معيارية بالخاصتين التاليتين:

- متوسط الدرجات المعيارية يبلغ صفرا.
- تبلغ قيمة الانحراف المعياري، وبالتالي التباين، ١.

ولهاتين الخاصتين تطبيقات مهمة للغاية في التحليل الإحصائي. مثال ذلك أنه يمكن مقارنة الدرجات المعيارية التي نحصل عليها من توزيعات مختلفة.

جمع ومقارنة درجات اختبارات مختلفة: لنفرض أننا نرغب في معرفة متوسط درجات طالب ما في اختبار التاريخ واختبار اللغة الإنجليزية. من الواضح أننا لا نستطيع مقارنة مركز الطالب في التاريخ ومركزه في اللغة الإنجليزية من مقارنة الدرجتين الخام، نظرا لاختلاف الاختبارين والنهاية العظمى لكل منهما واختلاف طريقة الحصول على الدرجة (تقدير درجة الاختبار). كما أننا لا نستطيع أن نستخرج متوسط الطالب في الاختبارين من جمع درجتيه في التاريخ واللغة الإنجليزية وحساب متوسطهما. فليس لهذا المتوسط أي معنى، فإننا نكون كمن يجمع سنتيمترات وبوصات، أو كيلوجرامات وأرطال. أو كمن يجمع الوزن بالكيلوجرام مع الطول بالسنتيمتر.

والواقع أنه إذا أردنا أن نقارن مقاييس تنتمي لتوزيعات مختلفة، فلابد أولا من خفض درجات كل توزيع، إلى مقياس عام موحد. وبتحويل الدرجات الخام في كل توزيع إلى درجات معيارية فإننا نحصل على هذا المقياس الموحد. ويمَكننا هذا المقياس الذي تتكون وحداته من درجات معيارية من مقارنة الدرجات التي نحصل عليها من توزيعات مختلفة، كما يمَكننا من جمع درجات توزيعات مختلفة.

وقد يبدو أنه من الممكن في بعض الحالات الحصول على متوسط واحد من توزيعات مختلفة دون تحويلها أولا إلى درجات معيارية للحصول على مقياس موحد. لنفرض أن مدرسا أعطى خمسة اختبارات أثناء العام الدراسي وكانت طريقة تقدير الدرجات واحدة في الاختبارات الخمسة. فقد يبدو معقولا الحصول على متوسط لكل طالب في الاختبارات الخمسة. ولكن يجب أن ننتبه لشيء هام، وهو أن الانحراف المعياري للتوزيعات الخمسة قد يكون مختلفا، وبذلك يصعب توحيد درجات الاختبارات الخمسة حيث إن اختلاف قيم الانحرافات المعيارية تؤدي إلى أن وزن كل اختبار يختلف عن وزن الاختبارات الأخرى.

وبشكل عام فإن الدرجات التي نحصل عليها من توزيعات لها انحرافات معيارية أكبر، سوف يكون لها تأثير أكبر على المتوسط من التوزيعات التي يكون انحرافها المعياري صغيرا. ولا يتساوى وزن الدرجات التي نحصل عليها من توزيعات مختلفة إلا إذا كان لهذه التوزيعات انحرافات معيارية متساوية القيمة. وفي هذه الحالة فقط يمكننا جمع الدرجات واستخراج متوسط لكل طالب. وإذا أردنا أن نساوي بين أوزان الاختبارات، وكانت الانحرافات المعيارية مختلفة، فلابد أولا من تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية. وفي هذه الحالة فقط يمكننا أن

نحصل على متوسط واحد لكل طالب من الاختبارات المختلفة باستخدام الـ درجات المعيارية، ومع التسليم بأن جميع التوزيعات التي لدينا لها تقريبا نفس الشكل.

ويمكننا أن نشرح هذه النقطة باستخدام بيانات الجدول (٢٣-١١)، ففي هذا الجدول نرى أن مجموع الدرجات التي حصل عليها أحمد في الاختبارات الخمسة هي ٥١٧، في حين أن مجموع الدرجات التي حصل عليها حامد هو ٦٣٥. وإذا اعتمدنا على الدرجات الخام فقط، فإننا سوف نعتبر أن أداء حامد أعلى من أداء أحمد. ولكن إذا حولنا درجات الاختبارات الخمسة إلى درجات معيارية، عن طريق طرح كل درجة في العمودين ٤ و ٥ من متوسط الاختبار (العمود ٢) وقسمة الناتج على الانحراف المعياري لنفس الاختبار (العمود ٣)، فإننا نحصل على الدرجات المعيارية الموجودة بالعمودين ٦ و ٧.

وعند جمع الدرجات المعيارية فإننا نرى أن مجموع أحمد (٤,٠٠ درجات معيارية) يزيد على مجموع حامد (٢,٥٠ درجة معيارية). ونظرا لأن تحويل الدرجات الخام في كل توزيع إلى درجات معيارية يؤدي إلى توحيد جميع الدرجات وتحويل التوزيعات المختلفة إلى مقياس واحد، فإن مجموع الدرجات المعيارية هو في الواقع مجموع لدرجات متساوية الأوزان. وعندما نقوم بهذه العملية يتبين لنا أن درجة أحمد المعيارية أعلى من درجة حامد المعيارية، أي أن مركز أحمد أعلى في هذه الاختبارات الخمسة من مركز حامد، في حين أن جمع الدرجات الخام أعطانا نتيجة عكسية لذلك. ويرجع ذلك إلى أن أفضل درجات حامد كانت في الاختبارات ذات الانحرافات المعيارية الكبيرة (الاختبارين ١ و ٥)، ووزن هذين الاختبارين أكبر عندما نجمع الدرجات الخام. في حين أن أفضل درجات لأحمد كانت في اختبارات انحرافاتها المعيارية صغيرة (الاختبارين ٣ و ٤)، وعند جمع الدرجات الخام كان وزن هذين الاختبارين أقل من وزن الاختبارات الأخرى.

وإذا أردنا أن نزيد من وزن اختبار ما فما علينا إلا أن نعطي وزنا للدرجة المعيارية يزيد على وزن درجات الاختبارات الأخرى. لنفرض مثلا أن الامتحان الأخير كان أهم الامتحانات وأردنا أن نعطيه وزنا يزيد على وزن الاختبارات الأخرى، فإننا في هذه الحالة نستطيع زيادة وزن هذا الاختبار بضرب درجته المعيارية في الوزن الذي نريد أن نعطيه لهذا الاختبار. لنفرض مثلا أن المدرس رأى أن وزن الاختبار الأخير يجب أن يكون ضعف وزن الاختبارات الأخرى، في هذه الحالة نجمع درجات الاختبارات الخمسة لكل طالب بمقتضى المعادلة التالية:

$$\text{الدرجة النهائية} = ز_{١} + ز_{٢} + ز_{٣} + ز_{٤} + (٢)\, ز_{٥} \qquad (م\ ٢٣-١٨)$$

وإذا أردنا الحصول على متوسط أداء كل طالب في الاختبارات الخمسة فإننا نق سم مجموع الدرجات المعيارية على ٦ وليس ٥. ونظرا لأن معام ل الق سمة ثاب ت بالنسبة لجميع الطلبة فإن المركز النسبي لكل طالب لا يختلف عن مركزه عند جمع هذه الاختبارات.

وميزة هذه الطريقة أن الباحث يعلم على الأقل ما هي أوزان الاختب ارات التي أعطاها للطلبة، أما استخدام الدرجات الخام للحصول على متوسط للاختبارات فإنها تؤدي إلى الحصول على أوزان لبعض الاختبارات يزيد على أهميتها الفعلي ة، خاصة إذا كانت الأجزاء التي تغطيها بعض الاختبارات من المقرر محدودة بالنسبة للاختبارات الأخرى.

جدول ٢٣-١١ الدرجات الخام والمعيارية (ز) لطالبين في خمسة اختبارات

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الاختبار	م	ع	درجة أحمد	درجة حامد	(ز) لأحمد	(ز) لحامد
١	١٢٠	٢٠	١٤٠	١٦٠	١,٠٠	٢,٠٠
٢	٨٠	١٠	٧٥	٦٠	-,٥٠	٢,٠٠-
٣	٤٢	٨	٦٦	٤٤	٣,٠٠	,٢٥
٤	٦٨	١٢	٨٦	٧١	١,٥٠	,٢٥
٥	٢٠٠	٥٠	١٥٠	٣٠٠	١,٠٠-	٢,٠٠
مج .			٥١٧	٦٣٥	٤,٠٠	٢,٥٠

الدرجات المعيارية المحولة: نظرا لأن الدرجات المعيارية كما عرفناها ا تكت سب قيما سالبة وموجبة تبعا لوضعها بالنسبة للمتوسط، فقد يكون من المرغوب فيه تعديل أصل التوزيع بحيث تصبح علامات جميع الدرجات موجبة. ويلاحظ أنه إذا أضفنا قيمة ثابتة لكل درجة فإن هذه القيمة لا تؤثر في قيمة الانحراف المعياري التي تظل كما هي دون تغيير. ولكنها تؤثر على قيمة المتوسط إذ يـ زداد المتوس ط بمق دار القيمة الثابتة التي أضفناها. وبمعنى آخر أننا إذا أضفنا ٥٠ إلى كل درجة معيارية فإن قيمة المتوسط في التوزيع الجديد تصبح ٥٠ بـ دلا م ن ص فر، إلا أن قيم ة الانحراف المعياري تظل كما هي أي ١. وإذا أردنا زيادة الانحراف المعياري فإننا نضرب الدرجة المعيارية في القيمة المرغوبة.

وعلى هذا الأساس يمكننا تعريف الدرجة المعيارية المحولة بأن لها متوسطا يساوي (أ)، وانحرافا معياريا يساوي (ب). وبهذا تكون معادلة تحوي ل الـ درجات

المعيارية كما يلي:

$$\text{زم} = \text{أ} + \text{ب} \left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} \right) \qquad (\text{م } ٢٣-١٩)$$

حيث زم = الدرجة المعيارية المحولة

ب = قيمة ثابتة اعتبارية تضرب في القيمة (س − م)/ع

أ = قيمة ثابتة اعتبارية تضاف إلى النتيجة السابقة

لنفرض أن أ = ٥٠ و ب = ١٥ فإن المعادلة السابقة تصبح

$$\text{زم} = ٥٠ + ١٥ \left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} \right)$$

وسوف يكون لهذا التوزيع من الدرجات متوسط قدره ٥٠ وانحراف معياري قدره ١٥. وإذا كان عدد الأفراد في التوزيع كبيرا فإننا نتوقع أن يكون مدى الدرجات بين −٣,٠٠ و +٣,٠٠ انحراف معياري. ونظرا لأن الانحراف المعياري يساوي ١٥ فإن المدى المتوقع للدرجات سوف يتراوح بين ٩٥ و ٥. ولذلك فإن الدرجات المحولة الجديدة سوف تقع على مقياس مناسب تتراوح درجاته بين صفر و ١٠٠ تقريبا وبمتوسط قدره ٥٠.

ومهما كانت القيم التي نضعها مكان (أ) أو (ب) فإن التوزيع المحول سوف يكون متوسطه مساويا (أ) وانحرافه المعياري مساويا (ب).

ب- المنحنى الاعتدالي:

المنحنى الاعتدالي مفهوم له أهمية كبيرة في الإحصاء، وبخاصة في الإحصاء الاستدلالي. ويمكن عند اقتران الانحراف المعياري بالمنحنى الاعتدالي أن نحصل على عبارات وصفية دقيقة لتوزيع الدرجات الذي حصلنا عليه.

والمنحنى الاعتدالي منحنى نظري*، وهو نوع من المضلع التكراري متجانس وانسيابي تماما على جانبيه، وله شكل الجرس المقلوب، ومنوال واحد، مع امتداد طرفيه إلى ما لا نهاية. وبالطبع فإن التوزيعات الأمبيريقية التي نحصل عليها لا تتخذ غالبا شكل المنحنى الاعتدالي النظري تماما، ولكن كثيرا منها يقترب من المنحنى الاعتدالي إلى الدرجة التي تجعلنا نسلم بمفهوم التوزيع الاعتدالي

* كونه منحنى نظري يعني ضمنيا أنه يعتمد على عدد لا نهائي من الحالات.

للصفات والسمات المختلفة. ويمكننا هذا المسلم من تحقيق الاستفادة م ن المنحن ى الاعتدالي، لأننا نصف التوزيعات الأمبيريقية بناء على معلوماتن ا ع ن المنحن ى الاعتدالي النظري. ووحدات المنحنى المعياري على القاعدة هي درجات معياري ة متوسطها صفر وانحرافها المعياري ١.

والنقطة الأساسية في المنحنى الاعتدالي هي أن المسافات على طول قاعدته (الإحداثي الأفقي) مقاسة بالانحرافات المعيارية حول المتوسط تضم نسبة ثابتة م ن مساحة المنحنى بغض النظر عن شكل المنحنى الاعتدالي وطبيعة الدرجات التي تقع تحته، فالمسافة بين المتوسط وأي نقطة على القاعدة (مقاسة بالانحرافات المعيارية) تقطع نفس النسبة من المنحنى تماما. ولتوضيح ذلك نعطي المثالين التاليين (شكلي ٢٣-٥ و ٢٣-٦) اللذين يمثلان توزيعين نظريين لذ سب الـ ذكاء، الأول لل ذكور والثاني للإناث، وكلاهما توزيع اعتدالي له القيم التالية:

الذكور	الإناث
م = ١٠٠	م = ١٠٠
ع = ٢٠	ع = ١٠
ن = ١٠٠٠	ن = ١٠٠٠

ففي أي منحنى اعتدالي نجد النسب التالية من مساحة المنحنى ذ سبة للنق اط ب ين المتوسط والانحرافات المعيارية:

- تقع نسبة قدرها ٦٨,٢٦٪ من مساحة المنحنى بين ± ١ انحراف معياري
- تقع نسبة قدرها ٩٥,٤٤٪ من مساحة المنحنى بين ± ٢ انحراف معياري
- تقع نسبة قدرها ٩٩,٧٢٪ من مساحة المنحنى بين ± ٣ انحراف معياري

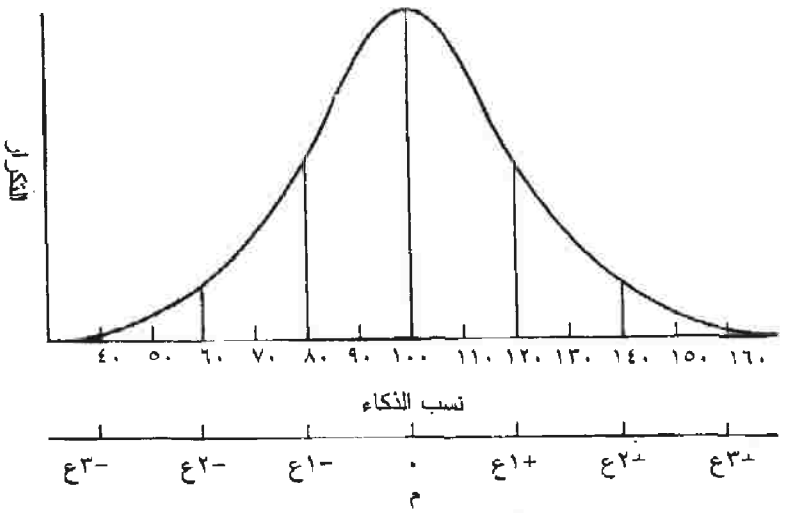
وبتطبيق هذه العلاقة على مثالنا السابق عن منحنى الذكور والإناث لتوزيع الـ ذكاء فإننا نجد ما يلي:

بالنسبة للذكور:

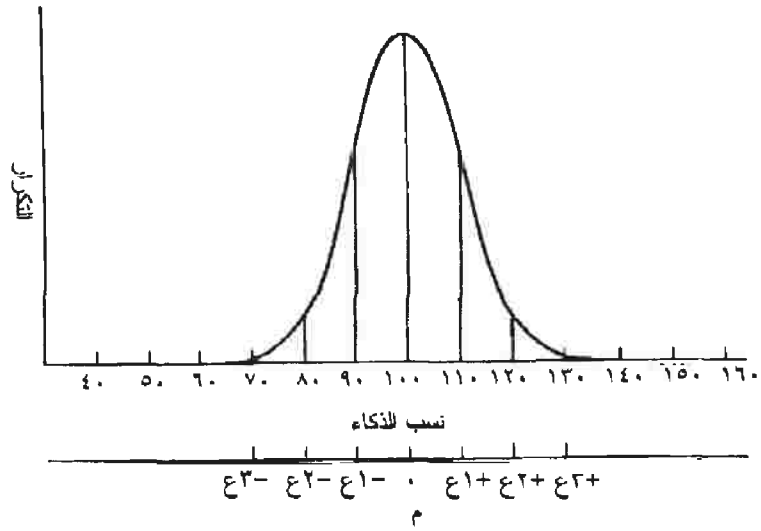
- تقع بين نسبتي الذكاء ٨٠ و ١٢٠ (± ١ع) ٦٨,٢٦٪ من المنحنى
- تقع بين نسبتي الذكاء ٦٠ و ١٤٠ (± ٢ع) ٩٥,٤٤٪ من المنحنى
- تقع بين نسبتي الذكاء ٤٠ و ١٦٠ (± ٣ع) ٩٩,٧٢٪ من المنحنى

وبالنسبة للإناث:

- تقع بين نسبتي الذكاء ٩٠ و ١١٠ (± ١ع) ٦٨,٢٦٪ من المنحنى
- تقع بين نسبتي الذكاء ٨٠ و ١٢٠ (± ٢ع) ٩٥,٤٤٪ من المنحنى
- تقع بين نسبتي الذكاء ٧٠ و ١٣٠ (± ٣ع) ٩٩,٧٢٪ من المنحنى



شكل ٢٣-٥ نسب الذكاء لعينة من الذكور



شكل ١٧-٦ نسب الذكاء لعينة من الإناث

ونلاحظ من هذين المثالين أنه مع اختلاف نسب الذكاء بين الذكور والإناث إلا أن نسبة المساحات الواقعة بين الانحرافات المعيارية على طول قاعدة المنحنى متساوية. ولذلك نجد أنه بغض النظر عن نوع السمة التي نقيسها فإن توزيع درجات هذه السمة معبرا عنها بانحرافات معيارية تظل ثابتة دائما من سمة لأخرى شكل (٢٣-٧). والعلاقة بين المتوسط والنقاط المختلفة على طول القاعدة في المنحنى الاعتدالي تمكننا من إعطاء عبارات وصفية دقيقة لأي توزيع أمبيريقي يقترب من التوزيع الاعتدالي. إذ يمكن وصف مركز أي نقطة (درجة على القاعدة) في التوزيع نسبة إلى المتوسط، أو نسبة لأي نقطة (درجة) أخرى في التوزيع.

ويمكن أيضا التعبير عن المساحات بين الدرجات بأعداد الأفراد بدلا من النسب المئوية للمساحة الكلية في المنحنى. مثال ذلك إذا كان لدينا توزيع اعتدالي لعدد من الأفراد يبلغ ١٠٠٠ حالة، يكون لدينا حوالي ٦٨٣ حالة (٦٨,٢٦٪ من ١٠٠٠ حالة) تقع بين ±١ انحراف معياري من المتوسط، وحوالي ٩٥٤ حالة تقع بين ±٢ انحراف معياري من المتوسط، وحوالي ٩٩٧ حالة تقع بين ±٣ انحرافات معيارية من المتوسط.

ج- الدرجات المعيارية والتوزيع الاعتدالي:

للحصول على نسبة مئوية من المساحة الكلية (أوعدد من الأفراد) في المنحنى الاعتدالي أعلى أو أسفل المتوسط، أو بين درجتين من درجات توزيع أمبيريقي. يجب تحويل درجات التوزيع الخام إلى درجات معيارية (ز). ونظرا لأن المنحنى الاعتدالي له دائما متوسط قدره صفر وانحراف معياري قدره ١، فإننا عندما نقنن توزيع الدرجات الخام فإنها هي الأخرى يصبح متوسطها صفرا وانحرافها المعياري واحدا بموجب المعادلة التالية التي سبق أن استخدمناها لتحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية:

$$ز = \frac{س - م}{ع}$$

وتحول هذه المعادلة درجات (س) أي توزيع إلى درجات معيارية متوسطها صفر وانحرافها المعياري ١. ولنضرب مثالا من نسب ذكاء الذكور السابق الإشارة إليه:

$$\text{ز} = \frac{\text{١٢٠} - \text{١٠٠}}{\text{٢٠}} = +\text{١,٠٠}$$

ويعني هذا أن نسبة الذكاء ١٢٠ تقع على بعد انحراف معياري واحد فوق المتوسط. ويلاحظ أن هذه الدرجة تحصر بينها وبين المتوسط نسبة قدرها ٣٤,١٣٪ من أفراد العينة، وإذا أضفنا لذلك نسبة ٥٠٪ من المنحنى التي تقع تحت المتوسط، فإن نسبة الذكاء ١٢٠ تزيد على الدرجات التي حصل عليها ٨٤,١٣٪ من الأفراد. أي أن الدرجة ١٢٠ تقع عند المئيني ٨٤,١٣.

الدرجات التائية:

هناك نوع خاص من الدرجات المعيارية يطلق عليه الدرجات التائية T Scores، وتستخدم الدرجة التائية بكثرة في معايير الاختبارات النفسية والتربوية. ويمكن تعريف الدرجة التائية بأنها درجة معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعياري ١٠. ومعنى هذا أننا لتحويل الدرجات المعيارية إلى درجات تائية فإننا نضرب الانحراف المعياري في ١٠، ونجمع على الناتج ٥٠ وذلك بمقتضى المعادلة التالية:

$$\text{الدرجة التائية} = ٥٠ + ١٠ \left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}\right) \qquad (\text{م } ٢٣-٢٠)$$

مثال ذلك إذا كان لدينا درجة معيارية (س − م)÷ع تساوي ٢,٢٣ فإن الدرجة التائية تساوي

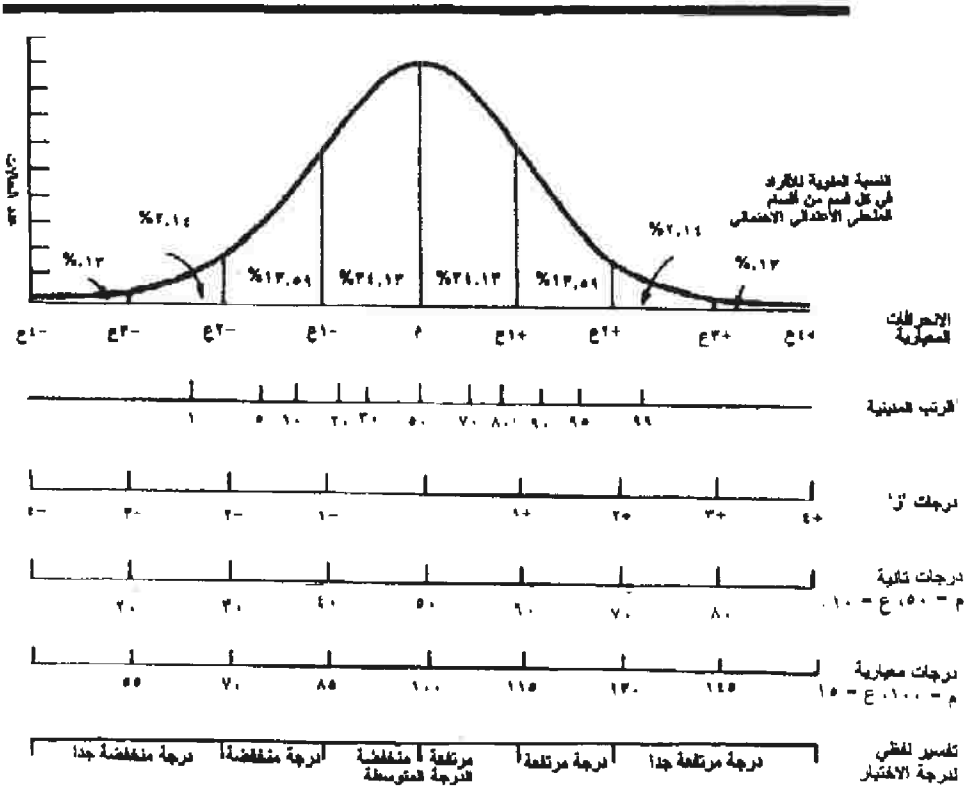
$$\text{الدرجة التائية} = ٥٠ + ١٠(٢,٢٣)$$
$$= ٥٠ + ٢٢,٣$$
$$= ٧٢,٣$$

وعادة ما تجبر الكسور في الدرجة التائية بحيث تصبح قيمة صحيحة. وفي مثالنا السابق تصبح الدرجة التائية ٧٢ إذ نسقط ٣, لأنها تقل عن ٥,.

ويلاحظ أن القيمتين ٥٠ و ١٠ يعادلان أ و ب في معادلة الدرجة المعيارية المحولة.

ويمكن الحصول على درجات تائية اعتدالية مباشرة من المنحنى الاعتدالي

باستخدام جدول خاص بالتوزيعات في المنحنى الاعتدالي. وللدرجة التائية الاعتدالية أيضا متوسط قدره ٥٠ وانحراف معياري قدره ١٠.



شكل ٢٣-٧ المنحنى الاعتدالي والدرجات المعيارية المعدلة

رابعا: الارتباط

كان اهتمامنا موجها حتى الآن نحو الطرق العديدة التي يمكن بها وصف التوزيع التكراري لمتغير واحد، مثل تصوير البيانات، واستخراج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، والوضع النسبي للدرجات.

وبالإضافة إلى وصف خصائص التوزيع لمتغير واحد، كثيرا ما نهتم بدراسة كيف ترتبط الدرجات في متغير بالدرجات في متغير آخر. فقد نرغب مثلا في دراسة العلاقة بين التحصيل الدراسي والذكاء لمجموعة من الطلبة، وحجم هذه العلاقة. هل هناك علاقة وثيقة بين التحصيل الدراسي والذكاء، أم أن العلاقة بين هذين المتغيرين ضعيفة؟ مثل هذه الأسئلة تندرج تحت موضوعين من أهم موضوعات الإحصاء هما الانحدار والارتباط.

شكل التبعثر:

عند دراسة العلاقة بين متغيرين نحصل على زوجين من الدرجات لكل فرد من أفراد العينة. فإذا أردنا دراسة العلاقة بين الذكاء ومادة الرياضيات، فإننا نطبق اختبارا للذكاء على عينة من الأفراد، واختبارا تحصيليا في الرياضيات على نفس العينة، وبذلك يكون لدينا درجتان لكل فرد: درجة للذكاء، وأخرى للرياضيات. ونستطيع بدراسة هاتين المجموعتين من الدرجات أن نحدد العلاقة بين المتغيرين. وتظهر لنا هذه الدراسة كيف أن ارتفاع الدرجة أو انخفاضها في أحد المتغيرين يصحبه ارتفاع أو انخفاض في درجات المتغير الآخر. ونستطيع كذلك أن نصور هذه العلاقة بين المتغيرين برسم نقطة التقابل بين درجات المتغيرين لكل فرد من أفراد العينة، باستخدام ما يسمى شكل التبعثر.

وعند تصوير العلاقة بين هذين المتغيرين باستخدام شكل التبعثر (شكل ٢٣-٨) فإننا نتبين نوع العلاقة بينهما، وهل هي علاقة خطية أم علاقة منحنية. ولذلك فإن الخطوة الأولى للتأكد من أن العلاقة بين المتغيرات علاقة خطية هي بناء شكل يصور تبعثر الدرجات. ويبين الجدول (٢٣-١١) توزيع درجات اختبار الذكاء ودرجات اختبار الرياضيات، كما يبين شكل (٢٣-٨) تبعثر الدرجات، ومنه نستطيع أن نتبين بسهولة أن العلاقة بين متغيري الذكاء والرياضيات علاقة خطية قوية.

ويمكن تعريف شكل التبعثر بأنه رسم بياني لمجموعة من أزواج الدرجات. وفي هذا الرسم تقع كل نقطة عند تلاقي درجتين من درجات المتغيرين (س، ص). مثال ذلك أن الحالة الأولى في الجدول حصلت على نسبة ذكاء قدرها ٨٠ كما

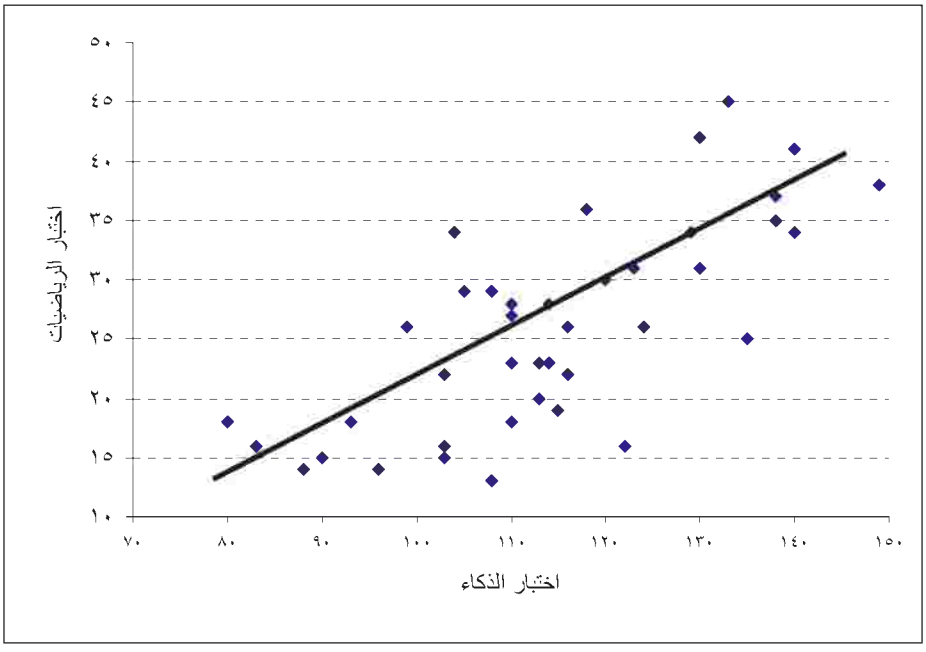
حصلت على درجة ١٨ في الرياضيات، ولذلك نجد في الشكل أن أحد النقاط تقع عند تلاقي هاتين الدرجتين. ورغم أن هناك وسائل إحصائية دقيقة لاختبار الخط المستقيم إلا أن شكل التبعثر يعتبر كافيا عادة للحصول على هذه المعلومات.

جدول ٢٣-١٢ توزيع درجات مجموعة من الطلبة في اختبار للذكاء

اختبار الذكاء (س)	اختبار الرياضيات (ص)	اختبار الذكاء (س)	اختبار الرياضيات (ص)	اختبار الذكاء (س)	اختبار الرياضيات (ص)
٨٠	١٨	٩٩	٢٦	١٢٢	١٦
١٠٣	١٥	١٠٣	٢٢	١٤٩	٣٨
١٠٨	١٣	١١٠	٢٣	١٠٣	١٦
١٠٥	٢٩	١١٦	٢٦	٩٦	١٤
٨٣	١٦	١٢٩	٣٤	١١٥	١٩
٩٠	١٥	١١٠	٢٨	١٢٤	٢٦
٩٣	١٨	١١٤	٢٣	١١٤	٢٨
١٢٣	٣١	١٣٨	٣٧	١٠٤	٣٤
١١٣	٢٠	١١٣	٢٣	١٣٠	٤٢
١١٠	١٨	١٠٨	٢٩	١٣٣	٤٥
٨٨	١٤	١٤٠	٤١	١١٦	٢٢
١٣٥	٢٥	١٢٠	٣٠	١٣٠	٣١
١٣٨	٣٥	١١٠	٢٧		
١٤٠	٣٤	١١٨	٣٦		

معامل الارتباط:

توجد أساليب إحصائية تبين قوة الارتباط بين متغيرين واتجاهه (موجبا أو سالبا). ويطلق على هذه الأساليب الإحصائية معامل الارتباط. وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين -١,٠٠ و +١,٠٠. ويدل معامل الارتباط الذي قيمته -١,٠٠ على وجود ارتباط تام سالب بين المتغيرين، ومعامل الارتباط الذي قيمته صفر يدل على عدم وجود أي علاقة بين المتغيرين. أما معامل الارتباط الذي قيمته ١,٠٠ فيدل على معامل ارتباط تام موجب.



شكل ٢٣-٨ العلاقة بين نسب الذكاء ودرجات الرياضيات

ومعادلة الارتباط هي على النحو التالي:

$$ر = \frac{ن\ مج\ .\ س\ ص - (مج\ .\ س)(مج\ .\ ص)}{\sqrt{[ن\ مج\ .\ س^{٢} - (مج\ .\ س)^{٢}][ن\ مج\ .\ ص^{٢} - (مج\ .\ ص)^{٢}]}} \qquad (م٢٣-٢١)$$

ويطلق على هذه المعادلة معادلة حاصل ضرب العزوم لبيرسون، أو معادلة ارتباط بيرسون اختصارا. ويبين الجدول (٢٣-١٣) بيانات لعدد ١٢ فردا سوف نستخدمها كمثال على استخدام معادلة بيرسون.

جدول ٢٣-١٣ بيانات لمجموعة من الأفراد في المتغيرين س و ص

الحالة	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
١	١	١	١	١	١
٢	١	٢	١	٤	٤
٣	١	٣	١	٩	٩
٤	١	٥	١	٢٥	٢٥
٥	٢	٣	٤	٩	٩
٦	٢	١	٤	١	١
٧	٣	٥	٩	٢٥	٢٥
٨	٣	٠	٩	٠	٠
٩	٤	٦	١٦	٣٦	٣٦
١٠	٤	٣	١٦	٩	٩
١١	٥	٧	٢٥	٤٩	٤٩
١٢	٥	٤	٢٥	١٦	١٦
المجموع	٣٢	٤٠	١١٢	١٨٤	١٢٥

$$ر = \frac{١٢\ (١٢٥) \ . \ (٣٢)(٤٠)}{\sqrt{[١٢(١١٣) - (٣٢)^{٢}][١٢(١٨٤) - (٤٠)^{٢}]}}$$

$$ر = \frac{١٥٠٠ - ١٢٨٠}{\sqrt{(١٣٤٤ - ١٠٢٤)(٢٢٠٨ - ١٦٠٠)}}$$

$$ر = \frac{٢٢٠}{\sqrt{١٩٤٥٦٠}}$$

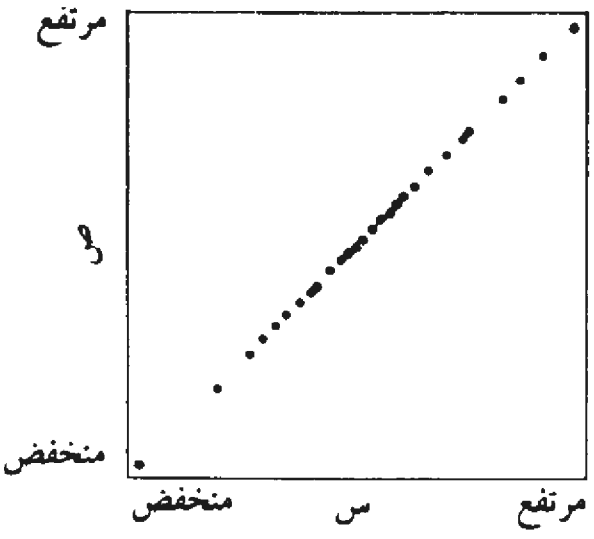
$$ر = \frac{٢٢٠}{٤٤١,٠٩} = ٠,٥٠$$

وتشير هذه القيمة (٠,٥٠) إلى علاقة خطية موجبة متوسطة القوة بين المتغيرين 'س' و 'ص'. فإذا زادت قيمة س تزداد تبعا لذلك قيمة ص.

ويعتبر معامل ارتباط بيرسون مؤشرا لقوة العلاقة الخطية بين المتغيرات. ويشير ارتباط ٠,٠٠ إلى أنه لا توجد أي علاقة بين المتغيرين، في حين تشير القيمة ١,٠٠ إلى ارتباط تام موجب، أما القيمة -١,٠٠ فتشير إلى ارتباط تام سالب. وتتراوح باقي قيم الارتباط بين هاتين القيمتين. ويمكننا بالطبع وصف قوة العلاقة من حيث ابتعادها أو اقترابها من هذه المعاملات. فإذا اقترب معامل الارتباط من الصفر كان هذا مؤشرا بوجود علاقة ضعيفة (موجبة أو سالبة) أما إذا اقتربنا من +١,٠٠ كان هذا مؤشرا بأن العلاقة موجبة وقوية، وعندما يصل معامل الارتباط هذه القيمة يصبح الارتباط تاما. وإذا اقتربنا من -١,٠٠ كان هذا مؤشرا بأن العلاقة قوية وسالبة، وإذا بلغت هذه القيمة تكون سالبة تامة.

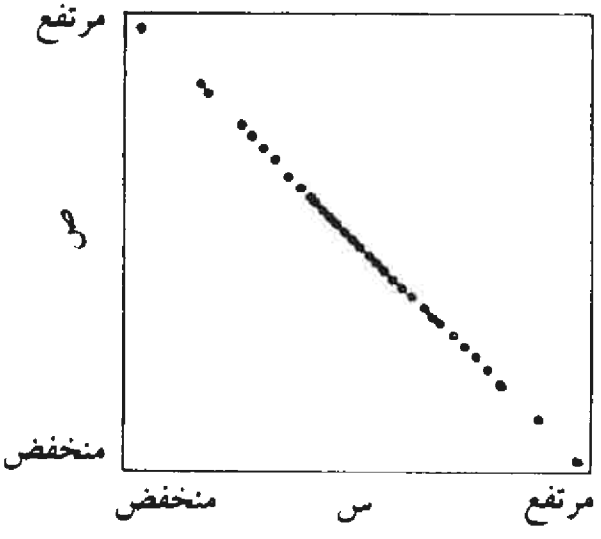
ويعطينا ما يسمى **معامل التحديد** تفسيرا مباشرا لقوة معامل الارتباط. ويمكن الحصول على معامل التحديد بتربيع معامل ارتباط بيرسون ($ر^{٢}$)، وهذا المعامل مؤشر لقوة التنبؤ من س إلى ص. ويعتبر 'س' منبئا قويا بقيمة 'ص' إذا زادت قيمة $ر^{٢}$ على ٠,٥٠.

ويساعدنا رسم انتشار الدرجات على معرفة قوة الارتباط. وعندما يكون الارتباط ١,٠٠ فإن جميع نقاط المتغيرين تقع على خط مستقيم (أو ما يعرف بخط الانحدار)، وتبعد النقاط عن هذا الخط وتأخذ شكلا بيضاويا إذا انخفضت قيمة الارتباط، وإذا بلغ الارتباط صفرا اتخذت نقط الانتشار شكل الدائرة. وعندما يكون الارتباط سالبا تأخذ النقاط نفس الشكل مع تغير اتجاه الخط إلى الجهة المعاكسة (انظر الأشكال من ٢٣-٩ إلى ٢٣-١٣).



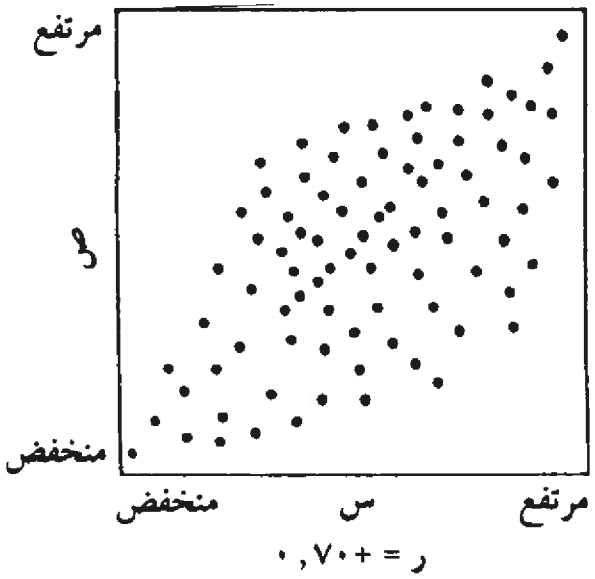
ر = +١,٠٠

شكل ٢٣-٩ معامل ارتباط تام موجب

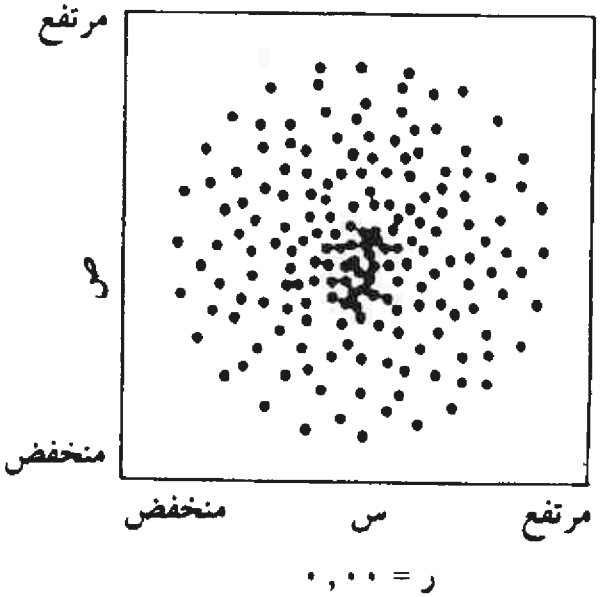


ر = -١,٠٠

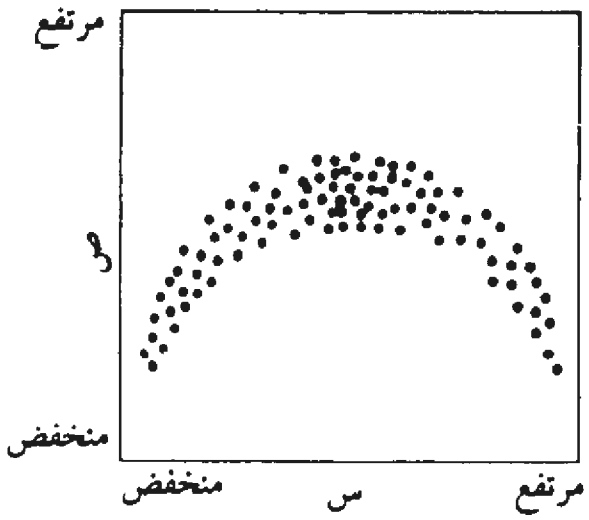
شكل ٢٣-١٠ معامل ارتباط تام سالب



شكل ٢٣-١١ معامل ارتباط يبلغ +٠,٧٠



شكل ٢٣-١٢ شكل تبعثر يبين معامل ارتباط قدره صفر



شكل ٢٣-١٣ رسم انتشار يبين معامل ارتباط منحني

معامل الارتباط والعلاقة السببية:

يعتقد البعض أن معامل الارتباط بالإضافة إلى كونه مؤشرا بالعلاقة بين المتغيرات فهو في نفس الوقت مؤشر بعلاقة سببية. وهذا اعتقاد خاطئ، فالارتباط لا يعني إلا أن هناك تلازما في التغير بين المتغيرات، ولا يدل بأي حال على علاقة سببية. وقد سبق أن ناقشنا هذه الفكرة بالتفصيل عند مناقشة البحوث السببية المقارنة (الفصل التاسع)، والبحوث الارتباطية (الفصل العاشر). وهناك أسلوب إحصائي آخر يعتمد على الارتباط يمكن أن يكون مؤشرا لعلاقة سببية وهو الأسلوب الذي يطلق عليه **تحليل المسار**. كما أن هناك أساليب إحصائية أخرى تستخدم للتعرف على العلاقة السببية بين المتغيرات ضمن طرق البحث التجريبي مثل تحليل التباين.

بعض خواص معامل الارتباط:

١- يبلغ مدى معامل الارتباط كما ذكرنا من -١ إلى +١. ولننظر أولا إلى حالة وجود ارتباط تام بين '**س**' و '**ص**' حيث تقع جميع النقاط على خط الانحدار تماما، وفي هذه الحالة تتساوى كل من '**ص**' و '**صَ**' (قيمة '**ص**' المتنبأ بها من '**س**' بتطبيق معادلة الانحدار). وإذا لم يكن هناك أي ارتباط بين '**س**' و

'ص' فإن توزيع النقاط يتخذ شكل الدائرة. ولا يمكن لقيمة الارتباط أن تزيد على +١ أو تقل عن −١ لأن مجـ .(صَ − مص)^{٢} دائما أقل من مجـ . .(ص − مص)^{٢} أو مساوية لها، ومعنى هذا أن قيمة الكسر

$$\frac{\text{مجـ .(صَ − مص)}^{٢}}{\text{مجـ .(ص − مص)}^{٢}} \qquad (\text{م ٢٣-٢٣})$$

تكون دائما مساوية ١,٠٠ أو أقل، وكذلك قيمة 'ر'. ولذلك يتراوح معامل الارتباط بين −١,٠٠ و +١,٠٠. وإذا كان معامل الارتباط ±١,٠٠ تقع جميع نقاط التوزيع على خط الانحدار، وتكون صفرا إذا لم يكن هناك أي علاقة بينهما.

٢- تفسير ر^{٢} في ضوء تباين ص لنفرض أن بحثا أجري على إحدى المدارس الابتدائية من الصف الأول حتى الصف السادس حول العلاقة بين عمر التلميذ وطوله. وإذا نظرنا إلى طول الأطفال سوف نلاحظ أنه رغم وجود متوسط لتوزيع أطوالهم، إلا أن معظم الأطوال ليست مساوية للمتوسط، فإن هناك انحرافات لأطوالهم عن المتوسط ودرجة هذه الانحرافات تشكل التباين الكلي في قيم ص (طول الأطفال). إلا أن التفكير في هذا الأمر سوف يقودنا إلى أن بعضا من هذا التباين في الطول يرجع إلى حقيقة أن عينة الأطفال تغطي مدى واسعا من العمر الزمني، ولاشك في أن هناك علاقة بين الأعمار الزمنية للأطفال وأطوالهم. ومن الممكن أن نسأل عن نسبة التباين في الطول المرتبطة بأعمار الأطفال. والإجابة على هذا السؤال تكمن في ر^{٢}. لنفرض أن معامل الارتباط بين طول الأطفال وأعمارهم يبلغ ٠,٧٠، في هذه الحالة تكون قيمة ر^{٢} = ٠,٤٩، وهذه القيمة الأخيرة تعني أن ٤٩٪ من التباين في طول الأطفال في المدرسة يرجع إلى الاختلاف في أعمار الأطفال. وكلما زادت هذه النسبة، زادت درجة العلاقة الخطية بين العمر والطول.

٣- العلاقة بين 'ر' و 'ر^{٢}'، ذكرنا أن مربع معامل الارتباط (ر^{٢}) يمكن تفسيره على أساس نسبة التباين في ص التي ترجع إلى الاختلافات في س. أي أن معامل الارتباط هو الجذر التربيعي لقيمة (ر^{٢}). وحيث إن 'ر' ليست 'ر^{٢}' يجب أن نكون حذرين عند تفسير حجم الارتباط بين متغيرين. وتتضح هذه

الحقيقة بالنظر إلى الجدول (٢٣-١٤).

جدول ٢٣-١٤ بعض معاملات الارتباط وجذرها التربيعي

معامل الارتباط (ر)	نسبة التباين: ر^{٢}
,١٠	,٠١
,٢٠	,٠٤
,٣٠	,٠٩
,٤٠	,١٦
,٥٠	,٢٥
,٦٠	,٣٦
,٧٠	,٤٩
,٨٠	,٦٤
,٩٠	,٨١
١,٠٠	١,٠٠

ويلاحظ أن معامل ارتباط يتراوح بين ,١٠ و ,٣٠ يعني أنه لا يوجد تباين كبير في ص مرتبطا بالتغيرات في س (١٪ إلى ٩٪). والواقع أن معامل ارتباط قدره ,٥٠ الذي يعتبر في كثير من البحوث النفسية والتربوية مرتفعا، يعني أن نسبة التباين في 'ص' التي ترجع إلى تغير 'س' لا تزيد على ٢٥٪. وهذا يعني أن ٧٥٪ من التباين في 'ص' يرتبط بعوامل أخرى غير 'س'. ونحتاج إلى الحصول على معامل ارتباط قدره ,٧١ على الأقل حتى نستطيع القول إن نصف تباين 'ص' يمكن أن نعزوه إلى 'س'.

معامل ارتباط الرتب:

يستخدم معامل ارتباط بيرسون مع المتغيرات التي يكون قياسها من مستوى المسافة أو النسبة. أما المتغيرات التي يقل مستواها عن ذلك فلها أساليب أخرى لدراسة الارتباط بين المتغيرات. ومن هذه المعاملات معامل ارتباط الرتب لسبيرمان، ويستخدم هذا المعامل مع المتغيرات من مستوى الرتبة. ورغم أن هناك

علاقة بين معامل ارتباط بيرسون ومعامل ارتباط الرتب، فمعامل ارتباط الرتب يعتبر حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون، إلا أن أسلوب حساب كل من المعاملين يختلف تماما، فمعامل ارتباط بيرسون يستخدم مع البيانات الخام من مستوى المسافة أو النسبة. أما معامل ارتباط الرتب فيستخدم مع المتغيرات من مستوى الرتبة. ومعنى ذلك أننا نتعامل مع رتب متغيرين لنحصل منها على معامل الارتباط.

ويتميز معامل ارتباط سبيرمان بأن له مدى واسعا من الدرجات المختلفة وقليل من العقد في أي من المتغيرين. وبالطبع لا يمكن معالجة المتغيرات من مستوى الرتبة من الناحية الرياضية، وكل المعالجات الممكنة هي التي تبين 'أكبر من' أو 'أقل من'. ولحساب معامل ارتباط الرتب يجب أولا ترتيب أحد المتغيرين من الأعلى إلى الأسفل، أو العكس، ثم ترتيب المتغير الثاني. ويتم بعد ذلك استخدام الرتب (وليس الدرجات) لحساب معامل ارتباط الرتب. ويبين الجدول (٢٣-١٥) درجات مجموعة من التلاميذ في اختبار اللغة العربية واختبار اللغة الإنجليزية وتحويل هذه الدرجات إلى رتب في المتغيرين.

ولترتيب الحالات نبدأ أولا بأعلى الدرجات في كل متغير ونعطيها الرتبة ١. مثال ذلك أن الطالب 'أ' حصل على ١٨ في اللغة العربية وهي أعلى درجة ولذلك تعطى ترتيب '١'. أما الطالب 'ب' فإنه حصل على أعلى درجة في اللغة الإنجليزية ولذلك فهو الأول في هذا المتغير. وبعد ذلك يرتب باقي الطلاب وفقا لدرجاتهم في اللغة العربية واللغة الإنجليزية.

وإذا حصل طالبان على نفس الدرجة فإنهما يعطيان متوسط رتبتيهما. ويلاحظ أن الطالبين 'ز' و 'ح' حصلا على نفس الدرجة وحيث إن رتبتيهما الأصليتين هي ٧ و ٨ فإننا نعطيهما متوسط رتبتيهما وهي ٧,٥.

ومعادلة ارتباط الرتب لسبيرمان هي:

$$\text{ر}_{\text{ر}} = ١ - \frac{٦ \text{ مج } . \text{ ف}^{٢}}{\text{ن } (\text{ن}^{٢} - ١)} \qquad (\text{م } ٢٣-٢٤)$$

حيث مج . ف^{٢} مجموع مربعات الفروق بين رتب س ، ص.

جدول ٢٣-١٥ درجات مجموعة من الطلاب في اختباري اللغة العربية واللغة الإنجليزية

الطالب	اللغة العربية	الترتيب (س)	اللغة الإنجليزية	الترتيب (ص)	ف	ف^{٢}
أ	١٨	١	١٥	٣	-٢	٤
ب	١٧	٢	١٨	١	١	١
جـ	١٥	٣	١٢	٤	-١	١
د	١٢	٤	١٦	٢	٢	٤
هـ	١٠	٥	٦	٨	-٣	٩
و	٩	٦	١٠	٥	١	١
ز	٨	٧,٥	٨	٦	١,٥	٢,٢٥
ح	٨	٧,٥	٧	٧	,٥	,٢٥
ط	٥	٩	٥	٩	٠	٠
ي	١	١٠	٢	١٠	٠	٠
			مجـ		٠	٢٢,٥

ولحساب مجـ ف^{٢} فإننا نطرح رتب ص من كل رتبة مناظرة من رتب س. ويلاحظ أن مجموع فروق الرتب يساوي صفرا. ويعتبر ذلك وسيلة لمراجعة صحة الحسابات أثناء الحصول على فروق الرتب. وفي العمود المعنون ف^{٢} نسجل مربع الفرق بين رتبتي كل طالب. وبعد ذلك نجمع مربعات الفروق لنحصل على مجـ ف. وعند التعويض في المعادلة السابقة فإننا نحصل على

$$ر_ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$$

$$ر_ر = ١ - \frac{٦ (٢٢,٥)}{١٠(١٠٠ - ١)}$$

$$ر_ر = ١ - \frac{١٣٥}{٩٩٠}$$

ر ر = ١ – ١٤,

ر ر = ٨٦,

ويعتبر ارتباط سبيرمان مؤشرا لقوة العلاقة بين المتغيرات، ويتراوح بين ٠,٠٠ (لا يوجد ارتباط) و±١ (ارتباط تام). ونحصل على الارتباط التام الموجب (ر = +١,٠٠) إذا كانت جميع الرتب في المتغيرين متساوية (ترتيب الحالات واحد تماما في المتغيرين). أما الارتباط التام السالب (−١,٠٠) فإننا نحصل عليه إذا كان ترتيب الأفراد في المتغير الأول عكس ترتيبهم في المتغير الثاني، بمعنى أن الفرد الذي حصل على الرتبة الأولى في المتغير 'س' كانت رتبته الأخيرة في المتغير 'ص'، وهكذا.

والارتباط الذي حصلنا عليه في المثال السابق (٨٦,) يدل على علاقة قوية موجبة بين المتغيرين. فالطلبة الذين حصلوا على درجات مرتفعة في اللغة العربية حصلوا أيضا على درجات مرتفعة في اللغة الإنجليزية.

وإذا ربعنا معامل ارتباط الرتب ($ر_ر^2$) نحصل على قيمة تساعدنا في تفسير معنى الارتباط، كما هو الحال في ارتباط بيرسون. حيث يعطينا مربع الارتباط مؤشرا بقوة التنبؤ من المتغير س إلى المتغير ص.

الفصل الرابع والعشرون

التحليل الاستدلالي للبيانات

يهتم التحليل الاستدلالي للبيانات بعمل استدلالات عن مجتمع الدراسة بناء على سلوك العينة. ومعظم البحوث في التربية وعلم النفس بحوث على عينات. وقد ذكرنا من قبل في الفصل السادس أن الهدف من استخدام الأساليب المختلفة لاختيار العينة الحصول على عينة ممثلة للمجتمع، حتى يمكن تعميم نتائج العينة على المجتمع الذي سحبت منه. والنتائج التي لا يمكن تعميمها خارج نطاق العينة نتائج محدودة القيمة. ومن هنا كانت أهمية الحصول على عينات عشوائية، فالنتائج التي نحصل عليها من هذه العينات أفضل من غيرها. ويهتم الإحصاء الاستدلالي بتحديد ما إذا كانت النتائج التي نحصل عليها من العينات هي نفس النتائج التي يمكن الحصول عليها من المجتمع بأكمله. والإستراتيجية الأساسية لهذا النوع من الإحصاء هي جمع البيانات من عينة عشوائية من مجتمع الدراسة، ثم تعميم الخصائص التي حصلنا عليها من هذه العينة على خصائص المجتمع. ولتحقيق ذلك نقوم 'بتقدير' أو 'تخمين' خصائص المجتمع، مما نعلمه عن خصائص العينة. ونقوم أثناء ذلك باختبار فرض أو فروض عن المجتمع باستخدام بيانات العينة المتوفرة لدينا.

والقيم التي نحصل عليها من العينة، مثل المتوسط، يطلق عليها إحصاءات، أما القيم التي نحصل عليها من المجتمع فيطلق عليها معالم. ولذلك إذا حصلنا على المتوسط من العينة أطلق عليه في هذه الحالة 'إحصاءة'، أما إذا حصلنا على المتوسط من المجتمع كاملا، اعتبر في هذه الحالة 'معلما'. ووظيفة التحليل الاستدلالي للبيانات القيام باستدلالات عن معالم المجتمع، من الإحصاءات التي نحصل عليها من العينة. فإذا وجدنا مثلا فرقا بين متوسطي مجموعتين من الأفراد في نهاية الدراسة، فإن السؤال المهم في هذه الحالة هو ما إذا كان هذا الفرق موجودا في المجتمع الذي اختيرت منه العينة. فمن الممكن ألا يكون هناك أي فرق حقيقي في قيم المجتمع، وأن الفرق الذي حصلنا عليه من العينة كان وليد الصدفة. وهذا هو المفهوم الأساسي في الإحصاء الاستدلالي، وهو مفهوم 'ما احتمال؟'، فإذا

حصلنا على فرق بين متوسطي عينتين، وكان الفرق كبيرا بدرجة تسمح باستنتاج أن هناك فرقا حقيقيا يوجد في المجتمع، فهل أنا على صواب في مثل هذا الاستدلال؟ وبمعنى آخر فإن الاستدلالات التي تتعلق بقيم المجتمع ليست إلا عبارات احتمالية. فما يستنتجه الباحث من البيانات التي يحصل عليها من العينة لا يمكن القول إنها صحيحة، ولكن ما نستطيع قوله هو أنه *'من المحتمل فقط أنها صحيحة'*. وعندما يقول الباحث إن هناك فرقا بين متغيرين، أو إن هناك ارتباطا بين متغيرين، فهو في الواقع يعنى أن هناك احتمالا بوجود فرق بين المتغيرين، وأن هناك احتمالا بوجود ارتباط بين المتغيرين.

التوزيع العيني:

يواجه الإحصائيون في الإحصاء الاستدلالي مشكلة محيرة. فمن ناحية نجد لديهم معلومات وافرة عن التوزيع العيني، ومن ناحية أخرى فإنهم لا يكادون يعرفون شيئا عن المجتمع، وهو الأكثر أهمية. وترجع أهمية توزيع العينة إلى القدرة على تعميم خصائص هذا التوزيع على المجتمع.

والمعلومات الضرورية لتحديد خصائص توزيع ما تتضمن ما يلي:

١- شكل التوزيع.

٢- مقياس للنزعة المركزية.

٣- مقياس للتشتت.

ومن الطبيعي أنه يمكن الحصول على جميع هذه الخصائص من التوزيع العيني. ومن الواضح تماما أننا لا ندري شيئا عن هذه الخصائص في المجتمع. وباستثناء بعض حالات نادرة (مثل نسبة الذكاء والطول الذي نعرف أنهما موزعان في المجتمع توزيعا اعتداليا) فإننا لا ندري شيئا عن شكل التوزيع الفعلي لخصائص المجتمع، وبالتالي فإن متوسط المجتمع وانحرافه المعياري غير معروف أيضا. والواقع أنه إذا كانت هذه المعلومات متوفرة لدينا عن المجتمع لما كان هناك ضرورة للإحصاء الاستدلالي.

ويمكن التغلب على هذا الجهل الإحصائي باستخدام معلوماتنا عن ***التوزيع العيني***. إذ رغم أننا نجهل توزيع خصائص المجتمع، إلا أننا نعلم خصائص التوزيع العيني، كما استمدت من قوانين نظرية الاحتمالات، وليس من بيانات أمبيريقية. والتوزيع العيني هو المفهوم المركزي في الإحصاء الاستدلالي، ومن هنا لابد من وقفة عند التوزيع العيني قبل الاستمرار في موضوعنا عن التحليل الاستدلالي للبيانات.

إن الاستراتيجية العامة لجميع تطبيقات الإحصاء الاستدلالي هي الانتقال من العينة إلى المجتمع عن طريق التوزيع العيني. ولذلك فإن هناك ثلاثة توزيعات متمايزة في كل تطبيق من تطبيقات الإحصاء الاستدلالي:

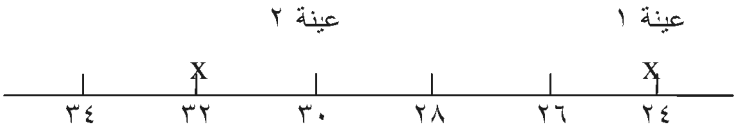
١- التوزيع العيني كما هو معروف أمبيريقيا، وكما يجمعه الباحثون أنفسهم. ولكن أهميته الأساسية تكمن في إمكانية تزويد الباحث بمعلومات عن المجتمع.

٢- توزيع المجتمع، ورغم أن هذا التوزيع موجود فعلا، إلا أنه غير معروف. والغرض الأساسي للإحصاء الاستدلالي هو كشف هذا الغموض.

٣- التوزيع العيني، غير الأمبيريقي (النظري). ولدينا معلومات وافرة عن هذا التوزيع من قوانين الاحتمالات، ويمكن من هذه القوانين استنتاج شكل التوزيع، ونزعته المركزية، وتشتته، وبذلك يمكن تحديد شكل التوزيع تحديدا كافيا.

ويمكن تعريف التوزيع العيني بأنه توزيع نظري احتمالي لجميع النتائج الإحصائية للعينة التي سوف تعمم على المجتمع (بالنسبة لحجم ثابت للعينة هو 'ن'). وفائدة هذا التوزيع متضمنة في التعريف. ونظرا لأن التوزيع العيني يتضمن جميع النتائج التي يمكن الحصول عليها من العينة، فإنه يُمَكِّننا من تقدير احتمال الحصول على أي نتيجة من نتائج العينة لإحصاءة معينة.

والتوزيع العيني توزيع نظري، ومعنى هذا أن الباحث لا يمكن له الحصول عليه في الحقيقة. ولكن حتى نفهم بشكل أفضل بناء ودالة هذا التوزيع، لننظر كيف يمكن بناء أحد هذه التوزيعات. لنفرض أن باحثا مهتما بسمة معينة في المجتمع مثل متوسط العمر في مجتمع. ويقوم الباحث بالحصول على عينة عشوائية من المجتمع (ن = ١٠٠) ويسأل جميع أفراد العينة عن أعمارهم، ثم يحسب المتوسط ويضع الدرجات التي يحصل عليها على رسم بياني. ولنفرض أن متوسط العمر في العينة كان ٢٦ سنة، أي أن (م = ٢٦). هذه القيمة موضحة على الرسم البياني (شكل ٢٤-١).



شكل ٢٤-١ بناء التوزيع العيني

بعد ذلك قام الباحث باختيار عينة أخرى (ن = ١٠٠) من نفس المجتمع بعد إحلال العينة الأولى في المجتمع. ثم يحسب متوسط العينة الجديدة، ولنفرض أن المتوسط الجديد كان مساويا ٣٢ (م = ٣٢). ثم يقوم مرة أخرى بإحلال العينة في

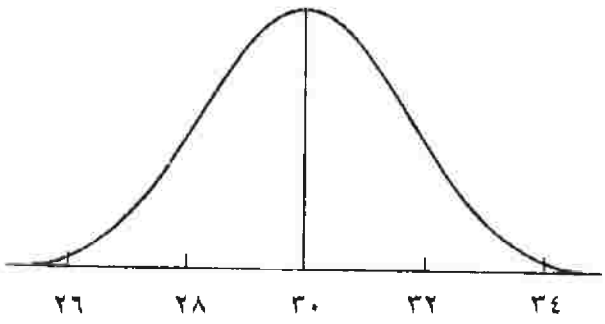
المجتمع، ويختار عينة ثالثة من نفس المجتمع (ن = ١٠٠). ويحسب المتوسط ويسجله ثم يعيد العينة الثالثة، ويسحب عينة رابعة (ن = ١٠٠). ويستمر في هذه العملية عددا كبيرا جدا من المرات مع حساب المتوسط وتسجيله في كل مرة. ولنتصور الآن الأوضاع التي يمكن أن تتخذها المتوسطات في الشكل (٢٤-١) بعد الحصول على ١٠٠٠ عينة مثلا. كيف يكون شكل التوزيع، والمتوسط والانحراف المعياري له؟

من المعلومات التي نعرفها أن كل عينة سوف تكون مختلفة قليلا عن أي عينة أخرى، لأننا لن نحصل على نفس الأفراد مرتين. ولذلك يختلف متوسط كل عينة قليلا عن متوسطات العينات الأخرى. ونحن نعلم أنه بالرغم من أن كل هذه العينات عينات عشوائية إلا أنها ليست كلها تمثيلا صادقا للمجتمع. لذا سوف نجد أن بعض المتوسطات التي نحصل عليها أقل من متوسط المجتمع، والبعض الآخر أعلى من متوسط المجتمع. ولكن يمكننا أن نتصور من الناحية المنطقية أن معظم المتوسطات ستتجمع حول القيمة الحقيقية لمتوسط المجتمع.

ولنفرض أيضا أننا استطعنا بطريقة ما أن نعرف أن متوسط الأعمار في المجتمع هو ٣٠، ومعنى هذا أن معظم متوسطات العينات ستكون قريبة من ٣٠. أي أن متوسط المتوسطات سوف يصل إلى قمته عند القيمة ٣٠. وكلما ابتعدنا عن هذه القيمة قل عدد العينات حتى نصل إلى الحد الذي تقل فيه العينات إلى حد كبير. ومعنى هذا أن معظم متوسطات العينات سوف تتجمع بين القيمتين ٢٩ و ٣١، أما متوسطات العينات التي تبلغ ٢٠ أو ٤٠ فسوف يكون قليلا جدا. ولما كانت العينات عشوائية فإن ابتعادها عن المتوسط سوف يكون متساويا على جانبي متوسط المجتمع، وبذلك يكون شكل التوزيع متجانسا تقريبا. وبمعنى آخر فإن التوزيع العيني لجميع متوسطات العينات سوف يكون اعتداليا تقريبا، وسوف يكون مشابها للتوزيع الموضح في الشكل (٢٤-٢). وهذه الأفكار المنطقية عن شكل التوزيع العيني والمعلومات المهمة الأخرى عن مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، يمكن صياغتها في نظريتين. وتنص النظرية الأولى على أنه *"إذا سحبت عينات متكررة متساوية حجمها 'ن' من مجتمع اعتدالي له متوسط 'م' وانحراف معياري 'ع' فإن التوزيع العيني لمتوسطات العينات سوف يكون اعتداليا وله متوسط قدره 'م' وانحراف معياري قدره ع ÷ √ن "*.

ومعنى هذا أننا إذا بدأنا بسمة موزعة توزيعا اعتداليا في المجتمع (مثل نسبة الذكاء، أو الطول، أو الوزن) وسحبنا من هذا المجتمع عددا لانهائيا من

العينات متساوية العدد، فإن التوزيع العيني سوف يكون اعتداليا. وإذا كان من المعروف أن السمة موزعة توزيعا اعتداليا في المجتمع فمن الممكن الافتراض أن التوزيع العيني سوف يكون اعتداليا.



شكل ٢٤-٢ التوزيع العيني لمتوسطات العينات

وتشير هذه النظرية إلى أكثر من شكل التوزيع العيني. فهي تعرِّف متوسط التوزيع وانحرافه المعياري. وتدلنا على أن متوسط التوزيع العيني سوف يكون مطابقا لمتوسط المجتمع. فإذا كنا نعرف مثلا أن متوسط نسبة الذكاء في المجتمع تساوي ١٠٠، فإننا نعلم أن متوسط أي توزيع عيني لمتوسط نسب الذكاء سوف يكون ١٠٠ أيضا. وبالنسبة للتشتت فإن النظرية تنص على أن الانحراف المعياري للتوزيع العيني سوف يكون مساويا للانحراف المعياري للمجتمع مقسوما على الجذر التربيعي لـ 'ن' (أي ع ÷ √ن).

وإذا كان المتوسط والانحراف المعياري لمجتمع ما معروفين، وكانت الصفة في المجتمع موزعة توزيعا اعتداليا، فإن النظرية تسمح لنا بحساب المتوسط والانحراف المعياري للتوزيع العيني*. وبذلك سوف نعرف عن التوزيع العيني من حيث شكله ونزعته المركزية وتشتته ما نعرف عن أي منحنى اعتدالي.

ولكن ماذا لو كان توزيع المجتمع توزيعا غير اعتدالي؟ إن هذا الوضع تتناوله النظرية الثانية ويطلق عليها ***"نظرية الحد المركزي" Central Limit Theorem*** التي تنص على ما يلي:

---

* في المواقف العادية للبحوث، فإن قيمة المتوسط والانحراف المعياري للمجتمع غير معروفة. بطبيعة الحال. إلا أن هاتين القيمتين يمكن تقديرهما من إحصاءات العينة.

إذا كان لدينا عينات متكررة حجمها 'ن' مسحوبة من أي مجتمع، لـ ـه متوسط 'م' وانحراف معياري 'ع'، فإنه إذ يصبح حجم 'ن' كبيرا فإن التوزيع العيني لمتوسطات العينات سوف يقترب من التوزيع الاعتدالي، ويكون متوسطه مساويا لمتوسط المجتمع وانحرافه المعياري مـ ساويا ع √ن (Healey, 1990, p. 119).

وأهمية نظرية الحد المركزي أنها تزيل أية قيود على اعتدال التوزيع فـ ي المجتمع. فعندما يكون حجم العينة كبيرا فمن الممكن التسليم بأن التوزيـ ع العينـ ي اعتدالي بمتوسط مساو لمتوسط المجتمع وانحراف معياري مساو ع √ن بغض النظر عن شكل التوزيع في المجتمع. وعلى هذا إذا كان ضمن متغيـ رات البحـ ث متغير لخاصية ذات توزيع ملتو (مثل الدخل)، يمكن أن نسلم بأن التوزيع العيني لهذا المتغير توزيع اعتدالي.

وتظل لدينا مشكلة تحديد ماذا نقصد بالعينة الكبيرة (ن كبيرة)، والقاعدة هي أنه إذا كانت 'ن' تساوي ١٠٠ أو أكثر فإننا يمكن أن نطبق نظرية الحد المركزي. وعندما تكون 'ن' أقل من ١٠٠، لابد من أن يكون لدينا ما يدل علـ ى أن التوزيـ ع العيني معتدل. وبذلك يمكننا التأكد من أن التوزيع العيني توزيع اعتدالي إذا كانـ ت 'ن' كبيرة.

خطأ المعاينة:

رأينا فيما سبق أن العينات متساوية العدد والتي نحصل عليها مـ ن نفـ س المجتمع، تختلف فيما بينها من حيث قـ يم متوسـ طاتها، وأن متوسـ طات العينـ ات المستمدة من نفس المجتمع تختلف عن متوسط المجتمع نفسه. وهذه الاختلافات بين العينات أمر طبيعي، ويرجع إلى المعاينة العشوائية. ويطلق عليها *"أخطاء المعاينة"*. ويعرف خطأ المعاينة بأنه 'الفرق بين معلم المجتمع وإحصاءة العينة' مثال ذلك إذا عرفنا متوسط المجتمع كله (مـمجتمع) وكذلك متوسط عينة عـ شوائية (م) مـ ن نفـ س المجتمع، فإن الفرق بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة يمثل خطـ أ المعاينـ ة (خ) وعلى ذلك تكون

خ = م – مـمجتمع

مثال ذلك إذا عرفنا أن متوسط نسب ذكاء المجتمع هو ١٠٠، وأن متوسـ ط نـ سب ذكاء العينة هو ٩٩ يكون خطأ المعاينة مساويا

خ = ٩٩ – ١٠٠ = –١

ونظرا لأننا عادة ما نعتمد على إحصاءات العينة لتقدير معالم المجتمع، يصبح مفهوم اختلاف إحصاءات العينات عن معالم مجتمعاتها مفهوما أساسيا للإحصاء الاستدلالي. ويتضمن هذا المفهوم تحديد مدى التباين بين إحصاءة العينة ومعلم المجتمع (وهو غير معروف غالبا)، ولتحديد ذلك نقوم بتقدير التغير المتوقع في الإحصاءات من عدد من العينات العشوائية المسحوبة من نفس المجتمع. ونظرا لأن كل إحصاءات العينات تعتبر تقديرا لمعلم نفس المجتمع، فإن أي اختلاف بين إحصاءات العينة يجب نسبته إلى خطأ المعاينة.

طبيعة أخطاء المعاينة: إذا سلمنا بأن العينات العشوائية المسحوبة من نفس المجتمع تختلف عن بعضها البعض، فهل يمكن القول إن استخدام إحصاءات العينة للقيام باستدلال عن معالم المجتمع ليس إلا مجرد تخمين؟ بالطبع لا، لأن أخطاء المعاينة تحدث بشكل قانوني منتظم يمكن التنبؤ به. فالقوانين المتعلقة بخطأ المعاينة أمكن استخلاصها باستخدام المنطق الاستنباطي، وأمكن تحقيقها بالخبرة، والدراسات الأمبيريقية.

وبالرغم من أننا لا نستطيع التنبؤ بطبيعة ومدى الخطأ في عينة واحدة، إلا أننا نستطيع التنبؤ بطبيعة ومدى أخطاء المعاينة بشكل عام. ويمكننا أن نضرب مثالا لذلك بالإشارة إلى أخطاء المعاينة المرتبطة بالمتوسط.

أخطاء المعاينة للمتوسط: من المتوقع دائما أن يحدث بعض الخطأ عندما نستخدم متوسط العينة (م) لتقدير متوسط المجتمع (م$_{مجتمع}$). وبالرغم من أن هذا التقدير من الناحية العملية مستمد من عينة واحدة، لنفرض أننا سحبنا عددا من العينات العشوائية من نفس المجتمع وحسبنا متوسط كل عينة، فإننا سوف نجد أن متوسطات العينات تختلف عن بعضها البعض، كما تختلف عن متوسط المجتمع (إذا كان معروفا). وهذا التباين بين المتوسطات يرجع إلى خطأ المعاينة الذي يرتبط بمتوسط كل عينة كتقدير لمتوسط المجتمع. ولقد دُرست بعناية أخطاء المعاينة المرتبطة بالمتوسط، ووجد أنها تتبع قوانين معروفة.

المتوسط المتوقع لأخطاء المعاينة يساوي صفرا: إذا حصلنا على عدد لانهائي من العينات العشوائية المسحوبة من نفس المجتمع، فإننا نتوقع أن تتساوى الأخطاء الموجبة والأخطاء السالبة. بحيث يكون متوسط أخطاء المعاينة صفرا. مثال ذلك إذا كان متوسط الطول في مجتمع الطلبة المستجدين بالجامعة هو ١٦٨ سم، وسحبنا عينات متعددة من هذا المجتمع، فإننا نتوقع أن يزيد متوسط بعض العينات عن ١٦٨ سم، ويقل بعضها الآخر عن ١٦٨ سم. ومن المتوقع أن تتعادل في المدى الطويل

أخطاء المعاينة الموجبة مع الأخطاء السالبة. وإذا أصبح لدينا عدد لا نهائي من العينات العشوائية لها نفس الحجم، وحسبنا متوسط كل عينة، ثم حسبنا متوسط جميع المتوسطات، فإن متوسط المتوسطات سوف يكون مساويا لمتوسط المجتمع.

وحيث إن الأخطاء الموجبة تتساوى مع الأخطاء السالبة، فإن متوسط عينة واحدة من المجتمع يمكن أن يزيد أو يقل عن متوسط المجتمع بنفس الدرجة. ولذلك يمكن القول إن متوسط العينة هو تقدير غير متحيز لمتوسط المجتمع، وهو تقدير معقول لهذا المتوسط.

خطأ المعاينة دالة عكسية لحجم العينة: إذ يزداد حجم العينة يقل التذبذب في قيمة المتوسط من عينة لأخرى. وبمعنى آخر، إذا زاد حجم العينة، يقل الخطأ المتوقع للمعاينة. ولذلك فإن أخطاء المعاينة تكون أكبر في العينات الصغيرة منها في العينات الكبيرة، إذ نتوقع أن تكون أخطاء المعاينة في العينات المكونة من عشرة أفراد أكبر من أخطاء المعاينة في العينات المكونة من ١٠٠ فرد. وفي مثالنا السابق عن طول الطلبة الملتحقين بالجامعة، فإننا نتوقع أن نجد في عينة مكونة من ٤ أفراد، ٣ أفراد فوق المتوسط، وفرد واحد تحت المتوسط. وأن نجد في عينة مكونة من ٤٠ فردا، ٣٠ فردا فوق المتوسط، و١٠ أفراد تحت المتوسط. وكلما ازداد حجم العينة، يزداد احتمال اقتراب متوسط العينة من متوسط المجتمع. وهناك علاقة رياضية بين حجم العينة وخطأ المعاينة. وهذه العلاقة متضمنة في معادلات الاستدلال الإحصائي.

خطأ المعاينة دالة مباشرة للانحراف المعياري للمجتمع: كلما زاد الانتشار (أي التباين) بين أفراد المجتمع، فإننا نتوقع أن يكون التباين أكبر بين متوسطات العينات. مثال ذلك، إذا كان متوسط أطوال عينات عشوائية مكونة من ٢٥ فردا مختارين من بين مجتمع لاعبي كرة السلة، فإن الفروق بين متوسطات هذه العينات تكون أقل نسبيا من عينات أخرى عشوائية مكونة أيضا من ٢٥ فردا مختارة من مجتمع مدرسي المدارس. إذ تقع أطوال لاعبي كرة السلة ضمن مدى ضيق في حين أن أطوال المدرسين تقع ضمن مدى أوسع. ولذلك فإنه بالنسبة لحجم معين للعينة، فإن خطأ المعاينة المتوقع لأطوال المدرسين تكون أكبر من خطأ المعاينة المتوقع لأطوال لاعبي كرة السلة.

توزيع أخطاء المعاينة توزيع اعتدالي أو قريب من التوزيع الاعتدالي وحول متوسط قدره صفر: يزداد تكرار المتوسطات القريبة من متوسط المجتمع مقارنة بتكرار المتوسطات البعيدة عن متوسط المجتمع. وكلما ابتعدنا عن متوسط المجتمع

يقل تكرار المتوسطات. ولقد أظهرت الخبرة العملية كما أظهرت التوزيعات النظرية أن متوسطات العينات العشوائية تتوزع في شكل منحنى اعتدالي، أو قريب من شكل المنحنى الاعتدالي حول متوسط المجتمع.

ونظرا لأن خطأ المعاينة في هذه الحالة هو الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع، فإن توزيع أخطاء المعاينة يكون اعتداليا أو قريبا من التوزيع الاعتدالي أيضا. وكلا التوزيعين متماثلان بمقتضى التعريف، باستثناء أن متوسط توزيع متوسطات العينة يساوي متوسط المجتمع، في حين أن متوسط أخطاء المعاينة يساوي صفرا.

ويتخذ توزيع متوسطات العينات شكل المنحنى الاعتدالي حتى ولو كان توزيع المجتمع الذي سحبت منه هذه العينات توزيع غير اعتدالي. مثال ذلك أننا نجد في المدرسة الابتدائية العادية تقارب أعداد أعمار التلاميذ في كل صف، ولذلك فإن منحنى توزيع أعمار التلاميذ في الصف يتخذ شكل المستطيل تقريبا، وإذا أخذنا عينات عشوائية قدرها ٤٠ تلميذا من إحدى المدارس الابتدائية بها أعداد متساوية من التلاميذ من سن ٦ حتى سن ١١، فإننا سوف نجد عينات كثيرة متوسط عمرها ٨,٥ أي قريبا من متوسط المجتمع، أما متوسط العينة الذي قدره ٨ أو ٩ فيكون أقل شيوعا، في حين يندر الحصول على متوسط عينة قدره ٧ أو ١٠.

تقدير القيم:

يسعى الإحصاء الاستدلالي كما سبق أن ذكرنا إلى تقدير قيم المجتمع من نتائج العينة. وهناك نوعان من التقدير: تقدير قيمة محددة، وتقدير مدى أو فئة توجد بها القيمة التي نحاول تقديرها في المجتمع، وفي هذه الحالة الأخيرة نقوم بتقدير فئة تقع فيها القيمة التي نحاول معرفتها، ولذلك فإننا بدلا من تقدير قيمة محددة، فإن تقدير الفئة تتخذ صياغته الشكل التالي: *'يقع متوسط المجتمع (أو أي مقياس آخر) بين ٣٩ و ٤٥'*. وفي هذه الحالة فنحن في الواقع نحاول تخمين أن قيمة المجتمع تقع بين ٣٩ و ٤٥ ولكننا لا نحدد القيمة بالضبط.

التحيز والفاعلية:

نلجأ دائما إلى قيم العينة للحصول على تقدير القيمة المحددة أو الفئة. فأي قيم العينة المتعددة نستخدم؟ هناك قاعدة مهمة في اختيار 'التقديرات' وهي أن التقدير الجيد يجب ألا يكون متحيزا ويجب أن يكون فعالا نسبيا. ويكون التقدير غير متحيز إذا كان متوسط توزيعه العيني مساويا تماما لقيمة المجتمع التي نسعى

إلى تقديرها. ونحن نعلم من النظريتين اللتين سبق ذكرهما أن متوسطات العينة تخضع لهذا المعيار. أي أن متوسط التوزيع العيني للمتوسطات (مع (العينة)) يساوي مم (المجتمع).

وبالإضافة إلى ذلك فإن نسب العينة تع هي أيضا غير متحيزة. بمعنى أننا إذا أخذنا عينات عشوائية حجمها 'ن' وحسبنا النسب الناتجة، فإن التوزيع العيني لنسب العينة سوف يكون متوسطه (مت) مساويا لنسبة المجتمع (تم). ولذلك إذا كنا مهتمين مثلا بإلقاء عشر عملات (ن = ١٠)، فإن متوسط التوزيع العيني سوف يكون (٠,٥) وهو احتمال الحصول على ٥٠٪ صورة (أو كتابة) من إلقاء العملات. وجميع إحصاءات العينة الأخرى متحيزة (أي أن متوسطات التوزيع العيني لها ليس مساويا لمتوسط المجتمع).*

ومفهوم التحيز هام للغاية لما يلي:

١- معرفة أن تقديرا ما غير متحيز يعني أننا نستطيع تحديد احتمال أن إحصاءة العينة تقع ضمن مسافة معينة من قيمة المجتمع التي نحاول تقديرها. مثال ذلك إذا كنا نريد تقدير متوسط الدخل الشهري في المجتمع. فإننا قد نحصل على عينة (ن = ٥٠٠)، ولنفرض أن متوسط العينة بلغ ٢٠٠ جنيه شهريا**.

٢- أن المتوسط الذي حصلنا عليه من العينة مهم من حيث أنه يعطينا معلومات عن المجتمع. ولكن بسبب النظريتين اللتين ذكرناهما في بداية هذا الفصل، فإننا نعلم أن التوزيع العيني لكل متوسطات العينة توزيع اعتدالي وأن متوسطه يساوي متوسط المجتمع. ونحن نعلم كذلك أن جميع التوزيعات الاعتدالية تضم حوالي ٦٨٪ من الحالات (الحالات هنا هي متوسطات العينة) بين ±١ع (١ ز)، وحوالي ٩٥٪ من الحالات بين ±٢ع (٢ ز)، وحوالي ٩٩٪ من الحالات تقع بين ±٣ع (٣ ز) حول المتوسط. ويجب أن نتذكر أننا هنا نناقش التوزيع العيني (أي توزيع جميع مخرجات العينة، وهي في هذه الحالة متوسطات العينة). ولذلك فإن احتمال وقوع القيمة التي حصلنا عليها (٢٠٠ جنيه) بين ±١ع (٦٨٪) من متوسط التوزيع العيني الذي يساوي متوسط المجتمع، احتمال

---

* يلاحظ أن الانحراف المعياري للعينة (ع) تقدير متحيز للانحراف المعياري للمجتمع (عم). ومن الطبيعي أن يكون تشتت العينة أقل من تشتت المجتمع، ونتيجة لذلك فإن ع تعطي قيمة أقل للانحراف المعياري للمجتمع (عم). وكما سنرى فيما بعد يمكن تصحيح الانحراف المعياري للعينة وتخليصه من هذا التحيز واستخدامه لتقدير الانحراف المعياري للمجتمع عندما تكون العينات كبيرة.

** ليس لدينا أي علم بهذه القيمة في المجتمع (مجتمع)

جيد. وأن احتمال وقوع القيمة التي حصلنا عليها (٢٠٠ جنيه) بين ±٢ع (٩٥٪) من متوسط التوزيع العيني الذي يساوي متوسط المجتمع، احتمال ممتاز. وأن احتمال وقوع هذه القيمة بين ±٣ع (٩٩٪) من متوسط التوزيع العيني الذي يساوي متوسط المجتمع، احتمال فائق. ويصور الشكل (٢٤-٣) هذه العلاقات.

٣- ترجع أهمية عدم تحيز التقدير إلى أنه يمكننا من القول إن إحصاءة العينة دقيقة نسبيا كتقدير لقيمة المجتمع (م في هذه الحالة). ويلاحظ أنه *من المحتمل* أنه في أقل من ١٪ من الحالات يزيد المتوسط على ±٣ع. ورغم أننا لا نعلم القيمة الحقيقية للمجتمع إلا أن هناك احتمالا كبيرا بأن القيمة التي حددناها (٢٠٠ جنيه) أقرب للمتوسط الحقيقي من ±٣ع من متوسط التوزيع العيني، وبالتالي من متوسط المجتمع.

والخاصية الثانية المرغوبة في التقدير هي ***الفاعلية***، أي درجة تجمع التوزيع العيني حول متوسطه. والفاعلية أو التجمع ترتبط بتشتت الدرجات. وكلما قلت قيمة الانحراف المعياري للتوزيع العيني زادت فرصة تجمع التوزيع حول المتوسط، وبالتالي ارتفعت الفاعلية. ونظرا لأن الانحراف المعياري للتوزيع العيني يساوي الانحراف المعياري للمجتمع مقسوما على الجذر التربيعي لـ 'ن' فإننا نجد أن (ع م = ع ÷ √ ن)، أي أن علاقة الانحراف المعياري بالتوزيع العيني علاقة عكسية مع 'ن'، ولذلك كلما زادت قيمة 'ن' تقل قيمة ع م. وعلى ذلك نستطيع زيادة الفاعلية (أي خفض الانحراف المعياري للتوزيع العيني) لأي تقدير عن طريق زيادة حجم العينة.

مثال: لنفرض أن لدينا العينتين التاليتين:

عينة رقم ١	عينة رقم ٢
م١ = ٢٠٠ جنيه	م٢ = ٢٠٠ جنيه
ن١ = ١٠٠	ن٢ = ١٠٠٠

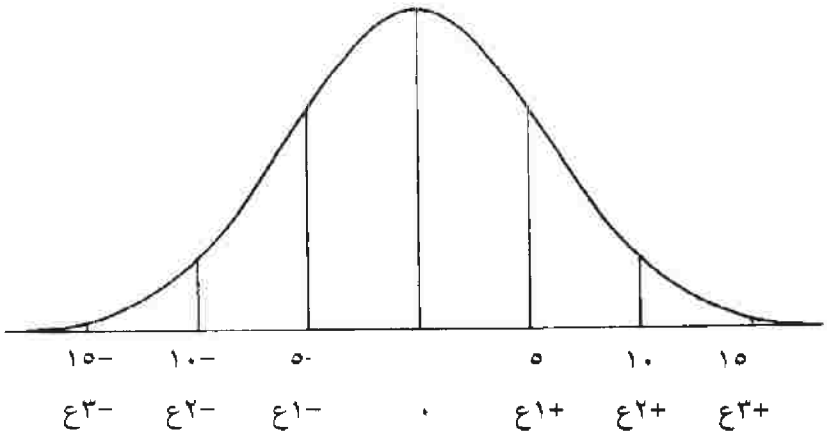
متوسطا العينتين في هذا المثال غير متحيزين. ولكن أيهما أكثر فاعلية؟ إذا افترضنا بغرض التوضيح أن الانحراف المعياري للمجتمع هو ٥٠ جنيها*. في هذا المثال يكون الانحراف المعياري للتوزيع العيني لكل المتوسطات المحتملة عندما تساوي 'ن' ١٠٠ هو ع ÷ ن أي ٥٠ ÷ ١٠٠ أي ٥ جنيهات.

والانحراف المعياري للتوزيع العيني لكل المتوسطات المحتملة للعينة

* هذه القيمة في الواقع غير معروفة

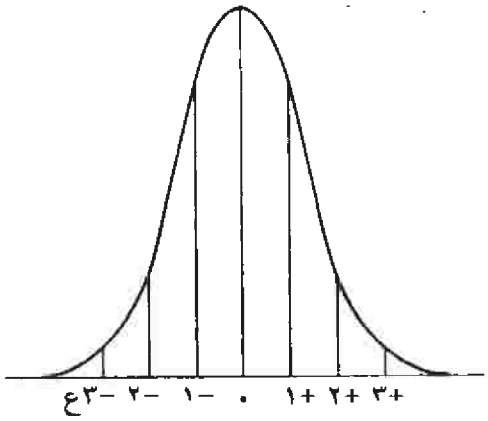
الأخرى أقل كثيرا، إذ يبلغ الانحراف المعياري٥٠ ÷ ١٠٠٠ أي ١,٥٨ جنيه.

والتوزيع العيني الثاني أكثر تجمعا من التوزيع العيني الأول. والواقع أن التوزيع العيني الثاني يحتوي على ٦٨٪ من كل المتوسطات المحتملة بين ±١,٥٨ حول م، بينما التوزيع العيني الأول يتطلب مسافة أطول (±٥,٠) حتى يصل إلى نفس النتيجة. ولذلك فإن التقدير القائم على عينة مكونة من ١٠٠٠ حالة يزيد من احتمال الاقتراب من قيمة المجتمع من عينة مكونة من ١٠٠ حالة فقط. ويوضح الشكلان (٢٤-٣) و(٢٤-٤) هذه الأرقام بالرسم.



شكل ٢٤-٣ توزيع عيني مع ن = ١٠٠ وع = ٥,٠

من هذين المثالين يتبين كما سبق أن ذكرنا أن الانحراف المعياري للتوزيع العيني هو دالة عكسية لقيمة 'ن'، أي أنه كلما زادت العينة زادت الفاعلية. وهذه العلاقة بين حجم العينة والانحراف المعياري للتوزيع العيني يبرز لنا حقيقة سبق أن تناولناها وهي أن ثقتنا تزداد في النتائج التي نحصل عليها من عينات كبيرة أكثر من النتائج التي نحصل عليها من عينات صغيرة (ما دام الاختيار في الحالتين يتم عشوائيا).

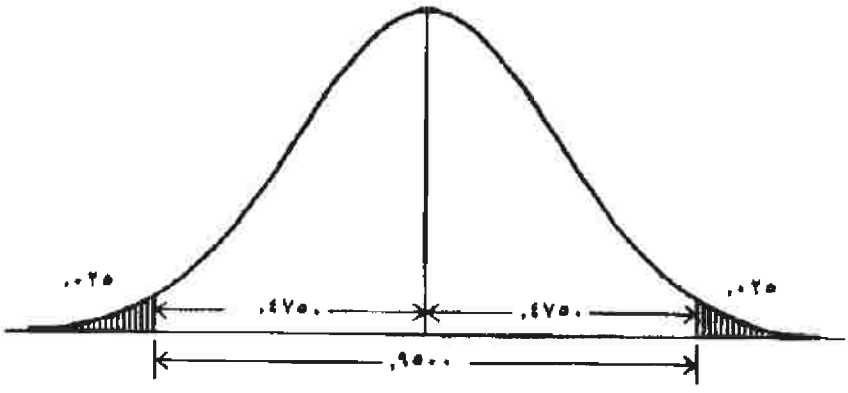


شكل ٢٤-٤ توزيع عيني مع ن = ١٠٠٠ وانحراف معياري = ١,٥٨

وطريقة تقدير قيمة محددة طريقة مباشرة تماما. إذ نقوم باختيار عينة عشوائية وجمع البيانات منها، ثم نحسب المتوسط أو نسبة معينة، ثم نقدر أن القيمة التي حصلنا عليها هي نفس القيمة في المجتمع. ويجب أن نتذكر عند اختيار العينة أنه كلما زاد حجم العينة كانت القيمة التي نحصل عليها أقرب إلى قيمة المجتمع. ويجب أن نتذكر كذلك أنه مهما كانت رصانة أسلوب اختيار العينة أو كبر حجمها، فإن هناك دائما احتمال أن التقدير الذي نحصل عليه تقدير غير سليم.

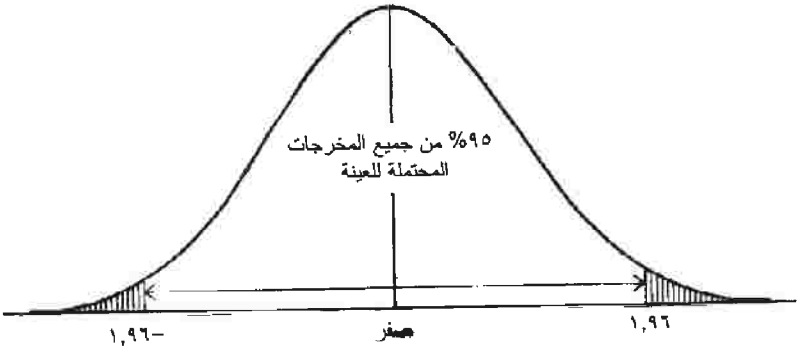
وعند مقارنة تقدير قيمة محددة بتقدير فئة معينة، فإننا نجد أن الأخيرة أكثر تعقيدا ولكنها أسلم من حيث إنه عند تحديد فئة أو مدى من القيم، فإن هناك احتمالا أكبر بتضمين قيمة المجتمع في هذه الفئة. والخطوة الأولى في تقدير الفئة هي تحديد احتمال الخطأ في هذا التقدير. ويعتبر تقدير الفئة خاطئا إذا لم تتضمن قيمة المجتمع. ويطلق على احتمال هذا الخطأ '**ألفا** (α)'، أو الخطأ من النوع الأول. وتتوقف قيمة ألفا على طبيعة البحث، ولكن المتعارف عليه أن تكون هذه القيمة مساوية ٠,٠٥ (ويطلق عليها أيضا **مستوى الثقة** ٩٥٪)، ويعني هذا أن الباحث على استعداد لأن يتقبل أن يكون مخطئا في ٥٪ من المرات. وبمعنى آخر فإننا إذا حددنا عددا لانهائيا من الفئات عند مستوى ألفا ٥٪ (ومع تساوي كل العوامل الأخرى)، فإن ٩٥٪ من هذه الفئات سوف تتضمن قيمة المجتمع، في حين أن ٥٪ فقط لن تتضمن هذه القيمة. وحيث إننا في الواقع نحدد فئة واحدة فقط، فعند تقدير قيمة منخفضة جدا لاحتمال الخطأ، فإن الاحتمال الأكبر يكون في صالحنا أن الفئة التي وضعناها تتضمن قيمة المجتمع. والخطوة الثانية هي تصوير التوزيع العيني،

وتقسيم احتمال الخطأ إلى قسمين متساويين يقع أحدهما في الطرف العلوي للتوزيع، ويقع الثاني في الطرف السفلي، ثم نحدد بعد ذلك قيمة 'ز' المقابلة. فإذا كانت قيمة ألفا ٠٥,، فإننا نضع نصفها (٠٢٥,) في الطرف العلوي ونصفها الآخر في الطرف السفلي. وبذلك ينقسم التوزيع العيني كما هو موضح في الشكل (٢٤-٥).



شكل ٢٤-٥ التوزيع العيني لألفا تساوي ٠٥,

ونقوم بعد ذلك بتحديد قيمة 'ز' التي تقع عند بداية المنطقة المظللة. وقد ذكرنا في الفصل الخامس كيف نحسب الدرجات المعيارية 'ز' ونحصل على المساحة المقابلة لها في المنحنى الاعتدالي. وسوف نعكس هذا الإجراء هنا، إذ أننا نريد أن نعرف قيمة ز المقابلة للمساحة ٠٢٥,٠ من المنحنى الاعتدالي. وللحصول على هذه القيمة فإننا نبحث في عمود 'ج' حتى نصل إلى النسبة ٠٢٥,، وهنا نجد أن قيمة 'ز' المرتبطة بهذه النسبة هي ١,٩٦. وحيث إن المنحنى متجانس وأننا نبحث عن هذه النسبة في الطرفين العلوي والسفلي من التوزيع، فإننا نحدد قيمة 'ز' التي تقابل ألفا ٠٥,٠ بأنها تساوي ±١,٩٦ (انظر الشكل ٢٤-٦).



شكل ٢٤-٦ درجات ز المقابلة لألفا ٠٥,

نحن الآن نعلم أن ٩٥٪ من جميع نتائج العينة الممكنة تقع بين ±١,٩٦ وحدة من وحدات الدرجات المعيارية (ز). ولا توجد في الواقع غير قيمة واحدة من قيم العينة ينطبق عليها ذلك، فإذا بنينا فئة قائمة على ±١,٩٦ فإن هناك احتمالا قدره ٩٥٪ أن جميع هذه الفئات سوف تضم قيمة المجتمع. وبذلك فإننا نكون على ثقة قدرها ٩٥٪ أن الفئة التي وضعناها سوف تتضمن قيمة المجتمع التي نريد تقديرها.

وبالإضافة إلى مستوى الثقة ٩٥٪، هناك مستويان آخران شائعا الاستخدام: وهما مستوى ٩٠٪ (مستوى الدلالة ,١٠) ومستوى ٩٩٪ (مستوى الدلالة ,٠١). وللحصول على قيمة ز المعادلة لهذين المستويين، يمكن اتباع نفس الطريقة التي سبق ذكرها بالنسبة لمستوى الدلالة ,٠٥، ويلخص الجدول (٢٤-١) جميع المعلومات التي نحتاجها لذلك.

جدول ٢٤-١ قيم ز المقابلة لمستويات مختلفة من ألفا (α)

مستوى الثقة	ألفا (مستوى الدلالة)	ألفا/٢	درجة ز
٩٠٪	,١٠	,٠٥٠٠	±١,٦٥
٩٥٪	,٠٥	,٠٢٥٠	±١,٩٦
٩٩٪	,٠١	,٠٠٥٠	±٢,٥٨

والخطوة الثالثة هي بناء الفئة التي نرغبها. وسوف نقوم فيما يلي بشرح كيفية بناء فئة باستخدام متوسطات العينة ثم باستخدام نسب العينة.

تقدير الفئات لمتوسطات العينة:

فيما يلي معادلة تقدير مدى الفئة باستخدام متوسطات العينة:

$$\text{ح ث} = \text{م} \pm \text{ز} \left(\text{ع} \div \sqrt{\text{ن}}\right) \qquad \text{(م ٢٤ - ١)}$$

حيث ح ث = حدود الثقة

م = متوسط العينة

ز = درجة ز التي يحددها مستوى ألفا

$\left(\text{ع} \div \sqrt{\text{ن}}\right)$ = الانحراف المعياري للتوزيع العيني

لنفرض أننا أردنا تقدير متوسط نسب الذكاء في أحد المجتمعات واخترنا عينة عشوائية حجمها ٢٠٠ فرد من هذا المجتمع، وبعد تطبيق اختبار الذكاء حصلنا على متوسط لنسب الذكاء قدره ١٠٥ (م = ١٠٥). ونحن نعلم من

الدراسات المختلفة التي طبقت هذا الاختبار أن الانحراف المعياري يبلغ حوالي ١٥، ولذلك فإننا نحدد ع = ١٥، وإذا كنا مستعدين لقبول احتمال خطأ قدره ٥٪ فإننا نحدد ألفا ٠,٠٥، وهي المساحة المقابلة لدرجة ز = ±١,٩٦. ويمكن وضع هذه القيم في المعادلة السابقة كما يلي:

$$\text{ح ث} = \text{م} \pm \text{ز} \left(\text{ع} \div \sqrt{\text{ن}}\right)$$
$$\text{ح ث} = ١٠٥ \pm (١,٩٦) \left(١٥ \div \sqrt{٢٠٠}\right)$$
$$\text{ح ث} = ١٠٥ \pm (١,٩٦) \left(١٥ \div \sqrt{١٤,١٤}\right)$$
$$\text{ح ث} = ١٠٥ \pm (١,٩٦) \left(١,٠٦\right)$$
$$\text{ح ث} = ١٠٥ \pm ٢,٠٨$$

أي أن تقديرنا لمتوسط نسب الذكاء في هذا المجتمع يتراوح بين ١٠٢,٩٢ (١٠٥ – ٢,٠٨) و١٠٧,٠٨ (١٠٥ + ٢,٠٨)، وحيث إن ٩٥٪ من جميع المتوسطات المحتملة تقع بين ±١,٩٦ ز للتوزيع العيني (أي ٢,٠٨ وحدة من وحدات الذكاء في هذه الحالة)، فإن هناك احتمالا كبيرا (قدره ٩٥٪) بأن الفئة التي حددناها سوف تحتوي على متوسط المجتمع.

لاحظ أنه في مثالنا السابق حصلنا على قيمة الانحراف المعياري مما لدينا من نتائج البحوث السابقة. وغني عن البيان أنه في الغالبية العظمى من الحالات لا تتوفر لدينا قيمة الانحراف المعياري للمجتمع. وفي مثل هذه الحالات يمكننا استخدام الانحراف المعياري للعينة، إلا أن قيمة الانحراف المعياري للعينة تقدير متحيز للانحراف المعياري للمجتمع، ولابد من تعديل المعادلة (٢٤ – ١) لتصحيح هذا التحيز. وبالنسبة للعينات الكبيرة فإن تحيز الانحراف المعياري للعينة لن يؤثر كثيرا على حدود الثقة المستخدمة. والمعادلة المعدلة عندما تكون قيمة الانحراف المعياري غير معروفة هي

$$\text{ح ث} = \text{م} \pm \text{ز} \left(\text{ع} \div \sqrt{\text{ن} - ١}\right) \qquad (\text{م } ٢٤ - ٢)$$

ويلاحظ أن هناك تعديلين في المعادلة هما:

١- أن قيمة ع هي قيمة ع للعينة وليست ع للمجتمع.

٢- أننا نحسب الجذر التربيعي لقيمة (ن – ١) وليس لقيمة ن. وهذا التعديل هو في الواقع تصحيح لتحيز الانحراف المعياري للعينة.

ونود هنا التأكيد على أن استبدال قيمة ع للعينة بقيمة ع للمجتمع غير ر

مسموح به إلا إذا كان حجم العينة كبيرا (أي أن حجم العينة لا يقل عن ١٠٠ حالة). أما بالنسبة للعينات الأصغر وعندما **لا** تكون قيمة الانحراف المعياري للمجتمع معروفة فإنه لا يمكن الاعتماد على التوزيع الاعتدالي في عملية تقدير الفئة التي يقع فيها المتوسط. ومن الممكن الحصول على تقديرات لمثل هذه الفئات في العينات التي يقل عدد أفرادها عن ١٠٠ حالة. إلا أننا في مثل هذه الحالة نستخدم توزيعا نظريا آخر غير التوزيع الاعتدالي وهو توزيع "ت" للحصول على مساحات التوزيع العيني.

الفرض الصفري:

سبق أن ذكرنا عند مناقشة فروض البحث في الفصل الخامس أن الباحث يضع نوعين من الفروض، فرض البحث، والفرض الصفري. ويعبر فرض البحث عن النتائج التي يتوقعها الباحث في بحثه. وقد تشير هذه العبارة إلى علاقة متوقعة أو إلى فروق متوقعة بين متغيرات الدراسة. ولا يمكن اختبار فرض البحث بشكل مباشر بالوسائل الإحصائية المتوفرة لدينا. ولذلك يجب تحويله إلى فرض صفري. وقد سبق أن ناقشنا بالتفصيل الفرض الصفري وخطوات اختباره. ويكفي هنا أن نشير إلى أن وظيفة الفرض الصفري هو اتخاذ قرار بشأن النتيجة التي توصل إليها الباحث، والوصول إلى دلالات إحصائية بشأن هذه النتيجة، يترتب عليها رفض الفرض الصفري أو قبوله. ويرتبط هذا بمستوى الدلالة الذي يحدد القيمة التي يتم عندها رفض أو قبول الفرض الصفري. فإذا قلنا مثلا أن مستوى الدلالة ٠٥, فإن هذا يعني أن هناك احتمالا قدره ٥٪ بأن النتيجة التي حصلنا عليها نتيجة خاطئة، أي أننا نكون على صواب ٩٥٪ من المرات، وعلى خطأ ٥٪ من المرات. وهذا ما نتناوله الآن بشيء من التفصيل.

مستوى الدلالة:

يختبر الباحث الفرض الصفري من أجل التوصل إلى إجابات لتساؤلاته المطروحة في بحثه. فعند اختبار الفرض الصفري يتمكن الباحث من معرفة احتمالات الصدفة بشيء من الدقة، فالباحث يفترض أن الفرض الصفري الذي يختبره والذي يقول بعدم تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع، أو أن العينة لا تمثل المجتمع، يفترض أنها صحيحة، أي أن المتغير المستقل لا يؤثر في الواقع على المتغير التابع، ولذلك فإنه يختبر مدى صحة هذا الفرض بحساب احتمال الحصول على هذه النتيجة عن طريق الصدفة، فإذا كان هذا الاحتمال مساويا أو أقل من

مستوى احتمال معين فإنه يرفض الفرض الصفري. ويسمى هذا الاحتمال بمستوى الدلالة. ومن الطبيعي أن رفض الفرض الصفري يؤدي إلى قبول الفرض البديل، وعند رفض الفرض الصفري يقول الباحث أن النتائج ذات دلالة إحصائية، أما إذا حصل الباحث على مستوى احتمال أكبر من مستوى الدلالة المحدد، فإنه يقبل الفرض الصفري.

ويحدد مستوى الدلالة عادة في بداية إجراء التجربة، أو عند تصميم البحث، ومن الناحية التقليدية هناك اتفاق في تاريخ البحث على اختيار أحد المستويات التالية: ٠٥,٠ أو ٠١,٠ أو ٠٠١,٠، وهذه هي المعايير الثلاثة المفضلة لرفض الفرض الصفري. والاتفاق على استخدام هذه القيم لمستوى الدلالة يساعد الباحثين على مقارنة نتائجهم بنتائج البحوث والتجارب الأخرى، ذلك أن اختيار الباحث لمستوى دلالة حسب هواه يؤدي إلى صعوبة المقارنات بين النتائج الخاصة بمختلف التجارب والبحوث الأخرى التي تستخدم نفس المتغيرات.

ويرى بعض الباحثين عدم ضرورة تحديد مستوى الدلالة مقدما، ومقارنة النتائج بمستويات الدلالة الثلاثة السابقة، ويقبل الفرض الصفري على أساس هذه المقارنة. فإذا كان احتمال الحصول على نتيجة معينة يقل عن ٠٥,٠ اعتبرت النتيجة دالة عند مستوى ٠٥,٠، وإذا كان احتمال الحصول على النتيجة يقل عن ٠١,٠ اعتبرت النتيجة دالة عند مستوى ٠١,٠، وهكذا.

والغرض من اختبار الفروض في ضوء مستوى دلالة معين هو اتخاذ قرار منطقي عن المجتمع من البيانات التي نجمعها من العينة. ونظرا لأن المعلومات التي نحصل عليها من العينة ليست معلومات كاملة، لأن العينات من نفس المجتمع تختلف عن بعضها البعض وعن المجتمع اختلافا كبيرا أو صغيرا، فإن القرارات التي تتعلق بالمجتمع لا يمكن أن تكون قرارات مؤكدة، بل هي قرارات احتمالية.

الاختبارات الموجهة والاختبارات غير الموجهة:

عندما نختبر الفرض الصفري لا نهتم عادة باتجاه الفروق أو العلاقة. بل إن كل ما يهمنا هو مدى ابتعاد إحصاءات العينة عن معالم المجتمع. ويطلق على هذا النوع من الاختبار *'غير موجه'* لأن الباحث يهتم بالفروق بغض النظر عن اتجاهها. فالباحث يحدد فقط أن هناك فرقا، ويلاحظ من الشكل (٢٤-٦) أن منطقة رفض الفرض الصفري مقسمة بالتساوي في طرفي التوزيع. ولذلك إذا حصلنا مثلا على متوسط للعينة أكبر أو أقل بدرجة كافية من القيمة المفترضة، فإنه إذا رفض

الفرض الصفري. ولا يهم في هذه الحالة اتجاه الفرق.

أما إذا كان يهمنا جانب واحد فقط من الفرض الصفري، فإننا نختار الاختبار الموجه. مثال ذلك إذا كان الباحث يدرس أثر نظام غذائي معين بين مجموعة من الأفراد البدينين، فإنه يهتم فقط باحتمال أن النظام الغذائي ينقص الوزن.

ويختار الباحث اتجاه الفرق المتوقع بناء على خبرته، أو البحوث السابقة، أو نظرية معينة، وفي هذه الحالة يختار اختبارا موجها. والفرض الموجه يحدد ما إذا كان المَعْلم المتوقع أعلى أو أقل من القيمة المفترضة. ولذلك فإنه في الاختبارات الموجهة، تحدد المنطقة الحرجة في أحد طرفي التوزيع فقط. فإذا اخترنا مستوى دلالة ٠٥, فإن المنطقة الحرجة تقع عند ز = ١,٦٤٥. وفي هذه الحالة لا نقسم ٠٥, إلى قسمين متساويين. بل إننا نضع كل مستوى الدلالة أي (٥٪) في جانب واحد فقط من المنحنى. وهذا يعني أننا نقبل الفرض الصفري إلا إذا وقع الفرق الذي نحصل عليه في *الاتجاه المفترض*. ومن الواضح أنه لكي نرفض الفرض الصفري عند مستوى معين، يجب أن تكون قيمة 'ز' المطلوبة أصغر من هذه القيمة في اختبار موجه. ففي حالة الاختبار الموجه عند مستوى ٥٪ تكون قيمة 'ز' ١,٦٤٥، في حين أن قيمة 'ز' إذا كان الاختبار غير موجه هي ١,٩٦. ولذلك فإنه من الأسهل رفض الفرض الصفري، عندما يكون الاختبار موجها، منه عندما يكون غير موجه.

ويطلق على الاختبار غير الموجه في الإحصاء الاستدلالي اختبار ذو طرفين (أو ذو ذيلين)، في حين أن الاختبار الموجه اختبار ذو طرف واحد (أو ذو ذيل واحد)، ولابد من تحديد هذا الأمر قبل بدء التحليل الإحصائي. ولا يجب أن ننتظر حتى نحصل على النتيجة ثم نختار بين اختبار موجه (ذي طرف واحد) واختبار غير موجه (ذي طرفين) (Tabachnick & Fidell, 2001).

الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني:

يقبل الباحث الفرض الصفري أو يرفضه. ومهما كان القرار الذي يتخذه فهناك احتمال بأن هذا القرار خاطئ. فإذا حدد الباحث مستوى الدلالة عند ٠٥, فإن هذا يعني أن هناك احتمالا قدره ٥٪ أن ما يحصل عليه من نتائج يكون بطريق الصدفة، أي أنه يكون على خطأ مرة واحدة كل عشرين مرة، أي خمس مرات من مائة مرة. ولذلك فإن الباحث لا يدري في الواقع إذا كانت النتيجة التي حصل عليها

عندما رفض الفرض الصفري عند مستوى دلالة ٠٥, كانت واحدة من المرات الخمس أم لا، أي أنه لا يدري هل قراره صحيح أم خاطئ.

وهناك نوعان من الخطأ يمكن أن يقع فيهما الباحث:

α (ألفا) الخطأ من النوع الأول (رفض الفرض الصفري عندما يكون صحيحا في الواقع).

β (بيتا) الخطأ من النوع الثاني (قبول الفرض الصفري عندما يكون خطأ في الواقع).

وينتج عن ذلك أربع حالات يمكن تصويرها على النحو المبين في الجدول (٢٤-٢).

ويمكن شرح الجدول (٢٤-٢) على النحو التالي. عندما يضع الباحث مستوى معينا من الدلالة يكون أساسا للتحقق من الفرض الصفري، فإن ذلك يعني أنه حدد مسبقا احتمال الخطأ في القرار الذي يتخذه عندما يرفض الفرض الصفري. فالباحث لا يستطيع التأكد من أن قراره صحيح أم خاطئ، ولكنه يعرف فقط احتمال خطأ هذا القرار. فإذا كان الفرض الصفري صحيحا في الواقع ولم يرفضه الباحث، أو كان الفرض خاطئا في الواقع ورفضه الباحث، فإنه يكون قد اتخذ قرارا صائبا في الحالتين (Dyer, 1995).

جدول ٢٤-٢ القرارات الإحصائية الأربعة

القرار	واقع الفرض الصفري	
	صحيح	خطأ
رفض الفرض الصفري	**خطأ (خطأ من النوع الأول α)**	**صحيح ($1 - \beta$)**
قبول الفرض الصفري	**صحيح ($1 - \alpha$)**	**غير صحيح (خطأ من النوع الثاني β)**

ولكن عندما يرفض الباحث الفرض الصفري وهو صحيح في الواقع، أو يقبله وهو في الواقع خطأ، يكون قراره غير صحيح في هاتين الحالتين، ويطلق على الخطأ في الحالة الأولى *'خطأ من النوع الأول'*، واحتمال وقوع الباحث في هذا الخطأ هو ما أطلقنا عليه مستوى الدلالة الإحصائية (α). أما الخطأ في الحالة الثانية فيطلق عليه *'خطأ من النوع الثاني'*، ويطلق على الخطأ من النوع الثاني (β

).

قوة الاختبار الإحصائي:

قوة الاختبار الإحصائي هو احتمال أن اختبارا ما سوف يعطي نتائج دالة إحصائيا. وحيث إن الدلالة الإحصائية أمر يسعى إليه الباحثون في العلوم السلوكية برغبة شديدة، فقد يعتقد البعض أن تحقيق الاحتمال *المسبق* أمر مفهوم فهما جيدا ويتم تحديده بشكل روتيني (Cohen, 1988, p. 1). ولكن الواقع ليس كذلك، فبمراجعة التراث البحثي نجد أدلة تشير إلى أن القوة الإحصائية كثيرا ما تكون غير مفهومة، بل إن هذه المشكلة لا تثار في كثير من تقارير البحوث ذات العلاقة.

وعندما يقوم الباحث ببحث فهناك احتمال كبير أن هذا البحث هو بغرض اختبار فرض صفري أو أكثر أي "الفرض بأن الظاهرة التي يريد الباحث تحقيقها هي في الواقع غير موجودة" (Fisher, 1949, p. 13). والأمر ليس أنه يريد 'البرهنة' على هذا الفرض، بل على العكس من ذلك فهو يأمل في 'رفض' هذا الفرض، وبذلك "يبرهن" على أن الظاهرة التي يدرسها هي في الواقع موجودة.

ولقد سبق أن ذكرنا أن الدلالة الإحصائية هي بالضرورة أمر احتمالي، ولذلك إذا تجنبا ولو مؤقتا استخدام بعض المصطلحات مثل "يرفض" و"يبرهن" واقتصرنا على تحديد معايير معينة مناسبة لنتائج البحث تمكننا من رفض الفرض الصفري، وتعطينا بالتالي برهانا على وجود الظاهرة التي نختبرها. والنتائج التي نحصل عليها من عينة عشوائية تعطينا فقط نتائج تقريبية لخصائص المجتمع موضع الدراسة. ولذلك فإذا كان الفرض الصفري في الواقع صحيحا، فإن النتائج التي نحصل عليها من العينة لا تستطيع أن تعكس هذه الحقيقة بالضبط. وهذا هو السبب في أن الباحث يقوم قبل جمع البيانات بتحديد قيمة صغيرة 'ألفا' (٠١, أو ٠٥, مثلا) حتى يمكنه القول في النهاية عن نتائج العينة أنه "إذا كان الفرض الصفري صحيحا، فإن احتمال الحصول على مثل هذه النتيجة من العينة لا تزيد على قيمة 'ألفا'، وهي نتيجة دالة إحصائيا". فإذا أمكن للباحث قول مثل هذه العبارة، فإنه نظرا لأن قيمة 'ألفا' صغيرة، يمكن القول إنه رفض الفرض الصفري "باستخدام معيار ألفا الدال إحصائيا"، أو "عند مستوى دلالة ألفا". ولكن إذا وجد أن احتمال النتيجة أكبر من ألفا، لا يستطيع قول العبارة السابقة ويكون في هذه الحالة قد فشل في رفض الفرض الصفري، أي أن هذا الفرض "صحيح" وعليه "قبوله". وكل هذا عند مستوى الدلالة 'ألفا' التي حددت مسبقا.

ونحن بذلك قد عزلنا عنصرا واحدا في هذه الصيغة للدلالة الإحصائية، وهو المعيار الذي يبرهن على وجود الظاهرة، أو الصيغة البديلة بأن المعيار لا يبرهن على الفرض الصفري الذي ينص على عدم وجود الظاهرة.

وهناك عنصر آخر لمعيار الدلالة يتعلق بالتعريف الدقيق لطبيعة وجود الظاهرة. ويتوقف هذا الأمر على التفاصيل المرتبطة بكيفية التعبير عن الظاهرة وكيفية اختبارها إحصائيا، أي اتجاه أو عدم اتجاه ("ذي ذيل واحد" أو "ذيلين") العبارة التي تعبر عن الفرض البديل للفرض الصفري*. فإذا كان الباحث يعمل في إطار مقارنة بعض المعالم (مثل المتوسط أو النسبة، أو معامل الارتباط) التي تتعلق بمجتمعين 'س' و'ص' فإنه يستطيع تعريف وجود الظاهرة بطريقتين مختلفتين:

١- ينظر للظاهرة على أنها موجودة إذا كانت معالم المجتمعين 'س' و'ص' مختلفة. وهنا لا نحدد اتجاها للفرق مثل 'س' أكبر من 'ص'، بحيث إن ابتعاد الفرض الصفري في أي من الاتجاهين يؤخذ على أنه دليل ضد الفرض الصفري. ونظرا لأن أي الذيلين في التوزيع العيني يدل على اختلاف بين المجتمعين ويضيف هذا الاختلاف لقيمة 'ألفا'، يشار لمثل هذا الاختبار بأنه اختبار من طرفين أو اختبار ذي ذيلين.

٢- ينظر للظاهرة باعتبارها ظاهرة موجودة في حالة واحدة فقط وهي أن معالم 'س' و'ص' تختلفان في اتجاه يحدد مسبقا، مثال ذلك 'س' أكبر من 'ص'. وفي هذه الحالة يؤخذ ابتعاد الفرض الصفري في الاتجاه المحدد فقط على أنه دليل ضد الفرض الصفري، لأن ذيلا واحدا من التوزيع العيني للفروق هو الذي يضيف إلى 'ألفا'، ويطلق على مثل هذه الحالة بأنها اختبار ذي ذيل واحد أو اختبار من طرف واحد.

ومن المناسب أن نفكر في معيار الدلالة على أنه يشمل كلا من احتمال رفض الفرض الصفري بشكل خاطئ 'ألفا'، و"اتجاه" تعريف الظاهرة (عندما تكون صحيحة). وبذلك يكون معيار الدلالة في اختبار ذي ذيلين للفرض الصفري عند مستوى دلالة ٠,٠٥ والتي يرمز إليها بالرمز أ٢ = ٠,٠٥، ونخرج من هذا بشيئين:

١- أن القضية التي نحن بصددها يمكن التعبير عنها بأي فروق توجد بين قيم معالم المجتمعين.

---

* بعض الاختبارات الإحصائية وبخاصة تلك التي تتعلق بالمقارنة بين مجتمعين أو أكثر، غير موجهة بطبيعتها.

٢- أن معيار البرهان هو نتيجة العينة التي قد تحدث في أقل من ٥٪ من المرات إذا كان الفرض الصفري صحيحا. وبالمثل فإن التحديد المسبق الذي يعرّف الظاهرة موضوع الدراسة بأن قيمة معلم المجتمع 'س' أكبر من قيمة نفس المعلم لدى المجتمع 'ص' (أي ذيل واحد). وأن احتمال رفض الفرض الصفري رفضا خاطئا تحدد بأنها تبلغ ١٠,٠ ويمكن الرمز لهذا المستوى بأنه معيار للدلالة أ١ = ١٠,٠ .

ودمج الاحتمال واتجاه الاختبار في وحدة واحدة، تحدد معيار الدلالة، أمر مناسب وذلك بسبب أن هذا التوحيد بينهما يحدد "المنطقة الحرجة" مقدما، أي أنه يحدد مدى القيم الذي تظهره النتائج والتي تقود إلى رفض الفرض الصفري، وبالضرورة القيم التي تؤدي إلى عدم رفض الفرض. ولذلك عندما يريد باحث إجراء دراسة فإنه يخطط لاختبار إحصائي عند مستوى دلالة معين مثلا أ١ = ١٠,٠ .

حجم العينة:

بعد أن ناقشنا الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني وقوة الاختبار الإحصائي، ومستوى الدلالة، يحسن بنا العودة إلى نقطة سبق مناقشتها في موضوع المعاينة، وهي النقطة الخاصة بحجم العينة التي يحتاجها الباحث للدراسة. ونحتاج لتحديد حجم العينة بعض البيانات الضرورية مثل حجم الأثر (Δ) المرغوب، والاحتمال المطلوب لرفض الفرض الصفري عند مستوى معين من الدلالة. والمثال التالي يوضح ذلك:

لنفرض أن باحثا أراد أن يختبر فرضا بأن متوسط ذكاء الطلبة الملتحقين بجامعة القاهرة يزيد على المتوسط في اختبار الذكاء العالي. ولتحديد حجم العينة الذي يريده الباحث لاختبار فرضه فإنه يحدد أولا حجم أثر له معناه*، ويقرر الباحث أن حجم الأثر الذي قدره ٢٠,٠ (خمس انحراف معياري) أو أكثر له معناه، إذ يعتبر حدا فاصلا معقولا. وهذا يعني أن متوسط نسبة ذكاء قدره ١١٥ أو أكثر في اختبار الذكاء العالي كاف لتحقيق الفرض المقصود (١١٥ + (٢٠,)(١٥))، وإذا كان حجم الأثر أقل من ذلك لا أهمية له. وبالرجوع إلى جدول المنحنى الاعتدالي نجد أن الدرجة المعيارية (ز) عند ٢٠,٠ يقع تحتها ٥٧,٩٥٪، ويقول الباحث بناء على ذلك أنه إذا حصل حوالي ٥٨٪ من أفراد المجتمع على درجات تقل عن متوسط ذكاء

* يرتبط تحديد حجم الأثر المطلوب بخبرة الباحث وحكمه، ويمكن للخبراء في المجالات المختلفة عادة تحديد حجم الأثر الذي يعتبر حدا فاصلا بين الفروق الدالة والفروق غير الدالة.

أفراد العينة، يكون هذا الفرق دالا، ولكن إذا قل الفرق عن ذلك يكون الفرق غير دال.

بعد ذلك يحدد الباحث مستوى الدلالة الذي يريده (α)، والاحتمال المرغوب لرفض الفرض الصفري ($1 - \beta$). ولنقل أنه يريد احتمالا قدره ٩٠٪ لرفض الفرض الصفري، في اختبار من طرف واحد قدره (٠١,).

وبذلك يكون لدينا كل القيم اللازمة لتحديد حجم العينة، وذلك طبقا للمعادلة (م٢٤-٣):

$$\text{ن} = (\Delta \div 1)^{2} (\text{ز}_{\alpha} + \text{ز}_{\beta}) \qquad \text{(م ٢٤ - ٣)}$$

حيث ن الحجم المطلوب للعينة

Δ حجم الأثر

ز_{α} الدرجة المعيارية (ز) لمستوى الدلالة

ز_{β} الدرجة المعيارية (ز) للاحتمال المرغوب لرفض الفرض الصفري

وبالنظر إلى جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالي فإننا نجد أن درجة ز عند مستوى دلالة ٠١, تساوي ٢,٣٣، وأن درجة 'ز' عند احتمال قدره ٩٠٪ من طرف واحد (الاحتمال المرغوب لرفض الفرض الصفري) تساوي ١,٢٨. وبتعويض قيم ز في المعادلة وكذلك حجم الأثر (Δ) فإننا نحصل على

$$\text{ن} = (1 \div ٢٠,)^{2} (٢,٣٣ + ١,٢٨)$$

$$= ٢٥ (٣,٦١)$$

$$= ٩٠,٢٥$$

أي أننا إذا حصلنا على عينة عشوائية مكونة من ٩١ فردا من الطلبة الملتحقين بجامعة القاهرة يكون لدى الباحث احتمال قدره ٩٠٪ في رفض الفرض الصفري عند مستوى دلالة من طرف واحد قدره ٠١, إذا كان حجم الأثر الحقيقي في مجتمع هو ٢٠, أو أكثر.

ويلاحظ أنه إذ يقل حجم الأثر يزداد العدد الذي نريده للعينة. فإذا حدد الباحث حجم أثر قدره ١٠, للحصول على احتمال ٩٠٪ لرفض الفرض الصفري عند مستوى دلالة من طرف واحد قدره ٠١,، فإنه يحتاج عينة قدرها ٣٦١ فردا. ويلاحظ كذلك أنه إذ تزداد قيمة ($1 - \beta$) أي الاحتمال المرغوب لرفض الفرض

الصفري، وتقل قيمة ألفا (وهو أمر أكثر تشددا)، يزداد الحجم المطلوب للعينة.

وعلى هذا فإن حجم العينة يرتبط بدرجة الدقة التي يريدها الباحث، أي مدى صغر أو عظم حجم الأثر الذي يريده أن يكون دالا إحصائيا، ومقدار الاحتمال المطلوب لرفض فرض صفري خاطئ. وكل هذه أمور ترتبط بالحكم الشخصي للباحث، ولكن يمكن اتخاذ قرار منطقي بها. ويمكننا مثلا القول إن Δ = ٠,٢٠، α = ٠,٠١، $(١ - \beta)$ = ٠,٩٠ التي بني عليها المثال السابق أمر معقول. ولذلك فإننا نقول أن حجم عينة قدره ٩١ حجم كاف في هذه الحالة.

ويطلق على المعادلات التي تشبه المعادلة (م ٢٤ – ٣) معادلات قوة، حيث أنها تحدد حجم العينة التي تعطي الباحث القوة المرغوبة لرفض الفرض الصفري بالنسبة لحجم أثر معين عند مستوى دلالة محدد.

اختبار الفروض:

يبدأ البحث بمشكلة رئيسية، تدور حولها مجموعة من الفروض. ويختار الباحث أساليب التحليل المناسبة للفروض، وهذا يتوقف بالطبع على المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة، وأحيانا على متغيرات مصاحبة. وسوف نحاول في الجدول (٢٤–٣) أن نحدد أنواع الفروض الرئيسية التي يمكن أن يتناولها البحث، ومنها نختار استراتيجية معينة لاختبار الفرض. ويلاحظ أن هذا الجدول يقدم مجموعة من الاقتراحات التي تساعد الباحث على اتخاذ قرار بنوع التحليل المناسب لفروضه. ويتناول الجدول خليطا من الإجراءات الأحادية والإجراءات المتعددة، ويتوقف هذا بالطبع على متغيرات البحث وكيف يتناولها الفرض. والتحليل الأحادي هو التحليل الذي يتناول متغيرا تابعا واحدا وواحدا أو أكثر من المتغيرات المستقلة والمتغيرات المصاحبة. أما التحليل متعدد المتغيرات فهو التحليل الذي يتناول أكثر من متغير تابع، ومتغيرا مستقلا واحدا أو أكثر، كما قد يتناول متغيرا أو متغيرات مصاحبة. وسوف نذكر فكرة بسيطة عن التحليلات الإحصائية التي نستخلصها من الجدول، للاسترشاد بها في اختيار نوع التحليل الذي نخضعه للحاسب الآلي.

ويتناول الجدول نوعين من التحليل الإحصائي: التحليل البرامتري، والتحليل اللابرامتري. ويتعلق النوع الأول من التحليل بالمتغيرات من مستوى المسافة والنسبة. أما متغيرات النوع الثاني فهي متغيرات من المستوى الإسمي أو مستوى الرتبة. ونتناول فيما يلي نبذة عن كل تحليل من التحليلات الموجودة بالجدول. ويستطيع الباحث أن يصل إلى قرار بنوع التحليل المناسب لبياناته من

التحليلات الموجودة بالجدول (٢٤-٣) على أساس الخصائص التي تتميز بها بيانات البحث. وأهم معيار وأولها لاختيار أسلوب التحليل، هو مشكلة البحث التي يتناولها البحث وما يرتبط بها من فروض. ولذلك فإن العمود الأول من الجدول يسلط الضوء على فروض البحث، حتى تكون هاديا للباحث في اختيار التحليل المناسب. وسوف نناقش فيما يلي بعض الأساليب الإحصائية المختارة من الجدول (٢٤-٣).

العلاقة بين المتغيرات:

يستخدم هذا النوع من التحليل إذا كان الغرض الأساسي من التحليل هو دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر، أي أحد أشكال الارتباط أو الانحدار. ويتم الاختيار من بين خمسة أساليب من التحليلات، وذلك بتحديد عدد المتغيرات المستقلة والتابعة، وطبيعة هذه المتغيرات (متصلة أم قطعية)، وعما إذا كان واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة (الضابطة) متغيرا مصاحبا.

الارتباط الثنائي: الارتباط الثنائي أو الانحدار، يدرس العلاقة بين متغيرين متصلين مثل الذكاء والتحصيل الدراسي. وليس من الضروري التمييز في هذا النوع من التحليل بين متغير مستقل وآخر تابع. أما الانحدار فهو يحاول التنبؤ بدرجة متغير من معرفة درجة متغير آخر (مثل التنبؤ بالتحصيل من معرفة درجة اختبار الاستعداد). ويمكن أن نعتبر المتغير الذي نتنبأ به المتغير التابع (المحك)، في حين يمكن اعتبار المتغير المنبئ المتغير المستقل. والارتباط الثنائي والانحدار الثنائي ليست أساليب متعددة المتغيرات، إلا أنها ضمن النموذج الخطي العام.

جدول ٢٤-٣ اختيار الأساليب الإحصائية المناسبة لفروض البحث

فروض	المتغيرات التابعة	المتغيرات المستقلة	المتغيرات المصاحبة	أسلوب التحليل	هدف التحليل
درجة العلاقة بين المتغيرات	واحد	واحد	لاشيء	معامل الارتباط	إيجاد مجموعة من المتغيرات المنبئة بالمتغير التابع
		متعدد	لاشيء	الارتباط المتعدد	
		متعدد	واحد	الارتباط المتعدد الهرمي	
	متعدد	متعدد	متعدد	الارتباط القانوني	ارتباط مجموعة خطية من المتغيرات التابعة مع مجموعة خطية من المتغيرات المستقلة
	لا يوجد	متعدد (متقطعة)	------	تحليل متعدد للتكرارات	إيجاد مجموعة خطية من المتغيرات التابعة للتنبؤ بفئات التكرارات
	واحد (متقطع)	متعدد (متقطعة)	------	تحليل متعدد للتكرارات (لوغاريتمي)	إيجاد مجموعة خطية من المتغيرات المستقلة للتنبؤ بمتغير تابع

جدول ٢٤-٣ اختيار الأساليب الإحصائية المناسبة لفروض البحث (تابع)

فروض	المتغيرات التابعة	المتغيرات المستقلة	المتغيرات المصاحبة	أسلوب التحليل	هدف التحليل
دلالة الفروق بين المجموعات	واحد	واحد	لا يوجد	تحليل التباين البسيط أو اختبار 'ت'	الحصول على مجموعة خطية من المتغيرات لزيادة الفروق بين المجموعات
			البعض	تحليل التغاير البسيط	
		متعدد	لا يوجد	تحليل التباين العاملي	
				تحليل التغاير العاملي	
	متعدد	واحد	لا يوجد	تحليل التباين المتعدد الأحادي	
			البعض	تحليل التغاير المتعدد الأحادي	
		متعدد	لا يوجد	تحليل التباين المتعدد العاملي	
			البعض	تحليل التغاير المتعدد العاملي	

جدول ٢٤-٣ اختيار الأساليب الإحصائية المناسبة لفروض البحث (تابع)

الفرض	المتغيرات التابعة	المتغيرات المستقلة	المتغيرات المصاحبة	أسلوب التحليل	هدف التحليل
بؤ ضوية ماعة	واحد (اختلاف المجموعات في صفة واحدة)	متعدد	لا يوجد	التحليل التمييزي الأحادي	مجموعة من المتغيرات لزيادة الفروق بين المجموعات
			البعض	التحليل التمييزي الهرمي الأحادي	
	متعدد (اختلاف المجموعات في عدة صفات)	متعدد	لا يوجد	التحليل التمييزي العاملي	
			البعض	التحليل التمييزي الهرمي العاملي	
ناء	متعدد (ملاحظ)	متعدد (كامن)	أسلوب العناصر الرئيسية (أمبيريقية)		بناء مجموعة من المتغيرات الملاحظة لتحديد متغيرات كامنة
			أسلوب التحليل العاملي (نظري)		

الارتباط المتعدد: يقيس الارتباط المتعدد الدرجة التي يرتبط بها متغير رمتصل (المتغير التابع)، بمجموعة من المتغيرات المتصلة (عادة)، وقد يطلق على هذه المتغيرات الأخيرة المتغيرات المستقلة. ويتم تجميع المتغيرات المستقلة في متغير جديد مركب. والارتباط المتعدد هو ارتباط ثنائي بين المتغير التابع الأصلي، ومتغير مركب، أوجده مجموعة المتغيرات المستقلة. مثال ذلك ما درجة العلاقة بين التحصيل الدراسي في اللغة العربية، ومجموعة من المتغيرات المستقلة مثل الاستعداد اللغوي، والذكاء، والميل للغة، والمستوى الثقافي للأسرة؟

ويستخدم الانحدار المتعدد للتنبؤ بدرجة المتغير التابع من درجات متغيرات مستقلة. ومن أمثلة ذلك التنبؤ بالنجاح في الجامعة من درجات بعض الاختبارات التحصيلية في الثانوية العامة، أو بالتنبؤ بنجاح العلاج النفسي من درجات مجموعة من اختبارات الشخصية.

وفي الارتباط والانحدار المتعدد قد ترتبط أو لا ترتبط المتغيرات المستقلة ببعضها البعض. ويمكن كذلك للانحدار المتعدد تحديد (ولكن في شيء من العمومية) الدرجة التي يسهم بها كل متغير مستقل في التنبؤ بالمتغير التابع.

الانحدار الهرمي: يقوم الباحث في الانحدار الهرمي المتعدد بتحديد أهمية (أولوية) كل متغير مستقل قبل دراسة إسهام كل متغير في التنبؤ بالمتغير التابع. مثال ذلك، قد يدرس الباحث أولا أثر الميل، والمستوى الثقافي للأسرة، قبل دراسة أثر الذكاء، والاستعداد اللغوي. وذلك *بإزالة* الفروق بين أفراد العينة في الذكاء والاستعداد اللغوي إحصائيا. وفي المثال عن نجاح العلاج قد ندرس أولا أثر العمر والنوع والحالة الاجتماعية، وبعد ذلك نضيف اختبارات الشخصية، لنرى إذا ما كان ذلك يزيد من قدرتنا على التنبؤ بأثر العلاج النفسي، وذلك بعد تعديل أثر المتغيرات الديموجرافية.

أي أننا ندرس أثر المتغيرات المستقلة التي لها أولوية أعلى ثم نزيل أثرها قبل دراسة أثر المتغيرات ذات الأولوية الأقل. ويلعب كل متغير مستقل في الانحدار الهرمي المتعدد دور المتغير المصاحب للمتغيرات المستقلة ذات الأولوية الأدنى (Aiken & West, 1991).

ويعاد تقويم العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في كل خطوة في الهرم. أي أنه يعاد حساب الارتباط المتعدد كلما أضيف متغير مستقل للتنبؤ بالمتغير التابع. ولذلك يفيد الانحدار الهرمي المتعدد في تخفيض عدد المتغيرات

التي يمكن التنبؤ منها (إذا كنا نرغب في ذلك)، وذلك بتحديد متى يتوقف إسهام المتغيرات المستقلة في التنبؤ بالمتغير التابع.

الارتباط القانوني: يهدف هذا النوع من الارتباط إلى تقدير كمية العلاقة بين مجموعتين من المتغيرات. أي أن هناك مجموعة من المتغيرات المستقلة، ومجموعة أخرى من المتغيرات التابعة. فقد نرغب في معرفة العلاقة بين التحصيل الدراسي ممثلا في اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، والرياضيات، والعلوم، ومجموعة من المتغيرات تعكس النمو في الطفولة المبكرة مثل الكلام، والمشي، وضبط التبول. كذلك دراسة ارتباط متغيرات مثل الدين والعمر والنوع والحالة الاجتماعية والمستوى الاقتصادي (متغيرات ديموجرافية) بمتغيرات مثل الانبساط والانطواء، ودرجة العصابية، والخضوع والسيطرة.

التحليل التكراري المتعدد: يهدف التحليل التكراري المتعدد إلى قياس العلاقة بين متغيرات قطعية. وقد لا يوجد تمييز بين المتغيرات على أساس نوعها (تابعة ومستقلة) وقد يعتبر إحداها متغيرا تابعا، مع اعتبار المتغيرات الأخرى متغيرات مستقلة (كما هو الحال في التحليل اللوغاريتمي). مثال ذلك التنبؤ بنجاح العلاج النفسي (باعتباره المتغير التابع) من معرفة المتغيرات الديموجرافية.

الفروق بين المجموعات:

عندما يعين الأفراد في مجموعات تعيينا عشوائيا، أو عندما يشكلون مجموعات موزعة توزيعا طبيعيا، فقد تهتم الفروض بدراسة مدى ارتباط الفروق بين المتوسطات بعضوية المجموعات. وتظهر الحاجة إلى دراسة مثل هذه الفروق في الدراسات التجريبية، حيث يريد الباحث التأكد من وجود فروق دالة إحصائيا بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، أو الفروق بين عدد من المجموعات المقارنة. وبعد ذلك يحاول دراسة قوة الارتباط بين المتغير أو المتغيرات المستقلة والمتغير التابع.

ويتوقف اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب على عدد المتغيرات التابعة والمستقلة، وعما إذا اعتبرت بعض المتغيرات متغيرات مصاحبة. كما يتم التمييز بين ما إذا كان قياس كل المتغيرات التابعة يتم بواسطة نفس المقياس، وكيف يتم معالجة المتغيرات المستقلة بين المجموعات.

اختبار ت (t test): يستخدم اختبار "ت" لدراسة دلالة الفروق بين متوسطين عند مستوى احتمال معين. وبمعنى آخر فإنه بالنسبة لحجم عينة معين تبين "ت" احتمال

أن فرقا بين متوسطين (م١ – م٢) يساوي أو يزيد على الفرق بين المتوسطين في المجتمع. ويقوم اختبار "ت" بتعديل الفروق بين توزيع الدرجات في العينات الصغيرة وتوزيعها في المنحنى الاعتدالي، إذ يميل توزيع الدرجات في العينات الصغيرة إلى أن يكون أعلى عند المتوسط وطرفي التوزيع. إذ تزداد باستمرار قيم "ت" اللازمة لرفض الفرض الصفري عند مستوى معين من (α) مع صغر حجم العينة، وكلما ازداد حجم العينة (حتى يقترب من اللانهاية) يميل التوزيع إلى أن يصبح اعتداليا.

وتقوم استراتيجية اختبار"ت" على مقارنة الفرق الفعلي (المحسوب) بين المتوسطين (م١ – م٢) بالفرق المتوقع بالصدفة. ويتضمن اختبار "ت" حساب نسبة الفرق بين هاتين القيمتين، إذ يتكون البسط في اختبار "ت" من الفرق بين المتوسطين (م١ – م٢) والمقام من فرق الصدفة المتوقع إذا كان الفرض الصفري صحيحا، وهو الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين. والمقام الذي يحتوي على حد الخطأ هو دالة حجم العينة وتباين المجموعة. وترتبط أحجام العينة الصغيرة والتباين الكبير داخل المجموعات بتوقع وجود فروق عشوائية بين المجموعتين. ويعني هذا أنه حتى لو كان الفرض الصفري صحيحا فإننا لا نتوقع أن يتساوى متوسطا العينتين، بل إننا نتوقع بعض الاختلاف بالصدفة. وتحدد نسبة "ت" إذا ما كان الفرق بين المتوسطين أكبر بدرجة كافية من الفرق المتوقع بالصدفة. وبعد قسمة البسط على المقام تقارن قيمة "ت" الناتجة بالجداول المناسبة لقيم "ت" (ويتوقف هذا على مستوى الاحتمال ودرجات الحرية)، وإذا كانت قيمة "ت" المحسوبة مساوية أو أكبر من القيمة الموجودة بالجدول، يرفض الفرض الصفري.

وهناك نوعان من اختبار "ت": اختبار "ت" لعينتين مستقلتين، واختبار "ت" لعينتين مرتبطتين (غير مستقلتين).

اختبار "ت" لعينتين مستقلتين: العينات المستقلة هي العينات التي يتم اختيارها عشوائيا، أي تتكون دون أي نوع من المطابقة بين الأفراد. فأعضاء المجموعة الأولى لا علاقة لهم بأعضاء المجموعة الثانية بأي طريقة منتظمة فيما عدا أن اختيارهم يكون من نفس المجتمع. وإذا تكونت مجموعتان عشوائيا فمن المتوقع أن تكونا متشابهتين عند بداية الدراسة، وذلك بالنسبة للأداء في المتغير التابع. ولذلك إذا لم يختلفا في نهاية الدراسة، فمن المحتمل أن الفرض الصفري صحيح، وإذا اختلفا في نهاية الدراسة فمن المحتمل أن الفرض الصفري غير صحيح، أي أن المعالجة أدت إلى وجود فروق بين المجموعتين، ونريد أن نعرف إذا ما كانت هذه

الفروق فروقا دالة إحصائيا. ولذلك فإننا نستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين لتحديد ما إذا كان الفرق دالا بين متوسطي هاتين المجموعتين.

اختبار "ت" لعينتين غير مستقلتين: تتكون المجموعات غير المستقلة باستخدام المطابقة بين أفراد المجتمع عند اختيار العينة. وأعلى أشكال المطابقة بالطبع هو أن يكون أفراد المجموعة الأولى هم أنفسهم أفراد المجموعة الثانية في فترتين مختلفتين، مثال ذلك مجموعة من الأفراد تتلقى معالجتين في فترتين مختلفتين. أو مجموعة تختبر اختبارا قبليا قبل المعالجة واختبارا بعديا بعدها. وعندما تكون المجموعات غير مستقلة فإن أعضاء المجموعة الأولى يرتبطون ارتباطا منتظما بأفراد المجموعة الثانية (وبخاصة عندما تكون المجموعة هي نفسها في فترتين مختلفتين). وعندما تكون المجموعات غير مستقلة فمن المتوقع أن ترتبط درجات المتغير التابع في المرتين، وهنا يجب استخدام اختبار "ت" للمجموعات المرتبطة (غير المستقلة). وعندما تكون المجموعات غير مستقلة يميل الخطأ المعياري في اختبار "ت" أن يكون أصغر، ويترتب على ذلك احتمال أكبر في رفض الفرض الصفري. ولذلك يستخدم اختبار "ت" للمجموعات غير المستقلة لتحديد ما إذا كان الفرق دالا بين متوسطي المجموعتين المتطابقتين (غير المستقلتين)، أي الفرق بين متوسطي مجموعة واحدة في فترتين مختلفتين.

تحليل فروق الدرجات: عند اختبار مجموعتين اختبارا قبليا، وتقديم المعالجة بعدها ثم اختبارا بعديا، قد يكون اختبار "ت" الأسلوب المناسب أو غير المناسب لتحليل البيانات. ويعتقد كثير من الباحثين المبتدئين أن إجراء التحليل المنطقي هو (١) طرح درجة الإجراء القبلي لكل فرد من درجته في الإجراء البعدي، وينتج عن ذلك درجة تعبر عن الفرق بين الإجراءين، (٢) حساب متوسط الزيادة (متوسط الفروق) لكل مجموعة، (٣) حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي الفروق. ويتج عن هذا الأسلوب عدد من المشكلات أهمها عدم حصول الأفراد على فرص متساوية في النمو. فليس أمام كل فرد نفس الفسحة للنمو. فالفرد الذي يحصل على درجة منخفضة جدا في الإجراء القبلي أمامه مجال كبير للنمو، أما الفرد الذي يحصل على درجة مرتفعة جدا فالفرصة أمامه للنمو محدودة للغاية (وهذا ما يشار إليه بأثر السقف). من الذي تحسن أكثر: فرد ترتفع درجته من ٢٠ إلى ٧٠ (زيادة ٥٠ درجة)، أو الفرد الذي يحصل في الإجراء القبلي على ٨٥ وفي الإجراء البعدي على ١٠٠ (زيادة ١٥ درجة فقط إلا أنه حصل على النهاية العظمى)؟

ويتوقف التحليل الصحيح لدرجات الاختبار البعدي للمجموعتين على أداء

المجموعتين في الاختبار القبلي. فإذا كان أداء المجموعتين واحدا في الاختبار القبلي، يكون أسلوب التحليل المناسب هو مقارنة أداء المجموعتين في الاختبار البعدي باستخدام اختبار "ت". أما إذا كان هناك فرق في أداء المجموعتين في الاختبار القبلي، يكون أسلوب التحليل المناسب هو تحليل التغاير، حيث إن تحليل التغاير يعدل درجات الاختبار البعدي وفقا للفروق في متغير آخر (وهو في هذه الحالة الاختبار القبلي) يرتبط أداء الأفراد فيه بأدائهم في المتغير التابع. ولذلك فلمعرفة إذا ما كانت هناك ضرورة لتحليل التغاير يجب حساب ارتباط بيرسون لمعرفة هل هناك ارتباط دال إحصائيا بين درجات الاختبار القبلي ودرجات الاختبار البعدي. وإذا لم يكن هناك ارتباط دال إحصائيا يمكن استخدام اختبار "ت" لدراسة الفروق بين المجموعتين في الاختبار البعدي. أو كما سنرى بعد قليل استخدام تحليل التغاير ولكن لسبب مختلف عما ذكرناه.

تحليل التباين البسيط (ANOVA): يستخدم تحليل التباين البسيط (أو تحليل التباين الأحادي) لاختبار ما إذا كان هناك فرق دال بين متوسطين أو أكثر عند مستوى احتمال معين. فإذا أردنا اختبار الفروق في متوسطات ثلاث مجموعات على الأقل فإننا نستخدم تحليل التباين. والغرض هنا هو دراسة ما إذا كانت الفروق بين المتوسطات تمثل فروقا حقيقية أو فروقا ترجع لصدفة المعاينة. وللإجابة على مثل هذا السؤال نستخدم تحليل التباين الذي ينتج عنه الحصول على نسبة "ف". وقد يستغرب البعض لماذا لا نقوم بحساب عدد من اختبارات "ت"، اختبار لكل مجموعتين. وبغض النظر عن بعض المشكلات الإحصائية التي تترتب على التشتت الذي يحدث في مستوى الدلالة، فمن الأنسب أن نحسب تحليل تباين واحد بدلا من عدة اختبارات "ت". فإذا كان لدينا أربعة متوسطات فعلينا أن نقوم بستة اختبارات "ت" منفصلة كما يلي: (م١ – م٢)، (م١ – م٣)، (م١ – م٤)، (م٢ – م٣)، (م٢ – م٤)، (م٣ – م٤).

والمفهوم الأساسي في تحليل التباين البسيط هو أن التباين الكلي يرجع إلى مصدرين، أحدهما التباين بين المجموعات (التباين الذي يرجع إلى المعالجة)، والثاني التباين داخل المجموعات (تباين الخطأ). وكما هو الحال في اختبار "ت" فإننا نحسب النسبة الفائية للتباين بين المجموعات (في البسط)، والتباين داخل المجموعات (في المقام). والمجموعات المكونة باستخدام التعيين العشوائي هي مجموعات متساوية بالضرورة عند بداية التجربة في مقياس للمتغير التابع. وبعد تقديم المتغير المستقل (المعالجة) خلال التجربة فإننا نحدد ما إذا كان التباين بين

المجموعات (المعالجة) يختلف عن التباين داخل المجموعات (تباين الخطأ) بدرجة تزيد عما هو متوقع بالصدفة. وبمعنى آخر إذا كان التباين الذي يرجع للمعالجة أكبر بشكل كاف من التباين الذي يرجع للخطأ، فإننا نحصل على نسبة فائية دالة، ويترتب على ذلك رفض الفرض الصفري، ونستنتج أن المعالجة كان لها أثر دال على المتغير التابع. ومن ناحية أخرى إذا تساوى التباين الذي يرجع للمعالجة، والتباين الذي يرجع للخطأ، يترتب على ذلك نسبة فائية غير دالة، وبذلك نقبل الفرض الصفري. وكلما زاد الفرق بين مصدري التباين زادت النسبة الفائية. ولمعرفة ما إذا كانت النسبة الفائية دالة فإننا نرجع إلى جدول 'ف' في المكان المقابل لمستوى الدلالة المختار، ودرجات الحرية المناسبة. ودرجات الحرية هي دالة عدد المجموعات وعدد أفراد العينة.

المقارنات المتعددة: إذا كانت النسبة الفائية غير دالة، ينتهي التحليل عند هذا الحد. أما إذا كانت دالة، يتطلب الأمر استقصاء أبعد لمعرفة أين يكمن الفرق الدال بين المتوسطات. فنحن لا نعرف أي المتوسطات يختلف اختلافا دالا إحصائيا عن المتوسطات الأخرى. فإذا كان لدينا أربعة متوسطات، فقد يكون هناك ثلاثة متوسطات متساوية، ولكن كلها أكبر من المتوسط الرابع، أي أن م١ = م٢ = م٣ وكل متوسط من هذه أكبر من م٤، فقد يكون مثلا أن المتوسطات الثلاثة الأولى هي متوسطات مجموعات المعالجة، والمتوسط الرابع هو متوسط المجموعة الضابطة. وعندما تكون النسبة الفائية دالة، ولدينا أكثر من متوسطين، يجب القيام بمقارنات متعددة لتحديد أي المتوسطات تختلف عن المتوسطات الأخرى اختلافا دالا إحصائيا. وهناك عدد من الأساليب المختلفة للمقارنات التي يستطيع الباحث أن يختار من بينها. وتتضمن هذه الأساليب في جوهرها حساب شكل خاص من اختبار "ت"، وفيه يعتمد حد الخطأ على التباين المشترك لكل المجموعات. وليس المجموعات التي تتم مقارنتها فقط. وهذا الشكل من اختبار "ت" يأخذ في اعتباره حقيقة أننا نقوم بعدد كبير من الاختبارات. وما يحدث هو أنه عند القيام بعدد كبير من الاختبارات، فإن مستوى الدلالة، (α)، يميل إلى الزيادة. فإذا افترضنا أن (α) تبلغ ٠٥,٠ فسوف ينتهي بها الأمر إلى زيادتها زيادة كبيرة، ربما إلى ٩٠,٠، إذا كان عدد الاختبارات كبيرا. ولذلك تزداد فرصة الحصول على فرق دال، وكذلك فرصة الوقوع في الخطأ من النوع الأول. وهذا يعني أنه يجب اتخاذ قرار بالمقارنات قبل بدء الدراسة، وليس بعدها، ويجب أن تعتمد على فروض البحث.

ومن بين أساليب المقارنات المتوفرة وربما كان أكثرها استخداما اختبار

شافيه`Scheffe. ويناسب اختبار شافيه عمل جميع المقارنات الممكنة لمجموعة من المتوسطات. والعمليات الحسابية لهذا الأسلوب سهل القيام بها كما أنها لا تتطل ب تساوي أحجام مجموعات العينة، كما هو الحال ف ي بع ض أس اليب المقارن ات الأخرى. واختبار شافيه اختبار متحفظ، وهذا أمر سار وغير سار في نفس الوق ت. والأمر السار هو أن احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول لا يمكن أن يزيد عن قيمة ألفا التي اختارها الباحث للتحليل الأصلي للتباين. أما الأمر غير السار فهو أنه من الممكن تماما، في ضوء المقارنات المختارة للبحث، ألا نجد فروقا دال ة ب ين المتوسطات رغم دلالة النسبة الفائية. وبشكل عام فإن مرونة اختبار شافيه وسهولة تطبيقه يجعل من المفيد استخدامه في عدد كبير من المواقف المتنوعة.

تحليل التغاير البسيط (ANCOVA): الغرض من تحليل التغاير البسيط هو قياس الفروق بين المجموعات في متغير تابع واحد كما هو الحال ف ي تحلي ل التب اين البسيط، ولكن في تحليل التغاير يقوم التحليل باستبعاد أث ر المتغي ر الم صاحب. ويختار الباحث المتغيرات المصاحبة على أساس ارتباطها بالمتغير التابع، وإذا ل م يكن هذا الارتباط قائما لا يكون هناك أي معنى في استخدام المتغيرات الم صاحبة. مثال ذلك أن العمر ودرجة العجز في القراءة عادة ما ترتبط بنتائج برنامج الع لاج التربوي (المتغير التابع). فإذا تكونت المجموعات بتعيين الأطفال عشوائيا في أنواع مختلفة للعلاج التربوي (المتغير المستقل)، فمن المفيد استبعاد الفروق ف ي العم ر ودرجة العجز في القراءة قبل دراسة العلاقة بين نتائج العلاج التربوي ونوع العلاج المستخدم. وفي هذه الحالة يمكن استخدام العمر ودرجة العجز في القراءة كمتغيرين مصاحبين. ويكون السؤال المتعلق بتحليل التغاير: هل هناك فروق بين متوس طات النتائج ترجع إلى نوع العلاج التربوي بعد استبعاد الفروق التي ترجع إل ى العم ر ودرجة العجز في القراءة؟

ويعطينا تحليل التغاير أسلوبا أقوى في تحليل العلاقة بين المتغير الم ستقل والمتغير التابع لأنه يقلل الخطأ في التباين. وكلما كانت العلاقة أقوى بين المتغيرين المستقل والتابع كان تحليل التغاير أقوى من تحليل التباين.

ويستخدم تحليل التغاير كذلك لتعديل الفروق بين المجموعات التي تتك ون بشكل طبيعي، عندما يكون من غير الممكن تعيين الأفراد ف ي ه ذه المجموع ات عشوائيا، ولذلك يمكن استخدامه في تحليل نتائج الدراسات السببية المقارنة. مث ال ذلك قد نرغب في دراسة العلاقة بين النوع والاتجاه نحو الزواج، ففي هذه الحال ة من المستحيل توزيع الأفراد في مجموعات عشوائية وفقا للجنس. وفي هذه الحال ة

قد يكون هناك فروق أخرى منتظمة بين أفراد العينة ترجع إلى مستوى التعليم مثلا، ولها ارتباط بالاتجاه نحو الزواج. ونظرا لأن التعليم يرتبط أيضا بالاتجاه نحو الزواج، فقد تكون الفروق بين النوعين في الاتجاه نحو الزواج راجعة إلى مستوى التعليم، وللحصول على مقياس *'أنقى'* للعلاقة بين النوع والاتجاه نحو الزواج، فإننا نقوم باستبعاد أثر التعليم، باستخدام مستوى التعليم كمتغير مصاحب.

تحليل التباين العاملي: إذا كان لدينا متغيران مستقلان أو أكثر فإننا لا نستطيع استخدام تحليل التباين البسيط الذي يشتمل على متغير مستقل واحد، ولذلك فإننا بدلا من ذلك نستخدم تحليل التباين العاملي. والمقصود بالعوامل هنا المتغيرات المستقلة التي تنقسم العينة على أساسها في مجموعات، كل مجموعة منها تعتبر عاملا (أي بعدا). فلو كان لدينا متغيران مستقلان فقط يصبح التصميم العاملي كما هو مبين في الجدول (٢٤-٤).

مثال ذلك إذا كنا نقارن بين أثر طريقة التدريس على المستوى التحصيلي لدى البنين والبنات. يكون المتغير الأول هو طريقة التدريس وله مستويان وهما

جدول ٢٤-٤ تصميم عاملي ثنائي

المتغير الثاني (النوع)	المتغير الأول (طريقة التدريس)	
	طريقة المناقشة	**طريقة الاستكشاف**
بنين	بنين مناقشة	بنين استكشاف
بنات	بنات مناقشة	بنات استكشاف

(طريقة المناقشة وطريقة الاستكشاف مثلا)، ويكون المتغير الثاني النوع وله مستويان أيضا (البنين والبنات). وبذلك يصبح لدينا عاملان يقسمان العينة في أربع مجموعات، كما هو مبين في الجدول (٢٤-٤).

ويختلف تصميم تحليل التباين العاملي حسب عدد العوامل، وعدد مستوياتها. ففي المثال السابق هناك عاملان ولكل عامل مستويان، وبذلك يكون هذا التصميم (٢ × ٢). وإذا كان لدينا عاملان لأحدهما ثلاثة مستويات يكون التصميم (٢ × ٣). وقد يكون لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة، أي ثلاثة عوامل فإذا كان لكل متغير مستقل مستويان يكون التصميم (٢ × ٢ × ٢)، وإذا كان لكل متغير ثلاثة مستويات يكون التصميم (٣ × ٣ × ٣)، وهكذا. ويلاحظ أنه إذا زاد عدد المتغيرات المستقلة عن ثلاثة يصبح التحليل غاية في التعقيد، ورغم وجود البرامج الإحصائية التي تعالج ذلك بكفاءة، إلا أن التصميم التجريبي ذاته يكون معقدا نظرا لكبر عدد المجموعات

التي يدرسها الباحث. مما قد يؤثر على كفاءة التجربة، لصعوبة وجود مجموعات متكافئة بهذا العدد. هذا بالإضافة إلى صعوبة تحليل البيانات والمقارنة بين المجموعات المختلفة للدراسة. ولذلك يفضل ألا يزيد عدد العوامل على ثلاثة.

ويترتب على تعدد العوامل إمكانية وجود تفاعل بينها، وفي هذه الحالة يكون لدينا التأثيرات التالية:

- الأثر الذي يرجع لكل عامل على حدة.
- الأثر الذي يرجع إلى تفاعل العوامل مع بعضها البعض.

ويقصد بالتفاعل اختلاف أثر العامل باختلاف مستوياته. ويعني هذا أن أثر متغير مستقل يختلف باختلاف مستويات المتغير المستقل الآخر.

تحليل التغاير العاملي: يختلف تحليل التغاير العاملي عن تحليل التغاير البسيط في عدد المتغيرات المستقلة، فبينما يتكون تحليل التغاير البسيط من متغير مستقل واحد، يوجد أكثر من متغير مستقل. وفيما عدا ذلك فإن مبررات استخدام المتغيرات المصاحبة هو نفسه في تحليل التغاير البسيط. مثال ذلك أنه في مثالنا السابق عن العلاج التربوي، قد يظهر لنا متغير مستقل آخر هو نوع الطفل. وفي هذه الحالة يجب دراسة أثر النوع والعلاج التربوي والتفاعل بينهما على نتيجة العلاج بعد استبعاد أثر العمر ودرجة العجز في القراءة. وبإضافة النوع كمتغير مستقل يمكن تحديد ما إذا كان هناك اختلاف بين الأولاد والبنات بالنسبة لنوع العلاج المستخدم.

تحليل التباين المتعدد: MANOVA تحليل التباين المتعدد امتداد لتحليل التباين إلى المواقف التي يكون لدينا فيها عدد من المتغيرات التابعة. مثال ذلك باحث يقوم بدراسة أثر معالجات متعددة على عدد من أنواع الاستجابات: القراءة الصامتة، والقراءة الجهرية. وقد تكون المتغيرات المستقلة في هذه الدراسة معالجات مختلفة ذات ثلاث مستويات (مثل التعزيز المستمر، والتعزيز المتقطع الفتري، والتعزيز المتقطع النسبي). وتكون درجتا كل فرد في اختبار القراءة المتغيرين التابعين. والغرض من تحليل التباين المتعدد هو معرفة إذا ما كان التغير في اختباري القراءة مجتمعين راجعا إلى المعالجة. وتحليل التباين المتعدد معادل إحصائيا للتحليل التمييزي (انظر الفقرة التالية). والفرق بين الأسلوبين هو فرق في النواحي التي يرغب الباحث في التأكيد عليها، فتحليل التباين يؤكد على الفروق في المتوسطات بين المجموعات، في حين أن التحليل التمييزي يؤكد على التنبؤ بعضوية الجماعة، والأبعاد التي تختلف المجموعات عليها.

ويلاحظ أن تحليل التباين ANOVA يختبر الفروق في المتوسطات بالنسبة لمتغير تابع واحد. أما تحليل التباين المتعدد فيختبر الفروق في متوسطات المجموعات بالنسبة لمجموعة من المتغيرات التابعة. وفي تحليل التباين المتعدد يتم حساب متغير تابع جديد وظيفته تعظيم الفروق بين المجموعات. ويُنشأ المتغير التابع الجديد من التوحيد بين المتغيرات التابعة. والمتغير التابع الجديد هو تجميع خطي للمتغيرات التابعة، وقد جمِّعت هذه المتغيرات حتى تقوم بأكبر فصل ممكن بين المجموعات. وبعد ذلك يتم حساب تحليل التباين الأحادي باستخدام المتغير التابع الجديد. وتختبر الفروض في تحليل التباين المتعدد بالنسبة للطريقة التي تختبر فيها في تحليل التباين الأحادي، أي بمقارنة تباينات المجموعات، ومن هنا جاءت التسمية 'تحليل التباين المتعدد'.

التحليل التمييزي: Discriminant Analysis الهدف من التحليل التمييزي هو التنبؤ بعضوية الجماعة من مجموعة من المنبئات. مثال ذلك هل يمكن للتشخيص تشخيصا فارقا صادقا وثابتا بين مجموعة من الأطفال العاديين ومجموعة من الأطفال العاجزين عن التعلم ومجموعة من الأطفال المضطربين انفعاليا باستخدام مجموعة من درجات الاختبارات النفسية؟

والتحليل التمييزي هو في الواقع تحليل التباين المتعدد MANOVA ولكنه مقلوب، ففي تحليل التباين المتعدد نسأل إذا ما كانت عضوية الجماعة مرتبطة بالفروق بين المتوسطات على مجموعة من المتغيرات التابعة. وإذا كانت الإجابة على هذا السؤال بنعم فإنه يمكن استخدام مجموعة المتغيرات التابعة مجتمعة للتنبؤ بعضوية الجماعة – منظور التحليل التمييزي. وباستخدام مصطلحات المتغير الأحادي، يمكن القول إن هناك فرقا دالا بين المجموعات يتضمن أنه يمكن التنبؤ من درجة ما بالمجموعة التي أتت منها الدرجة.

وكثيرا ما ينشأ نوع من الخلط اللغوي بين تحليل التباين المتعدد والتحليل التمييزي لأنه في تحليل التباين المتعدد تكون المتغيرات المستقلة هي المجموعات، والمتغيرات التابعة هي المنبئات. أما في التحليل التمييزي فإن المتغيرات المستقلة هي المنبئات، أما المتغيرات التابعة فهي المجموعات أو المتغيرات المجمعة.

ومن الناحية الرياضية يتشابه كل من التحليل التمييزي وتحليل التباين المتعدد، وإن كان التأكيد في كل منهما مختلفا عن الآخر. فالسؤال الأساسي في تحليل التباين المتعدد هو عما إذا كانت عضوية الجماعة مرتبطة بالفروق بين المتوسطات في مجموعة من درجات المتغيرات التابعة. أما في التحليل التمييزي

فإن التساؤل يكون حول هل يمكن الجمع بين المنبئات للتنبؤ بعضوية الجماعة تنبؤا سليما. وفي كثير من الحالات يستخدم التحليل التمييزي للتصنيف الفعلي بين الحالات في مجموعات.

مربع كاي (Chi Square): مربع كاي، ورمزه (كا^2)، أسلوب لابرامتري يناسب البيانات من المستوى الاسمي والتي توضع في صورة تكرارات لفئات أو أقسام مستقلة. ولا يستخدم مربع كاي عندما تكون البيانات من مستوى المسافة، مثل درجات معظم الاختبارات. ويقارن اختبار كا^2 النسب التي نلاحظها بالفعل في الدراسة بالنسب المتوقعة، لنرى إذا ما كانا مختلفين اختلافا دالا. والنسب المتوقعة هي التكرارات المتوقعة إذا كانت المجموعات متساوية. وتزداد قيمة كا^2 كلما زاد الفرق بين التكرارات المتوقعة والتكرارات الفعلية الملاحظة. ولمعرفة ما إذا كانت قيمة مربع كاي دالة علينا أن نستشير جدول مربع كاي.

ويمكن استخدام مربع كاي لمقارنة التكرارات الموجودة في فئات مختلفة، وقد تكون هذه الفئات مجموعات مختلفة، تعبر عن تكرار أحداث مختلفة بالنسبة لهذه المجموعات. مثال ذلك لنفرض أن باحثا استوقف ٩٠ مشتريا في أحد الأسواق المركزية وسألهم لتذوق ثلاثة أنواع من الحلوى مجهولة للمشترين، وعلى كل منهم أن يذكر للباحث أي الأنواع الثلاثة يفضل. ولنفرض أن ٤٠ من المشترين اختاروا الصنف "أ"، و٣٠ اختاروا الصنف "ب"، و٢٠ اختاروا الصنف "ج". فإذا كان الفرض الصفري صحيحا، أي أن مذاق الأنواع الثلاثة من الحلوى واحد، فإننا نتوقع أن تكون تكراراتها ٣٠، ٣٠، ٣٠. ولاختبار أن التكرارات الفعلية (٤٠، ٣٠، ٢٠) تختلف اختلافا دالا إحصائيا عن التكرارات المتوقعة (٣٠، ٣٠، ٣٠) فإننا نستخدم اختبار مربع كاي. فإذا كانت قيمة مربع كاي دالة نرفض الفرض الصفري، ونستنتج أن الأنواع الثلاثة من الحلوى مختلفة المذاق.

وفيما يلي مثال آخر: قد يرغب باحث في مقارنة فاعلية نوعين مختلفين من التعزيز، المعنوي والمادي لمعرفة أيهما أقوى في خفض السلوك المشاغب في حجرة الدراسة. وفي نهاية البحث بعد ستة شهور، يعين الباحث ملاحظين لكل مجموعة لمدة أسبوع. وقد تسفر جدولة البيانات أن مجموعة التعزيز المعنوي قامت بسلوك مشاغب ١٠٠ مرة، في حين أن مجموعة التعزيز المادي قامت بهذا السلوك ٨٠ مرة. فهل الفرق بين المجموعتين دال إحصائيا؟ في هذه الحالة نجد أن مجموع السلوك المشاغب كان ١٨٠ (١٠٠ + ٨٠)، فإذا كانت المجموعتان متشابهتين فإننا نتوقع أن تظهرا عددا متساويا من السلوك المشاغب، أي ١٨٠ ÷ ٢

= ٩٠. ولكي نحدد إذا ما كان أداؤهما الفعلي مختلفا اختلافا دالا إحـ صائيا، فإننـ ا نقارن التكرارات التي حصلنا عليها (١٠٠، ٨٠) بالتكرارات المتوقعـ ة (٩٠، ٩٠) باستخدام اختبار مربع كاي.

ويمكن استخدام مربع كاي أيضا عندما تصنف التكرارات فـ ي بعـ دين أو أكثر، ويطلق على ذلك مربع كاي 'العاملي'، ففي المثال الـ سابق يمكـ ن تـ صنيف السلوك طبقا للتعزيز والنوع، وبذلك نحصل على تصنيف من بعدين، لكي نحدد إذا ما كانت فاعلية نوع التعزيز مستقلة عن نوع أفراد العينة. وعند استخدام جدول من بعدين يصبح تحديد التكرارات المتوقعة أكثر تعقيدا ولكنه ليس صعبا.