الجزء الأول

الأعـــــداد

Number

الدرس الأول :

الآلات الحاسبة « للجيب »

The use of a Calculator

[١ ـ ١] مقدمـة :

أصبح من الضرورى حالياً خاصة فى المناهج الحديثة للرياضيات بالمدارس المختلفة ،وكذا فى الحياة العامة ، استخدام الآلات الحاسبة الإلكترونية الصغيرة « حاسبات الجيب » .

كما وأن كثير من تعاملنا فى هذا الكتاب ، يعتمد بصورة كبيرة على **إمتلاكك لآلة حاسبة مع معرفة كيفية استخدامها .**

واختيار الآلة الحاسبة المناسبة لك ، هام جداً ، ونحن لا ننظر إلى الآلة الحاسبة على أنها مجرد آلة للجمع والطرح والضرب والقسمة ولكنها فى الحقيقة عبارة عن جهاز يغنى كثيراً وبدقة أكثر عن الجداول الرياضية التى كانت تستخدَم ولا شيء غيرها حتى وقت قريب مثل جداول مربعات الأعداد والجذور التربيعية وأسس الأعداد والنسب المثلثية مثل جيوب الزويا وجيوب تمامها وظلالها ،... الخ .

ويتوافر بالأسواق نوعيات لا حصر لها تتراوح بين البسيط والمعقد ، إلا أنه يكفينا فى هذه المرحلة من العمر والدراسة ، الاعتماد على آلة حاسبة علمية basic scientific calculator ، غير مُكلفة .

وسوف يتوفر فى مثل هذه الآلة ، عدا العمليات الأربعة الرئيسية + ، − ، × ، ÷ بعض العمليات الآخرى الهامة مثل : الجذر التربيعى $\sqrt{\ }$ ، جيب الزاوية sin ، جيب تمام الزاوية cos ، وظل الزاوية tan بالإضافة إلى الدوال العكسية لها مثل $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ ، اللوغاريتم $\mathbf{Log_{10}}$ واللوغاريتم الطبيعى للأساس (هـ e) **Ln** ، مقلوب العدد $\frac{1}{X}$ وقوى الأعداد Y^x ، جذور الأعداد $\sqrt[x]{Y}$

هذا بالإضافة طبعا إلى الذاكرة +M ، MR ، ويجب التعامل برقة وحرص عند استخدام الآلة الحاسبة مع اتباع الملاحظات التالية ، للحفاظ عليها صالحة وبدون أعطال :

١ ـ لا تتركها مفتوحة ON ودائماً تأكد من أنها مغلقة off للفترات التى تزيد عن حوالى ١٠ دقائق .

وهذا من شأنه أن يطيل من عمر البطاريات « إن كانت تعمل ببطارية » .

٢ ـ حافظ عليها من الصدمات ، لأن هذا قد يتلف جسمها الخارجى وكذلك مكوناتها الإلكترونية الداخلية .

٣ ـ لا تجعلها تبتل بالمياه لأن هذا يتلف مكوناتها الإليكترونية .

٤ ـ لا تُعرضها لضوء الشمس المباشر أو لأى مصدر حرارة .

٥ ـ تعامل مع الحاسبة ، بلطف ، وتكفى لمسة بسيطة على أى مفتاح أو زر لتعطيك المطلوب .

٦ ـ يتم تغيير البطارية إن لزم ذلك عند الضرورة .

وتتوافر الحاسبات التى تعمل بالطاقة الشمسية Solar cell ولكن يجب أن تعلم أن استعمالها بفصول الدراسة يتوقف على شدة الإضاءة بها ، كما أنه ليس دائماً يتوفر الضوء الكافى لتشغيلها ، كما ويلاحظ أن أوضاع المفاتيح والأزرار ليس ثابتاً بالآلات .

وذلك يتوقف على عدد العمليات التى يمكن للآلة حسابها وعلى تصميمها وموديلها .

وللتغلب على هذا فيمكنك بالتدريب وقراءة كتيب الآلة الخاص بالإرشادات وطريقة الإستعمال ، اكتشاف إمكانيات الآلة وحدودها .

□ كيفية تسجيل الأعداد على الحاسبة :

حيث أن الآلات الحاسبة لا يتم صناعتها بمصر ولا بالدول العربية حالياً لذا فإنه يلزم لنا التعامل مع الأرقام بالصورة اللاتينية أى :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

بدلاً من ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

ولكتابة أى عدد فإننا نبدأ بتسجيل الأرقام من على اليسار فمثلاً العدد 567 ، لتسجيله على شاشة الآلة ، فإننا نضغط وبالترتيب على مفاتيح الأرقام 5 ثم مفتاح الرقم 6 ثم 7 .

□ مثال (١) :

فإذا كان المطلوب كتابة **32.58** ، فيلاحظ أن العدد مكون من جزئين ، أحدهما صحيح وهو 32 والآخر كسر وهو 0.58 وهو كسر عشرى .

ويلاحظ أن الرمز (.) يستعمل ليدل على العلامة العشرية بينما الرمز 0 فيستعمل ليدل على الصفر .

لذلك فإننا نقوم بالآتى :

أولاً : نضغط على المفتاح 3

ثانياً : نضغط على المفتاح 2

ثالثاً : نضغط على المفتاح .

رابعاً : نضغط على المفتاح 5

خامساً : نضغط على المفتاح 8

وإذا نظرنا إلى الشاشة سنجد أن العدد المكتوب هو 32.58

□ مثال (٢) :

اكتب العدد 0.0506

□ الحـــل :

ولكتابة هذا الرقم نتبع الآتى :

أولاً : نضغط على المفتاح 0

ثانياً : نضغط على المفتاح

ثالثاً : نضغط على المفتاح 0

رابعاً : نضغط على المفتاح 5

خامساً : نضغط على المفتاح 0

سادساً : نضغط على المفتاح 6

□ مثال (٣) :

احسب قيمة 33.008 + 257.072

□ الحـــل :

كما سبق وعرفنا طريقة تسجيل الأعداد فإننا نتبع الآتى :

أولاً : نسجل العدد 257.072 وننظر للشاشة لنتأكد من أن العدد مكتوب صحيحاً .

ثانياً : نضغط على المفتاح +

ثالثاً : نكتب العدد الآخر 33.008 وننظر للشاشة لنتأكد من صحة العدد .

رابعاً : نضغط على المفتاح =

ثم ننظر للشاشة فنجد أن العدد 290.08 مكتوب عليها وهو حاصل الجمع المطلوب .

ولإجراء عمليات الطرح أو الضرب أو القسمة فإننا نتبع نفس الخطوات فى المثال السابق مع وضع العلامة المناسبة للعملية الرياضية − ، × ، ÷ .

□ مثال (٤) :

احسب قيمة : $\dfrac{234.05 \times 67.89}{327.026}$

□ الحـــل :

أولاً : نكتب العدد **234.05** ، لاحظ العدد المكتوب على الشاشة .

ثانياً : نضغط على المفتاح × .

ثالثاً : نكتب العدد **67.89** ، لاحظ العدد المكتوب على الشاشة .

رابعاً : نضغط على المفتاح ÷

خامساً : نكتب العدد **327.026** ، لاحظ العدد المكتوب على الشاشة .

سادساً : اضغط على المفتاح =

لاحظ أن العدد الذى يظهر على الشاشة هو 48.5883523

[١ ـ ٢] تسلسل العمليات على الآلة الحاسبة :

كما رأينا فى الكتاب قبل السابق (الجزء الأول) ، فإن تسلسل إجراء العمليات الحسابية ، فى غاية الأهمية وإلا نشأت أخطاء جسيمة وكمثال لذلك نعتبر :

٢ + ٣ × ٤

وباستخدام الآلة الحاسبة كما سبق فإن النتيجة = ٥ × ٤ = ٢٠

بينما قواعد الحساب الأصلية تجعل الإجابة = ٢ + ١٢ = ١٤

، يلاحظ أن ١٤ هى الإجابة الصحيحة ولذلك فإنه يلزم إجراء عملية الضرب ٣ × ٤ أولاً على الآلة ثم إضافة ٢ .

ويساعد وجود الأقواس على الآلة الحاسبة ، كثيراً فى تفادى هذه الأخطاء ، وعلى ذلك فإنه لإجراء هذه العملية **4 × 5 + 2** فإننا نقوم بالآتى :

أولا : نسجل الرقم 2

ثانياً : نفتح القوس (أ،)

ثالثاً : نسجل **4 × 3**

رابعاً : نغلق القوس (أ،)

خامساً : نضغط على مفتاح =

فنحصل على الإجابة : 14

ومن المهم جداً أن نتأكد من صحة الإجابة : بحسابها تقريبياً أو بإعادة الحساب على الآلة . ولاحظ أنه بسهولة قد نتعرض للخطأ فى الضغط على المفاتيح لتقاربها .

[١ ـ ٣] تدريبات : على تسلسل إجراء العمليات على الآلة :

(١) للعمليات الآتية ، أوجد الإجابتين المحتملتين لكل منهما :

(أ) **3 + 5 × 4**	(د) **2 × 8 − 4**
(ب) **8 − 6 × 3**	(هـ) **9 ÷ 3 × 2**
(جـ) **12 ÷ 2 × 3**	(و) **18 ÷ 3 ÷ 6**

□ ملاحظـة :

إذا كانت آلتك الحاسبة لا تحتوى على مفاتيح للأقواس فإنه يمكنك الضغط على مفتاح = بعد العملية التى يجب وضعها بين الأقواس .

فمثلاً :

3 + 5 × 4

الإجابة الأولى : **3 + 5 = × 4 = 32**

الإجابة الثانية : $5 \times 4 = \quad + 3 = 23$

(٢) فى العمليات الحسابية التالية ، احسب أولاً ما بين الأقواس ثم أوجد الإجابة الصحيحة .

(أ) $(2 + 7) \times 3$

(ب) $9 \times (8 - 2)$

(جـ) $(27 - 6) \div 7$

(د) $13 + (4 \times 8)$

(هـ) $22 - (5 - 2)$

(و) $(24 - (7 \times 3)$

(٣) ضع الأقواس فى المكان المناسب لتجعل العمليات الحسابية التالية صحيحة :

(أ) $12 + 9 \div 3 = 7$

(ب) $16 \div 8 \div 2 = 1$

(جـ) $24 - 4 \div 2 = 22$

(د) $35 \times 4 - 2 = 70$

(هـ) $8 \times 5 - 2 = 24$

(و) $24 - 16 \div 2 = 4$

(ز) $18 - 4 - 2 = 16$

(ح) $27 \div 9 \div 3 = 1$

(ط) $2 \times 5 - 2 = 6$

(٤) استخدم آلتك الحاسبة فى حساب النتائج الصحيحة للعمليات التالية وقد تحتاج إلى إجراء تغيير فى تسلسل العمليات مما يساعد فى الوصول إلى الإجابة الصحيحة سريعاً :

(أ) $3 + (8 \times 9)$

(ب) $15 \times (17 + 17)$

(جـ) $7.3 + (2.8 \times 5)$

(د) $54 \div (18 \div 6)$

(هـ) $88 - (16 \div 4)$

(و) $(28 + 7) \times 5$

(ز) $(3.8 + 2.2) \times 100$

(ح) $77 \div (22 \div 2)$

(ط) $33 - (33 \div 3)$

(ى) $18 + (51 \div 17)$

[١ ٤] أمثلة على بعض العمليات الأخرى على الآلة الحاسبة :

□ مثال (١) :

لإيجاد مقدار مرفوع لأس وليكن $(3.07)^2$

نعتبر $X = 3.07$ والمطلوب هو X^2

□ الحـــل :

نسجل الرقم 3.07 ثم نضغط على مفتاح INV كما فى بعض الآلات أو على مفتاح 2ndF كما فى بعض الآلات الأخرى ثم نضغط فى الحالتين على مفتاح X^2 فنحصل على الإجابة .

ويكون تسلسل العملية كالتالى :

3.07 inv X^2 = 9.4249

ومن ثم حاول إيجاد قيم المقادير التالية :

(أ)	$(7.2)^2$	(د)	$(32.0706)^2$
(ب)	$(3.005)^2$	(هـ)	$(13.97)^2$
(جـ)	$(217)^2$	(و)	$(13.87)^2$

□ مثال (٢) :

لإيجاد الجذر التربيعى لمقدار ما : $\sqrt{X}$

ولنفترض أنه يراد إيجاد $\sqrt{625}$

□ الحـــل :

نتبع الخطوات التالية :

نسجل الرقم X أ، 625 على الآلة

ثم نضغط على مفتاح 2ndF فى بعض الآلات أو على مفتاح INV فى بعضها الآخر ثم نضغط على مفتاح $\sqrt{\quad}$ لنحصل على الإجابة وبعض الآلات يكتفى بتسجيل الرقم على الآلة ثم الضغط على مفتاح الجذر $\sqrt{\quad}$ فنحصل على الإجابة .

$\sqrt{625}$: 625 $\sqrt{\quad}$ → 25

ومن ثم حاول إيجاد قيم المقادير التالية باستخدام آلتك الحاسبة :

(أ)	$\sqrt{25.06}$	(د)	$\sqrt{2.007}$
(ب)	$\sqrt{352795}$	(هـ)	$\sqrt{38.81}$
(جـ)	$\sqrt{2878}$	(و)	$\sqrt{3095.36}$

□ مثال (٣) :

لإيجاد مقلوب العدد X : reciprocal,ofX

لنفترض أنه يراد إيجاد مقلوب العدد 5 = X أى يراد إيجاد $\frac{1}{5}$.

□ الحـــل :

نسجل أولاً العدد 5 ثم نضغط على مفتاح 2ndF فى بعض الآلات ثم نضغط على مفتاح المقلوب $\frac{1}{X}$ أى كالتالى :

X $\boxed{\text{2nd F}}$ $\boxed{1/X}$ → الإجابة

أو مبـــاشرة فى بـــعض الآلات الأخـــرى :

X $\boxed{1/X}$ → الإجابـــة

والإجابة هى 0.2

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى إيجاد المقادير التالية :

(أ)	1/55.08	(د)	1/36.12
(ب)	1/170	(هـ)	2/15.02
(جـ)	1/0.05	(و)	17/335.004

استرشاد : لاحظ أن : $3/X = 3 \times 1/X$

وكذلك $20/X = 20 \times 1/X$

□ مثال (٤) :

لإيجاد جيب أى زاوية X ، Sin X

ولنفترض أنه يُراد إيجاد جيب زاوية ٦٠° أى $\sin 60^\circ$

فإننا نسجل الرقم 60 أولاً ثم نضغط على مفتاح Sin فنحصل على الإجابة مباشرة .

ويكون تسلسل العمليات كالتالى :

$$60 \quad \boxed{\text{Sin}} \quad \rightarrow 0.866025403$$

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد جيوب تمام الزاويا : Cos X وكذلك ظلال الزوايا tan X

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى الإجابة عما يلى :

(أ)	$\sin 39^\circ$	(د)	$\cos 58^\circ.7$
(ب)	$\sin 63.12^\circ$	(هـ)	$\tan 48^\circ$
(جـ)	$\cos 27^\circ$	(و)	$\tan 57^\circ.4$

□ مثال (٥) :

لإيجاد النسب المثلثية العكسية للزوايا .

وكمثال لذلك يراد إيجاد مقدار زاوية معروف ظلها أو معروف جيبها أو معروف جيب تمامها .

وكمثال زاوية جيبها = $\frac{1}{2}$ والمطلوب معرفة مقدار هذه الزاوية .

ولهذا الغرض تزود الآلات الحاسبة عادة بثلاث مفاتيح لهذا الغرض

وهى $\sin^{-1}$ لإيجاد زاوية معروف جيبها .

، $\cos^{-1}$ لإيجاد زاوية معروف جيب تمامها .

، $\tan^{-1}$ لإيجاد زاوية معروف ظلها .

ولنفترض الآن أنه يراد إيجاد الزاوية التى جيبها = $\frac{1}{2}$

فإننا نتبع الآتى :

نسجل الرقم $\frac{1}{2}$ على الآلة .

ثم نضغط على المفتاح 2ndF فى بعض الآلات وبعد ذلك نضغط على **مفتاح $\sin^{-1}$ فنحصل على قيمة الزاوية بالدرجات وفى بعض الآلات الأخرى يكون تسلسل العمليات كالتالى :**

$$0.5 \quad \boxed{2ndF} \quad \boxed{\sin^{-1}} \quad = \; 30°$$

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى إيجاد الزوايا الآتية لأقرب $0.1°$

(أ)	$\sin^{-1} 0.7354$	(د)	$\tan^{-1} 1.43$
(ب)	$\cos^{-1} 0.6017$	(هـ)	$\cos^{-1} 0.2768$
(جـ)	$\tan^{-1} 12.509$	(و)	$\sin^{-1} 0.9346$

□ مثال (٦) :

لإيجاد لوغاريتم عدد X مثلاً :

ولنفترض أنه يراد إيجاد لوغاريتم العدد 35.26

ولذلك نتبع الآتى :

إما : الإجابة ← $35.26 \quad \boxed{2ndF} \quad \boxed{Log}$

فى بعض الآلات

وإما : الإجابة ← $35.26 \quad \boxed{Log}$

كما فى بعض الآلات الأخرى .

والإجابة فى الحالتين هى : 1.547282308

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى إيجاد لوغاريتمات الأعداد التالية :

(أ) 369

(ب) 83.059

(جـ) 0.69

(د) 876543

(هـ) 256.078

(و) 38562

□ **مثال (٧) :**

لإيجاد عدد معروف مقدار لوغاريتمه .

لنفترض أنه يراد إيجاد عدد ، لوغاريتمه هو 1.880813592 فإننا نقوم بالآتى :

إما : 1.880813592 $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{10^x}$ → 76

كما فى بعض الآلات ،

وإما 1.880813592 $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{10^x}$ → 76

كما فى بعض الآلات الأخرى .

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى إيجاد الأعداد التى لوغاريتماتها كالآتى :

(أ)	0.3958	(د)	-0.7442		
(ب)	3.5673	(هـ)	-1.5533		
(جـ)	2.7258	(و)	1.8922		

ملاحظة : الأعداد التى لوغاريتماتها سالبة يمكنك حلها بسهولة بعد دراسة الدرس الخاص باللوغاريتمات .

□ **مثال (٨) :**

لإيجاد قوى أى عدد X

ولنفترض أنه يراد إيجاد 25^2

تكون العمليات كالتالى :

$$25 \ \boxed{2ndF} \ \boxed{Y^x} \ \boxed{2} \ \boxed{=} \ 625$$

أو

$$25 \ \boxed{X^y} \ \boxed{2} \ \boxed{=} \ 625$$

ومن ثم استخدم آلتك الحاسبة فى إيجاد قيم المقادير التالية :

(أ) 13^2 (د) 22.75^2

(ب) 17.025^4 (هـ) $3.785^{2.5}$

(جـ) 3.77^6 (و) $6.6^{3.35}$

ومما سبق حاول الوصول إلى قيمة :

$$\sqrt[4]{385.12}$$
$$, \ \sqrt[5]{235}$$
$$, \ \sqrt[3]{3917}$$

يمكنك حل المسائل بالمثال السابق بسهولة وذلك بعد دراسة الدرس الخاص بالأسس الكسرية .

الدرس الثانى :

الصيغ القياسية لكتابة الأعداد

Standard form

[٢ ـ ١] حدود الآلة الحاسبة :

هنالك آلات حاسبة متطورة ، لها عشر خانات على الشاشة أى يمكن تسجيل ١٠ أرقام متجاورة بجوار بعضها .

والبعض الآخر يحتوى على ٨ خانات فقط .

وعند إجراء بعض العمليات على الآلة فإن الإجابة قد تزيد فى عدد أرقامها عن عدد خانات الآلة ولنضرب مثالاً على ذلك .

□ **مثـال :**

لنفترض أن الآلة الحاسبة التى نملكها من النوع العلمى وذات ١٠ خانات ويراد إيجاد حاصل ضرب ٢٣٠٠٠ × ٥٨٧٠٠٠

فنلاحظ أن الإجابة على الشاشة هى :

1.3501	**10**

ويعنى الرقم الأيمن على الشاشة **10** يوضح عدد العشرات التى يجب أن تُضرب فى الرقم الأيسر **1.3501** ، إلا أن عدد خانات الشاشة يحول دون ذلك .

والرقم يعنى :

$$1.3501 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

والجواب هو : **13501000000**

وهو إحدى عشرة خانة أى تزيد خاناته عن خانات الآلة الحاسبة بمقدار واحد .

وقد صممت الآلات الحاسبة لتعمل طبقاً لهذا وبحيث تفيد فى تسجيل الأعداد الكبيرة جداً والصغيرة جداً على السواء وتُعرف هذه الطريقة بالصيغة القياسية .

[٢ ـ ٢] الأعداد الكبيرة بالصورة القياسية :

□ مثال (١) :

إذا أخذنا العدد ٧٨٥

فإنه يمكن كتابته بالصور التالية :

١٠ × ٧٨,٥

أ، ٧,٨٥ × ١٠ × ١٠ = ٧,٨٥ × ١٠^٢

وعلى ذلك فالصورة القياسية للعدد ٧٨٥ هى ٧,٨٥ × ١٠^٢

□ مثال (٢) :

إذا أخذنا العدد ٩٤٨٠

فإنه يمكن كتابته فى الصورة ٩,٤٨٠ × ١٠٠٠

= ٩,٤٨ × ١٠ × ١٠ × ١٠ = ٩,٤٨ × ١٠^٣

والصورة الأخيرة هي الصورة القياسية للعدد الأصلى .

مما سبق نستنتج أن أى عدد يمكن كتابته فى الصورة القياسية التالية :

العدد = س × ١٠ن

وبحيث تنحصر س بين ١ ، ١٠ ١٠ ≤ س ≤ ١

بينما ن فهى أعداد صحيحة وبدون حدود وهى أُس العدد ١٠ وقد تكون سالبة .

□ مثال (٣) :

ضع العدد ٥,٨ فى صورة قياسية .

□ الحـــل :

٥,٨ = ٥,٨ × ١ = ٥,٨ × ١٠صفر = ١ ، ١٠صفر = ١

∴ ٥,٨ × ١٠صفر هى الصورة القياسية للعدد ٥,٨

□ مثال (٤) :

ضع العدد ٥٦٣٠٠ فى الصورة القياسية

□ الحـــل :

العدد ٥٦٣٠٠ = ٥,٦٣٠٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠

= ٥,٦٣ × ١٠٤

وهى الصورة القياسية للعدد

وبالعكس فأى عدد فى الصورة القياسية يمكن تحويله إلى الأصل كما يلى .

□ مثال (٥) :

٦,٤٥٣ × ١٠٥

□ **الحـــل :**

العدد الأصلى = ٦,٤٥٣ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠

= ٦٤٥٣٠٠٠

وتفيد الصورة القياسية للأعداد الكبيرة جداً فى مجال الفيزياء والفضاء عند التعامل مع الأرقام الفلكية الغاية فى الكبر .

[٢ ـ ٣] الأعداد الصغيرة جداً بالصورة القياسية :

ومثلما الحال فى الأعداد الكبيرة فإن الصورة القياسية للأعداد الصغيرة جداً تفيد فى مجالات أخرى عديدة مثل الكيمياء عند التعامل مع الأوزان والجسيمات الغاية فى الصغر مثل وزن الذرة والنواة والإلكترون وخلافه .

ويمكن التعبير عن الأعداد الصغيرة جداً بالصورة القياسية كما هو واضح بالأمثلة التالية :

□ **مثال (١) :**

ضع العدد ٠,٠٠٢٧ فى الصورة القياسية .

□ **الحــل :**

العدد يمكن وضعه فى الصورة

٠,٠٢٧ ÷ ١٠

أ، ٠,٢٧ ÷ ١٠٠

أ، ٢,٧ ÷ ١٠٠٠

ويجب أن لا ننسى أن الصورة القياسية للعدد هى س × $١٠^{ن}$

ولتحويل العدد ٢,٧ ÷ ١٠٠٠ إلى الصورة القياسية فإننا نلجأ لعمل الآتى :

٢,٧ ÷ ١٠٠٠ = ٢,٧ ÷ $١٠^{٣}$ = ٢,٧ × $\frac{١}{١٠^{٣}}$ =

= ٢,٧ × $١٠^{-٣}$ [على صورة س × $١٠^{ن}$]

وهى الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٢٧

□ مثال (٢) :

ضع العدد ٠,٠٠٠٠٠٥٦٧ في الصورة القياسية .

□ الحـــل :

$$٠,٠٠٠٠٠٥٦٧ = ٥,٦٧ \div ١٠ \div ١٠ \div ١٠ \div ١٠ \div ١٠ \div ١٠$$

$$= ٥,٦٧ \div ١٠^{٦} = ٥,٦٧ \times \frac{١}{١٠^{٦}} =$$

$$٥,٦٧ \times ١٠^{-٦}$$

وهذه العملية يمكن عكسها أى يمكننا استنتاج العدد الأصلى من صورته القياسية . كما يتضح من الأمثلة التالية :

□ مثال (٣) :

$$٢,٨٥ \times ١٠^{-٣}$$

$$= ٢,٨٥ \times \frac{١}{١٠^{٣}} = ٢,٨٥ \div ١٠٠٠$$

$$= ٠,٠٠٢٨٥$$

□ مثال (٤) :

$$٦,٣٧ \times ١٠^{-٨}$$

$$= ٦,٣٧ \times \frac{١}{١٠^{٨}} = ٦,٣٧ \div ١٠٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠$$

$$= ٠,٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠\ ٦٣٧$$

[٢ ـ ٤] تدريبـــات :

(١) اكتب القيمة العددية لأسس العدد ١٠ التالية :

(أ) $١٠^{صفر}$

(ب) $١٠^{١}$

(جـ) $١٠^{٥}$

(د) $١٠^{٣}$

(هـ) $١٠^{٧}$

(و) $١٠^{٤}$

(ز) $١٠^{-٢}$

(ح) $١٠^{-٣}$

(ط) $١٠^{-٥}$

(ى) $١٠^{٦}$

(٢) احسب ناتج ضرب العمليات التالية :

(أ) $٣,٢ \times ١٠$
(ب) $١٢,٤٢ \times ١٠٠$
(جـ) $١,٢٧ \times ١٠٠٠$
(د) $٦,٨٧٥ \times ١٠٠٠٠$
(هـ) $٧,٣١٩ \times ١٠٠٠\,٠٠٠$
(و) $١,٢٣ \times ١٠٠٠$
(ز) $٧,٦٥٤٣ \times ١٠٠٠٠$
(ح) $٣,٤٥٦ \times ١٠٠٠٠٠٠$
(ط) $١,٧ \times ١٠٠$
(ى) $٨,٤٦ \times ١٠٠٠$

(٣) حاول حل المسائل التالية فى خطوة واحدة :

فمثلاً $٣,٧ \times ١٠^{٤} = ٣٧٠٠٠$

(أ) $٣,٧٤٦ \times ١٠^{٢}$
(ب) $٦,١٥ \times ١٠^{١}$
(جـ) $٤,٠٠٧ \times ١٠^{٥}$
(د) $٥,٠٣ \times ١٠^{٤}$
(هـ) $٧,٥٨ \times ١٠^{٣}$

(٤) إجرِ عمليات القسمة العشرية التالية :

(أ) $\frac{٦,٢}{١٠٠٠٠} =$
(ب) $\frac{٣,٥٧}{١٠}$
(جـ) $\frac{٩,٤}{١٠٠٠٠}$
(د) $\frac{٨,٥}{١٠٠}$
(هـ) $\frac{٧,٢٢}{١٠٠}$
(و) $\frac{٤,٧٥}{١٠٠٠}$

(٥) على نمط المثال الآتى :

$$٦,٣ \times ١٠^{-٣} = ٦,٣ \times \frac{١}{١٠^{٣}} = ٠,٠٠٦٣ = ٦,٣ \div ١٠^{٣}$$

أوجد ناتج المسائل التالية :

(أ) $٨,٥٤ \times ١٠^{-٣}$
(ب) $٩,١٦ \times ١٠^{-١}$
(جـ) $٢,٣١٥ \times ١٠^{-٥}$
(د) $٤,٦ \times ١٠^{-٢}$

(٦) فيما يلى الصيغة القياسية لبعض الأعداد ، أعد كتابتها فى صورتها العادية :

(أ) $٣,٧ \times ١٠^{-٢}$

(ب) $٢,١٣ \times ١٠^{٥}$

(جـ) $٥,٨٧ \times ١٠^{٣}$

(د) $٦,٠٠ \times ١٠^{-٣}$

(هـ) $٤,٩١ \times ١٠^{-٥}$

(و) $١,٠١ \times ١٠^{٤}$

(ز) $٧,٣٨ \times ١٠^{٦}$

(ح) $٢,١٦ \times ١٠^{٣}$

(٧) على نمط المثال الآتى :

$$٨٥٣٠٠ = ٨,٥٣ \times ١٠٠٠٠ = ٨,٥٣ \times ١٠^{٤}$$

حل المسائل التالية :

(أ) $٧٦٠٠ =$

(ب) $١٣٩٥٠ =$

(جـ) $٨١٧٠٠٠ =$

(د) $٨٠٠ =$

(هـ) $٦٤٥٠\,٠٠٠ =$

(٨) على نمط المثال التالى :

$$٠,٠٠٠٨٥ = ٨,٥ \div ١٠٠٠٠ = ٨,٥ \times ١٠^{-٤}$$

حل المسائل التالية :

(أ) $٠,٠٠٠٣٨ =$

(ب) $٠,٠٤٥ =$

(جـ) $٠,٠٧١١ =$

(د) $٠,٠٠٠٠٠٦٥٤٣ =$

[٢ ـ ٥] الضرب والقسمة بالصورة القياسية :

الأمثلة التالية توضح ذلك

□ مثال (١) :

$$٧,١٢ \times ١٠^{٣} \times ١,٢ \times ١٠^{٥}$$

□ **الحــل :**

$$٧,١٢ \times ١٠^{٣} \times ١,٢ \times ١٠^{٥} = ٧,١٢ \times ١,٢ \times ١٠^{٣} \times ١٠^{٤}$$

$$= ٨,٥٤٤ \times ١٠^{(٣ + ٥)} = ٨,٥٤٤ \times ١٠^{٨}$$

(الكتاب السابق / الجزء الثانى - قوانين الأسس)

□ **مثال (٢) :**

$$٦,٣ \times ١٠^{٩} \div (٢,١ \times ١٠^{٣})$$

□ **الحــل :**

$$\frac{٦,٣ \times ١٠^{٩}}{٢,١ \times ١٠^{٣}} = ٣ \times ١٠^{(٩ - ٣)} = ٣ \times ١٠^{٦}$$

□ **مثال (٣) :**

$$٥ \times ١٠^{٤} \times ٣,٧ \times ١٠^{٣}$$

□ **الحــل :**

$$٥ \times ٣,٧ \times ١٠^{(٤ + ٣)}$$

$= ١٨,٥ \times ١٠^{٧}$ ولما كانت الصورة القياسية هى $س \times ١٠^{ن}$

بحيث تنحصر س بين $١ \le س \le ١٠$

لذلك فإن الإجابة تكون على الصورة :

$$١٨,٥ \times ١٠^{٧} = ١,٨٥ \times ١٠ \times ١٠^{٧} = ١,٨٥ \times ١٠^{٨}$$

□ **مثال (٤) :**

$$٦ \times ١٠^{-٥} \times ٤ \times ١٠^{-٤}$$

□ **الحــل :**

$$٦ \times ٤ \times ١٠^{(-٥-٤)} = ٢٤ \times ١٠^{-٩}$$

$$= ٢,٤ \times ١٠ \times ١٠^{-٩}$$

$$= ٢,٤ \times ١٠^{(١ - ٩)}$$

$$= ٢,٤ \times ١٠^{-٨}$$

□ **مثال (٥) :**

$$٣,٦ \times ١٠^{٥} \div (٣ \times ١٠^{٨})$$

□ **الحـــل :**

$$\frac{٣,٦ \times ١٠^{٥}}{٣ \times ١٠^{٨}} = ١,٢ \times \frac{١}{١٠^{٣}} = ١,٢ \times ١٠^{-٣}$$

□ **مثال (٦) :**

$$٢,٥٤ \times ١٠^{-٤} \div (٥,٠٨ \times ١٠^{-٧})$$

□ **الحـــل :**

$$\frac{٢,٥٤ \times ١٠^{-٤}}{٥,٠٨ \times ١٠^{-٧}} = ٠,٥ \times ١٠^{(-٤ + ٧)} = ٠,٥ \times ١٠^{٣}$$

$$= ٠,٥ \times ١٠ \times ١٠^{٢} = ٥ \times ١٠^{٢}$$

[٢ ـ ٦] تدريبات على الضرب والقسمة بالصورة القياسية :

(١) إذا كانت قراءة الآلة الحاسبة كما يلى :

(أ) 3.17 9   (جـ) 7.11 13

(ب) 6.52 −07   (د) 8.93 −011

فاكتب قيمة هذه الأرقام .

(٢) فيما يلى ، اكتب ما يظهر على الآلة الحاسبة بما يعادل الأرقام التالية :

(أ) 0.000,000,000573

(ب)   (جـ) 234 000,000,000,00

(د) 0.000,000,000,000,000,456   371,000,000,000,000,000

(٣) إجرِ العمليات الحسبابية التالية بالالة الحاسبة على أن تكون الإجابة فى الصور القياسية .

(أ) 278000×290000 (جـ) $0.000\ 000\ 00\ 81 \div 27$

(ب) $345000 \times 912000{,}000$ (د) $0.000\ 000\ 36 \div 108$

(٤) أجب عن العمليات التالية فى الصورة القياسية :

(أ) $(٤ \times ١٠^{٥}) \times (١,٤ \times ١٠^{٢})$

(ب) $(٣,٦ \times ١٠^{٢}) \times (٦ \times ١٠^{٤})$

(جـ) $(٥,٥ \times ١٠^{-٣}) \times (٣ \times ١٠^{٥})$

(د) $(٢,٦ \times ١٠^{٣}) \times (٤ \times ١٠^{-٣})$

(هـ) $(٧ \times ١٠^{٧}) \div (٣,٥ \times ١٠^{٤})$

(و) $(٦,٢٥ \times ١٠^{-٥}) \div (١,٢٥ \times ١٠^{-٢})$

(ز) $(٨,٤ \times ١٠^{٦}) \div (٢,١ \times ١٠^{-٤})$

(ح) $(٥ \times ١٠^{-٥}) \div (٥,٥ \times ١٠^{-٦})$

(٥) أى الأرقام الآتية أنسب فى التعبير عن الحالات المذكورة :

(أ) $٧,٨ \times ١٠^{٤}$ (جـ) $٤,٧ \times ١٠^{١}$

(ب) $٨,٦ \times ١٠^{٩}$ (د) $٤,٧ \times ١٠^{-١}$

(١) العمر بالسنين لشخص فى متوسط العُمر .

(٢) البعد بين كوكبين بالكليومترات .

(٣) عدد المشاهدين فى أحد مباريات كرة القدم .

[٢ ـ ٧] الجمع والطرح بالصورة القياسية :

من السهل إجراء عمليات الجمع والطرح بالصورة القياسية إلا أن ذلك يستلزم أن يكون العددين مرفوعين لنفس الأس للعدد ١٠ والأمثلة التالية ذلك .

□ مثال (١) :

$$٧ \times ١٠^{٣} + ٢,٣ \times ١٠^{٣}$$

$$= (٧ + ٢,٣) \times ١٠^{٣} = ٩,٣ \times ١٠^{٣}$$

□ مثال (٢) :

$$٨,٨١ \times ١٠^{٤} - ٣,٥١ \times ١٠^{٤}$$

$$= (٨,٨١ - ٣,٥١) \times ١٠^{٤} = ٥,٣٠ \times ١٠^{٤}$$

ولكن عندما تختلف قوى الأسس ، فيجب علينا أن نجعلهم متساويين قبل البدأ فى حل المسألة والمثال التالى يوضح ذلك .

□ مثال (٣) :

$$٣ \times ١٠^{٥} + ٤ \times ١٠^{٣}$$

□ الحـــل :

يمكن أن نحل هذه المسألة بطريقتين فإما جعل الأسس كلها $١٠^{٣}$ أو جعلها $١٠^{٥}$ كالتالى :

إما $٣ \times ١٠^{٥} + \frac{٤}{١٠٠} \times ١٠٠ \times ١٠^{٣} = ٣ \times ١٠^{٥}$

$$+ ٠,٠٤ \times ١٠^{٢} \times ١٠^{٣}$$

$$= ٣ \times ١٠^{٥} + ٠,٠٤ \times ١٠^{٥} = ٣,٠٤ \times ١٠^{٥}$$

وإما $٣ \times ١٠٠ \times ١٠^{٣} + ٤ \times ١٠^{٣}$

$$= (٣٠٠ + ٤) \times ١٠^{٣} = ٣٠٤ \times ١٠^{٣} = ٣,٠٤ \times ١٠^{٥}$$

والإجابة واحدة بالطبع فى الحالتين .

[٢ ـ ٨] المقارنة بين الأعداد الكبيرة :

تفيد الصورة القياسية للأرقام ، كثيراً فى المقارنة بين الأعداد الكبيرة جداً والمثال التالى يوضح ذلك .

□ **مثال :**

عبر عن الأرقام التالية بالصورة القياسية ثم رتبها تصاعدياً من الأصغر للأكبر .

(أ) ٣٧٨٥٠٠٠

(ب) ٦٤٢٠٠٠

(جـ) ٣٢٢٣١٩٠٠٠

□ **الحـــل :**

الأرقام بالصورة القياسية تكون كالتالى :

(أ) $٣,٧٨٥ \times ١٠^{٦}$

(ب) $٦,٤٢ \times ١٠^{٥}$

(جـ) $٣,٢٢٣١٩ \times ١٠^{٧}$

وعلى ذلك فالترتيب التصاعدى يكون (ب) ثم (أ) ثم (جـ)

[٢ ـ ٩] المقارنة بين الأعداد الصغيرة :

ومثلما الحال فى الأعداد الكبيرة فإن الصورة القياسية تفيد كذلك فى المقارنة بين الأعداد الصغيرة جداً والمثال التالى يوضح ذلك .

□ **مثـــال :**

عبر عن الأعداد التالية فى الصورة القياسية ورتبها ترتيباً تصاعدياً من الأصغر إلى الأكبر .

(أ) ٠,٠٠٠٠٤١٧

(ب) ٠,٠٠٠٢

(جـ) ٠,٠٠٠٠٨٨٩

□ **الحـــل :**

هذه الأعداد تصبح كالتالى بالصورة القياسية :

(أ) ٤,١٧ × ١٠^-٥

(ب) ٢ × ١٠^-٤

(جـ) ٨,٨٩ × ١٠^-٥

ويكون ترتيبها كالتالى :

(أ) ثم (جـ) ثم (ب)

[٢ ـ ١٠] الصورة القياسية ، بالآلة الحاسبة :

من السهولة أن نسجل أى عدد فى صورته القياسية بالآلة الحاسبة والأمثلة التالية توضح ذلك :

□ **مثال (١) :**

سجل 3.7×10^{6} على الآلة الحاسبة بالصورة القياسية .

□ **الحـــل :**

أولاً : سجل 3.7

ثانياً : اضغط على مفتاح **EXP** (أس)

فتظهر لنا القراءة التالية : | 3.7 00 |

ثالثاً : سجل الرقم | 6 | « الأس » فتظهر القراءة | 3.7 06 |

وهى الصورة القياسية للعدد الأصلى على الآلـة الحاسبة .

□ **مثال (٢) :**

سجل 5.8×10^{-7} على الآلة الحاسبة بالصورة القياسية .

أولاً : سجل 5.8

ثانياً : اضغط على مفتاح EXP فتظهر القراءة التالية :

5.8 00

ثالثاً : اضغط على مفتاح +/- ثم مفتاح $\boxed{7}$

فتظهر القراءة فى الصورة القياسية التالية :

5.8 - 07

[٢ ـ ١١] تدريبات متنوعة :

(١) إجرِ العمليات التالية ، معطياً إجابتك فى الصورة القياسية :

(أ) (٣,٧ × $١٠^{٦}$) + (٥,٣ × $١٠^{٤}$)

(ب) (٢,١٦ × $١٠^{٨}$) + (٦,٢١ × $١٠^{٦}$)

(جـ) (٤,٧ × $١٠^{-٥}$) + (٢,٣ × $١٠^{-٤}$)

(د) (٧,٢ × $١٠^{٤}$) + (٥,٢ × $١٠^{٤}$)

(هـ) (٨,١٣ × $١٠^{-٦}$) − (٤,١٧ × $١٠^{-٧}$)

(و) (٩,٣ × $١٠^{٧}$) − (٢,٥ × $١٠^{٦}$)

(ز) (٨,٤ × $١٠^{-٥}$) − (٢,٩ × $١٠^{-٦}$)

(ح) (٦,١٥ × $١٠^{٩}$) − (٣,٢٥ × $١٠^{٨}$)

(٢) إذا كانت س = ٢,٥ × $١٠^{٣}$ ، ص = ٦,٢ × $١٠^{٥}$

فاحسب قيمة ما يلى :

(أ) س ص (ب) س + ص (جـ) ص − س (د) $ص^{٢}$

(٣) إذا كانت س = ٥,٣ × $١٠^{-٢}$

، ص = ٤,٢ × $١٠^{-٣}$

فأوجد قيمة :

(أ) س ص (جـ) س − ص

(ب) $\frac{س}{ص}$ (د) $س^{٢}$ + $ص^{٢}$

(٤) تأمل الأعداد التالية فى صورتها القياسية :

(أ) ٦ × ١٠$^{-٥}$

(ب) ٥,٥ × ١٠^{٧}

(جـ) ١,٢ × ١٠^{٥}

(د) ١,٨٦ × ١٠^{٥}

(هـ) ٩,٤ × ١٠^{٧}

(و) ٢,٢ × ١٠^{٥}

فأيهما يناسب الحالات التالية :

(١) البعد بين الأرض والشمس بالكيلومترات .

(٢) البعد بين الأرض والقمر بالأميال .

(٣) تعداد الشعب المصرى .

(٤) المسافة بين القاهرة والأسكندرية بالأمتار .

(٥) سمك ورقة الكتاب .

(٦) المسافة التى تقطعها السيارة فى عامين تقريباً بالكيلومترات .

(٥) اكتب ما يلى فى صورته القياسية :

(أ) ٣ م بالكيلومترات .

(ب) ٢ ثانية بالساعات .

(جـ) ٥ قروش بالألف جنيه .

(د) ٤٠ كيلومتر/ساعة بالمتر فى الثانية .

(هـ) مليون جنيه بالقروش .

(و) ١٥ كيلومتر بالمليمتر .

(٦) إذا علمنا أن سرعة الضوء هى :

٣ × ١٠^{٥} كيلومتر/ثانية ، فاحسب المسافة التى يسيرها الضوء فى مدة ٣ أيام .

(٧) أوجد مساحة مربع طول ضلعه $٣,٧ \times ١٠^{٣}$ متر .

(٨) أوجد مساحة ورقة الكتاب التى طولها ٣٠ سم وعرضها ٢٠ سم بالكيلومتر المربع .

(٩) إذا كان وزن كرة صغيرة من الصلب هو $١,٨ \times ١٠^{٢}$ جرام فأوجد وزن ٣٠ ألف كرة منها بالـ :

(أ) الجرام (ب) الكيلوجرام (جـ) الطن

(١٠) تبلغ سرعة سيارة ١٥٠ كيلومتراً/ساعة فأوجد . المسافة التى تقطعها فى ٥ ساعات بالـ :

(أ) بالسم (ب) بالمتر .

الدرس الثالث :

القــوى والأســس

Powers, indices

[٣ ـ ١] قوانين الأسس :

فيما يلى موجز لقوانين الأسس والتى سبق دراستها فى الكتاب الثانى (السابق) ، انظر جدول (٣ ـ ١) .

(١)	$ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م + ن}$
(٢)	$ا^{م} \div ا^{ن} = ا^{م - ن}$
(٣)	$ا^{\text{صفر}} = ١$
(٤)	$(ا^{م})^{ن} = ا^{م ن}$
(٥)	$ا^{-م} = \frac{١}{ا^{م}}$

جدول (٣ ـ ١)

وسوف نتعرض هنا للأسس فى صورتها الكسرية الموجبة والسالبة .

[٣ ـ ٢] الأسس الكسرية Fractional indices :

□ **مثـال :**

اضرب $٦^{\frac{١}{٢}} \times ٦^{\frac{١}{٢}}$

□ **الحـل :**

طبقاً للقاعدة (١) بالجدول (٣ ـ ١) .

$$٦^{\frac{١}{٢}} \times ٦^{\frac{١}{٢}} = ٦^{\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}} = ٦^{١} = ٦$$

ولكن ∵ $\sqrt{٦} \times \sqrt{٦} = ٦$ كذلك

∴ $\sqrt{٦} = ٦^{\frac{١}{٢}}$

□ **مثال (٢) :**

اضرب $٥^{\frac{١}{٤}} \times ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٥^{\frac{١}{٤}}$

□ **الحـل :**

$$= ٥^{\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}} = ٥^{١} = ٥$$

ولكن ∵ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٥} = \sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٥} = ٥^{١} = ٥$

∴ $\sqrt[٤]{٥} = ٥^{\frac{١}{٤}}$

وبنفس الطريقة فإن $٤^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٤} = ٢$

، $٨^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$ وهكذا ..

وبصورة عامة فإن : $ا^{\frac{١}{م}} = \sqrt[م]{ا}$ ، م = صفر

وبذلك فإن $\sqrt{٩^{٣}} = ٩^{\frac{٣}{٢}} = (٣^{٢})^{\frac{٣}{٢}} = ٣^{٢ \times \frac{٣}{٢}} = ٣^{٣} = ٢٧$

أي $\sqrt{٧٢٩} = ٢٧$

ومن الأسهل إيجاد قيمة الجذر أولاً ثم التعامل مع الأسس لإيجاد القيمة النهائية .

□ مثـــال :

$$٣٢^{\frac{٣}{٥}} = \sqrt[٥]{٣٢^{٣}} = \sqrt[٥]{(٢^{٥})^{٣}}$$

$$= \sqrt[٥]{٢^{١٥}} = ٢^{\frac{١٥}{٥}} = ٢^{٣} = ٨$$

وعموماً فإن $ا^{-\frac{ن}{م}} = \frac{١}{ا^{\frac{ن}{م}}}$

□ مثـــال :

$$٤^{-\frac{٥}{٢}} = \frac{١}{٤^{\frac{٥}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٤^{٥}}} = \frac{١}{\sqrt{٢^{١٠}}} = \frac{١}{٢^{٥}} = \frac{١}{٣٢}$$

[٣ ـ ٣] تدريبـــات :

أولاً : اختصر الآتى :

(١) $٢٥^{\frac{١}{٢}}$

(٢) $١٦^{\frac{١}{٢}}$

(٣) $٢٧^{\frac{١}{٣}}$

(٤) $٨^{\frac{٢}{٣}}$

(٥) $٦٢٥^{\frac{٣}{٤}}$

(٦) $٧^{-٤}$

(٧) $٥^{-٢}$

(٨) $٦٤^{-\frac{١}{٦}}$

(٩) $٨^{\text{صفر}}$

(١٠) $١٠^{-٣}$

(١١) $٤٩^{\frac{٥}{٢}}$

(١٢) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{صفر}}$

(١٣) $\left[(٢٧)^{\frac{١}{٢}}\right]^{٣}$

(١٤) ٣×٣^{-٣}

(١٥) $٣^{\frac{١}{٢}} \times ٣^{-\frac{١}{٢}}$

(١٦) $٢^{٥} \div ٢^{٧}$

(١٧) $5^{\frac{2}{3}} \div 5^{\frac{1}{3}}$

(١٨) $4^{2} \times 4^{-4}$

(١٩) $5^{2} \times 5^{-2}$

(٢٠) $4^{3} \div 4^{-3}$

(٢١) $(10^{3})^{2}$

(٢٢) $(125)^{-\frac{2}{3}}$

ثانياً : اختصر الآتى :

(١) $5\,\text{س}^{2} \times 3\,\text{س}^{3}$

(٢) $4\,\text{ا}^{2}\,\text{ب}^{3} \times 2\,\text{ا}\,\text{ب}^{4}$

(٣) $\text{جـ} \times \text{جـ}^{2} \times \text{جـ}^{5}$

(٤) $\text{س}^{8} \div \text{س}^{4}$

(٥) $\text{س}^{14} \div \text{س}^{7}$

(٦) $\text{م}^{3} \times \text{س}^{-2}$

(٧) $\text{س}^{5} \div \text{س}^{-3}$

(٨) $\text{ن}^{2} \times \text{ن}^{\frac{5}{2}}$

(٩) $\text{ب}^{\frac{2}{3}} \times \text{ب}^{\frac{5}{6}}$

(١٠) $\text{جـ}^{\frac{3}{4}} \div \text{جـ}^{\frac{1}{2}}$

(١١) $(8\,\text{س})^{\frac{2}{3}}$

(١٢) $(5\,\text{س})^{-2}$

(١٣) $(27\,\text{س})^{-\frac{2}{3}}$

(١٤) $\text{س}^{\frac{1}{4}} \div \text{س}^{-\frac{1}{4}}$

(١٥) $\text{ا}^{\frac{1}{4}} \times \text{ا}^{-\frac{1}{4}}$

(١٦) $27\,\text{س}^{-3} \div 3\,\text{س}^{-2}$

(١٧) $(5\,\text{س}^{\frac{2}{3}})^{3}$

(١٨) $(\text{ا}^{-2})^{3}$

(١٩) $\text{م}^{\frac{3}{4}} \times \text{م}^{\frac{1}{2}} \times \text{م}^{\frac{1}{4}}$

(٢٠) $\text{س}^{-\frac{3}{4}} \div \text{س}^{-\frac{1}{2}}$

ثالثاً :

(١) $2^{2} \times 8^{\frac{1}{3}} \times 16^{3}$

(٢) $2^{\frac{1}{3}} \times 6^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$

(٣) $\left(\frac{\text{س}^{2}}{10}\right)^{3}$

الدرس الرابع :

اللوغاريتمات Logarithms

[٤ ـ ١] تقديم :

اكتشفت اللوغاريتمات فى القرن السابع عشر على يد عالم الرياضيات الإنجليزى (اسكتلندى) ، جون نابيير والغرض منها كان فى الأساس المساعدة على حل المسائل التى تحتوى على عمليات ضرب أو قسمة طويلة وأعدادها كبيرة بالإضافة إلى تسهيل عمليات الأسس والقوى والجذور وأى عمليات أخرى مشتركة من العمليات السابقة .

وكانت هذه العملية تتم بمساعدة جداول للوغاريتمات ، إلا أنه كان يحد من استخدامها دقتها المحدودة حتى أربعة أرقام عشرية فقط .

وقد أدى استخدام الآلات الحاسبة الإلكترونية إلى سهولة إجراء العمليات الحسابية وجعل استخدام اللوغاريتمات عملياً ودقيقاً حيث تصل درجة الدقة إلى حوالى عشرة أرقام عشرية .

[جزء من عشرة آلاف جزء من المليون]

[٤ ـ ٢] أساس نظرية اللوغاريتمات

Basic Logarithm theory

سوف يكون تركيزنا على اللوغاريتمات ذات الأساس ١٠ وذلك بالرغم من وجود لوغاريتمات ذات أساس آخر غير ١٠ وسوف نستخدم الآلة الحاسبة بدلاً من الجداول الخاصة باللوغاريتمات ، وبادىء ذى بدء نعلم جميعاً أن :

$١٠^{١} = ١٠$ ، $١٠^{٢} = ١٠٠$ ، $١٠^{٣} = ١٠٠٠$ وهكذا .

$١٠^{\text{صفر}} = ١$ ، $١٠^{-١} = \frac{١}{١٠^{١}} = ٠,١$ ، $١٠^{-٢} = ٠,٠١$ ، $١٠^{-٣} = ٠,٠٠١$

... وهكذا ..

وبذلك فإن لوغاريتم أى عدد هو ببساطة العدد المعبر عن أس العدد ١٠ فمثلاً وكما ذكرنا $١٠٠٠ = ١٠^{٣}$. وعليها يكون : $\text{لو}_{١٠}\ ١٠٠٠ = ٣$

[لو = اختصار كلمة لوغاريتم = **Log**]

، $\text{لو}_{١٠}\ ١٠٠ = ٢$ لأن $١٠^{٢} = ١٠٠$

، $\text{لو}_{١٠}\ ١٠ = ١$ لأن $١٠^{١} = ١٠$

والآن نعود لاستخدام الآلة الحاسبة فى مجال اللوغاريتمات .

□ مثال (١) :

نسجل العدد ١٠٠٠ على الآلة ، ثم نضغط على مفتاح Log فيظهر لنا الرقم ٣ .

وهو لوغاريتم العدد ١٠٠٠، أى الأس الذى وضع للعدد ١٠ ليعطى ١٠٠٠ .

لو ١٠٠٠ = ٣ ، $\therefore$ Log 1000 = 3

□ مثـال (٢) :

المطلوب إيجاد لوغاريتم ٠,٠١ .

فنسجل العدد أولاً ثم نضغط على مفتاح Log

لنحصل على −٢ وهو لوغاريتم العدد ٠,٠١

$\therefore$ لو ٠,٠١ = −٢ ← $\therefore$ Log 0.01 = −2

وذلك لأن ١٠^−٢^ = $\frac{١}{١٠^{٢}}$ = $\frac{١}{١٠٠}$ = ٠,٠١

نفترض أنه يراد إيجاد لوغاريتم العدد ٦ لاحظ أن ٦ تقع بين صفر ، ١٠

وحيث أن لوغاريتم ١٠ = ١

ولوغاريتم ١ = صفر .

$\therefore$ لوغاريتم ٦ يقع بين صفر ، ١

ولإيجاد قيمة لوغاريتم ٦

نسجل ٦ على الآلة الحاسبة ثم نضغط على مفتاح لو س فيظهر لنا على الشاشة :

0.77815125

$\therefore$ لو$_{١٠}$ ٦ = ٠,٧٧٨١٥١٢٥ ، Log_{10}^{6} = 0.77815125

وللتأكد من صحة الإجابة وطبقاً للنظرية الأساسية للوغاريتمات :

٦ = ١٠^{٠,٧٧٨١٥١٢٥} = ٥,٩٩٩٩٩٩٩٩٣ = تقريباً ٦

وعموماً فإنه إذا كانت :

س = ١٠^{ص}

$\therefore$ لو$_{١٠}$ س = لو$_{١٠}$ ١٠^{ص} = ص لو$_{١٠}$ ١٠ = ص × ١ = ص

أى إذا كانت : س = ١٠^{ص}
فإن ص = لو$_{١٠}$ س

والآن بعد أن علمنا أن لو$_{١٠}$ ٦ = ٠,٧٧٨١٥١٢٥

ونريد معرفة لوغاريتم ٦٠ أى لو$_{١٠}$ ٦٠ = ١,٧٧٨١٥١٢٥

وكذلك لو$_{١٠}$ ٦٠٠ = ٢,٧٧٨١٥١٢٥

ويلاحظ فى لوغاريتم ٦٠ ، ٦٠٠ أن اللوغاريتم يحتوى على عددين ، عدد كسرى وهو ٠,٧٧٨١٥١٢٥ وعدد صحيح ويعرف بالعدد البيانى للوغاريتم .

ويلاحظ أن العدد البيانى فى لوغاريتم ٦٠ = ١

بينما العددالبيانى فى لوغاريتم ٦٠٠ = ٢

، ويلاحظ أن العدد البيانى يقل عن عدد أرقام العدد الأصلى .

فالعدد ٦٠ يحتوى على خانة الصفر ، خانة الـ ٦ (اثنين) وبناء عليه فالعدد البيانى هو (واحد) .

بينما العدد ٦٠٠ يحتوى على خانتين للصفر وخانة الـ ٦ (ثلاثة) وبناء عليه فالعدد البيانى (٢) .

وعموماً فإن العدد البيانى فى لوغاريتم أى عدد يقل عن عدد خانات العدد الأصلى بمقدار واحد .

فمثلاً لوغاريتم ٧١٥ يحتوى على عدد ٢ بيانى بالإضافة للكسر : ٢,٨٥٤٣٠٦٠٤٢

ولوغاريتم ٥٦٢٧ يحتوى على عدد ٣ بيانى بالإضافة للكسر : ٣,٧٥٠٢٧٦٩١٥

وفى حالة لوغاريتم عدد يقل عن الواحد الصحيح ، فإن العدد البيانى له يكون سالب .

فمثلاً لو$_{١٠}$ ٠,٦ = − ٠,٢٢١٨٤٨٧٤٩

= −١ + ٠,٧٧٨٥١٢٥١

، ٠,٦ = ١٠$^{-١ + ٠,٧٧٨٥١٢٥١}$ = ١٠^{٠,٢٢١٨٤٨٧٤٩}

[٤ ـ ٣] عمليات الضرب والقسمة باستخدام اللوغاريتم :

نفترض أنه يراد إيجاد لو ٣ = سنجد أنه = ٠,٤٧٧١٢١٢٥٤

بالآلة الحاسبة ، أى ٣ = $١٠^{٠,٤٧٧١٢١٢٥٤}$

، ∴ لو ٦ = ٠,٧٧٨١٥١٢٥

أى ٦ = $١٠^{٠,٧٧٨١٥١٢٥}$

والآن يراد إيجاد حاصل ضرب ٣ × ٦

نقول أن :

٣ × ٦ = $١٠^{٠,٤٧٧٢١٢٥٤}$ × $١٠^{٠,٧٧٨١٥١٢٥}$

وبتطبيق قوانين الأسس (تُجمع عند ضربها إذا تساوى الأساس) .

∴ ٣ × ٦ = $١٠^{٠,٤٧٧١٢١٢٥٤ + ٠,٧٧٨١٥١٢٥}$

= $١٠^{١,٢٥٥٢٧٢٥٠٤}$

ثم نوجد ما يساويه هذا على الآلة الحاسبة وذلك بتسجيل الأس على الآلة الحاسبة ثم نضغط على مفتاح 10^x

فنحصل على ١٧,٩٩٩٩٩٩٩٥ وهو ما يعادل تقريباً

١٨ ، ٣ × ٦ = ١٨

وبناء على هذا يمكننا أن نصيغ العلاقة الآتية :

لو$_{١٠}$ ا × ب = لو$_{١٠}$ ا + لو$_{١٠}$ ب

فمثلا لو$_{١٠}$ ٤٥ = لو$_{١٠}$ ٥ + لو$_{١٠}$ ٩

وإما لو$_{١٠}$ ٤٥ = لو$_{١٠}$ ٣ + لو$_{١٠}$ ١٥

وإما لو$_{١٠}$ ٤٥ = لو$_{١٠}$ ١ + لو$_{١٠}$ ٤٥ = صفر + لو$_{١٠}$ ٤٥ = لو$_{١٠}$ ٤٥

□ مثال (١) :

أوجد حاصل ضرب ٠,٠٠٥٣ × ٤٥,٧ باستخدام اللوغاريتمات :

□ الحل :

طبقاً للعلاقة الأخيرة [لو$_{١٠}$ ا × ب = لو$_{١٠}$ ا + لو$_{١٠}$ ب]

فإن لو$_{١٠}$ [٠,٠٠٥٣ × ٤٥,٧] = لو$_{١٠}$ ٠,٠٠٥٣ + لو$_{١٠}$ ٤٥,٧

، لو$_{١٠}$ ٠,٠٠٥٣ = −٣ + ٠,٧٢٤٢٧٥٨٧

= − ٢,٢٧٥٧٢٤١٣

، لو$_{١٠}$ ٤٥,٧ = ١,٦٥٩١٦٢

∴ لو$_{١٠}$ (٠,٠٠٥٣×٤٥,٧)=− ٢,٢٧٥٧٢٤١٣+١,٦٥٩١٦٢٠٠

= − ٠,٦١٦٥٦٢١٣

وباستخدام الآلة الحاسبة ، نسجل الرقم الأخير على الشاشة ، ثم نضغط على مفتاح 10^x فنحصل على الإجابة ٠,٢٤١٧٨٩٧٤١

∴ حاصل الضرب ٠,٠٠٥٣ × ٤٥,٧ = ٠,٢٤١٧٨٩٧٤١

ويمكن التأكد من ذلك بضرب العددين مباشرة على الآلة الحاسبة فنحصل على ٠,٢٤٢٢١ وهو يعادل تقريباً الرقم السابق بعد تقريبه .

□ مثال (٢) :

أوجد حاصل ضرب :

٤,٣ × ٢٧,٦ × ٤٣١ باستخدام اللوغاريتمات

□ **الحـل :**

لو١٠ (٤,٣×٢٧,٦×٤٣١) = لو١٠ ٤,٣+لو١٠ ٢٧,٦+لو١٠ ٤٣١

= ٠,٦٣٣٤٦٨ + ١,٤٤٩٠٩ + ٢,٦٣٤٤٧٧ =

(وذلك بالاكتفاء حتى ستة أرقام عشرية فى الكسر)

= ٤,٧٠٨٨٥٤

وبالضغط على مفتاح 10^x نحصل على العدد المقابل لهذا اللوغاريتم .

ويساوى ٥١١٥٠,٩٨٤٨٥

وللتأكد من صحة الإجابة نضرب مباشرة على الآلة الحاسبة ، ضرباً عادياً فنحصل على ٥١١٥١,٠٨

ويلاحظ مدى الدقة العالية فى استخدام اللوغاريتمات فى الضرب .

وبطريقة مشابهة لما تم فى استخدام اللوغاريتمات فى الضرب فإنه يمكن إيجاد ا ÷ ب باستخدام اللوغاريتمات

∴ لو١٠ (ا ÷ ب) = لو١٠ ا − لو١٠ ب

□ **مثال (٣) :**

أوجد ناتج قسمة ٨ ÷ ٤ باستخدام اللوغاريتمات

□ **الحـل :**

لو١٠ (٨ ÷ ٤) = لو١٠ (٨) − لو١٠ (٤)

= ٠,٩٠٣٠٨٩ − ٠,٦٠٢٠٥٩

= ٠,٣٠١٠٣٠

وباستخدام الآلة الحاسبة وبالضغط على مفتاح 10^x نحصل على العدد المقابل وهو ٢ وواضح أن ٨ ÷ ٤ = ٢

□ **مثال (٤) :**

أوجد ناتج قسمة ٣٧٢٨ ÷ ٢,١٢٥

وذلك باستخدام اللوغاريتمات

□ **الحـــل :**

لو.١ (٣٧٢٨ ÷ ٢,١٢٥) = لو.١ ٣٧٢٨ – لو.١ ٢,١٢٥

= ٣,٥٧١٤٧٥ – ٠,٣٢٧٣٥٨ = ٣,٢٤٤١١٧

وباستخدام المفتاح 10^x

∴ ناتج القسمة = ١٧٥٤,٣٥٣٠٦٥

وللتأكد نقسم مباشرة بالآلة فنحصل على : ١٧٥٤,٣٥٢٩٤١

وهو رقم قريب جداً من الرقم السابق الذى تم استخراجه باللوغاريتمات .

□ **مثال (٥) :**

أوجد ناتج قسمة ٨٢٤ ÷ ٠,١٢٥

□ **الحـــل :**

لو.١ (٨٢٤ ÷ ٠,١٢٥) = لو.١ ٨٢٤ – لو ٠,١٢٥

= ٢,٩١٥٩٢٧ – (– ٠,٩٠٣٠٨٩)

= ٢,٩١٥٩٢٧ + ٠,٩٠٣٠٨٩

= ٣,٨١٩٠١٦ وباستخدام مفتاح 10^x

∴ ناتج القسمة = ٦٥٩١,٩٨١٨٠٤

وبالقسمة العادية على الآلة : = ٦٥٩٢,–

[لاحظ أن الخطأ يعادل ٢٪ فى العشرة آلاف أى = $\frac{٢}{١٠٠\ ٠٠٠}$

وهو نسبة ضئيلة للغاية] .

[٤ ـ ٤] حساب القوى والجذور باستخدام اللوغاريتمات :

من المعروف أن $س^{٣} = س \times س \times س$

$\therefore$ $لو_{١٠}\ س^{٣} = لو_{١٠}\ (س \times س \times س) = لو_{١٠}\ س + لو_{١٠} س + لو_{١٠}\ س$

$= ٣\ لو_{١٠}\ س$

وكذلك $\sqrt[٣]{س} = س^{\frac{١}{٣}}$

$\therefore$ $لو_{١٠}\ \sqrt[٣]{س} = لو_{١٠}\ س^{\frac{١}{٣}} = \frac{١}{٣}\ لو_{١٠}\ س$

□ مثال (١) :

أوجد قيمة $(٦,١٣)^{٤}$ باستخدام اللوغاريتمات

□ الحل :

$لو_{١٠}\ (٦,١٣)^{٤} = ٤\ لو_{١٠}\ ٦,١٣ = ٤ \times ٠,٧٨٧٤٦٠$

$= ٣,١٤٩٨٤١٨٩٨$ ، وباستخدام مفتاح 10^{x}

$\therefore$ $(٦,١٣)^{٤} = ١٤١٢,٠٢٣٤١٤$

وللتأكد ، نسجل (٦,١٣) على الآلة الحاسبة وباستخدام مفتاح X^{Y} نحصل على نفس الناتج .

□ مثال (٢) :

أوجد $\sqrt[٥]{٨٧٦}$ باستخدام اللوغاريتمات .

□ الحل :

$لو_{١٠}\ \sqrt[٥]{٨٧٦} = لو_{١٠}\ (٨٧٦)^{\frac{١}{٥}} = \frac{١}{٥}\ لو_{١٠}\ ٨٧٦$

$= \frac{١}{٥} \times ٢,٩٤٢٥٠٤١٠٦ = ٠,٥٨٨٥٠٠٨٢١$

وباستخدام مفتاح 10^{x}

نحصل على الإجابة وهى ٣,٨٧٧٠٤٤٨١٦

وللتأكد ∴ (٨٧٦) $\frac{١}{٥}$ = ٣,٨٧٧٠٤٤٨٢ وهى نفس الإجابة .

وفيما يلي موجز لما سبق ، انظر جدول (٤ ـ ١)

(١)	لو$_{١٠}$ ٧ = ٠,٨٤٥٠٩٨٠٤ ، لو$_{١٠}$ ٧٠ = ١,٨٤٥٠٩٨٠٤ ، لو$_{١٠}$ ٧٠٠ = ٢,٨٤٥٠٩٨٠٤
(٢)	لو$_{١٠}$ ا × ب = لو$_{١٠}$ ا + لو$_{١٠}$ ب
(٣)	لو$_{١٠}$ ا ÷ ب = لو$_{١٠}$ ا − لو$_{١٠}$ ب
(٤)	لو$_{١٠}$ ا^{س} = س لو$_{١٠}$ ا
(٥)	لو$_{١٠}$ ا$^{\frac{١}{س}}$ = $\frac{١}{س}$ لو$_{١٠}$ ا

جدول (٤ ـ ١)

[٤ ـ ٥] تدريبات :

[نكتفى من الآن فصاعداً بكتابة كلمة لو بدلاً من لو$_{١٠}$]

(١) أوجد قيمة ما يلى بدون استخدام الآلة الحاسبة :

(أ) لو ١٠٠ (د) لو ١٠$^{-٧}$

(ب) لو ١٠$^{-٢}$ (هـ) لو ٠,٠٠٠٠١

(جـ) لو ١٠^{٦} (و) لو ١٠$^{-٤}$

(٢) أوجد قيمة ما يلى باستخدام الآلة الحاسبة :

(أ) لو ٧ (د) لو ٧ × ١٠$^{-٣}$

(ب) لو ٧٠ (هـ) لو ٧ × ١٠$^{-١}$

(جـ) لو ٧٠٠٠٠٠ (و) لو ٧ × ١٠$^{-٦}$

(٣) إذا كان لوغاريتم ٥ = ٠,٦٩٨٩٧٠٠٠٤

فأوجد قيمة ما يلى :

(أ) لو ٥٠ (د) لو ٠,٠٥

(ب) لو ٥٠٠٠ (هـ) لو ٥ × $١٠^{-٤}$

(جـ) لو ٥ × $١٠^{٦}$ (و) لو ٥ × $١٠^{-٦}$

(٤) إذا كان لو ٨ = ٠,٩٠٩٠٨٩٩٨٧

فإن ٨ = $١٠^{٠,٩٠٩٠٨٩٩٨٧}$

فبنفس الطريقة ، المطلوب إيجاد لوغاريتم الأعداد التالية . وضعها فى الصورة الأسية للأساس ١٠ .

(أ) لو ٦٥٠ (د) لو ٢١٣

(ب) لو ٤١,٥ (هـ) لو ١٣١٤

(جـ) لو ٣,٣٧ (و) لو ٦٥٧٨

(٥) أوجد ناتج اللوغاريتمات الآتية ثم اكتب الجواب فى صورة أسية للأساس ١٠

(أ) لو ٨٣ (ب) لو ٦٠٠ (جـ) لو ٧,٨

(٦) معروف أن لو ٢ × ٦ = لو ٢ + لو ٦ = لو ١٢

والمطلوب تحويل اللوغاريتمات التالية إلى لوغاريتم لعدد مفرد كالمثال :

(أ) لو ٧ + لو ١٢ (د) لو ١٧ + لو ٦

(ب) لو ٣,٢٥ + لو ٧,١٦ (هـ) لو ١٥ + لو ٢

(جـ) لو ٤ + لو ٣,٥ (و) لو ٢٣ + لو ٥

(٧) معروف أن :

٥ × ٤ = $١٠^{٠,٦٩٨٩}$ × $١٠^{٠,٦٠٢١}$ = $١٠^{١,٣٠١٠}$ = ٢٠

، والآن وباستخدام آلتك الحاسبة أجب عن الآتى كما بالمثال

(أ) ٤ × ٦ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(ب) ٧,٢ × ٣,٨ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(جـ) ٨ × ٥ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(د) ١٢ × ٧,١٦ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(هـ) ٤,١١ × ٨,٢٢ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(و) ٣,٣ × ٦,٢ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ × ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ = ١٠ $^{\boxed{\cdots}}$ =

(٨) إذا كان

لو ٢ = ٠,٣٠١٠٣ ، لو ٣ = ٠,٤٧٧١٢

فأوجد ما يلى :

(أ) لو ٦	(هـ) لو ٤
(ب) لو ٩	(و) لو ٢٤
(جـ) لو ٨	(ز) لو ٣٦
(د) لو ١٢	(ح) لو ١٨

(٩) إذا كان لو ٥ = ٠,٦٩٨٩٧ ، لو ٨ = ٠,٩٠٣٠٨ ، لو ٣ = ٠,٤٧٧١٢

فأوجد :

(أ) لو ٢٤ (ب) لو ١٥

(جـ) لو ١٢٠   (هـ) لو ٧٥

(د) لو ٤   (و) لو ٨٠

(١٠) أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية باستخدام اللوغاريتمات على الآلة الحاسبة .

(أ) ٦٧٥١ × ٠,٠٠٥٢٣

(ب) ٣,٤١٥ × ٥٧,٢٨ × ٠,٠٠٠٧

(جـ) ١٦,٨ × ٠,١٧٢٨ × ٠,٠٥٤٩٣

(د) ٨٩٧,٢٥ × ٦,١٤ × ٧,١

(هـ) ٣,٠٠٨ × ٢٧,٠٠٠٩٩

(و) ٨٧,٥٤ × ٣,١٢٣٤

(١١) اكتب اللوغاريتمات الآتية فى صورة لوغاريتم لعدد واحد .

(أ) لو ٢٧ – لو ٩   (د) لو ٨٤ – لو ١٢

(ب) لو ٥٦ – لو ٨   (هـ) لو ٥٧ – لو ١٩

(جـ) لو ٩٨ – لو ٧   (و) لو ٥٢ – لو ١٣

(١٢) أوجد ناتج قسمة المقادير التالية باستخدام اللوغاريتمات على الآلة الحاسبة .

(أ) ٥٣٧٨ ÷ ٥,١٧   (د) ٦٦٩٩ ÷ ٨٢,٧

(ب) ٦٤٢٣ ÷ ١٣,٢٢   (هـ) ٤٢١ ÷ ١٧,٢٥

(جـ) ٨٨٥ ÷ ٤٧,٧٨   (و) ٧٨,٥ ÷ ٠,٨٧

ثم تأكد من صحة الإجابة بالقسمة المباشرة .

(١٣) ضع ما يلى فى أبسط صورة :

(أ) لو ٢٤٠ – لو ٢٤   (د) لو ٢٠ + لو ٥

(ب) لو ٨٠ – لو ١٦   (هـ) لو ٤ + لو ١٦

(جـ) لو ٢٧ – لو ٩   (و) لو ٣٠ + لو ١١

(١٤) ضع ما يلى فى أبسط صورة بدون أسس :

(أ) لو $س^{٥}$

(ب) لو $(٧,٣)^{٤}$

(جـ) لو $٨^{٣}$

(د) لو $م^{\frac{٥}{٦}}$

(هـ) لو $٢٧^{\frac{١}{٣}}$

(و) لو $٦٤^{\frac{١}{٤}}$

(١٥) أوجد قيمة ما يلى باستخدام اللوغاريتمات :

(أ) $(٦,٧٨٥)^{٤}$

(ب) $(٢,٣٢٧)^{٣}$

(جـ) $(٨٥,٧١٥)^{\frac{٦}{١٠}}$

(د) $(١٣,٢٧)^{\frac{٣}{٤}}$

(هـ) $(٩٥,٠١٩)^{\frac{٣}{٢}}$

(و) $(٣٧,٤٥)^{\frac{١}{٢}}$

(ز) $(٦٥١٤)^{\frac{١}{٢}}$

(ح) $(٠,٢٧٨)^{٣}$

الدرس الخامس :

الجذور التربيعية Square roots'

[٥ ـ ١] عام :

لنعتبر $\sqrt{٩}$ ، $\sqrt{٩٠}$ ، $\sqrt{٩٠٠}$ ، $\sqrt{٩٠٠٠}$

، $\sqrt{٩} = ٣$ ....(١)

، $\sqrt{٩٠} = ٩,٤٨٧$ ....(٢)

، $\sqrt{٩٠٠} = ٣٠$ ....(٣)

، $\sqrt{٩٠٠٠} = ٩٤,٨٧$ ....(٤)

ومما سبق فإنه يمكننا أن نتوقع بالجذر التربيعى للعدد ٠,٩ وللعدد ٩٠٠٠٠

فمثلاً $\sqrt{٠,٩} = ٠,٩٤٨٧$ [من (٢) ، (٤)]

، $\sqrt{٩٠٠٠٠} = ٣٠٠$ [من (١) ، (٣)]

، $\sqrt{٠,٠٩} = ٠,٣$ [من (١) ، (٣)]

وبالآلة الحاسبة يمكننا أن نتأكد من صحة ما سبق وبالرجوع لما سبق :

$$\sqrt{٩} = \sqrt{٣ \times ٣} = ٣$$

$$\sqrt{٩٠٠} = \sqrt{٩} \times \sqrt{١٠٠} = \sqrt{٩} \times \sqrt{١٠٠} = ٣ \times ١٠ = ٣٠$$

أمـــا ، $\sqrt{٠,٠٩} = \sqrt{\frac{٩}{١٠٠}} = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{١٠٠}} = \frac{٣}{١٠} = ٠,٣$

، $\sqrt{٩٠} = ٩,٤٨٧$

، $\sqrt{٩٠٠٠} = \sqrt{٩٠} \times \sqrt{١٠٠}$

$= ٩,٤٨٧ \times ١٠ = ٩٤,٨٧$

ولنفترض أنه يراد إيجاد $\sqrt{٩٠٠٠,٠٠}$ وكذلك $\sqrt{٠,٠٠٠٠٠٩}$

أولاً: $\sqrt{٩٠٠٠٠} = \sqrt{٩٠٠٠} \times \sqrt{١٠٠}$

$= \sqrt{٩٠} \times \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{١٠٠}$

$= ٩,٤٨٧ \times ١٠ \times ١٠$

$= ٩٤٨,٧$

ثانياً : $\sqrt{٠,٠٠٠٠٠٩} = \sqrt{٩} \div \sqrt{١٠٠٠\ ٠٠٠}$

$= \sqrt{٩} \div [\sqrt{١٠٠} \times \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{١٠٠}]$

$= ٣ \div [١٠ \times ١٠ \times ١٠]$

$= ٣ \div ١٠٠٠$

$= ٠,٠٠٣$

□ مثال :

إذا علمت أن : $\sqrt{٣,٥} = ١,٨٧١$ (لأقرب ٣ علامات عشرية)

، أن : $\sqrt{٣٥} = ٥,٩١٦$ (لأقرب ٣ علامات عشرية)

فأوجد :

(أ) $\sqrt{٣٥٠}$

(ب) $\sqrt{٠,٠٠٣٥}$

□ الحل :

(أ) $\sqrt{٣٥٠} = \sqrt{٣,٥٠} \times \sqrt{١٠٠} = ١,٨٧١ \times ١٠ = ١٨,٧١$

(ب) $\sqrt{٠,٠٠٣٥} = \sqrt{٣٥} \div \sqrt{١٠٠٠٠} = \sqrt{٣٥} \div [\sqrt{١٠٠} \times \sqrt{١٠٠}]$

$= ٥,٩١٦ \div [١٠ \times ١٠] = ٠,٠٥٩١٦$

[٥ ـ ٢] تدريبـــات :

أولاً : اكتب قيمة الجذور التالية ، مستخدماً الآلة الحاسبة ، إذا لزم الأمر :

(١) $\sqrt{١٦}$

(٢) $\sqrt{٣٦}$

(٣) $\sqrt{١٠٠}$

(٤) $\sqrt{١}$

(٥) $\sqrt{٢٥}$

(٦) $\sqrt{١٤٤}$

(٧) $\sqrt{٨١}$

(٨) $\sqrt{٨,١}$

(٩) $\sqrt{٠,٧٢}$

(١٠) $\sqrt{٣٠٠}$

(١١) $\sqrt{١٤٤٠٠}$

١٢) $\sqrt{٠,٠١}$

ثانياً : أوجد الجذور التالية :

(١) $\sqrt{٠,٠٤}$

(٢) $\sqrt{٠,٢٥}$

(٣) $\sqrt{١٦٠٠}$

(٤) $\sqrt{٠,٠١٤٤}$

(٥) $\sqrt{٢٥٠٠٠٠}$

(٦) $\sqrt{٠,٠٠٠٠٠٢٥}$

(٧) $\sqrt{٠,٠٣}$

(٨) $\sqrt{٠,٠٠٠٠٨١}$

ثالثاً : إذا علمت أن $\sqrt{٣٦} = ٦$ ، $\sqrt{٣٦٠} = ١٨,٩٧٤$

فأوجد :

(١) $\sqrt{٣٦٠٠}$

(٢) $\sqrt{٣٦٠٠٠}$

(٣) $\sqrt{٠,٠٠٣٦}$

(٤) $\sqrt{٠,٠٣٦}$

(٥) $\sqrt{٠,٠٠٠٠٣٦٠}$

(٦) $\sqrt{٣,٦ \times ١٠^{٧}}$

رابعاً : إذا علمت أن $\sqrt{١٠} = ٣,١٦٢$ ، $\sqrt{١٠٠} = ١٠$

فأوجد :

(١) $\sqrt{٠,١}$ (٤) $\sqrt{١٠٠٠}$

(٢) $\sqrt{٠,٠١}$ (٥) $\sqrt{١٠٠٠٠٠٠}$

(٣) $\sqrt{٠,٠٠٠٠١}$ (٦) $\sqrt{١٠٠٠٠}$

خامساً : إذا علمت أن : $\sqrt{١٦٩} = ١٣$ ، $\sqrt{١٦,٩} = ٤,١١١$

فأوجد الآتى :

(١) $\sqrt{١,٦٩}$ (٤) $\sqrt{١٦٩٠}$

(٢) $\sqrt{٠,٠١٦٩}$ (٥) $\sqrt{١٦٩٠٠٠}$

(٣) $\sqrt{٠,٠٠٠٠٠٠١٦٩}$ (٦) $\sqrt{١٦٩٠٠}$

سادساً : على نمط المثال التالى ، حل الأسئلة التى تليه .

$$\sqrt{٤٩٠٠٠٠} = \sqrt{٤٩ \times ١٠٠ \times ١٠٠} = ٧ \times ١٠ \times ١٠$$

(١) $\sqrt{٢٥٠٠٠٠}$ (٣) $\sqrt{١٤٤٠٠٠٠}$

(٢) $\sqrt{٣٦٠٠٠٠}$ (٤) $\sqrt{٩٠٠٠٠٠٠}$

[٥ ـ ٣] الجذور التربيعية والصورة القياسية لها :

فى كثير من الأحيان يكون من السهولة بمكان إيجاد الجذر التربيعى للعدد إذا وضع فى الصورة القياسية والأمثلة التالية تُوضح ذلك .

□ مثال (١) :

أوجد الجذر التربيعى $\sqrt{٤٠٠٠٠}$

□ الحـل :

الصورة القياسية للمقدار يمكن أن تكون :

$$\sqrt{٤ \times ١٠^{٤}} = \sqrt{٤} \times \sqrt{١٠^{٤}}$$

$$= ٢ \times ١٠^{٢} = ٢ \times ١٠٠ = ٢٠٠$$

□ **مثال (٢) :**

أوجد الجذر التربيعى للعدد $٤,٩ \times ١٠^{٥}$.

□ **الحـــل :**

بتحويل الصورة القياسية للعدد إلى ٤٩×١٠^{٤} فإنه يمكن إيجاد الجذر التربيعى :

$$\sqrt{٤٩ \times ١٠^{٤}} = \sqrt{٤٩} \times \sqrt{١٠^{٤}} = ٧ \times ١٠^{٢} = ٧ \times ١٠٠ = ٧٠٠$$

□ **مثال (٣) :**

أوجد الجذر التربيعى للعدد $٣,٦ \times ١٠^{-٥}$

□ **الحـــل :**

$$٣,٦ \times ١٠^{-٥} = ٣٦ \times ١٠^{-٦}$$

$$\therefore \sqrt{٣,٦ \times ١٠^{-٥}} = \sqrt{٣٦ \times ١٠^{-٦}} = \sqrt{٣٦} \times \sqrt{١٠^{-٦}}$$

$$= ٦ \times ١٠^{-٣} = ٦ \times \frac{١}{١٠^{٣}} = \frac{٦}{١٠٠٠} = ٠,٠٠٦$$

[٥ ـ ٤] تدريبـــات :

أولاً : أوجد الجذر التربيعى لقوى العدد ١٠ التالية :

(١) $\sqrt{١٠^{٢}}$ (٦) $\sqrt{١٠^{-٣}}$

(٢) $\sqrt{١٠^{٤}}$ (٧) $\sqrt{١٠^{-٥}}$

(٣) $\sqrt{١٠^{٦}}$ (٨) $\sqrt{١٠^{-٧}}$

(٤) $\sqrt{١٠^{٨}}$ (٩) $\sqrt{١٠^{-٩}}$

(٥) $\sqrt{١٠^{١٠}}$ (١٠) $\sqrt{١٠^{-١٠}}$

ثانياً : أوجد الجذور التربيعية للمقادير التالية ، بكتابتها أولاً فى الصورة القياسية .

(١) ٣٧٦٠٠٠٠

(٢) ١٨٥٢٠٠٠

(٣) ٤٢٥٠٠٠

(٤) ١٠٠٠ ٠٠٠

(٥) ٣٩٠٠٠ ٠٠٠

ثالثاً : أوجد الجذور التربيعية للمقادير التالية :

(١) $٣,٥ \times ١٠^{-٧}$

(٢) $٢,١٣ \times ١٠^{-٥}$

(٣) $٧,٤٢ \times ١٠^{-٣}$

(٤) $٨,٥٧ \times ١٠^{-٨}$

(٥) $٨,١ \times ١٠^{-٦}$