



## Whole Numbers الأعداد الصحيحة

[ ١ - ١ ] مجموعات الأعداد Sets of Numbers :

قسم علماء الرياضيات الأعداد إلى مجموعات تُسهّل دراسة الرياضيات ، والأعداد هي الأساس الهام في عالم الرياضيات ، وهذه المجموعات هي :

( أ ) الأعداد الصحيحة وهي : [ صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ] .

( ب ) الأعداد الطبيعية وهي : [ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ] .

ويلاحظ أن الفرق الوحيد فيما بين المجموعتين هو الصفر وفي عالم الرياضيات فإنه من المهم جداً معرفة المجموعات التالية :

( أ ) مجموعة الأعداد الزوجية : *even numbers*

( ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ... ) .

( ب ) مجموعة الأعداد الفردية : *odd numbers*

( ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ... ) .

والعدد الأولي ، هو عدد صحيح يقبل القسمة فقط على نفسه أو على الواحد ويلاحظ أن كلاً من الصفر والواحد لا يمكن اعتبارهم أعداداً أولية وبناء على ذلك فإن مجموعة الأعداد الأولية تكون :

( ج ) مجموعة الأعداد الأولية : *prime numbers*

( ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ... ) .

فمثلاً رقم (٧) هو عدد أولي لأنه لا يقبل القسمة إلا على (٧) أو على (١) بينما رقم (٤) ليس بعدد أولي لأنه يقبل القسمة على نفسه وعلى أعداد أخرى مثل (٢) .

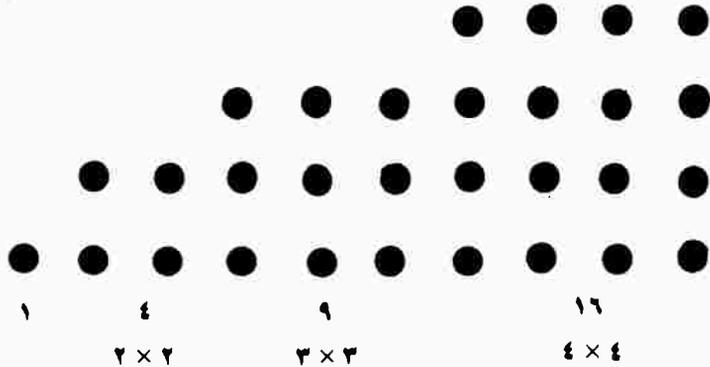
وهناك العدد المربع الذي يمكن الحصول عليه بضرب العدد الصحيح في نفسه  
 فمثلاً  $36 = 6 \times 6$  ولذلك فإن 36 هي عدد مربع وعادة ما نكتب (36) كالتالي :  
 ٢٦ (٦ تربيع) .

وعلى ذلك فإن مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة :

(د) مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة : *Squares of whole numbers*

هي (١ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ...) = (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...)

ويمكن توضيح مربعات الأعداد في الشكل التالي على هيئة نقط مرتبة على هيئة  
 مربع أنظر شكل (١ - ١) .



شكل [ ١ - ١ ]  
 مربعات الأعداد

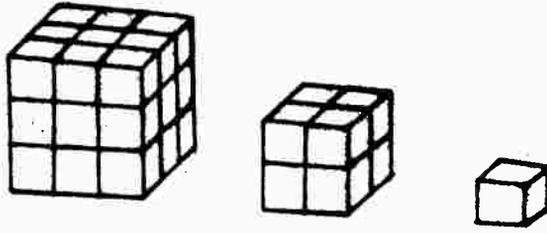
وبنفس الطريقة فإنه توجد مجموعة خامسة تمثل مكعبات الأعداد .

(هـ) مجموعة مكعبات الأعداد : *Cubic numbers*

(١ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ...) = (١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ...)

وهي حاصل ضرب العدد في نفسه ثلاث مرات مثل  $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$  .

ويمكن تمثيل الأعداد بمكعبات كما في شكل (٢ - ١) .



$$27 \quad 8 \quad 1$$

$$3 \times 3 \times 3 \quad 2 \times 2 \times 2$$

شكل [ 3 - 1 ]  
مكعبة - الأعداد

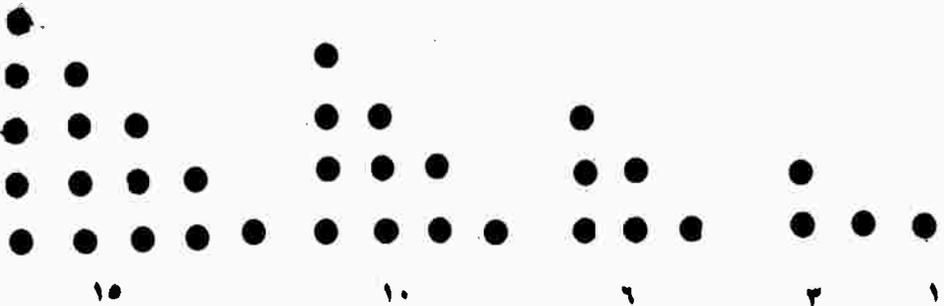
وهناك مجموعة الأعداد المثلثة :

( و ) مجموعة الأعداد المثلثة : *triangular number*

وهي ( 1 ، 3 ، 6 ، 10 ، ... ) .

ويمكن تمثيلها كذلك ، بنقاط بحيث تشكل مثلثاً متساوي الساقين .

كما في شكل ( 1 - 3 ) .



شكل [ 3 - 1 ]  
مجموعة الأعداد المثلثة

## تدريب [ 1 - 1 ]

( ١ ) اكتب مجموعات الأعداد التالية ؟

- + مجموعة الأعداد الصحيحة التي تقل عن ٢٠ .
- + مجموعة الأعداد الفردية التي تقل عن ٢٦ .
- + مجموعة الأعداد الزوجية التي تقل عن ١٣ .
- + مجموعة الأعداد الأولية التي تقل عن ١٤ .
- + مجموعة الأعداد المربعة التي تقل عن ٦٥ .
- + مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ٢٥ ، ٣٠ .
- + مجموعة الأعداد الفردية المحصورة بين ٣٢ ، ٤٣ .
- + مجموعة الأعداد الزوجية المحصورة بين ٣٨ ، ٥٢ .
- + مجموعة الأعداد المربعة المحصورة بين ٨٠ ، ١٥٠ .
- + مجموعة الأعداد الأولية المحصورة بين ٢٠ ، ٤٠ .
- + مضاعفات العدد ٦ والتي تقل عن ٥٠ .
- + المضاعفات الزوجية للعدد ٣ والمحصورة بين ٨ ، ٣٠ .

( ٢ ) عند ضرب عدد زوجي في عدد زوجي فإن الناتج يكون دائماً عدداً ..... ؟ .

( ٣ ) عند ضرب عدد فردي في عدد فردي فإن الناتج يكون دائماً عدداً ..... ؟ .

( ٤ ) عند ضرب عدد زوجي في عدد فردي فإن الناتج يكون دائماً عدداً ..... ؟ .

( ٥ ) في مجموعة الأعداد الآتية :

( ٣ ، ٨ ، ٩ ، ١٥ ، ٣١ ، ٣٩ ، ٤٩ ) .

أوجد الآتي :

+ الأعداد الأولية .

+ الأعداد المربعة .

- + مضاعفات العدد ٣ .
- + الأعداد التي يقبل العدد ٦٠ القسمة عليها .
- + ما هو ناتج جمع الأعداد المربعة .
- + ما هو ناتج ضرب الأعداد الأولية .

### [ ١ - ٢ ] المتواليات Sequences or Series :

عند عمل ترتيب للأعداد بطريقة أو بقاعدة معينة فإنه ينشأ لدينا ما يعرف بالمتوالية أو السلسلة أو المتابعة ، ويطلق على كل رقم بها بالحد term أى حد المتوالية :

**وكمثال (١) :** الأعداد ٥ ، ٩ ، ١٣ ، ١٧ ، ...

نلاحظ فيها أن كل حد يزيد عن الذى قبله بمقدار ٤ وعلى ذلك فإن الحدان التاليان للحد ١٧ هما ٢١ ، ٢٥ .

ويطلق عليه بمتوالية متزايدة .

**مثال (٢) :** الأعداد : ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ...

هذه الأعداد تشكل متوالية متناقصة ، والحدان التاليان للحد ٧ هما ٤ ، ١ .

**مثال (٣) :** الأعداد : ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ ، ....

هى عبارة عن متوالية من مربعات الأعداد أى ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ وعلى ذلك فإن الحدان التاليان للحد ٣٦ هما ٤٩ ، ٦٤ أى ٢٧ ، ٢٨ .

### تطويب [ ١ - ٢ ]

( ١ ) أوجد الحدين التاليين لكل من المتواليات التالية :

( أ ) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، .....

( ب ) ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، .....

( ج ) ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، .....

( د ) ٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، .....

( هـ ) ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ١٧ ، .....

(و) ٩٩ ، ٨٨ ، ٧٧ ، ٦٦ ، ..... .

(ز) ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ..... .

(ح) ١٦٠ ، ٨٠ ، ٤٠ ، ٢٠ ، ..... .

(خ) ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ..... .

(ط) ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، ٤٨ ، ..... .

(ف) ٣ ، ٣٠ ، ٣٠٠ ، ٣٠٠٠ ، ..... .

(ك) ٦٢٥ ، ١٢٥ ، ٢٥ ، ..... .

وستجد أحياناً أنه ليس من السهل معرفة القاعدة ، فقد تكون القاعدة مزيج من قاعدتين معاً . وكمثال فإن مجموعة الأعداد :

٢ ، ٥ ، ١١ ، ٢٣ ، ٤٧ .

نجد أن كل حد فيها عبارة عن ضعف الحد الذي يسبقه مضافاً له واحد فمثلاً :

$$٢٣ = ١ + ٢ \times ١١ ، ١١ = ١ + ٢ \times ٥ \text{ وهكذا } \dots$$

( ٢ ) أوجد الحدين التاليين لكل من المتواليات التالية :

(أ) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ..... .

(ب) ٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٧ ، ..... .

(ج) ١ ، ٢ ، ٥ ، ١٤ ، ..... .

(د) ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ ، ..... .

(هـ) ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ ، ١٧ ، ..... .

(و) ٣٩ ، ٣٢ ، ٢٦ ، ٢١ ، ..... .

(ز) ٥ ، ٩ ، ١٥ ، ٢٣ ، ٣٣ ، ..... .

(ح) ٩٩ ، ٨٨ ، ٧٩ ، ٧٢ ، ..... .

(خ) ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٥ ، ٥٥ ، ..... .

(ط) ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٣ ، ٢١ ، ..... .

(ف) ٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١ ، ٦٣ ، ..... .

(ك) ١ ، ٢ ، ٦ ، ٢٢ ، ..... .

عوامل ومضاعفات الأعداد

Factors and multiples

العوامل Factors [ ٢ - ١ ]

في الواقع نجد أن كل عدد يتكون من حاصل ضرب مجموعة من الأرقام يعرف كل منها بأنه عامل في هذا العدد .

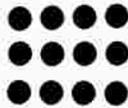
فمثلاً نجد أن ٢٤ تقبل القسمة على كل من [ ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ] وبدون باقى .

لذلك فإن كلاً من الأرقام [ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ] تعتبر عاملاً للعدد ٢٤ .

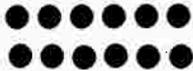
م . م . : N.B. : يلاحظ أن الرقم ١ يعتبر عاملاً لكل الأعداد :

والشكل التالى يوضح لنا طريقة توضيحية لمعرفة عوامل أى عدد وذلك بطريقة التقط

وسوف نختار العدد ١٢ ، لإيجاد عوامله .



$$4 \times 3$$



$$6 \times 2$$



$$12 \times 1$$

شكل [ ٢ - ١ ]

عوامل العدد ١٢

ويلاحظ أن مجموعة عوامل العدد ١٢ هي [ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢ ] .

أما العوامل الأولية Prime factors للعدد ذاته ١٢ فهي العوامل التى تكون أصلاً

أعداداً أولية أى ٢ ، ٣ ، فى مثالنا للعدد ١٢ .

مثال : أوجد مجموعة العوامل الأولية للعدد ٨٤ .

$$7 \times 3 \times 2 \times 2 = 7 \times 3 \times 4 = 7 \times 12 = 84$$

وبذلك فإن العوامل الأولية للعدد ٨٤ هى : ٢ ، ٣ ، ٧ .

وبنفس الطريقة يكون العدد ٥ عاملاً من عوامل العدد ٢٠ لأن العدد ٢٠ يقبل القسمة على ٥ بدون باقٍ . وكذلك يكون :

العدد ٥ عاملاً للعدد ١٥

العدد ٦ عاملاً للعدد ١٨

العدد ١٠ عاملاً للعدد ٩٠

العدد ٣ عاملاً للعدد ١٢

أيضاً مجموعة الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٣٠ تعتبر كلها عوامل للعدد ٣٠ لأنه يقبل القسمة على كل منها بدون باقٍ .

### تكوين [ ١ - ٣ ]

( ١ ) أكمل مجموعات العوامل التالية :

(أ) [ ١ ، - ، - ، - ، - ، - ، ١٢ ] ..... هى كل عوامل العدد ١٢

(ب) [ ١ ، - ، - ، - ، - ، - ، ٢٠ ] ..... هى كل عوامل العدد ٢٠

(ج) [ - ، - ، - ، - ، - ، - ، ٢٥ ] ..... هى كل عوامل العدد ٢٥

(د) [ - ، - ، - ، - ، - ، - ، - ، - ، - ، - ، ٤٠ ] .. هى كل عوامل العدد ٤٠

( ٢ ) أوجد جميع عوامل العدد ٦٠ (هنالك ١٢ عاملاً) .

### [ ٢ - ٢ ] العامل المشترك الأعلى :

#### Highest Common Factor

يلاحظ أن عوامل العدد ٢٤ هى :

$$[ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، ٢٤ ] .$$

كما وأن عوامل العدد ٣٠ هي :

[ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٣٠ ] .

ويلاحظ أن هنالك عوامل مشتركة في كلا العددين وهي [ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ]  
ويطلق على الرقم ٦ بالعامل المشترك الأعلى لكل من العددين ٢٤ ، ٣٠ .

### تطبيقات [ ٢ - ٢ ]

أوجد العامل المشترك الأعلى لكل من :

- |             |                   |
|-------------|-------------------|
| (١) ١٦ ، ١٢ | (٦) ٤٢ ، ٣٥       |
| (٢) ٢٤ ، ١٨ | (٧) ٤٢ ، ١٢ ، ٦   |
| (٣) ٢٠ ، ١٥ | (٨) ٢٥ ، ٢٠ ، ١٠  |
| (٤) ٦٠ ، ٢٤ | (٩) ٨١ ، ٢٧ ، ١٨  |
| (٥) ٤٨ ، ٣٢ | (١٠) ٨٤ ، ٥٦ ، ٤٢ |

### [ ٣ - ٢ ] المضاعفات Multiples :

عرفنا أن مضاعفات العدد ٢ يطلق عليها بالأعداد الزوجية أي [ صفر ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ... ] .

وبنفس الطريقة فإن [ صفر ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ... ] هي مضاعفات للعدد ٩ .

**مثال :** اكتب مجموعة مضاعفات العدد ٣ المحصورة بين العددين ٢٠ ، ٤٣ .

**الحل :** مجموعة المضاعفات هي :

[ ٢١ ، ٢٤ ، ٢٧ ، ٣٠ ، ٣٣ ، ٣٦ ، ٣٩ ، ٤٢ ] .

### [ ٤ - ٢ ] المضاعف المشترك الأصغر : Lowest Common Multiple

حيث أن مضاعفات العدد ٥ هي :

[ ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥ ] .

وكذلك مضاعفات العدد ٨ هي :

( م ٢ مكتبة الأسرة في الرياضيات جـ ١ )

[ ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ... ] .

لذلك فإن العدد ٤٠ يطلق عليه بالمضاعف المشترك الأصغر لكل من العددين

٥ ، ٨ .

## تدريب [ ٢ - ٤ ]

على العوامل والمضاعفات :

يلاحظ أن : [ ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ... ] هي مضاعفات العدد

٦ لأن كلاً منها يمثل العدد ٦ مضروباً في عدد آخر ..

( ١ ) والآن اكتب المضاعفات لما هو آتى :

( أ ) أول أربعة أعداد لمضاعفات العدد ٩ .

( ب ) أول ثلاثة أعداد لمضاعفات العدد ٧ .

( ج ) أول خمسة أعداد لمضاعفات العدد ٦ .

( د ) أى ثلاثة مضاعفات للعدد ١٢ وأقل من ٥٠ .

( هـ ) أى خمس مضاعفات للعدد ٤ وأقل من ٢٥ .

( و ) مجموعة مضاعفات العدد ٥ وأقل من ٢٤ .

( ز ) مجموعة مضاعفات العدد ٣ والتي تقع بين ٢٠ ، ٤٠ .

( ح ) مجموعة مضاعفات العدد ٨ وأقل من ٩٠ .

( ط ) أى الأعداد فيما بين ١ ، ١٠١ تعتبر مضاعفات للعدد ٢٥ .

( ك ) أى الأعداد الأقل من ٥٠ تعتبر مضاعفات للعدد ٧ .

( ٢ ) أوجد المضاعف المشترك الأصغر :

( أ ) ٥ ، ٤

( و ) ٥ ، ٤ ، ٣

( ب ) ١٢ ، ٨

( ز ) ٤ ، ٣ ، ٢

( جـ ) ٢٥ ، ١٠

( ح ) ٨ ، ٥ ، ٢

( د ) ٦ ، ٥

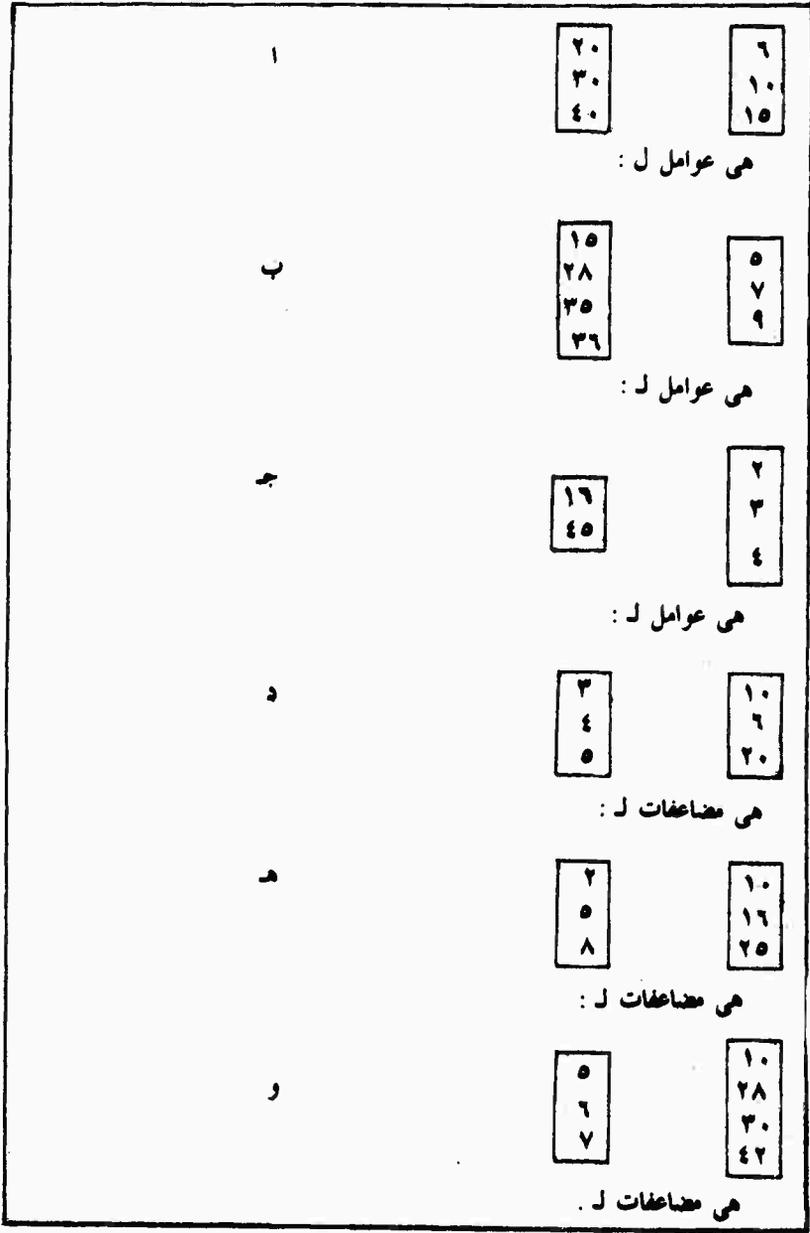
( ط ) ١٥ ، ٥ ، ٣

( هـ ) ١٥ ، ٥

( ك ) ٩ ، ٦ ، ٤

( ٣ ) صل بين الأعداد المختلفة في كلا من المستطيلين بحيث تحقق صحة العبارة الموجودة

فيما بينهما . انظر شكل ( ٢ - ٢ ) .



شکل [ ۲ - ۲ ]

عمليات الحساب الأساسية

القواعد الأربعة للأعداد الصحيحة

الجمع والطرح والضرب والقسمة

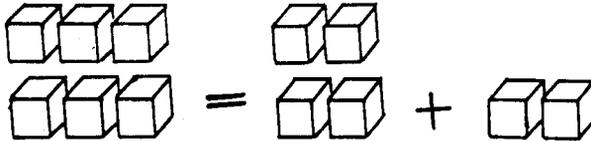
The four rules for whole numbers

[ ٣ - ١ ] الإشارات Signs :

- . ( + ) تعنى الجمع أو « زائد » .
- . ( - ) تعنى الطرح أو « ناقص » .
- . ( × ) تعنى الضرب أو « فى » .
- . ( ÷ ) تعنى القسمة أو « على » .

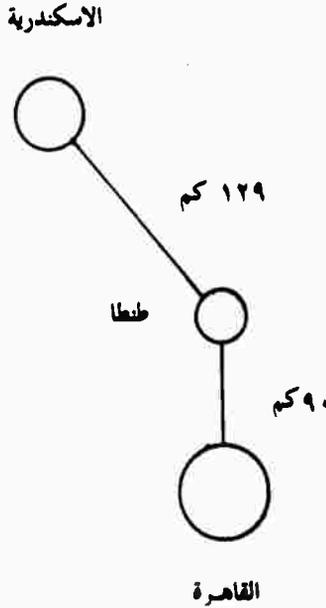
[ ٣ - ٢ ] الجمع : Addition :

عند إضافة كمية إلى كمية أخرى من أعداد أو أشياء أو خلافة على أن تكون الكمية من نفس النوعية ، فإننا نكون قد جمعنا عددين أو شيئين أو كميتين معاً .  
وكمثال كما فى شكل ( ٣ - ١ ) ، عند إضافة مجموعة من المكعبات إلى بعضها .



شكل [ ٣ - ١ ]

أو عند الرغبة في معرفة المسافة بين مدينتين على الخريطة ، كما في شكل ( ٣ - ٢ ) .



شكل [ ٣ - ٢ ]

وفي شكل ( ٣ - ٢ ) فإن المسافة بين القاهرة والاسكندرية

$$= ١٢٥ + ٩٠ = ٢٢٥ \text{ ماراً بمدينة طنطا .}$$

ومن المهم عند إجراء عمليات الجمع أن ترتب أرقام كل عدد تحت بعضها البعض بحيث تكون الأحاد في جميع الأعداد أسفل بعضها وهكذا بالنسبة للعشرات وللآلاف ، ... إلخ .

كما في المثال التالي :

$$\text{إجمع } ٣٦٨٩ + ٤٥ + ٩٢٤$$

ففي البداية يفيد كتابة الأرقام تحت بعضها في صورة أعمدة كالآتي :

آحاد عشرات مئات ألوف				
—	٩	٢	٤	
—	—	٤	٥	
٣	٦	٨	٩	+
	٤	٦	٥	٨
	١	١	١	

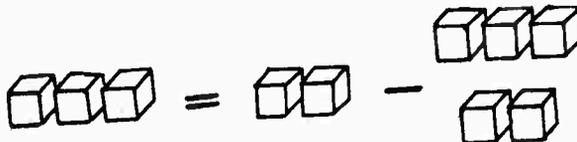
ثم نجمع عمود الآحاد سواء كان الجمع من أعلى لأسفل أو من أسفل لأعلى كالآتي :

$$١٨ \leftarrow ٩ + ٩ , ٩ \leftarrow ٥ + ٤$$

والنتيجة ١٨ يتم كتابة آحاده وهو ٨ في عمود الآحاد ويتم إضافة الواحد وهو خانة العشرات إلى خانة العشرات في العمود الثاني .  
ثم نكرر نفس الإجراء مع خانة العشرات .  
وبذلك فإن ٤٦٥٨ هي ناتج جمع ٩٢٤ ، ٤٥ ، ٣٦٨٩ .

### Subtraction : [ ٣ - ٣ ] الطرح :

يعنى الطرح ، إنقاص رقم أو كمية أو شيء .  
وعلى سبيل المثال فإننا إذا أخذنا مكعبين من خمسة مكعبات فإنه يتبقى لدينا ثلاثة مكعبات كما فى شكل (٣ - ٣) .



شكل [ ٣ - ٣ ]

ومن المهم عند إجراء عمليات الطرح وكما هو الحال في عمليات الجمع وسبق أن أوضحناه ؛ أن يتم ترتيب أرقام كل عدد أسفل بعضها بحيث تكون الآحاد في جميع الأعداد أسفل بعضها ، وكذا بالنسبة للعشرات ، ...

**مثال (1) :** اطرح ٤٤ من ٣٥٦

**الحل :**

$$\begin{array}{r}
 \text{آحاد عشرات مئات} \\
 \begin{array}{r}
 3 \quad 5 \quad 6 \\
 - \quad 4 \quad 4 \\
 \hline
 3 \quad 1 \quad 2
 \end{array}
 \end{array}$$

نبدأ بخانة الآحاد ، ثم ننقص من الرقم ٦ بالعدد الأول ، الرقم ٤ بالعدد الثاني أى ٤ من ٦ أو  $6 - 4 = 2$  ثم نكرر نفس العمل بالنسبة لخانة العشرات ، أى ٤ من ٥ أو  $5 - 4 = 1$  وهكذا ..

وعلى ذلك فالإجابة ٣١٢ تمثل الفرق بين العددين ٣٥٦ ، ٤٤ .

، وللأسف فإنه كثيراً ما يقابلنا عند الطرح بهذه الطريقة مشكلة إلا أنه بسهولة يمكننا التغلب عليها وذلك يتضح من المثال التالى :

**مثال (٢) :** أجز عملية الطرح التالية : ١٧٦ - ٥٧

**الحل :**

$$\begin{array}{r}
 \text{آحاد عشرات مئات} \\
 \begin{array}{r}
 1 \quad 7 \quad 6 \\
 - \quad 5 \quad 7 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 9
 \end{array}
 \end{array}$$

والمشكلة كما يظهر هو استحالة طرح ٧ من ٦ وحل هذه المشكلة فإننا ننقص من الرقم الموجود في خانة العشرات (٧) واحداً [ يعادل عشرة آحاد ] ثم نضيفه إلى خانة الآحاد فيصبح الرقم ٦ الموجود بها بما يعادل  $16 = 10 + 6$  .

وبذلك ، فإنه يمكننا طرح ٧ من ١٦ أو  $9 = 16 - 7$

ثم نستمر في عملية الطرح كما بالمثال الأول :

$$. \quad 1 = 0 - 6 \text{ (بخانة العشرات) .}$$

$$. \quad 1 = 0 - 1 \text{ (بخانة المئات) .}$$

**مثال (٣) :** اطرح  $476 - 765$

**الحل :**

آحاد عشرات مئات

٦٧ ١٥٧ ٤

٤ ٧ ٦ -

٢ ٨ ٩

يتضح من هذا المثال أن كلاً من خانتي الآحاد والعشرات بالعدد الأول (٦٥) أصغر من خانتي الآحاد والعشرات بالعدد الثاني (٧٦) .

وللتغلب على هذا فإننا نكرر ما تم عمله في مثال ٢ لكلاً من العمودين الأول والثاني

كالتالي :

( أ ) ننقص من رقم خانة العشرات في العدد الأكبر أى الأول وهو ٦ ، واحد فيتبقى بخانة العشرات ٥ ونضيف الواحد الذى تم إنقاصه إلى رقم الآحاد ٥ فيصبح  $15 = 10 + 5$  .

$$9 = 15 - 6 \text{ وبذلك نقوم بطرح}$$

(ب) ننقص من رقم خانة المئات في العدد الأول وهو ٧ ، واحد ونضيفه إلى خانة

$$. \quad 15 = 10 + 5 \text{ العشرات فتصبح}$$

وبذلك نقوم بطرح  $15 - 7 = 8$  (وهي في الواقع  $150 - 70 = 80$ ) .  
 (ج) يتبقى بعد ذلك في خانة المئات بالعدد الأول رقم ٦ (أى ستائة) ويمكننا طرح  
 $6 - 4 = 2$  (مائتان) بسهولة .

وبذلك فإن الفرق أو حاصل طرح  $765 - 476 = 289$  .

**مثال (٤) :** اطرح  $3000 - 345$

**الحل :**

آحاد	عشرات	مئات	آلاف	
٠	٣	٦	٥	-
٢	٦	٥	٥	

في هذا المثال نجد صعوبة أكبر عن الأمثلة السابقة وذلك لوجود أصفار بالعدد العلوى .

في هذا المثال نبدأ بخانة الآحاد أولاً ، حيث نقلل من خانة العشرات ما مقداره واحد ، ولما كانت خانة العشرات في الأصل هي الصفر فإننا نعود لخانة المئات لنقلل منها واحد ونضيفه للصفر بخانة العشرات ليصبح ١٠ ولما كانت خانة المئات كذلك هي الصفر فإننا نلجأ أخيراً لخانة الآلاف وهي ٣ ونقلل منها واحد فتصبح ٢ ثم نأخذ هذا الواحد ونضيفه لخانة المئات (الصفر) فتصبح ١٠ ثم نأخذ من هذه الخانة واحداً فتصبح ٩ ونضيف هذا الواحد لخانة العشرات (الصفر) فتصبح ١٠ ثم نقلل من خانة العشرات واحداً فتصبح بدورها كذلك ٩ ، ثم نضيف هذا الواحد لخانة الآحاد وهي صفر كذلك فتصبح ١٠ ثم نقوم بعملية الطرح كالتالى :

$$\text{في عمود الآحاد : } 0 = 0 - 10$$

$$\text{في عمود العشرات : } 0 = 4 - 9$$

$$\text{في عمود المئات : } 6 = 3 - 9$$

$$\text{في عمود الآلاف : } 2 = 0 - 2$$

وبذلك يكون الفرق بين ٣٠٠٠ ، ٣٤٥ ، هو ٢٦٥٥ .

### [ ٣ - ٤ ] كيفية التأكد من صحة الأجوبة في عمليات الطرح :

من المفضل بعد إجراء أى عملية حسابية ، أن نقوم بالتأكد من صحة الأجوبة .  
وبالنسبة لعملية الطرح فإننا بسهولة يمكن عمل هذا وذلك بإضافة (جمع) ناتج عملية  
الطرح إلى العدد الثانى الأصغر ، وهو المطروح ، فإذا كانت الإجابة حينئذ مساوية  
للعدد الأول الأكبر ، وهو المطروح منه فإن الإجابة تكون صحيحة . والمثال التالى  
يوضح ذلك بالعودة إلى المثال الأول ، ٣٥٦ - ٤٤ .

$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 6 \\ - \quad 4 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

٢ ١ ٣ : ناتج عملية الطرح .

فللتأكد من صحة الإجابة فإننا نقوم بالتالى : (عملية جمع) :

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 2 \\ + \quad 4 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

ويلاحظ أن الناتج هو عبارة عن العدد الأكبر أو المطروح منه وبذلك فإن الإجابة  
تكون صحيحة :

### تدريبات على الجمع والطرح

(١) (أ) ٢٦٣ + ٦١٥ (د) ٦٠٣ - ٢٧٨

(ب) ٩٩ + ٤٢٧ (هـ) ٣٢٣ - ٧٦

(ج) ٣٨٦ + ٧٤٦ (و) ١٢٥ - ٩٨

(٢) فى إحدى مباريات كرة القدم ، كان يوجد ٥٥٨٤ متفرجاً وكان من بينهم  
٣٥٧٥ رجلاً وامرأة :

- (أ) كم يكون عدد الأطفال بين المتفرجين .  
 (ب) وإذا كان من بين الأطفال ١٢٢٥ ولداً فكم يكون عدد البنات .  
 (٣) في أحد الجراجات أماكن تسع ٣٠٠ سيارة وكان به ١٩٧ مكاناً خالياً ، فكم عدد السيارات الموجودة بالجراج .  
 (٤) إذا كانت كمية البنزين المخزونة في إحدى محطات البنزين ، يتم تسجيلها يومياً عند نهاية العمل ، انظر جدول (٣ - ١) .

اليوم	كمية اللترات المتبقية
السبت	٣٥٠٠٠
الأحد	٢٩٣٦٥
الاثنين	٢٤٥٢٤
الثلاثاء	١٧٩٦٧
الأربعاء	١٢٢٥٠
الخميس	٤٨٨٠

جدول (٣ - ١)

فأوجد مقدار لترات البنزين المباعة كل يوم على حدة ، ثم أوجد كم لتراً تم بيعها في أيام عمل المحطة (سنة أيام) .

### [ ٣ - ٥ ] الضرب Multiplication

تُعتبر عملية الضرب ، أسرع طريقة لجمع أعداد متساوية فمثلاً .

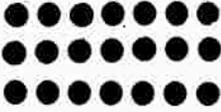
$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ 7+ \\ \hline 21 \end{array}$$

يمكن التعبير عنها كالآتي  $7 \times 3 = 21$  ، أي سبعة مكررة ثلاث مرات (أو ثلاثة مكررة سبع مرات) .

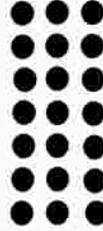
ولا يهم الترتيب ، بناء على ما سبق حيث أن  $21 = 7 \times 3 = 3 \times 7$  والشكل (٣ - ٤) يوضح ذلك حيث نجد أن ثلاث صفوف (٣) من سبع نقاط (٧) أو سبعة صفوف من ثلاث نقاط تعطي إجمالى قدره (٢١) .

وحيث أنه كما ذكرنا ، ترتيب الأعداد المضروبة غير مهم فإن :

$$2 \times 4 \times 3 = 2 \times 3 \times 4 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$



٣ صفوف  $7 \times 3$



٧ صفوف  $3 \times 7$

### شكل [ ٣ - ٤ ]

وهذا ما يطلق عليه فى الرياضيات بخاصية الإبدال Commutative property فى عمليات الضرب ، كما وأن هذه الخاصية موجودة كذلك فى عمليات الجمع حيث أنه مثلاً :  $31 = 16 + 15 = 15 + 16$

بينما كلاً من عمليتى الطرح والقسمة فلا ينطبق عليهما نفس الخاصية .

فهما ذات خواص غير إبدالية noncommutative ، وذلك لأهمية ترتيب الأرقام فى كلا الحالتين .

$$9 - 3 \neq 3 - 9 \text{ : مثلاً}$$

$$9 \div 3 \neq 3 \div 9 \text{ ،}$$

ومن المفيد هنا جدول الضرب حتى  $12 \times 12$  أنظر جدول (٣ - ٢) :

۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲۴	۲۲	۲۰	۱۸	۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲
۳۶	۳۳	۳۰	۲۷	۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	۹	۶	۳
۴۸	۴۴	۴۰	۳۶	۳۲	۲۸	۲۴	۲۰	۱۶	۱۲	۸	۴
۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵
۷۲	۶۶	۶۰	۵۴	۴۸	۴۲	۳۶	۳۰	۲۴	۱۸	۱۲	۶
۸۴	۷۷	۷۰	۶۳	۵۶	۴۹	۴۲	۳۵	۲۸	۲۱	۱۴	۷
۹۶	۸۸	۸۰	۷۲	۶۴	۵۶	۴۸	۴۰	۳۲	۲۴	۱۶	۸
۱۰۸	۹۹	۹۰	۸۱	۷۲	۶۳	۵۴	۴۵	۳۶	۲۷	۱۸	۹
۱۲۰	۱۱۰	۱۰۰	۹۰	۸۰	۷۰	۶۰	۵۰	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰
۱۳۲	۱۲۱	۱۱۰	۹۹	۸۸	۷۷	۶۶	۵۵	۴۴	۳۳	۲۲	۱۱
۱۴۴	۱۳۲	۱۲۰	۱۰۸	۹۶	۸۴	۷۲	۶۰	۴۸	۳۶	۲۴	۱۲

جدول [۳ - ۲]

### [ ٣ - ٦ ] عمليات الضرب البسيطة Short multiplication

**مثال:** أوجد حاصل ضرب  $٤٦ \times ٤$  ، وهذا يعنى ما هو ناتج تكرار العدد ٤٦ أربع مرات ،

$$\begin{array}{r} ٤٦ \\ ٤ \times \\ \hline \end{array}$$

$$١٨٤$$

وتتم عملية الضرب كالتالى : نضرب العدد ٤ فى رقم خانة الآحاد بالعدد ٤٦ وهى ٦ .  $\therefore ٦ \times ٤ = ٢٤$  والناتج عبارة عن رقمين :

٤ وهى خانة الآحاد ، ٢ فى خانة العشرات ، ولذلك فإننا نقوم بوضع ٤ فى خانة آحاد الإجابة ونضيف العدد ٢ لكى يجمع مع حاصل ضرب ٤  $\times$  خانة العشرات . (٤)

بعد ذلك نضرب ٤ فى رقم خانة العشرات  $= ٤ \times ٤ = ١٦$  ونضيف ٢ إلى ١٦ فيصبح  $١٨ = ٢ + ١٦$  .

وبذلك يكون ناتج الضرب  $٤٦ \times ٤$  هو ١٨٤ .

ومن عمليات الضرب البسيطة والمختصرة ، ضرب أى رقم أو عدد فى العدد ١٠ حيث يكون الناتج هو نفس العدد المضروب فى ١٠ مضافاً له صفر فى خانة آحاده ، نفس الشيء عند ضرب أى عدد فى ١٠٠ ، فالناتج يكون نفس العدد ، مضافاً له صفرين ، أحدهم فى خانة الآحاد والآخر فى خانة العشرات وهكذا مع العدد ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، ١٠٠٠٠٠ .

**مثال (١):** آحاد عشرات

$$٦ \quad ٤ \quad ٠ = ١٠ \times ٦ \quad ٤$$

**مثال (٢):** آحاد عشرات مئات آلاف

$$٧ \quad ٨ \quad ٠ \quad ٠ = ١٠٠ \times ٧ \quad ٨$$

### Long multiplication [ ٧ - ٣ ] عمليات الضرب المطولة

مثال : أوجد حاصل ضرب  $٦٧ \times ٢٣٦$

$$\begin{array}{r} ٢٣٦ \\ ٦٧ \times \\ \hline \end{array}$$

نبدأ بعملية الضرب البسيطة التالية :  $٧ \times ٢٣٦$  فيكون

$$١٦٥٢$$

الناتج  $١٦٥٢$  ، ثم نجرى عملية الضرب التالية :

$$١٤١٦٠ +$$

$٦٠ \times ٢٣٦$  (وليس ٦) وذلك بأن نضع صفراً في

خانة الآحاد ، ونجرى عملية الضرب في ٦

$$١٥٨١٢$$

[  $١٤١٦ = ٦ \times ٢٣٦$  ] ومع اعتبار وجود صفر في خانة الآحاد فإن

$$. [ ١٤١٦٠ = ٦٠ \times ٢٣٦ ]$$

ثم نجرى عملية جمع للصفين معاً فنحصل على حاصل ضرب  $٦٧ \times ٢٣٦$  وهو

$$. ١٥٨١٢$$

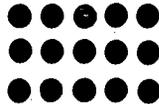
### Division : القسمة [ ٨ - ٣ ]

القسمة هي عملية تجزئة إلى أجزاء متساوية .

مثال : وزع ١٥ رغيفاً على ٣ أفراد بالتساوى :

$١٥ \div ٣ = ٥$  حيث يحصل كل فرد على خمسة أرغفة ويمكن تمثيل ذلك

بالنقاط كما بشكل (٣ - ٥) .



$$٥ = ٣ \div ١٥$$

شكل [ ٨ - ٣ ]

وبلاحظ أنه توجد عدة طرق لكتابة القسمة فعندما نقسم ١٥ على ٣ يمكن أن نكتبها كالتالي :

$$15 \div 3 \quad \text{أو} \quad \overline{3 \overline{) 15}} \quad \text{أو} \quad \frac{15}{3}$$

**Short division** [ ٣ - ٩ ] **القسمة البسيطة**

**مثال (١) :** اقسم  $434 \div 7$

**الحل :** هذا السؤال يعني كم سبعة توجد في العدد ٤٣٤  
٠ ٦ ٢

$$\begin{array}{r} 434 \\ \underline{7 \overline{) 434}} \\ 434 \end{array}$$

وكل من هذه الأعداد له اسم يعرف به :

dividend فالعدد ٤٣٤ يُعرف بالمقسوم  
divisor والعدد ٧ يُعرف بالمقسوم عليه  
quotient والعدد ٦٢ يُعرف بخارج القسمة (الإجابة)  
وطريقة إجراء القسمة السابقة كالآتي :

$$\begin{array}{l} 4 \text{ (خانة المئات)} \div 7 = 0 \\ \therefore 43 \div 7 = 6 \end{array}$$

ويبقى ١ ، ثم يضاف هذا الباقي إلى خانة آحاد (٤) كعشرة

$$\therefore 14 = 10 + 4$$

$$\begin{array}{l} \text{ثم نقسم } 14 \div 7 = 2 \\ \text{وأخيراً فإن } 434 \div 7 = 62 \end{array}$$

**مثال (٢) :** على القسمة ذات الباقي :

$$\text{إذا قسمنا } 1234 \div 9 \text{ فإن الناتج } = 137 \text{ ويتبقى } 1$$

ويتبقى ١

٠ ١ ٣ ٧

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 1234} \end{array}$$

### : Long division القسمة المطولة [ ٣ - ١٠ ]

إذا كان العدد المقسوم عليه أكبر من العدد ١٢ فإن عملية القسمة حينئذ تُصبح قسمة مُطوّلة .

وطريقة إجرائها تشبه إلى حد كبير عملية القسمة المبسطة وسندون كل شيء كتابةً كما يلي :

**مثال (١) :** اقسم ٢٤٠٨ ÷ ١٤ (أكبر من ١٢)

$$\begin{array}{r} 0.172 \\ 14 \overline{) 2408} \\ \underline{1 \times 14 = 14} \phantom{00} \\ 100 \phantom{0} \\ \underline{7 \times 14 = 98} \phantom{0} \\ 28 \phantom{0} \\ \underline{2 \times 14 = 28} \\ \hline 00 \end{array}$$

وتوضيحاً لذلك نبدأ بالخانة اليسرى للعدد المقسوم ٢ :

$$0 = 14 \div 2$$

$$\therefore 10 = 14 \div 24 \text{ والباقي } 10$$

$$\therefore 7 = 14 \div 100 \text{ والباقي } 7$$

$$\therefore 2 = 14 \div 28 \text{ وبدون باقى}$$

$$\therefore 0.172 = 14 \div 2408 \text{ وبدون باقى .}$$

مثال (٢) : أوجد ناتج قسمة  $٥٤٣٢٢ \div ٢٤$  .  
(هذا المثال يشتمل على باقى للقسمة) .

الحل :

$$\begin{array}{r}
 ٠٢٢٦٣ \\
 \underline{٢٤} \overline{) ٥٤٣٢٢} \\
 ٢ \times ٢٤ = ٤٨ \\
 \underline{\phantom{٢٤}} \\
 ٦٣ \\
 \underline{٢٤} \overline{) ٦٣} \\
 ٢ \times ٢٤ = ٤٨ \\
 \underline{\phantom{٢٤}} \\
 ١٥٢ \\
 \underline{١٤} \overline{) ١٥٢} \\
 ٦ \times ٢٤ = ١٤٤ \\
 \underline{\phantom{١٤}} \\
 ٨٢ \\
 \underline{٢٤} \overline{) ٨٢} \\
 ٣ \times ٢٤ = ٧٢ \\
 \underline{\phantom{٢٤}} \\
 ١٠
 \end{array}$$

$$٠٠ \div ٥٤٣٢٢ = ٢٤ - ٢٢٦٣ \text{ والباقي } ١٠$$

[ ٣ - ١١ ] التأكد من صحة الإجابة :

كما أجرينا عملية التأكد من ناتج الطرح فإننا نعود مرة أخرى لنعرف كيف نتأكد من صحة إجابة عملية القسمة .

ويمكن التأكد من الإجابة وذلك بتحويل عملية القسمة إلى عملية ضرب وعلى سبيل المثال ، فى مثالنا السابق :

$$٠٠ \div ٥٤٣٢٢ = ٢٤ - ٢٢٦٣ \text{ والباقي } ١٠$$

فإن كانت الإجابة صحيحة فإنه يلزم أن يكون :

$$٥٤٣٢٢ = ١٠ + (٢٤ \times ٢٢٦٣)$$

$$\begin{array}{r} 2263 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 902 \\ 45260 \\ \hline \end{array}$$

$$54322 = 10 + 54312$$

∴ فالإجابة صحيحة .

## تدريبات على عمليات الضرب والقسمة

$$[ 1 ] \quad 6 \times 325 \text{ (أ)}$$

$$12 \times 54 \text{ (ب)}$$

$$18 \times 17 \text{ (ج)}$$

$$\begin{array}{r} 4426 \quad (ز) \quad 572 \quad (و) \quad 524 \quad (هـ) \quad 35 \quad (د) \\ \times 11 \quad \quad \quad \times 10 \quad \quad \quad \times 6 \quad \quad \quad \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$[ 2 ] \quad \begin{array}{r} 322 \quad (د) \quad 542 \quad (ج) \quad 213 \quad (ب) \quad 32 \quad (أ) \\ \times 58 \quad \quad \quad \times 15 \quad \quad \quad \times 26 \quad \quad \quad \times 41 \\ \hline \end{array}$$

$$[ 3 ] \quad \begin{array}{r} 6 \div 852 \text{ (د)} \quad 7 \div 756 \text{ (ج)} \quad 4 \div 92 \text{ (ب)} \quad 5 \div 75 \text{ (أ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \sqrt{7755} \text{ (ح)} \quad 15 \sqrt{735} \text{ (ز)} \quad 13 \sqrt{182} \text{ (و)} \quad 25 \sqrt{875} \text{ (هـ)} \end{array}$$

[ 4 ] بائع صحف ، يبيع يومياً 87 نسخة من جريدة الأهرام ، 64 نسخة من جريدة الأخبار ، 43 نسخة من جريدة الوفد .

( أ ) كم عدد النسخ المباعة يومياً .

( ب ) كم عدد النسخ التي يبيعها في مدة 30 أسبوع .

( ج ) كم عدد النسخ التي يبيعها من جريدة الأخبار في مدة 40 أسبوع .

( د ) كم عدد النسخ المباعة من كل الجرائد على مدار 365 يوماً .

[ ٥ ] سيارة تستهلك ٣٥ لتراً من البنزين عندما تتحرك مسافة قدرها ٣١٥ كيلومتراً .

( أ ) كم تبلغ المسافة المقطوعة بالسيارة عند استهلاك لتر واحد .

( ب ) إذا استهلكت السيارة ، فعلاً ، ٢٠ لتراً فكم تبلغ المسافة التي تتحركها .

### [ ٣ - ١٢ ] ترتيب حل وإجراء عمليات الحساب :

إذا نظرنا إلى المسائل التالية ، فإننا نلاحظ الوصول إلى أكثر من إجابة وذلك يتوقف على ترتيب إجراء العمليات الحسابية ومن المهم هنا معرفة هذه الأصول للوصول إلى الإجابة الصحيحة فمثلاً :

$$( أ ) ٨ + ١٦ \div ٤ =$$

$$( ب ) ٥ + ٨ \times ٤ =$$

$$( ج ) ٩١ - (٧ - ٣) =$$

$$( د ) ٤ \div (٢٨ + ١٦) =$$

، لذلك يجب اتباع خطوات معينة عند تعرضنا لمسائل فيها أكثر من عملية حسابية بغرض الوصول إلى الحل الصحيح .

وتكون خطوات الحل كالاتى :

١ - نبدأ بفك الأقواس إن وجدت .

٢ - نُجرى عمليات الضرب/القسمة .

٣ - نُجرى عمليات الجمع/الطرح .

وعلى سبيل المثال : نبدأ بحل الأمثلة السابقة :

$$( أ ) ٨ + ١٦ \div ٤ = ٨ + ٤ = ١٢$$

$$( ب ) ٥ + ٨ \times ٤ = ٥ + ٣٢ = ٣٧$$

$$( ج ) ٩١ - (٧ - ٣) = ٩١ - ٤ = ٨٧$$

$$( د ) ٤ \div (٢٨ + ١٦) = ٤ \div ٤٤ = ١١$$

## الدروس الرابع :

### الكسور Fractional numbers

[ ٤ - ١ ] تعريف الكسور :

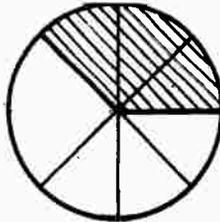
عند قسمة عدد على عدد آخر ينتج لدينا ما يُعرف بالكسر ، فمثلاً :

$$\frac{3}{4} = 4 \div 3 \text{ أى } 3 \text{ أرباع .}$$

$$\frac{7}{8} = 8 \div 7 \text{ أى } 7 \text{ أثمان .}$$

ويمكن تمثيل هذه الكسور بتجزئ دائرة الوحدة (دائرة افتراضية نصف قطرها الوحدة أى واحد) .

فالجزء المظلل من الدائرة بالشكل (٤ - ١) يمثل ٣ أجزاء من ٨ وهو عدد أجزاء الدائرة ، أى ٣ أثمان  $\frac{3}{8}$  .



شكل [ ٤ - ١ ]  $\frac{3}{8}$

[ ٤ - ٢ ] البسط والمقام Numerator and denominator :

Numerator ويطلق على الرقم الموجود أعلى شرطة الكسر « البسط » ،

Denominator بينما الرقم الموجود أسفل شرطة الكسر « المقام »

$$\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} = \text{الكسر}$$

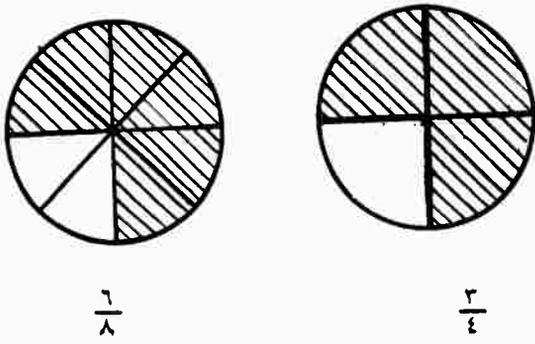
[ ٣ - ٤ ] الكسور المتساوية: Equivalent fractions :

كما يتضح من شكل (٤ - ٢) ، نجد أن  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  لأنهما متساويان بالشكل في القيمة أو في الكمية أو في المقدار .

وهنا يُسمى الكسران بأنهما كسران متساويان .

فإذا قسمنا بسط ومقام كل من حدى الكسر  $\frac{6}{8}$  على ٢ فإننا نحصل على المقدار  $\frac{3}{4}$  .

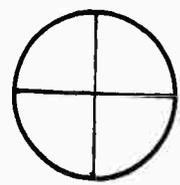
وكذلك نجد أن  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$  وذلك بقسمة حدى الكسر  $\frac{12}{16}$  على ٤ .



شكل [ ٢ - ٤ ]  
تكريرات

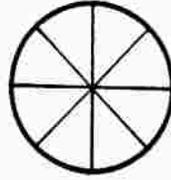
[ ١ ] في شكل (٤ - ٣) ؛ ظلل  $\frac{1}{4}$  الشكل ، فكم عدد الأرباع التي تم تظليلها ؟  
فيمكننا القول :  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  .

شكل [ ٣ - ٤ ]



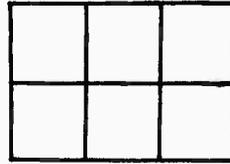
[ ٢ ] فى شكل (٤ - ٤) ، ظلل  $\frac{1}{4}$  الشكل ، فكم عدد الأثمان التى تم تظليلها ؟  
 فىمكننا القول :  $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  .

شكل [ ٤ - ٤ ]



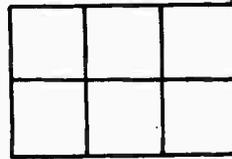
[ ٣ ] فى شكل (٥ - ٤) ، ظلل  $\frac{1}{4}$  الشكل ، كم سدس تم تظليله ؟  $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  ؟

شكل [ ٥ - ٤ ]



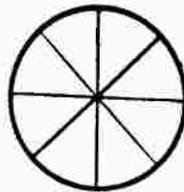
[ ٤ ] فى شكل (٦ - ٤) ، ظلل  $\frac{2}{4}$  الشكل ، كم سدس تم تظليله ؟ ،  $\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$  .

شكل [ ٦ - ٤ ]



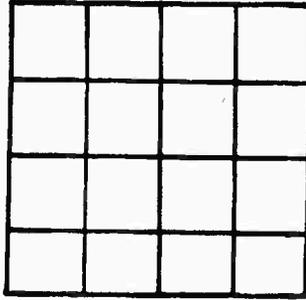
[ ٥ ] فى الشكل (٧ - ٤) ، ظلل  $\frac{3}{4}$  الشكل ، كم ثمناً تم تظليله ؟  $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$  ؟

شكل [ ٧ - ٤ ]



$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

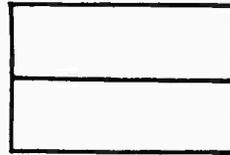
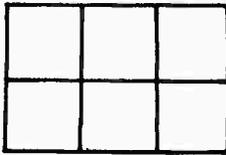
[ ٦ ] في الشكل (٤ - ٨) ، ظلل  $\frac{3}{4}$  الشكل ، كم مُربعاً من الستة عشر مربعاً تم تظليله ؟ ،  $\frac{9}{16} = \frac{3}{4}$  .



$$\frac{9}{16} = \frac{3}{4}$$

شكل [ ٤ - ٨ ]

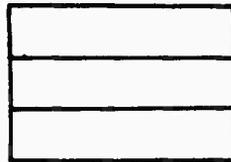
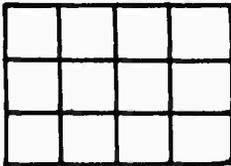
[ ٧ ] في الشكل (٤ - ٩) :  $\frac{9}{6} = \frac{1}{3}$



$$\frac{9}{6} = \frac{1}{3}$$

شكل [ ٤ - ٩ ]

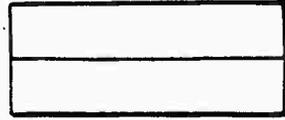
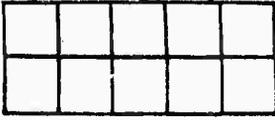
[ ٨ ] في الشكل (٤ - ١٠) :  $\frac{9}{12} = \frac{1}{3}$



$$\frac{9}{12} = \frac{1}{3}$$

شكل [ ٤ - ١٠ ]

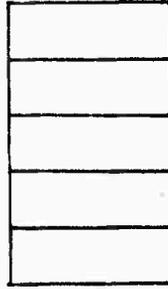
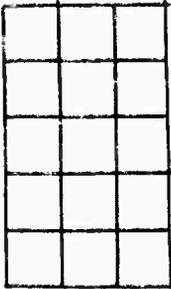
[ ٩ ] في الشكل ( ١١ - ٤ ) :  $\frac{9}{11} = \frac{1}{2}$



$$\frac{9}{11} = \frac{1}{2}$$

شكل [ ١١ - ٤ ]

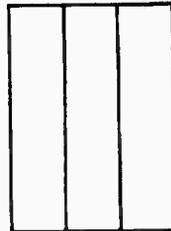
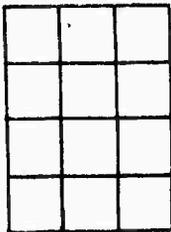
[ ١٠ ] في الشكل ( ١٢ - ٤ ) :  $\frac{9}{10} = \frac{3}{10}$



$$\frac{9}{10} = \frac{3}{10}$$

شكل [ ١٣ - ٤ ]

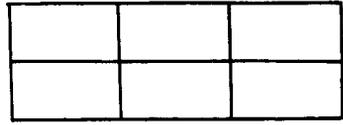
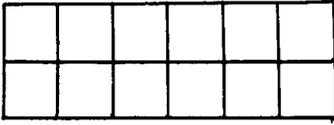
[ ١١ ] في الشكل ( ١٣ - ٤ ) :  $\frac{9}{12} = \frac{1}{3}$



$$\frac{9}{12} = \frac{1}{3}$$

شكل [ ١٣ - ٤ ]

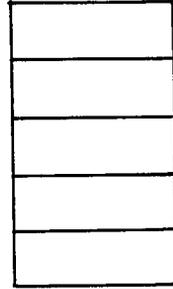
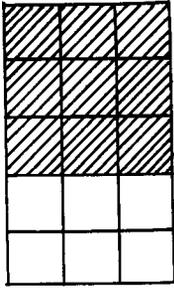
$$\frac{1}{12} = \frac{1}{4} : (14 - 4) \text{ في الشكل [12]}$$



$$\frac{2}{12} = \frac{10}{6}$$

شكل [ 12 - 2 ]

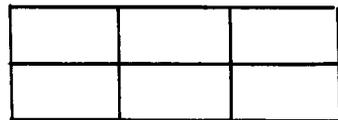
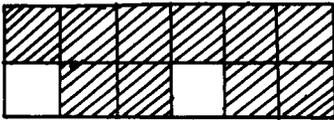
$$\frac{9}{10} = \frac{9}{5} : (10 - 4) \text{ في الشكل [13]}$$



شكل [ 18 - 2 ]

$$\frac{9}{10} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6} : (16 - 4) \text{ في الشكل [14]}$$



$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

شكل [ 17 - 2 ]

$$\begin{array}{ll} \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ (هـ)} & \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ (أ)} \\ \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ (و)} & \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ (ب)} \\ \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ (ز)} & \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ (ج)} \\ \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ (ح)} & \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ (د)} \end{array} \quad [15]$$

وللحصول على كسور أخرى متساوية فإننا قد نلجأ إلى ضرب كل من البسط والمقام في نفس الرقم أو نقسم كل منهما على نفس الرقم .

[16] ضع الكسور الآتية في أبسط صورة :

$$\frac{70}{120}, \frac{32}{48}, \frac{10}{60}, \frac{20}{48}, \frac{20}{100}, \frac{40}{60}, \frac{9}{10}, \frac{9}{27}, \frac{5}{20}, \frac{7}{10}$$

[17] أكمل الفراغات في الكسور التالية لتحصل على مجموعة من الكسور المتساوية :

$$\frac{4}{20} = \frac{4}{12} = \frac{5}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4}{6} = \frac{4}{4} = \frac{1}{1} \text{ (أ)}$$

$$\frac{4}{30} = \frac{4}{18} = \frac{4}{10} = \frac{4}{8} = \frac{4}{9} = \frac{2}{9} = \frac{1}{3} \text{ (ب)}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{24} = \frac{4}{20} = \frac{4}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ (ج)}$$

$$\frac{4}{40} = \frac{24}{40} = \frac{4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{4}{12} = \frac{4}{8} = \frac{3}{4} \text{ (د)}$$

$$\frac{4}{30} = \frac{16}{30} = \frac{10}{30} = \frac{4}{12} = \frac{4}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ (هـ)}$$

$$\frac{4}{50} = \frac{24}{50} = \frac{10}{50} = \frac{4}{20} = \frac{4}{10} = \frac{4}{10} = \frac{3}{5} \text{ (و)}$$

[ 4 - 4 ] وضع الكسر في أبسط صورة Lowest terms :

يكون الكسر في أبسط صورته ، إذا لم يكن هنالك أى عامل مشترك بين البسط والمقام .

فمثلاً  $\frac{3}{10}$  (العامل المشترك بين البسط والمقام هو 3)  $\frac{1}{5}$  (أبسط صورة) .

بينما  $\frac{5}{19}$  (لا يوجد عامل مشترك بين حدى الكسر)  $\frac{5}{19}$  (أبسط صورة)

ومن المؤكد أن قيمة الكسر لا تتغير عند قسمة حدى الكسر على نفس الرقم .

#### [ ٤ - ٥ ] الكسور الحقيقية Proper fractions :

عندما يكون بسط الكسر أصغر من مقامه ، فإن الكسر يطلق عليه كسر حقيقي أو صحيح .

أمثلة :  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{3}{8}$  ،  $\frac{4}{9}$  ،  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{5}{8}$  ، كلها كسور حقيقية لصغر قيمة البسط في كل منها عن قيمة المقام .

#### [ ٤ - ٦ ] الكسور الغير حقيقية Improper fractions :

عندما يكون بسط الكسر أكبر من مقامه ، فإن الكسر يُطلق عليه كسر غير حقيقي .

أمثلة :  $\frac{9}{4}$  ،  $\frac{8}{5}$  ،  $\frac{5}{3}$  ،  $\frac{4}{3}$  ، كلها كسور غير حقيقية .

#### [ ٤ - ٧ ] الأعداد الكسرية - الأعداد المختلطة Mixed numbers :

يُطلق على العدد الذى يحتوى على رقم صحيح وعلى كسر « حقيقى » ، فى آن واحد .

أمثلة : (أ)  $2\frac{3}{4}$  ،  $6\frac{3}{8}$  ،  $3\frac{7}{9}$  ،  $8\frac{7}{7}$  ، ... كلها أعداد كسرية (مختلطة) .

فالكسر المختلط الأول عبارة عن رقم صحيح (٢) وكسر ( $\frac{3}{4}$ )  
 $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$

(ب) حول الكسر الغير حقيقى  $\frac{17}{8}$  إلى عدد مختلط :

الحل :

$$17 \div 8 = 2 \text{ ويتبقى } 1$$

والعدد ٢ عدد صحيح والباقى يكون فى صورة كسر حقيقى  $\frac{1}{8}$

$$2\frac{1}{8} = \frac{17}{8} \text{ للكسر المختلط}$$

(ج) حول العدد المختلط  $4\frac{7}{9}$  إلى كسر غير حقيقى .

الحل :

$$4 \frac{7}{9} = 4 \text{ عدد صحيح} + \frac{7}{9} \text{ كسر}$$

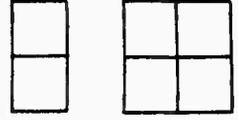
$$= \frac{7}{9} + \frac{9}{9} \times 4 =$$

$$= \frac{7}{9} + \frac{36}{9} = \frac{43}{9} \text{ كسر غير حقيقي .}$$

## تكرينات على الكسور الغير حقيقية والأعداد

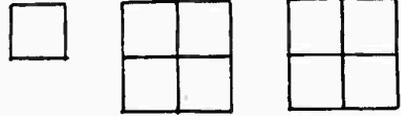
(أ) في شكل (٤ - ١٧) ،  $1 \frac{1}{3}$  عدد مختلط =  $\frac{4}{3}$  كسر غير حقيقي .

$$1 \frac{1}{3} \text{ عدد مختلط} = \frac{4}{3} \text{ كسر غير حقيقي}$$



في شكل (٤ - ١٨) ،  $2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

$$\frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$



(ب) والآن ، حول الأعداد المختلطة التالية إلى كسور غير حقيقية :

$$\frac{9}{5} = 3 \frac{3}{5} , \frac{9}{3} = 6 \frac{2}{3} , \frac{9}{5} = 2 \frac{1}{5} , \frac{9}{4} = 1 \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{5} = 4 \frac{1}{5} , \frac{9}{10} = 1 \frac{7}{10} , \frac{9}{3} = 5 \frac{1}{3} , \frac{9}{8} = 2 \frac{3}{8}$$

$$\frac{9}{6} = 1 \frac{5}{6} , \frac{9}{2} = 5 \frac{1}{2} , \frac{9}{3} = 10 \frac{1}{3} , \frac{9}{6} = 2 \frac{1}{6}$$

(ج) قم بتحويل الكسور الغير حقيقية التالية إلى أعداد مختلطة :

$$\frac{22}{9} , \frac{25}{11} , \frac{29}{7} , \frac{21}{2} , \frac{17}{8} , \frac{53}{10} , \frac{23}{5} , \frac{30}{7} , \frac{19}{8} , \frac{13}{3} , \frac{7}{4} , \frac{9}{7}$$

## [ ٤ - ٨ ] المضاعف المشترك الأصغر :

### L.C.M. (Least Common Multiple)

إذا كان لدينا الكسور التالية :  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{3}{4}$  ،  $\frac{5}{12}$  ،  $\frac{7}{8}$  ،  $\frac{9}{6}$  وأردنا ترتيبها تنازلياً ،  
أى الأكبر فالأصغر ، فإننا يجب اتباع الآتى :

١ - يجب إيجاد مقام مشترك يتناسب مع مقامات الكسور وهى على الترتيب ،  
٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ .

أى يجب إيجاد أصغر عدد يمكن أن يقبل القسمة على أى من مقامات هذه  
الكسور ، ويلاحظ أن العدد ٢٤ هو العدد الذى يقبل القسمة عليها جميعاً ، ويطلق  
على العدد ٢٤ فى حالتنا هذه بالمضاعف المشترك الأصغر أو المقام المشترك البسيط  
للأعداد ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ .

٢ - بعد معرفة المقام المشترك البسيط ، نقوم بتحويل كل الكسور السابقة إلى  
أجزاء من العدد ٢٤ كالتالى :

$$\begin{aligned} \frac{16}{24} &= \frac{8}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \therefore 8 = 3 \div 24 , \\ \frac{14}{24} &= \frac{2}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{12} \therefore 2 = 12 \div 24 , \\ \frac{18}{24} &= \frac{6}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \therefore 6 = 4 \div 24 , \\ \frac{15}{24} &= \frac{3}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \therefore 3 = 8 \div 24 , \\ \frac{20}{24} &= \frac{4}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \therefore 4 = 6 \div 24 , \end{aligned}$$

وبترتيب هذه الكسور نجسدها كالتالى :

$$\frac{14}{24} , \frac{15}{24} , \frac{16}{24} , \frac{18}{24} , \frac{20}{24}$$

وهى بذلك تكون أسهل فى الترتيب من :

$$\frac{7}{12} , \frac{5}{8} , \frac{2}{3} , \frac{3}{4} , \frac{9}{6}$$

وأكبر هذه الكسور هو  $\frac{9}{6}$  وأصغرها هو  $\frac{7}{12}$

## تكريرات مقارنة بين الكسور

[أ] فيما يلي ضع علامة أكبر من ( $<$ ) أو أصغر من ( $>$ ) أو يساوى ( $=$ ) بدلاً من علامة الاستفهام (?):

$$\frac{3}{7} \text{ ؟ } \frac{2}{5} \text{ (٧)}$$

$$\frac{10}{15} \text{ ؟ } \frac{3}{5} \text{ (١)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ ؟ } \frac{5}{8} \text{ (٨)}$$

$$\frac{7}{10} \text{ ؟ } 2\frac{3}{5} \text{ (٢)}$$

$$\frac{7}{14} \text{ ؟ } \frac{4}{7} \text{ (٩)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ ؟ } 3\frac{2}{5} \text{ (٣)}$$

$$\frac{9}{12} \text{ ؟ } \frac{3}{4} \text{ (١٠)}$$

$$\frac{7}{9} \text{ ؟ } \frac{2}{3} \text{ (٤)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ ؟ } \frac{7}{10} \text{ (١١)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ ؟ } \frac{4}{5} \text{ (٥)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ ؟ } \frac{3}{4} \text{ (١٢)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ ؟ } \frac{5}{6} \text{ (٦)}$$

[ب] أعد ترتيب الكسور التالية ترتيباً تصاعدياً :

$$\frac{7}{12} ، \frac{2}{3} ، \frac{3}{4} ، \frac{1}{2} \text{ (١٦)}$$

$$\frac{1}{2} ، \frac{1}{4} ، \frac{1}{3} \text{ (١٣)}$$

$$\frac{3}{10} ، \frac{1}{4} ، \frac{3}{8} ، \frac{2}{5} \text{ (١٧)}$$

$$\frac{1}{6} ، \frac{1}{3} ، \frac{1}{2} ، \frac{3}{8} \text{ (١٤)}$$

$$\frac{7}{12} ، \frac{2}{3} ، \frac{3}{4} ، \frac{3}{5} \text{ (١٥)}$$



عمليات على الكسور

Operations on fractions

[ ٥ - ١ ] جمع الكسور Adding fractions :

عند إجراء عملية جمع أو طرح للكسور التي لها نفس المقام ، فإنه ينتج لنا كسر له نفس المقام .

$$\text{مثال (١) : } \frac{5}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

مثال (٢) :

$$\frac{10}{7} = \frac{6+4}{7} = \frac{6}{7} + \frac{4}{7}$$

$$1 \frac{3}{7} = \frac{10}{7} \text{ ، (عدد مختلط) .}$$

وإذا كانت المقامات مختلفة فإنه يجب أولاً توحيدها قبل إجراء عمليات الجمع أو الطرح .

مثال (٣) :

$$1 \frac{5}{24} = \frac{29}{24} = \frac{9+20}{24} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{3}{8} + \frac{5}{6}$$

وعند إجراء عمليات الجمع على الأعداد المختلطة ، فإنه يجب أن نجمع الأعداد الصحيحة بها على حدة ، والكسرية على حدة .

مثال (٤) :

$$\text{اجمع : } 2 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} + 3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + (2 + 1) = 2 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{4}$$

$$3 \frac{5}{4} = \frac{2+3}{4} + 3 =$$

مثال (٥) :

$$\text{اجمع } ٤ \frac{٧}{١٢} + ٢ \frac{٣}{٤}$$

الحل :

$$٧ \frac{١}{٣} = ٧ \frac{٤}{١٢} = ٦ \frac{١٦}{١٢} = \frac{٧}{١٢} + \frac{٩}{١٢} + ٦ = ٤ \frac{٧}{١٢} + ٢ \frac{٣}{٤}$$

وبهذه الطريقة فإنه يمكننا أن نجتمع أكثر من عددين مختلطين .

مثال (٦) :

$$٦ \frac{٣}{٤} + ٤ \frac{٤}{٦} + ٢ \frac{١١}{١٢} + ٣ \frac{٦}{٨}$$
$$١٥ \frac{٧٤}{٢٤} = \frac{٧٤}{٢٤} + ١٥ = \frac{١٨ + ١٦ + ٢٢ + ١٨}{٢٤} + (٦ + ٤ + ٢ + ٣)$$

$$٣ \frac{١}{١٢} = ٣ \frac{٢}{٢٤} = \frac{٧٤}{٢٤} ؛ ولكن$$

$$١٨ \frac{١}{١٢} = ٣ \frac{١}{١٢} + ١٥ = ١٥ \frac{٧٤}{٢٤} . \therefore$$

### [ ٥ - ٢ ] طرح الكسور Subtracting fractions

تم هذه العملية مثلما الحال تماماً في عملية جمعها :

$$\text{مثال (١) : } \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٩} = \frac{٤-٧}{٩} = \frac{٤}{٩} - \frac{٧}{٩}$$

$$\text{مثال (٢) : } \frac{٧}{٣٠} = \frac{١٨}{٣٠} - \frac{٢٥}{٣٠} = \frac{٣}{٣٠} - \frac{٥}{٦}$$

وفي حالة طرح أعداد مختلطة ومثلما في عملية الجمع فإنه يتم طرح الأعداد الصحيحة وحدها ، والكسور بعد ذلك وحدها .

$$\text{مثال (٣) : } ٢ \frac{٣}{٥} - ٥ \frac{٣}{٤}$$

$$٣ \frac{٣}{٢٠} = \frac{٣}{٢٠} + ٣ = \frac{١٢}{٢٠} - \frac{١٥}{٢٠} + ٣ = (\frac{٣}{٢٠} - \frac{٣}{٤}) + (٢ - ٥) =$$

وتظهر صعوبة هذا النوع من المسائل عندما يكون كسر المطروح منه أصغر من كسر المطروح كما في المثال التالي :

مثال (٤) :

$$2 \frac{10-8}{3} = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} + 2 = 1 \frac{2}{3} - 3 \frac{2}{3}$$

ومن الواضح أن (٨ - ١٥) تمثل مشكلة لنا وللتغلب عليها فإنه يجب أن نأخذ واحداً من العدد الصحيح (٢) ، ثم نحوله إلى  $\frac{2}{3}$  ؛ ثم نضيفه إلى  $\frac{8}{3}$  فنحصل على :  $\frac{28}{3}$

$$1 \frac{13}{20} = 1 \frac{10-28}{20} .$$

### [ ٣ - ٥ ] ضرب الكسور Multiplying fractions :

عند ضرب كسر في كسر فإنه يجب أن نضرب بسط الكسور في بعضها فنحصل على بسط الإجابة ؛ ثم نضرب مقامات الكسور لنحصل على مقام الإجابة .

مثال (١) :

$$\frac{9}{14} = \frac{18}{28} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{4}$$

وإذا ما كان هنالك عامل مشترك بين البسط والمقام في أى كسر فإنه يفضل إجراء عملية اختصار لهما أى قسمة كل منهما على هذا العامل وذلك قبل إجراء عملية الضرب .

مثال (٢) :

$$\frac{5}{9} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{11} \times \frac{7}{8}$$

حيث أن (٧) عامل مشترك لكل من (٧ ، ٢١) ، (٤) عامل مشترك بين (٨ ، ٢٠) .

وإذا ما كان لدينا أعداد كسرية (مختلطة) ويراد ضربها ، فإنه يجب أولاً تحويلها إلى كسور غير حقيقية قبل إجراء عملية الضرب .

$$12 = \frac{3}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{9}{4} \times \frac{16}{4} = 2 \frac{1}{4} \times 5 \frac{1}{4}$$

وبنفس الطريقة يمكننا ضرب أكثر من عدد .

$$\text{مثال (٤) : } \frac{1}{14} \times 4 \frac{1}{4} \times 2 \frac{1}{3} :$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{14} \times \frac{9}{4} \times \frac{7}{3} =$$

### [ ٤ - ٥ ] قسمة الكسور Dividing fractions

ولكى نفهم كيفية إجراء قسمة الكسور فإنه يجب أن نعلم أن القسمة على ٢ (مثلاً) هي نفسها كما لو كانت الضرب فى  $\frac{1}{2}$ .

وبنفس الطريقة فإن القسمة على  $\frac{2}{3}$  هي نفسها كالضرب فى  $\frac{3}{2}$  وباستخدام هذه الفكرة فإنه ببساطة يمكننا تحويل أى عملية قسمة إلى عملية ضرب ويجب أن لا ننسى أنه إذا وجد عدد مختلط فإنه يلزم تحويله إلى كسر غير حقيقى .

$$\text{مثال (١) : } 5 \div 6 \frac{3}{4}$$

$$1 \frac{2}{7} = \frac{9}{7} = \frac{1}{5} \times \frac{45}{7} = \frac{9}{1} \div \frac{45}{7} =$$

$$\text{مثال (٢) : } 8 \frac{1}{4} \div 2 \frac{5}{8}$$

$$\frac{9}{28} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{49} \times \frac{21}{8} = \frac{49}{6} \div \frac{21}{8} = 8 \frac{1}{6} \div 2 \frac{5}{8}$$

### تدريبات عامة

أولاً - على جمع وطرح الكسور :  
[ أ ] الجمع :

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad (٥)$$

$$\frac{7}{11} + \frac{1}{11} \quad (١)$$

$$2 \frac{1}{7} + 1 \frac{1}{5} \quad (٦)$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \quad (٢)$$

$$2 \frac{2}{4} + 2 \frac{1}{2} \quad (٧)$$

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{4} \quad (٣)$$

$$3 \frac{1}{5} + 2 \frac{1}{4} \quad (٨)$$

$$\frac{7}{11} + \frac{2}{5} \quad (٤)$$

[ ب ] الطرح :

$$\frac{1}{4} - 1 \frac{1}{4} \quad (٥)$$

$$\frac{3}{8} - \frac{7}{8} \quad (١)$$

$$1 \frac{3}{4} - 2 \frac{7}{11} \text{ (٦)}$$

$$1 \frac{1}{3} - 3 \frac{2}{5} \text{ (٧)}$$

$$2 \frac{2}{3} - 4 \frac{1}{4} \text{ (٨)}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \text{ (٢)}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{5}{12} \text{ (٣)}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{3} \text{ (٤)}$$

[ج] عام :

يصرف طفل  $\frac{1}{4}$  مصروفه على الحلوى ،  $\frac{1}{3}$  مصروفه على المتنوعات ويوفر الباقي  
فما مقدار ما يوفره في صورة كسرية .

ثانياً - على الضرب والقسمة :

[ أ ] الضرب :

$$\frac{3}{11} \times \frac{4}{9} \text{ (٥)}$$

$$2 \frac{2}{3} \times 4 \frac{1}{4} \text{ (٦)}$$

$$1 \frac{1}{11} \times 3 \frac{2}{3} \text{ (٧)}$$

$$3 \frac{3}{5} \times 7 \frac{1}{7} \text{ (٨)}$$

$$5 \times \frac{3}{8} \text{ (١)}$$

$$5 \times \frac{4}{5} \text{ (٢)}$$

$$7 \times 2 \frac{1}{4} \text{ (٣)}$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{2}{5} \text{ (٤)}$$

[ب] القسمة :

$$2 \frac{1}{11} \div 1 \frac{1}{5} \text{ (٥)}$$

$$\frac{3}{5} \div 3 \frac{2}{8} \text{ (٦)}$$

$$2 \frac{1}{4} \div 10 \text{ (٧)}$$

$$1 \frac{1}{8} \div 5 \frac{2}{5} \text{ (٨)}$$

$$3 \div \frac{3}{4} \text{ (١)}$$

$$5 \div 2 \frac{1}{4} \text{ (٢)}$$

$$1 \frac{1}{4} \div 3 \frac{1}{4} \text{ (٣)}$$

$$2 \frac{2}{3} \div 2 \frac{1}{4} \text{ (٤)}$$

[ج] عام :

إذا فرضنا أن عملية طهي (١) كيلوجرام من اللحم تحتاج إلى  $(1 \frac{1}{4})$  ساعة ،  
فكم من الوقت نحتاج لطهي قطعة لحم تزن (٣) كيلوجرام .

## الأعداد العشرية Decimal Numbers

## [ ٦ - ١ ] جمع الأعداد العشرية :

إن عملية جمع الأعداد العشرية ، تشبه تماماً ، عملية جمع الأعداد الصحيحة والفرق الوحيد ، هو استخدام العلامات العشرية .  
والغرض من استخدام العلامة العشرية ، هو الفصل بين الأعداد الصحيحة وبين الكسور (العشرية) .

فمثلاً ، ١٦,٤ ، تمثل عدداً صحيحاً قدره ١٦ بالإضافة إلى أربعة أعشار ( $\frac{4}{10}$ ) .  
وبالمثل العدد (٧,٢٣) ، تمثل عدداً صحيحاً قدره ٧ وكسراً في صورة  $\frac{23}{100} = ٠,٢٣$  وهكذا ...

ولحل مسائل جمع الأعداد العشرية فإنه يجب وضع الأعداد في صورة أعمدة بحيث تكون العلامات العشرية فوق بعضها حتى يمكن جمع الكسور مع بعضها البعض والأعداد الصحيحة مع بعضها البعض .

$$\text{مثال : } ٣٢٨,٧ + ١٣,٦٥ + ٠,٦٢٧$$

الحل :

$$\begin{array}{r} ٠,٦٢٧ \\ ١٣,٦٥٠ + \\ ٣٢٨,٧٠٠ + \\ \hline ٣٤٢,٩٧٧ \end{array}$$

وقد تم زيادة أصفار على يمين الكسر لسهولة الجمع وليس لها أى تأثير على القيمة العددية .

## [ ٦ - ٢ ] طرح الأعداد العشرية :

تشبه هذه العملية ، عملية طرح الأعداد الصحيحة ويلزم فقط ترتيب الأعداد تحت بعضها ، بحيث تكون العلامات العشرية فوق بعضها البعض كما هو الحال في عملية الجمع .

$$\text{مثال : } ١٥,٣٨ - ٦,٥٤٣$$

**الحل :**

$$\begin{array}{r} \text{“ يُضاف صفر على يمين رقم ٨ ”} \\ ١٥,٣٨٠ \\ - ٦,٥٤٣ \\ \hline ٨,٨٣٧ \end{array}$$

وللتأكد من صحة الإجابة نقول :

$$\begin{array}{r} ٨,٨٣٧ \\ + ٦,٥٤٣ \\ \hline ١٥,٣٨٠ \end{array}$$

∴ الإجابة صحيحة

## [ ٦ - ٣ ] ضرب الأعداد العشرية :

عند الرغبة في ضرب الأعداد العشرية ، يتم إهمال وجودها أثناء عملية الضرب ، ثم بعد ذلك نضيف العلامة العشرية في مكانها الصحيح .

$$\text{مثال : } ١٧,٤ \times ٠,٧٥$$

**الحل :**

$$\begin{array}{r} \leftarrow (هذا العدد أكبر بمقدار ١٠ مرات) \quad ١٧٤ \\ \leftarrow (هذا العدد أكبر بمقدار ١٠٠ مرة) \quad ٧٥ \times \\ \hline \quad \quad \quad ٨٧٠ \\ \quad \quad ١٢١٨٠ \\ \hline \end{array}$$

← هذا العدد أكبر بمقدار  $١٠ \times ١٠٠ = ١٠٠٠$  مرة  $١٣٠٥٠$

∴ عدد الخانات العشرية بعد العلامة وعلى يمينها في الإجابة = مجموع عدد الخانات العشرية في العددين المضروبين .

ولما كان عدد الخانات العشرية وعلى يمين العلامة في العدد الأول  $17,4 = 1$

ولما كان عدد الخانات العشرية وعلى يمين العلامة في العدد الثاني  $0,75 = 2$

∴ مجموع عدد الخانات العشرية في العددين المضروبين

$$= 1 + 2 = 3 \text{ خاناة عشرية على يمين العلامة .}$$

$$\therefore 13,050 = 0,75 \times 17,4$$

### [ ٦ - ٤ ] قسمة الأعداد العشرية :

لإجراء عملية القسمة فإن العدد المقسوم عليه يجب أن يكون عدداً صحيحاً .

$$\text{مثال : } 2,8 \div 130,76$$

**الحل :**

هنا يجب أن نجعل العدد المقسوم عليه عدداً صحيحاً وذلك بضربه في ١٠ لكي

يصبح ٢٨ وليس ٠٢,٨ .

ولكي نجعل هذا فإنه يجب أن لا ننسى ضرب العدد المقسوم  $130,76$  في ١٠

كذلك

$$\therefore 1307,6 = 10 \times 130,76$$

$$, 28,0 = 10 \times 2,8$$

$$\therefore 28 \div 1307,6 = 10 \times 2,8 \div 10 \times 130,76$$

والآن نجرى عملية القسمة المطولة كالتالي :

٠٠٤٦٧

$$\begin{array}{r} \phantom{00} 28 \overline{) 1307,6} \\ 28 \times 4 = 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{00} 28 \overline{) 187} \\ 28 \times 6 = 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{00} 28 \overline{) 196} \\ 28 \times 7 = 196 \end{array}$$

...

$$467 = 28 \div 1307,6 \therefore$$

$$46,7 = 2,8 \div 130,76 \text{ ومنها}$$

## تدريبات على جمع وطرح الأعداد العشرية

$$(د) 2,91 + 13,27 + 0,621$$

$$(هـ) 3,38 + 0,03 + 61$$

$$(ج) 0,7 - 7,05$$

$$(د) 6,15 - 13$$

$$[ ١ ] (أ) 9,7 + 3,6$$

$$(ب) 6,37 + 0,7$$

$$(ج) 3 + 6,4 + 0,79$$

$$[ ٢ ] (أ) 3,4 - 8,6$$

$$(ب) 2,97 - 0,3$$

[ ٣ ] في أحد سباقات جرى ١٠٠ متر كان الترتيب كالتالي :

محمد في ١١,٠٥ ثانية

على في ١١,٦٤ ثانية

إبراهيم في ١٢,١٣ ثانية

(أ) ما الفرق في الزمن بين محمد وإبراهيم .

(ب) ما الفرق فى الزمن بين على وإبراهيم .

(ج) ما الفرق فى الزمن بين محمد وعلى .

## تكريبات على ضرب وقسمة الأعداد العشرية

$$٤ \div ١٢,٨ \text{ (ح)}$$

$$٥ \div ٣,٩٥ \text{ (ف)}$$

$$٨ \div ٩١,٦ \text{ (ق)}$$

$$١٠٠ \div ٦٦,٧ \text{ (ك)}$$

$$٠,٠٥ \div ٢,٤ \text{ (ل)}$$

$$٠,٤ \div ٣ \text{ (م)}$$

$$١,٥ \div ١٠,٥ \text{ (ن)}$$

$$٤ \times ٣,٥٥ \text{ (أ)}$$

$$١,٣ \times ٢,٠٥ \text{ (ب)}$$

$$١,١٦ \times ٦,١١ \text{ (ج)}$$

$$٢,٣ \times ٧,٩٨ \text{ (د)}$$

$$٠,٩٦ \times ٦,٦ \text{ (هـ)}$$

$$٠,٣٣٣ \times ١١ \text{ (و)}$$

$$٢٠ \times ٢,٣٥ \text{ (ز)}$$



## النسب المئوية Percentages

كلمة النسبة المئوية تعنى جزءاً من مائة جزء .

ويستخدم هذا اللفظ كثيراً في حياتنا في المدرسة والجامعة والمعمل والمصنع والبنوك وفي المستشفيات .

ويستخدم الرمز % للتعبير عن هذه النسبة .

فمثلاً إذا قلنا عدد طلاب مدرسة مشتركة يبلغ ٧٠% من إجمالي عدد الطلاب فإن هذا معناه أن من بين كل مائة طالب وطالبة هناك ٧٠ طالباً .

وإذا كتبنا أن نسبة ما هي ٢٥% فإن هذا معناه ٢٥ جزءاً من ١٠٠ جزء ويمكن كتابتها في صورة كسر كالتالي :  $\frac{٢٥}{١٠٠}$

وباختصار فإن النسب المئوية يُعبر عنها ببساطة في صورة كسر ذو مقام ١٠٠ .

$$\text{فمثلاً } ٣٠\% = \frac{٣٠}{١٠٠} = \frac{٣}{١٠} = ٠,٣$$

$$\text{وكذلك } ٦٥\% = \frac{٦٥}{١٠٠} = \frac{١٣}{٢٠} ، \text{ وهكذا .}$$

## تكريب : أكمل الجدول التالي

$0,15 = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\%$	$0,10 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$
$= \quad = \quad = 20\%$	$= \quad = \quad = 20\%$
$= \quad = \quad = 30\%$	$= \quad = \quad = 40\%$
$= \quad = \quad = 50\%$	$= \quad = \quad = 50\%$
$= \quad = \quad = 2 \frac{1}{4}\%$	$= \quad = \quad = 60\%$
$= \quad = \quad = 7 \frac{1}{4}\%$	$= \quad = \quad = 70\%$
$= \quad = \quad = 12 \frac{1}{4}\%$	$= \quad = \quad = 80\%$
$= \quad = \quad = 150\%$	$= \quad = \quad = 90\%$

جدول [ ٧ - ١ ]

التحويل فيما بين الكسور الاعتيادية والعشرية والنسب المئوية

[ ٧ - ١ ] تحويل الكسور العادية إلى كسور عشرية .:

هنا يجب أن نقسم البسط على المقام في قسمة مطولة .

مثال (١) :

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

مثال (٢) :

$$0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

مثال (٣) :

$$0,8\bar{3} = \frac{0,8333}{6} = \frac{8}{9}$$

ووجود نقطة فوق الرقم ٣ تعنى أن العدد ٣ مكرر وتُعد هذه صورة لاختصار الكسور العشرية .

### [ ٧ - ٢ ] تحويل الكسور العشرية إلى كسور اعتيادية :

لتحويل الكسر العشري إلى اعتيادي ، يجب معرفة عد الخانات العشرية على يمين العلامة العشرية لأنها تحدد مقدار مقام الكسر الاعتيادي المراد الوصول له .

مثال (١) : ٠,٦ (خانة عشرية واحدة) فيكون المقام ١٠

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

مثال (٢) : ٠,٦٥ (خانتين عشريتين) فيكون المقام ١٠٠

$$\frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

مثال (٣) : ٠,٨٧٥ (٣ خانات عشرية) فيكون المقام ١٠٠٠

$$0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{175}{200} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$$

### [ ٧ - ٣ ] تحويل الكسور الاعتيادية والعشرية إلى نسب مئوية :

لعمل هذا ، يجب أن نضرب الكسر الاعتيادي أو العشري في ١٠٠٪ .

مثال (١) :  $\frac{1}{4}$  تساوي  $\frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$

مثال (٢) : ٠,٨٥ تساوي  $0,85 \times 100\% = 85\%$

### [ ٧ - ٤ ] تحويل النسب المئوية إلى كسور اعتيادية وعشرية :

لعمل هذا ، نكتب النسبة المئوية في صورة كسر مقامه = ١٠٠ ثم نضع الكسر في أبسط صورة .

$$56\% = \frac{56}{100} = \frac{14}{25} = \frac{28}{50} \text{ في صورة كسر اعتيادي .}$$

$$56\% = \frac{56}{100} = 0,56 \text{ في صورة كسر عشري}$$

مثال (٢) :

$$\frac{1}{4} \times 87\% = \frac{1}{4} \times \frac{87}{100} = \frac{87,5}{100} = \frac{875}{1000} = 0,875 \text{ في صورة كسر عشري}$$

### تكريرات

[ أ ] لإيجاد بعض النسب المئوية :

مثلاً : ١٥٪ من مبلغ ٦٠ جنياً =  $60 \times \frac{15}{100} = 9$  جنياً  
٢٠٪ من مبلغ ١٨٠ جنياً =  $180 \times \frac{20}{100} = 36$  جنياً

والآن أوجد القيم التالية :

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| (١) ١٠٪ من ٧٠ جنياً . | (٦) ٧٥٪ من ٦ جنياً        |
| (٢) ١٥٪ من ٧٠ جنياً . | (٧) ٣٧,٥٪ من ٨٠ جنياً     |
| (٣) ١٣٪ من ٦٥ جنياً . | (٨) ٣٠٪ من ٩٠ جنياً       |
| (٤) ٢٠٪ من ٤٠ جنياً . | (٩) ١٠٪ من ١٢٠٠ جنياً .   |
| (٥) ٦٠٪ من ١٢ جنياً . | (١٠) ٣,٢٥٪ من ٣٢٥ جنياً . |

[ ب ] التعبير عن الكسور كنسب مئوية :

مثال :  $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{(20 \times)}{(20 \times)} = \frac{80}{100} = 80\%$

أو  $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{100}{100} = 80\%$

[ ١ ] عبر عن الكسور التالية كنسب مئوية :

(أ) $\frac{1}{4}$	(ب) $\frac{1}{4}$	(ج) $\frac{3}{5}$	(د) $\frac{3}{4}$
(هـ) $\frac{7}{20}$	(و) $\frac{21}{30}$	(ز) $\frac{9}{10}$	(ح) $\frac{17}{30}$

[ ٢ ] حصل طالب في مادة اللغة العربية على ٨ درجات من ١٠ فما النسبة المئوية لهذه الدرجة

[ ٣ ] حصل طالب في مادة الرياضيات على ١٥ درجة من ٢٥ فما النسبة المئوية لهذه الدرجة .

[ ٤ ] يبلغ عدد العمال في أحد المصانع ٨٠٠ عامل ، كان ٦٠ منهم غائبين .

(أ) فما هي النسبة المئوية للعمال الغائبين ؟

(ب) ما هي النسبة المئوية للعمال الحاضرين ؟

التقريب

[ ٨ - ١ ] مقدمة :

[ ١ ] إذا كان أحمد يدخر مبلغ من النقود قدره ٧٠ جنيهاً و ٣٥ قرشاً أى ٧٠,٣٥ جنيهاً .

فإذا سألنا أحمد عما يدخره فإنه سيقول أن معه حوالى ٧٠ جنيهاً أو معنى تقريباً ٧٠ جنيهاً .

∴ ما مع أحمد يساوى تقريباً ٧٠ جنيهاً .

أما ما مع أحمد  $\approx$  ٧٠ جنيهاً .

والعلامة  $\approx$  تعنى يساوى تقريباً وهى تختلف عن العلامة = التى تعنى يساوى بالضبط .

[ ٢ ] وإذا قلنا أن طول هذا الشارع ٣ كيلومتر و ٢٨٥ متراً أى ٣,٢٨٥ متراً . وسألنا أحد المهندسين ، كم يبلغ طول هذا الشارع ، فإنه بالطبع سيقول أنه حوالى ٣ كيلومتر تقريباً أو  $\approx$  ٣ كيلو متر .

[ ٣ ] وإذا كانت علينا قد نجحت فى الامتحان فى نهاية العام وكانت نسبتها المئوية ٨٧,٤٥ %

فيمكننا أن نقول أنها نجحت بتقدير ٨٧% تقريباً .

، والعمليات الحسابية السابقة يُطلق عليها عمليات التقريب وهو ذو استخدامات هامة وتيسر التعامل فى الحياة اليومية والعملية لكل منا .

والتقريب له قواعد أساسية يجب معرفتها ، وهى بشىء من الملاحظة سنجد أنها غاية فى البساطة ؛

ونحتاج في التقريب إلى معرفة مجموعة من القواعد كلها متشابهة وهي :

١ - التقريب إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح .

٢ - التقريب إلى أقرب عشرة .

٣ - التقريب إلى أقرب مائة .

٤ - التقريب إلى أقرب ألف .

وعمليات التقريب التي تزيد عن ذلك تكون بنفس الفكرة والطريقة التي سنوضحها فيما يلي مثل التقريب إلى أقرب عشرة آلاف والتقريب إلى أقرب مائة ألف والتقريب إلى أقرب مليون وهكذا .

**[ ٨ - ٢ ] التقريب إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح :**

**مثال (١) :** الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح كما هو موضح بالجدول التالي :

التقريب إلى أقرب عدد صحيح	العدد الحقيقي
٢٧	٢٧,١
٢٧	٢٧,٢
٢٧	٢٧,٣
٢٧	٢٧,٤

**جدول [ ٨ - ١ ]**

**مثال (٢) :** الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب عدد صحيح كما هو موضح بالجدول التالي :



## القاعدة الثانية :

إذا كان الكسر أكثر من النصف فإنه يقرب إلى الواحد الصحيح .

فمثلا الكسور [  $\frac{6}{10}$  ،  $\frac{7}{10}$  ،  $\frac{8}{10}$  ،  $\frac{9}{10}$  ،  $0,6$  ،  $0,7$  ،  $0,8$  ،  $0,9$  ،  $0,7$  ،  $0,6$  ]  
تُصبح واحد صحيح يضاف إلى الأرقام الصحيحة بالعدد الأصلي ، انظر الأمثلة التالية :

مثال (٤) : الأعداد التالية يكون تقريبا إلى أقرب عدد صحيح كالتالى :

التقريب إلى أقرب عدد صحيح	العدد الحقيقى
٢٥٨	٢٥٧,٦
٢٥٨	٢٥٧,٧
٢٥٨	٢٥٧,٨
٢٥٨	٢٥٧,٩

## جول [ ٨ - ٤ ]

مثال (٥) : الأعداد التالية يكون تقريبا إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح

كالتالى :

التقريب إلى أقرب عدد صحيح	العدد الحقيقى
٦٨	٦٧,٦٨
٦٨	٦٧,٧١
٦٨	٦٧,٨٣
٦٨	٦٧,٩٩

## جول [ ٨ - ٥ ]

**مثال (٦) :** الأعداد التالية يكون تقريبا إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح كالتالى :

التقريب إلى أقرب عدد صحيح	العدد الحقيقى
٧٧٨	٧٧٧,٦٠٨
٧٧٨	٧٧٧,٧٩٩
٧٧٨	٧٧٧,٨٣٤
٧٧٨	٧٧٧,٩١٥

جول [ ٦ - ٨ ]

[ ٣ - ٨ ] التقريب إلى أقرب عشرة :

**القاعدة :**

عند التقريب إلى أقرب عشرة فإن رقم الآحاد فى العدد الذى لدينا نعتبره صفراً ، أما رقم العشرات فإنه يبقى كما هو إذا كان رقم الآحاد المحذوف أقل من ٥ ، أما إذا كان رقم الآحاد أكبر من ٥ فإنه يضاف واحد إلى رقم العشرات (ونضع صفراً كذلك فى خانة الآحاد) .

**مثال :** قرب العددين ٢١٧٨٣ ، ٢١٧٣٨ إلى أقرب عشرة .

[ أ ] العدد الأول : ٢١٧٨٣

( ١ ) رقم الآحاد ٣ نعتبره = صفر .

( ٢ ) . رقم الآحاد ٣ أى أقل من ٥

( ٣ ) . يبقى رقم العشرات ٨ كما هو ٨ .

∴ تقريب العدد ٢١٧٨٣ إلى أقرب عشرة يكون  $\approx 21780$

والجدول التالي يُسهل توضيح هذه العملية :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألواف
العدد الأصلي	٣	٨	٧	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٨	٧	١	٢

جدول [ ٧ - ٨ ]

[ ب ] العدد الثاني : ٢١٧٣٨

( ١ ) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر .

( ٢ ) . رقم الآحاد ٨ أكبر من ٥

( ٣ ) . نزيد رقم العشرات ٣ بمقدار ١

( ٤ ) . يصبح رقم العشرات ٤

∴ تقريب العدد ٢١٧٣٨ إلى أقرب عشرة يكون ٢١٧٤٠

والجدول التالي يُسهل توضيح هذه العملية :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألواف
العدد الأصلي	٨	٣	٧	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٤	٧	١	٢

جدول [ ٨ - ٨ ]

## [ ٨ - ٤ ] التقريب إلى أقرب مائة :

### القاعدة :

- ( ١ ) يحذف كل من رقمى الآحاد والعشرات ليصبح كل منهما صفرأ .
- ( ٢ ) يبقى رقم المئات كما هو إذا كان رقم العشرات يقل عن ٥ .
- ( ٣ ) نزيد رقم المئات بمقدار واحد إذا كان رقم العشرات يزيد عن ٥ .

مثال : قرب العددين ٢١٧٣٨ ، ٢١٧٨٣ إلى أقرب مائة

الحل :

[ أ ] العدد الأول : ٢١٧٣٨ :

( ١ ) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر

( ٢ ) رقم العشرات ٣ نعتبره = صفر كذلك

( ٣ ) . رقم العشرات ٣ أى أقل من ٥

( ٤ ) . يبقى رقم المئات كما هو .

∴ تقريب العدد ٢١٧٣٨ إلى أقرب مائة = ٢١٧٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف
العدد الأصلى	٨	٣	٧	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٠	٧	١	٢

[ب] العدد الثاني: ٢١٧٨٣ :

(١) رقم الآحاد ٣ نعتبره = صفر

(٢) رقم العشرات ٨ نعتبره = صفر كذلك

(٣) .. رقم العشرات ٨ أى يزيد من ٥

(٤) .. نزيد رقم المئات بمقدار واحد ١

(٥) .. يصبح رقم المئات ٨

.. تقرب العدد ٢١٧٨٣ إلى أقرب مائة ٢١٨٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف
العدد الأصلي	٣	٨	٧	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٠	٨	١	٢

جدول [ ٨ - ١ ]

[ ٨ - ٥ ] التقريب إلى أقرب ألف :

القاعدة :

(١) يُحذف كل من أرقام الآحاد والعشرات والمئات ليصبح كل منها - صفر .

(٢) يبقى رقم الآلاف كما هو إذا كان رقم المئات أقل من ٥ .

(٣) نزيد رقم الآلاف بمقدار واحد ، إذا كان رقم المئات يزيد عن ٥ .

مثال : قرب العددين ٢١٤٥٨ ، ٢١٧٥٨ إلى أقرب ألف .

[ أ ] العدد الأول : ٢١٤٥٨ :

- ( ١ ) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر  
 ( ٢ ) رقم العشرات ٥ نعتبره = صفر  
 ( ٣ ) رقم المئات ٤ نعتبره = صفر  
 ( ٤ ) . . رقم المئات ٤ أقل من ٥  
 ( ٥ ) . . يبقى رقم الآلاف كما هو .  
 ∴ تقريب العدد ٢١٤٣٨ إلى أقرب ألف ٢١٠٠٠ .

والجدول التالي يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألو
العدد الأصلي	٨	٥	٤	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٠	٠	١	٢

### جدول [ ٨ - ١١ ]

[ ب ] العدد الثاني : ٢١٧٥٨ :

- ( ١ ) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر  
 ( ٢ ) رقم العشرات ٥ نعتبره = صفر  
 ( ٣ ) رقم المئات ٧ نعتبره = صفر  
 ( ٤ ) . . رقم المئات ٧ أزيد من ٥  
 ( ٥ ) . . نزيد رقم الآلاف بمقدار واحد ١ .  
 ( ٦ ) . . رقم الآلاف يصبح ٢ بدلاً من ١  
 ∴ تقريب العدد ٢١٧٥٨ إلى أقرب ألف  $\approx$  ٢٢٠٠٠ .

والجدول التالي يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألف	عشرات الألف
العدد الأصلي	٨	٥	٧	١	٢
العدد بعد التقريب	٠	٠	٠	٢	٢

$$21758 =$$

$$22000 =$$

جدول [ ٨ - ١٣ ]

[ ٦ - ٨ ] التقريب إلى أقرب جزء من عشرة :

مثال : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من عشرة .

الحل :

هذا العدد يمكن تحليله كالتالي :

٧ أجزاء من مائة ألف جزء .	٧
٤ أجزاء من عشرة آلاف جزء .	٤ ،
٨ أجزاء من ألف جزء .	٨ ،
٥ أجزاء من مائة جزء .	٥ ،
٦ أجزاء من عشرة أجزاء *	٦ ،

٩٠ ، ← العدد الصحيح = ٩٠ وحدة .

والآن نجد أن (٦) هي (٦) أجزاء من عشرة أجزاء وحيث أنها أكبر من ٥ .

∴ يمكننا وضعها صفر ونزيد آحاد العدد الصحيح بمقدار واحد فيصبح ٩١ بدلاً

من ٩٠ .

في حين أن جميع الأرقام (الأجزاء) الأخرى نضعها = صفر

∴ تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من عشرة يكون  $\approx 91$  .

والجدول التالي يُوضح ذلك :

عشرات العدد الصحيح	آحاد العدد الصحيح	جزء من عشرة	جزء من مائة	جزء من الألف	جزء من عشرة آلاف	جزء من مائة ألف	العدد
٩	٠	٦	٥	٨	٤	٧	العدد الأصلي ٩٠,٦٥٨٤٧
٩	١	٠	٠	٠	٠	٠	العدد بعد التقريب ٩١

جداول [ ٨ - ١٣ ]

[ ٧ - ٨ ] التقريب إلى أقرب جزء من مائة :

مثال (١) : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من مائة .

الحل :

في هذا العدد نجد أن ٨ هي ٨ أجزاء من الألف ، ٥ هي جزء من مائة ولما كانت ٨ أكبر من ٥ .∴ يمكن وضعها = صفر

ونزيد ٥ بمقدار واحد لتصبح ٦

وبذلك يكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من مائة هو :

٩٠,٦٦٠٠٠

مثال (٢) : قرب العدد ٩٠,٦٥٣٤٧ إلى أقرب جزء من مائة .

الحل :

في هذا العدد نجد أن ٣ هي ٣ أجزاء من الألف ، ٥ جزء من مائة ولما كانت

٣ أصغر من ٥

∴ يمكن وضعها = صفر .

وتبقى أجزاء المئات (٥) كما هي بدون زيادة .

ويكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٣٤٧ إلى أقرب جزء من مائة هو :

$$\approx ٩٠,٦٥$$

[ ٨ - ٨ ] **التقريب إلى أقرب جزء من ألف :**

**مثال (١) :** قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من ألف .

**الحل :**

في هذا العدد نجد أن ٤ هي ٤ أجزاء من عشرة آلاف جزء ، ٨ هي ٨ أجزاء من الألف .

ولما كانت ٤ أصغر من ٥ ∴ يمكن وضعها = صفر

وتبقى أجزاء الآلاف (٨) كما هي بدون زيادة .

ويكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من ألف هو :

$$\approx ٩٠,٦٥٨٠٠$$

**مثال (٢) :** قرب العدد ٩٠,٦٥٨٩٧ إلى أقرب جزء من ألف .

**الحل :**

في هذا العدد نجد أن ٩ هي ٩ أجزاء من عشرة آلاف جزء ، ٨ هي ٨ أجزاء من الألف .

ولما كانت ٩ أكبر من ٥ ∴ يمكن وضعها = صفر

ونزيد الرقم ٨ بمقدار واحد ١ ليصبح ٩

وبذلك يكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٩٧ إلى أقرب جزء من ألف هو :

$$\approx ٩٠,٦٥٩٠٠$$

## أمثلة محلولة

[ ١ ] اكتب الأعداد الصحيحة التي إذا قربنا كل منها إلى أقرب عشرة لكان الناتج ٨٧٠ .

**الحل :** الأعداد هي :

٨٦٩ ، ٨٦٨ ، ٨٦٧ ، ٨٦٦ ، ٨٦٥

وكذلك ٨٧٤ ، ٨٧٣ ، ٨٧٢ ، ٨٧١

[ ٢ ] الجدول التالي يبين عدد الطلاب في إحدى الجامعات منذ عام ١٩٨٥ ، ١٩٩٠ .

والمطلوب هو تقريب عدد الطلاب إلى أقرب عشرة وإلى أقرب مائة وإلى أقرب ألف .

عدد الطلاب	الأعوام
٢٧٣١٥	١٩٨٥
٢٨٦٤٧	١٩٨٦
٢٩٤٨٣	١٩٨٧
٣٢٥٠٤	١٩٨٨
٣٤٢٩٨	١٩٨٩
٣٦٨٤٣	١٩٩٠

جدول [ ٨ - ١٤ ]

**الحل :**

الأعوام	عدد الطلاب الأصل	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب عشرة	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب مائة	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب ألف
١٩٨٥	٢٧٣١٥	٢٧٣٢٠	٢٧٣٠٠	٢٧٠٠٠
١٩٨٦	٢٨٦٤٧	٢٨٦٥٠	٢٨٦٠٠	٢٩٠٠٠
١٩٨٧	٢٩٤٨٣	٢٩٤٨٠	٢٩٥٠٠	٢٩٠٠٠
١٩٨٨	٣٢٥٠٤	٣٢٥٠٠	٣٢٥٠٠	٣٣٠٠٠
١٩٨٩	٣٤٢٩٨	٣٤٣٠٠	٣٤٣٠٠	٣٤٠٠٠
١٩٩٠	٣٦٨٤٣	٣٦٨٤٠	٣٦٨٠٠	٣٧٠٠٠

جدول [ ٨ - ١٥ ]

تقريبات

[ أ ] قرب ما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة وأقرب جزء من المائة وإلى أقرب جزء من الألف :

$\frac{5}{7}$ (١)	٣٠,٧٤٢ (٢)	٢٥,٨١٣ (٣)	$\frac{2}{3}$ (٤)
١٨,٠٩٥ (٥)	١٣,٩٦٠ (٦)	٢٤٥,٧٨٦ (٧)	٩,٩٨٩ (٨)
٢٧,٠٤٩ (٩)			

[ ب ] أكمل الجدول التالي :

العدد	العدد مقرباً إلى أقرب عدد صحيح	العدد مقرباً إلى أقرب عشرة	العدد مقرباً إلى أقرب مائة	العدد مقرباً إلى أقرب ألف	العدد مقرباً إلى أقرب عشرة آلاف
٩٣٧٢٥,٩١					
٣٨٥٢٧,٢٣					
٨٧٦٣٤,٤٩					
٩٤٥٠٠,٠٩					
٦٧٠٨٠,٦١					
٣٥٤٠٧,٩٠					