

الجزء الثالث

الجبر

ALGEBRA

الضرب الجبري

Algebra – Multiplication

[١٠ - ١] تبسيط عمليات الضرب :

عمليات الضرب الجبري تشبه تماماً عمليات ضرب الأعداد ويطلق على الناتج بحاصل الضرب .

● مثال :

$$\text{حاصل ضرب } 35 = 7 \times 5$$

$$\text{وكذلك حاصل ضرب } 5 \times 5 = 5 \text{ س}$$

$$= \text{س} + \text{س} + \text{س} + \text{س} + \text{س}$$

وعمليّة الضرب هنا تعني أن س مكررة خمس مرات وتكتب $5 \times \text{س}$ ، $5 \times \text{س}$ ، 5 س بعد استبعاد إشارة الضرب .

● مثال (١) :

$$\text{بسط الصيغة الجبرية } 7 \times \text{س}$$

$$7 \times \text{س} = 7 \text{ س}$$

● مثال (٢) :

ارجع الناتج ٣ ص إلى صيغته الأصلية

$$3 \text{ ص} = 3 \times \text{ص}$$

● مثال (٣) :

بسط المقدار ج $\times ٧$

$$ج \times ٧ = ٧ \times ج = ج \times ٧$$

وإذا كان هناك أكثر من عدد بينهم إشارة ضرب فإن أبسط طريقة هو إيجاد حاصل ضرب الأعداد مع بعضها .

فإذا طلب تبسيط الصيغة (أو وضعها في أبسط صورة) : $٥ \times ٦ \times س$

ففي هذه الحالة ، نبدأ بإيجاد حاصل ضرب الأعداد ومن ثم نتخلص من إشارة الضرب بين الأعداد والرموز الجبرية .

$$\therefore ٥ \times ٦ \times س$$

$$= ٣٠ \times س$$

$$= ٣٠ س$$

● مثال (٤) :

ضع الصيغة التالية في أبسط صورة .

$$٣ \times س \times ٧$$

● الحل :

$$٣ \times س \times ٧ = ٧ \times ٣ \times س = ٢١ \times س = ٢١ س$$

● مثال (٥) :

ضع الصيغة التالية في أبسط صورة :

$$٥ \times س \times ٦ \times ٢$$

● الحل :

$$٥ \times س \times ٦ \times ٢ = ٢ \times ٦ \times ٥ \times س = ٦٠ \times س = ٦٠ س$$

● مثال (٦) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة : ١٣×٧

● الحل :

$$٢١ = ١ \times ٢١ = ١ \times ٣ \times ٧ = ١٣ \times ٧$$

وكما نلاحظ فإنه عند ضرب عدد في رمز جبرى مثل (٥ × س) فإن الناتج يصبح ٥ س ، وبالمثل فإن حاصل ضرب رمزين جبريين مثل :

$$س \times ص = ص = س \text{ أو } ص \text{ بدون إشارة الضرب .}$$

$$\therefore س \text{ ص} = ص \times س = ص \times ص = س \times ص = ص \text{ س}$$

أما إذا كان هنالك ثلاثة رموز جبرية أو أكثر وكان المطلوب إيجاد حاصل ضربهم ، فإن القانون المستخدم هو :

$$س \times ص \times ع = ع \text{ ص س} = ع \text{ ص ص س} = ع \text{ ص ص س} = ص \text{ ع س} = ص \text{ س ع}$$

● مثال (٧) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$٢ \times ٦ \times س \times ص$$

● الحل :

$$١٢ \times س \times ص = ١٢ \times س \times ص = ١٢ \text{ س ص}$$

● مثال (٨) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$٤ \times ١ \times ٥ \times ب$$

● الحل :

$$ب \times ١ \times ٥ \times ٤ = ب \times ٥ \times ١ \times ٤$$

$$ب \times ١ \times ٢٠ =$$

$$ب \times ٢٠ =$$

$$. ب \times ٢٠ =$$

● مثال (٩) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$ب \times ٥ \times ١٣$$

● الحل :

$$ب \times ٥ \times ١ \times ١٣ = ب \times ٥ \times ١٣$$

$$ب \times ١ \times ٥ \times ١٣ =$$

$$ب \times ١٥ =$$

$$ب \times ١٥ =$$

$$ب \times ١٥ =$$

[١٠ - ٢] تدريبات :

ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة لها :

- | | |
|----------------------------------|--------------------|
| (٩) $١ \times س$ | (١) ١٥×٤ |
| (١٠) $٢,٥ \times ٣ س$ | (٢) $٤ \times ٣ ب$ |
| (١١) $٤ \times ١٣ ب$ | (٣) ١٧×٣ |
| (١٢) $٢ س \times ٣ ص$ | (٤) $٦ \times س$ |
| (١٣) $٣ \times ك ن$ | (٥) $٧ \times ع$ |
| (١٤) $٣ س \times ٤ ص$ | (٦) $٨ \times ٤ ن$ |
| (١٥) $٢ س \times ٤ ص \times ٥ ع$ | (٧) $س \times ص$ |
| | (٨) $م \times ن$ |

- (٢٤) ٢ س ص ٣ × م ن ٤ × ا ب
 (٢٥) ٧ ب ٦ × ٣ × ا ج
 (٢٦) ٨ س ص ٦ × ب ٣ × ا ع
 (٢٧) ٢ × ٣ × ا ج
 (٢٨) ٣ س ص ٢ × ا ب ٦ ×
 (٢٩) ٢,٥ س ص ٤ × ع م ٢ ×
 (٣٠) ٣ ا ج ٢ × ب د ١,٥ × م ن
- (١٦) ٧ م ٤ × ن ٢ × هـ
 (١٧) ٦ س ص ع ×
 (١٨) ٣ × ا ب ٢ × ج
 (١٩) ١/٢ ع × ص ×
 (٢٠) ٤ × ج ١,٥ × ا ب ٣ ×
 (٢١) ٥ × ج ٣ × ا ب ٢ ×
 (٢٢) ٧ س ص ٣ × ع ٥ ×
 (٢٣) ٤ × ج ٣ ا ب

[١٠ - ٣] الإشارات :

انظر الجزء الأول (الكتاب الأول) ، وكما فى جدول (١٠ - ١) .

موجب	+	=	+	×	+
سالب	-	=	-	×	+
موجب	+	=	-	×	-
سالب	-	=	+	×	-

جدول [١٠ - ١]

وتُطبق القواعد بجدول (١٠ - ١) على عمليات الضرب الجبرية كما

يلى :

$$٢ + × ٢ + = ٢ + س$$

$$٢ - × ٢ + = ٢ - س$$

$$٢ - × ٢ - = ٢ + س$$

$$٢ + × ٢ - = ٢ - س وهكذا .$$

ويلاحظ أن حاصل ضرب مجموعة زوجية من الأعداد السالبة هو عدد زوجى أى أن حاصل ضرب عددين سالبين أو أربعة رموز جبرية سالبة أو ستة عناصر سالبة هو ناتج موجب ،

بينما حاصل ضرب مجموعة فردية من الأعداد السالبة هو عدد سالب
أو مقدار سالب ،

فحاصل ضرب ثلاثة مقادير جبرية سالبة أو خمسة عناصر جبرية سالبة
هو ناتج سالب .

● مثال (١) :

$$3 - \times 2 - \times 6 \\ 36 = 3 - \times 12 =$$

(حاصل ضرب عددين سالبين يعطى ناتج موجب) .

● مثال (٢) :

$$3 - \times 2 \times 6 \\ 36 - = 3 - \times 12 =$$

● مثال (٣) :

$$7 \times 5 - \times 4 - \times 3 \\ 7 \times 5 - \times 12 - = \\ 420 = 7 \times 60 =$$

● مثال (٤) :

$$5 - \times 6 - \times 4 - \times 3 \\ 360 - =$$

● مثال (٥) :

$$5 - \times 6 - \times 4 - \times 3 - \\ 360 =$$

والآن سنطبق نفس القواعد كما في الأمثلة السابقة، في الضرب الجبرى .

● مثال (٦) :

$$\begin{aligned} 7 \times 5 - \times 5 \\ = 35 \times 5 \\ = 35 \times 5 \end{aligned}$$

● مثال (٧) :

$$\begin{aligned} 7 \times 5 - \times 5 \\ = 35 \times 5 \\ = 35 \times 5 \end{aligned}$$

● مثال (٨) :

$$\begin{aligned} 3 \times 6 - \times 6 \\ = 3 \times 6 - \times 6 \\ = 72 \times 6 \\ = 172 \times 6 \end{aligned}$$

● مثال (٩) :

$$\begin{aligned} 3 \times 6 - \times 6 \\ = 3 \times 6 - \times 6 \\ = 72 \times 6 \\ = 172 \times 6 \end{aligned}$$

ويفضل وضع الحروف مثل ا، ج، س، ب فى الجواب بترتيب الحروف الأبجدية وتذكر كذلك أن :

$$ا ب ج = ا ج ب = ب ا ج = ج ا ب = ج ا ب = ج ا ب$$

قسمة الأعداد الجبرية
Algebra division

[١١ - ١] تقديم :

نفترض أنه طلب تقسيم ١٠ جنيهات على خمسة أفراد بالتساوى فإنه من الطبيعي أن يكون نصيب كل فرد جنيهان ، ويمكن لهذه الحالات استخدام الرموز الجبرية لتوضيح ذلك رياضياً .

فإذا اعتبرنا حرف جـ هو رمز الجنيه (أ، حرف س) .

$$\therefore ١٠ \text{ جـ} \div ٥ = ٢ \text{ جـ}$$

ويمكن كتابة هذه الصيغة الرياضية فى صورة كسر .

$$\therefore ١٠ \text{ جـ} \div ٥ = \frac{١٠ \text{ جـ}}{٥} = ٢ \text{ جـ}$$

ولا تختلف عملية القسمة عن عملية الضرب ، فيجب فى كلتا العمليتين الاهتمام بالإشارات كما فى الجدول (١١ - ١) .

(موجب)	+	=	+	÷	+
(سالب)	-	=	-	÷	+
(موجب)	+	=	-	÷	-
(سالب)	-	=	+	÷	-

● مثال (١) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$- ٣٥ \text{ س} \div ٧$$

$$= \frac{- ٣٥ \text{ س}}{٧} = \frac{- ٥ \text{ س}}{١}$$

● مثال (٢) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$- ١٦٠ \text{ ن} \div - ٣٠$$

$$= \frac{- ١٦٠ \text{ ن}}{- ٣٠} = \frac{- ١٦ \text{ ن}}{- ٣} = \frac{١٦ \text{ ن}}{٣}$$

● مثال (٣) :

ضع الصيغة الجبرية التالية في أبسط صورة :

$$٥٤ \text{ ب} \div - ٦٣$$

$$= \frac{٥٤ \text{ ب}}{- ٦٣} = \frac{- ٦ \text{ ب}}{٧}$$

● مثال (٤) :

اختصر $٦٣ \text{ م} \div ٩$

$$= \frac{٦٣ \text{ م}}{٩} = \frac{١ \times ٧}{١ \times ١} = \frac{٧}{١}$$

● مثال (٥) : اختصر :

$$\frac{- ٤٢ \text{ س ص} ١}{٧ \text{ ص} ١} = \frac{- ٦ \text{ س}}{١} = \frac{- ٤٢ \text{ س ص} ١}{٧ \text{ ص} ١}$$

[١١ - ٢] تدريبات :

[١] ضع الصيغ الجبرية التالية في أبسط صورها

- (١) $3 \div 18$
 (٢) $3 \div 18$ س
 (٣) $3 \div 18$ س
 (٤) $س \div ص$
 (٥) $ب \div ج$
 (٦) $7 \div 7$ س
 (٧) $8 \div 4$ ب
 (٨) $30 \div 6$ م ن
 (٩) $49 \div 7$ هـ
 (١٠) $42 \div 6$ ص
 (١١) $8 \div 4$ س
 (١٢) $8 \div 2$ ب
 (١٣) $16 \div 8$ س ص
 (١٤) $27 \div 3$ ص
 (١٥) $42 \div 14$ ص ع
 (١٦) $(3 \times 4) \div 6$ ج
 (١٧) $12 \div 3$ ب ج
 (١٨) $45 \div 5$ ص
 (١٩) $56 \div 8$ س ع ص
 (٢٠) $(3 \times 8) \div 6$ ب
 (٢١) $(4 \times 7) \div 14$ س
 (٢٢) $(3 \times 6) \div 9$ ص
 (٢٣) $(4 \times 5) \div 2$ ع
 (٢٤) $30 \div 5$ س
 (٢٥) $30 \div 6$ س ص
 (٢٦) $27 \div (1 \times 3)$ ص
 (٢٧) $7 \div (\frac{3}{9} \times \frac{3}{3})$ ص
 (٢٨) $16 \div 4$ ص
 (٢٩) $12 \div 3$ ب
 (٣٠) $\frac{5}{5} \div \frac{5}{5}$ س ص

[ب] ضع ما يلي في أبسط صورة :

- (٧) $3 - 5 \times$ ص
 (٨) $13 - 7 \times$ م
 (٩) $2 \times 2 \times$ م
 (١٠) $2 - 3 \times$ س
 (١١) $4 - 12 \times$ س
 (١) $3 -$ ب
 (٢) $5 -$ س
 (٣) $4 -$ س
 (٤) $6 -$ م
 (٥) $8 -$ ن
 (٦) $2 -$ س

- (۱۳) $۱ \div \text{ص}$
- (۱۴) $\text{م} \div \text{ن}$
- (۱۵) $۲ \div \text{ن}$
- (۱۶) $۱۰ \div \text{ه}$
- (۱۷) $۲۵ \div ۵ \text{ ب}$
- (۱۸) $\text{م} - \text{ب} - \text{ا} - \text{خ}$
- (۱۹) $\text{س} - \text{ص} - \text{ا} - \text{خ}$
- (۲۰) $۲۰ \text{ ه} \div ۱۵ \text{ ن}$
- (۲۱) $۴۵ \text{ س} \div ۹ \text{ ص}$
- (۲۲) $۱۵۰ \text{ ا ب} \div ۹ \text{ ب}$
- (۲۳) $۲۸ \text{ ا ب} \div ۱۶ \text{ ب}$
- (۲۴) $۱۳ \times ۲ \text{ ب} - ۵ \text{ ج ه}$
- (۲۵) $۱۸ \text{ س ص ع} \div ۱۲ \text{ س ع}$
- (۲۶) $۴۲ \text{ س ص م} \div ۲۸ \text{ م}$
- (۲۷) $(۱۲ \times ۳ - \text{ب}) \div ۴ \text{ ن}$
- (۲۸) $۳۰ \text{ س ص ه} \div (۵ - \text{ه} - ۳ \text{ ص})$
- (۲۹) $۱۷۲ \text{ ا ب ج} \div (۹ \text{ ب} \times ۲ - \text{ج})$
- (۳۰) $۱۰۰ \text{ س ص ع} \div (۵ - \text{خ} - ۴ \text{ ص ع})$



الدروس الثناك عشر

قوانين الأسس

The laws of indices

[١٢ - ١] ضرب الأسس :

إذا كان لدينا العدد ١٦ مثلاً فإنه يمكن كتابته على الصورة $٤^٢$ وتنطق ٢ أس ٤ أو اثنين مرفوعة للقوة الرابعة . ويطلق على العدد ٢ بالأساس بينما العدد ٤ بالأس .

ويمكن ضرب الأعداد المرفوعة إلى القوى المختلفة إذا كان الأساس واحد أى بنفس القيمة بمعنى أنه يمكن ضرب ٦٢×٣٢ مثلاً أو $٤^٥ \times ٥^٥$ ويتضح ذلك من الأمثلة التالية :

● مثال (١) :

$$٣٢ = ٥٢ ، ٢٢ = ٤$$

$$\text{ولكن } ٧٢ = ١٢٨ = ٤ \times ٣٢$$

$$\therefore ١٢٨ = ٧٢ = ٢٢ \times ٥٢$$

$$\text{معنى ذلك أن } ٧٢ = (٢ + ٥)٢ = ٢٢ \times ٥٢$$

وعليه فإنه عند ضرب الأسس للأعداد المتساوية (٢ فى المثال) فإننا نقوم بجمع الأسس أى :

$$١ = ٢ \times ١^{(٢+٥)}$$

[١٢ - ٢] تدريبات :

(١) أوجد قيمة ما يلي :

- | | | | |
|--------|-----|--------|------|
| (أ) | ٢٢ | (هـ) | ٦٢ . |
| (ب) | ٤٥ | (و) | ٣١ . |
| (جـ) | ٣١٠ | (كـ) | ٢٩ . |
| (د) | ٢٧ | (لـ) | ٣٥ . |

(٢) أعد كتابة ما يلي مستخدماً الأسس كوسيلة تعبير رياضية :

- (أ) $س \times س \times س$
 (ب) $ص \times ص \times ص \times ص \times ص \times ص$
 (جـ) $ن \times ن \times ن$
 (د) $٦ \times ٦ \times ٦ \times ٦$
 (هـ) $ج \times ج \times ج \times ج \times ج \times ج$
 (و) $٦٤ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨$

(٣) أوجد قيمة ما يلي :

- | | | | |
|--------|------------------|--------|----------------|
| (أ) | ٢٢×٢٢ | (هـ) | ٢٤×٢٤ |
| (ب) | ٥٢ | (و) | ٥٤ . |
| (جـ) | ٤٣×٢٣ | (كـ) | ٢٥×٢٥ |
| (د) | ٧٣ | (لـ) | ٥٥ . |
| (م) | ٢١٠×٢١٠ | (ن) | ٤١٠ . |

(٤) ضع ما يلي في أبسط صورة أسية :

- | | | | |
|--------|----------------|--------|------------------|
| (أ) | ٢٢×٤٢ | (هـ) | $س^٣ \times س^٤$ |
| (ب) | ٥٦×٢٦ | (و) | $م^٣ \times م^٥$ |
| (جـ) | ٨٣×٢٣ | (كـ) | ٦١×٤١ |
| (د) | ٤٥×٥ | (لـ) | $ب^٣ \times ب^٥$ |

(٥) ضع ما يلي في أبسط صورة أسية :

(أ) $س^٢ \times س^٣ \times س^٤$ (هـ) $ن^٢ \times ن^٣ \times ن^٤$

(ب) $ص^٢ \times ص^٤ \times ص^٦$ (و) $١ \times ٢١ \times ٣١ \times ١٣١$

(جـ) $ج^٣ \times ج^٤ \times ج^٥$ (كـ) $س \times س \times س^٢$

(د) $م \times م^٢ \times م^٣$

(٦) اكتب ما يلي في صورة أسية :

(أ) $س \times س \times ص \times ص$

(ب) $ج \times ج \times ج \times ج \times ج \times ج \times د \times د \times د$

(جـ) $١ \times ب \times ١ \times ب \times ١ \times ب$

(د) $س \times س \times ص \times ص \times س \times س$

(هـ) $١ \times ب \times ١ \times ١ \times ب \times ١ \times ب$

(و) $م \times ن \times ن \times م \times م \times ن$

(٧) ضع ما يلي في أبسط صورة أسية :

(أ) $٢١ \times ب^٤ \times ٥١ \times ب^٣$

(ب) $١ \times ج^٢ \times ٣١ \times ج^٤$

(جـ) $٢م \times ٣ن \times ٤م \times ٧ن$

(د) $٧س \times ٥ص \times ٣س \times ٢ص$

(هـ) $٢١ \times ب^٣ \times ٤م \times ٣١ \times ب^٤$ م

(و) $١ \times ٢١ \times ب \times ب^٣ \times ج$

(كـ) $١ \times ب \times ١ \times ب \times ٢١ \times ب^٣ \times ١$

(لـ) $١٣م \times ٧ج \times ١٩م$

(م) $٢٠س \times ١٥ص \times ٧ص$

(ن) $س \times ص \times ع \times س \times ص \times ع \times س \times ص \times ع$

[١٢ - ٣] قسمة الأسس :

كما في الضرب فإنه يمكن قسمة الأعداد ذات الأسس وذلك إذا تساوت هذه الأعداد كما يتضح من الأمثلة التالية :

● مثال (١) :

$$٥٢ = ٣٢$$

$$٢٢ = ٤ ،$$

$$٨ = ٤ \div ٣٢ ،$$

$$٣٢ = ٨ = ٢٢ \div ٥٢ \dots$$

$$٣٢ = ٢٢ \div ٥٢ \dots$$

$$٣٢ = (٢ - ٥)٢ = ٢٢ \div ٥٢ \dots$$

● مثال (٢) :

$$٢٣ = ٢٧ ، ٥٣ = ٢٤٣$$

$$٢٣ = ٩ = ٢٧ \div ٢٤٣$$

$$٢٣ = (٣ - ٥)٣ = ٣٣ \div ٥٣ \dots$$

معنى ذلك أنه عند قسمة أعداد متشابهة مرفوعة لأسس فإننا نقوم بطرح الأسس ، أى أن :

$$ا^{(ن+م)} \div ا^ن = ا^م$$

● مثال (٣) :

$$س^٤ = \frac{س \times س \times س \times س \times س \times س \times س \times س}{س \times س \times س} = \frac{س^٧}{س^٣} = س^٣ \div س^٧$$

[١٢ - ٤] تدريبات :

ضع ما يلي في أبسط صورة أسية :

$$\begin{array}{ll} \text{(أ) } ٥ \div ٥ \text{ س} & \text{(و) } ٦١٣ \div ٥١٣ \\ \text{(ب) } ١٣ \text{ م} \div ٣ \text{ م} & \text{(ك) } ٣١٠٢ \div ٢١٠٢ \\ \text{(ج) } ٧١ \div ٢١ & \text{(ل) } ١٠٠ \text{ س} \div ٩٧ \\ \text{(د) } ٥ \text{ ب} \div ٤ & \text{(م) } ٣ \text{ ص} \div ٢ \text{ ص} \\ \text{(هـ) } ١٠٠ \text{ ج} \div ٢٥ & \text{(ن) } ٧ \text{ س} \div ٢ \text{ س} \end{array}$$

[١٢ - ٥] الأسس السالبة والأسس الصفرية :

عند إجراء عمليات طرح الأسس فإننا نتعرض كثيراً لأن يكون ناتج الطرح سالب أو مساوياً للصفر ، كما في الأمثلة التالية :

● مثال (١) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} &= ٢٤٣ \div ٢٧ \\ \frac{1}{9} &= ٢-٣ = (٥-٣)٣ = ٥٣ \div ٢٣ \text{ أى} \\ \frac{1}{١٣} &= \frac{1}{٢} ٣ = \frac{1}{9} = ٢-٣ \text{ ومنها} \end{aligned}$$

● مثال (٢) :

$$\begin{aligned} ١ &= ٣٢ \div ٣٢ \\ ٢ \text{ صفر} &= (٥-٥)٢ = ٥٢ \div ٥٢ \end{aligned}$$

∴ ۲ صفر = ۱

وعموماً فإن أى رقم مرفوع لأس سالب يمكن كتابته كما يلي :

$$\frac{1}{س ص} = س^{-ص}$$

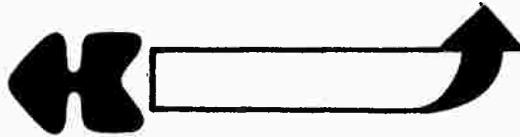
● مثال (۳) :

$$\frac{1}{۱۲۵} = \frac{1}{۳۵} = ۳^{-۵}$$

● مثال (۴) :

$$\frac{1}{۴۹} = \frac{1}{۲۷} = ۲^{-۷}$$

وقد سبق وعرفنا أن أى رقم مرفوعاً للأس صفر يساوى واحد فمثلاً
۲ صفر = ۱ ، ۷ صفر = ۱ ، ۷۰ صفر = ۱ ، ۳۹۸ صفر = ۱ ،
مليون صفر = ۱



[١٢ - ٦] تدريبات :

اكتب في صورة كسر قيم ما يلي :

$$\frac{1}{2-3} (٦) \quad ٦١ \div ٤١ (١)$$

$$\frac{1}{٩ \text{ صفر}} (٧) \quad ٢-٥ (٢)$$

$$٥-٣ (٨) \quad ٣-٤ (٣)$$

$$٢-٧ (٩) \quad ٥-٣ (٤)$$

$$٢-١٠ (٥)$$

[١٢ - ٧] تبسيط الأسس في عمليات الضرب والقسمة :

سوف تفهم هذا جيداً من خلال الأمثلة المتعددة التالية :

● مثال (١) :

$$٧ \text{ س} = ٤ + ٣ \text{ س} = ٤ \times ٣ \text{ س}$$

● مثال (٢) :

$$٤ \text{ ص} = ٧ \div ٣ \text{ ص} = ٣ \text{ ص} (٣ - ٧)$$

● مثال (٣) :

$$٧ \text{ س} \times ٣ \text{ س} = ٢ \text{ س} \times ٣ \times ٧ \times ٣ \text{ س} \times ٣ \text{ س}$$

$$= ٢١ \text{ س} \times ١ \text{ س} \times ٢ \text{ س}$$

$$= ٢١ \text{ س} \times (٢ + ١) = ٢١ \text{ س} \times ٣$$

● مثال (٤) :

$$15 \text{ من } 7 \div 3 \text{ من } 2$$

$$55 = (2-7) \text{ من } 5 = \frac{15 \text{ من } 7}{2 \text{ من } 3} =$$

● مثال (٥) :

$$5 - 3 \times 4 \text{ من } 2$$

$$- = 5 - 3 \times 4 \text{ من } 2 = - = 15 - (2+4) \text{ من } 15 - = 15 \text{ من } 2$$

● مثال (٦) :

$$3 - 2 \times 7 \times 4 \text{ ص}$$

$$- = 3 - 2 \times 7 \times 4 \text{ ص} = 4 \text{ ص} \times 2 - \times 7 \times 3 - = 42 \text{ ص} = (4+1) \text{ ص} 42 = 42 \text{ ص} =$$

● مثال (٧) :

$$27 \text{ من } 4 = 3 = (3-4) \text{ من } 3 = 3 = 1 \text{ من } 3 = 3 \text{ من } 9$$

● مثال (٨) :

$$20 - 3 \div 30 \text{ من } 4$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} - = 1 - \text{ من } 1 \times \frac{2}{3} - = (4-3) \text{ من } 2 \times \frac{2}{3} - = \frac{20 \text{ من } 3}{3 \text{ من } 4} =$$

$$\frac{2 -}{3 \text{ من } 3} = \frac{1 \times 2 -}{3 \text{ من } 3} =$$

[١٢ - ٨] تدريبات :

ضع ما يلي في أبسط صورة ممكنة :

$$(أ) \frac{س١ \times س٧}{س٥} \quad (هـ) \frac{س٣ \times س٥ \times س٧}{س٩ \times س٧}$$

$$(ب) \frac{م٦ \times م٤}{م٥} \quad (و) \frac{س٣ \times س٤ \times س٥ \times س٧}{س٨ \times س٧}$$

$$(ج) \frac{٦١ \times ٣١ \times ٢١}{٧١} \quad (ل) \frac{٣ هـ ٢ \times ٦ هـ ٣}{٧ هـ ٩}$$

$$(د) \frac{ص٧ \times ص٤}{ص٩} \quad (م) \frac{٧ ص٧ \times ٥ ص٥ \times ٣ ص٣}{ص٩}$$

(٢) ضع ما يلي في أبسط صورة أسية ممكنة :

$$(أ) س٣ \times س٦ \quad (هـ) ٢ ص٤ \times ٣ ص٥$$

$$(ب) هـ٢ \times هـ٨ \quad (و) ٢ -١ ٣ \times ٢١ ٧ \times ٣ -١$$

$$(ج) ج٥ \times ج٦ \quad (ل) ب٣ \times ب١٥$$

$$(د) ٤ س٣ \times ٣ س٨ \quad (م) ٦ س٥ \times ٣ س١٥$$

(٣) أوجد ناتج عمليات القسمة التالية :

$$(أ) س٣ \div س٧ \quad (و) ٤٢ ب٥ \div ١٤ ب٩$$

$$(ب) ص٢ \div ص٣ \quad (ل) س٤ \div س٢$$

$$(ج) ٥١ \div ٦١ \quad (م) ص٦ \div ص٦$$

$$(د) ٨ س٣ \div ٢ س٦ \quad (ن) م٧ \div م٣$$

$$(هـ) ٢٧ ص٤ \div ٣ ص٧ \quad (ي) ٣ -١ \div ٥ -١$$

[١٢ - ٩] أس الأس : Powers of Powers

إذا نظرنا إلى المقدار $(س^٢)^٣$ ، فإن هذا يعني تكعيب المقدار $س^٢$ أو $س^٢$ مكعبة .

$$\therefore (س^٢)^٣ = س^٢ \times س^٢ \times س^٢$$

$$= س^{٢+٢+٢} = س^٦$$

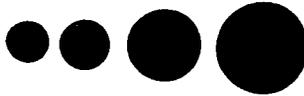
$$\text{وكذلك } (س^٢)^٣ = س^{٢ \times ٣} = س^٦$$

وكقاعدة عامة فإن $(س^م)^ن = س^{م \times ن}$

$$\text{فمثلاً } ٨٦ = ٤ \times ٢٦ = ٤(٢٦)$$

$$، (س^٤)^٢ = س^{٤ \times ٢} = س^٨$$

$$، (س^٥)^-ب = س^{-٥ \times ب} = س^{-٥ب}$$



الدرس الثالث عشر

التعويض البسيط

[١٣ - ١] تقديم :

تحدثنا في الجزء الأول (الكتاب الأول) عن التعويض البسيط واكتفينا بالإشارة إلى أنه يمكن استبدال العدد الصحيح الموجب بحرف جبرى .
ونحن الآن بصدد استبدال الحروف الجبرية بالأعداد الصحيحة السالبة وبالأسس .

● مثال (١) :

إذا كانت س = ٣- ، ص = ٤ ، ع = ٥-

فأوجد قيمة ما يلى :

(١) ٣ س (٢) ٢ ص + ع (٣) ٥ س - ٣ ع

● الحل :

$$(١) ٣ س = ٣ × س = ٣ × ٣- = ٩-$$

$$(٢) ٢ ص + ع = ٢ × ص + ع = ٢ × ٤ + ٥-$$

$$= ٨ + ٥- = ٣$$

$$(٣) ٥ س - ٣ ع = ٥ × س - ٣ × ع = ٥ × ٣- - ٣ × ٥-$$

$$= ١٥- - ١٥ = ٣$$

$$= ١٥- - ١٥- = ١٥ + ١٥- = ٣٠$$

وقد استعنا في حل (٢) ، (٣) في المثال السابق بالأقواس وذلك لكي نحدد ترتيب العمليات الحسابية اللازم إجراؤها أولاً وذلك كما في الكتاب الأول .

● مثال (٢) :

إذا كانت : $٤ = ا$ ، $٥- = ب$ ، $٣- = ج$ ، $د =$ صفر فأوجد قيمة ما يلي :

$$(١) ا ج د \quad (٢) ا ج ب \quad (٣) ا ب ج د$$

● الحل :

$$(١) ا ج د = ا \times ج = ٤ \times (٣-) = ١٢-$$

$$(٢) ا ج ب = ا \times ج \times ب = ٤ \times (١ ج) \times ب = ٥- \times (١٢-) \times ٤ =$$

$$٢٤٠ = ٦٠ \times ٤ =$$

$$(٣) ا ب ج د = ا ب ج د = ٤ \times (١ ج ب) \times ٦ = د \times ٢٤٠ \times ٦ = \text{صفر} = \text{صفر}$$

● مثال (٣) :

$$\text{إذا كان } ٣- = ا ، ٢- = ب$$

فأوجد قيمة ما يلي :

$$(١) ا٢ \quad (ب) ا ب٢ \quad (ج) ا٢ ب٢ \quad (د) (ا ب)٢$$

● الحل :

$$(١) ا٢ = ٣- \times ٣- = ٩ = ٣- \times ٣- \times ٣- = ١ \times ١ \times ١ = ١$$

$$(ب) ا ب٢ = ٢- \times ٢- = ٤ = ٢- \times ٢- \times ٣- = ب \times ب \times ا = ١٢-$$

$$(ج) ا٢ ب٢ = ٢١ \times ٤ = ٢١ \times ٤ = ٨٤ = ٣- \times ٣- \times ٤ = ٩ \times ٤ = ٣٦$$

$$\begin{aligned}
 (د) \quad (ا ب)^2 &= ا ب \times ا ب \\
 &= ا \times ا \times ب \times ب \\
 &= ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \\
 &= ٢١٦ = ٨ \times ٢٧ =
 \end{aligned}$$

● مثال (٤) :

إذا كانت $ا = ٣$ ، $ب = ٤$ ، $س = ٣$ ؛ $ص = ٢$

فأوجد قيمة ما يلي :

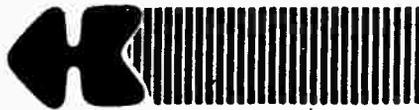
$$(١) \quad ٣^{٢س} (٢) - (ب ص)^2 (٣) (٢-ا) س (٤) - (ا ب) ص$$

● الحل :

$$\begin{aligned}
 (١) \quad ٣^{٢س} (٢) &= ٣^{٢ \times ٣} \times ٣ = ٣^{٦} \times ٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٧٢٩ \\
 &= ٢١٨٧ =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (٢) \quad - (ب ص)^2 &= ٢ \times ٢ = ٤ \\
 - (٤-ا) س &= ٤ \times ٣ = ١٢ \\
 - (ا ب) ص &= ٣ \times ٤ \times ٢ = ٢٤ \\
 &= ٤ - ١٢ - ٢٤ = -٣٢ =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (٣) \quad (٢-ا) س &= (٢-٣) \times ٣ = -١ \times ٣ = -٣ \\
 (٤) \quad (ا ب) ص &= ٣ \times ٤ \times ٢ = ٢٤ \\
 &= ٢٤ - ٣ = ٢١ =
 \end{aligned}$$



[١٣ - ٢] تدريبات :

(١) أكمل الجدول الآتي ، جدول (١٣ - ١) :

س	س ^٢ =	س ^٣ + س ^٢ =	س ^٣ =	س ^٣ + س ^٢ + س =
٥				
٤				
٣				
٢				
١				
صفر				
١-				
٢-				
٣-				

جدول (١٣ - ١)

(٢) أكمل الجدول الآتي ، جدول (١٣ - ٢) :

$= ٤ - ٢١$	$= ٢١$	$= ٢ + ١٥$	$= ١٥$	$= ١$
				٤-
				١-
				صفر
				٣
				٥
				٧
				٩

جدول (١٣ - ٢)

(٣) إذا كانت $٣ = ١$ ، $٥ = ٢$ ، $٤ = ٣$ ،

فأوجد قيمة ما يلي :

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| (ز) $٢١ + ٢١$ ج | (ا) $٢١ + ٢ - ١$ ج |
| (ح) $٢١ - ٢١ + ٢١$ ج | (ب) $٣١ + ٢$ ج |
| (ط) $٣١ + ٢$ ج | (ج) $٥ - ١$ ج |
| (ي) $٢١ + ٢١$ ج | (د) $٣١ + ٢١ + ٢$ ج |
| (م) $٢١ + ٢١$ ج | (هـ) $٧١ + ٢$ ج |
| (ن) $٢١ + ٢١ + ٢١$ ج | (و) $٢١ - ٢١$ ج |

$$(4) \text{ إذا كانت } م = 1, \text{ ن} = 2, \text{ ه} = 6,$$

فأوجد قيمة ما يلي :

$$\begin{aligned} (1) \quad 3م + 2ن - 5ه & \quad (و) \quad م ه \div - ن \\ (ب) \quad م ن - ن ه & \quad (ز) \quad 2ن \div 2ه \\ (ج) \quad 3م ه - 2م ن & \quad (ح) \quad 2- م ن ه \div 2م \\ (د) \quad 3ه 2 & \quad (ط) \quad 3ن 2 + 5ه \div م ه \\ (ه) \quad 2ه - 2ن & \quad (ي) \quad \frac{م}{ن} - \frac{ن}{م} \end{aligned}$$

(5) إذا كانت $س = 3$ فأوجد قيمة ما يلي :

$$\begin{aligned} (1) \quad 4س & \quad (د) \quad 2س 4 \\ (ب) \quad 3س 2 & \quad (هـ) \quad 2س 3 + 2س \\ (ج) \quad 3س 2 & \quad (و) \quad 3س 2 \div 2س \end{aligned}$$

$$(6) \text{ إذا كانت } 1 = 2-, \text{ ب} = 1-, \text{ ج} = 4$$

فأوجد قيمة ما يلي :

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 - 1 - ب - ج & \quad (ز) \quad 2 + 3 2 ج 2 \\ (ب) \quad 2 + 1 3 - ب - 2 ج & \quad (ح) \quad 3 + ب + 3 ج \div 3 \\ (ج) \quad 3 1 ب - 2 ج & \quad (ط) \quad \frac{1}{ج} + \frac{1}{ب} - \frac{1}{1} \\ (د) \quad 2 2 \times 2 ب & \quad (ي) \quad \frac{1}{ب} + \frac{1}{1} \\ (هـ) \quad 2 1 - 1 2 & \quad (م) \quad ج ب 2 \\ (و) \quad 2 ج \div 1 ب & \quad (ن) \quad 2 ب 2 \div 2 1 \end{aligned}$$

المعادلات البسيطة

Simple equations

[١٤ - ١] تقديم :

في الكتاب الأول ، قمنا بحل المعادلات والتي كانت أجوبتها أعداداً صحيحة موجبة ، وفي هذا الكتاب سنقوم بحل المعادلات التي تعطي أجوبة سالبة أو حتى كسرية .

تذكر أن : لمعرفة قيمة س ، إذا كانت $٥ = س$ فإننا نقسم طرفي المعادلة على ٥

$$\therefore \frac{١٥}{٥} = \frac{س}{٥} \therefore س = ٣$$

تذكر أن : إذا أردنا إيجاد قيمة س عندما $٣ = س - ٥$ فإننا نضيف ٥ إلى طرفي المعادلة :

$$\therefore ٣ + ٥ = س - ٥ + ٥$$

$$\therefore ٣ = س - ٥ + ٥$$

$$\therefore ٦ = س$$

● مثال (١) :

إذا كانت ٧ س = -٦٣ فأوجد قيمة س

● الحل :

بقسمة طرفي المعادلة على ٧

$$\therefore \frac{-٦٣}{٧} = \frac{٧ س}{٧} = -٩ \text{ ومنها } \therefore س = -٩$$

● مثال (٢) :

إذا كانت -١٥ = ٣٥ فأوجد ا

● الحل :

بقسمة طرفي المعادلة على -٥

$$\therefore \frac{٣٥}{-٥} = \frac{-١٥}{-٥} = ٣ \text{ ومنها } \therefore س = ٣$$

● مثال (٣) :

إذا كانت :

-٣ س = -٢٧ فأوجد قيمة س

● الحل :

نقسم طرفي المعادلة على -٣

$$\therefore \frac{-٢٧}{-٣} = \frac{-٣ س}{-٣} = ٩$$

$\therefore س = ٩$

● مثال (٤) :

إذا كانت : $٢ = ١٧ + ١٣$ فأوجد قيمة ١

● الحل :

بطرح ١٧ من طرفي المعادلة :

$$\therefore ١٧ - ٢ = ١٧ - ١٧ + ١٣$$

$\therefore ١٣ - = ١٥$ بقسمة طرفي المعادلة على ٣

$$\therefore \frac{١٣}{٣} - = \frac{١٥}{٣} \text{ ومنها } \therefore ١ - = ٥$$

● مثال (٥) :

إذا كانت : $٢٩ = ٧ - ٨$ هـ

فأوجد قيمة : هـ

● الحل :

بطرح ٨ من طرفي المعادلة :

$$\therefore ٨ - ٢٩ = ٨ - ٧ - ٨$$

$\therefore ٧ - = ٢١$ وبقسمة طرفي المعادلة على ٧ -

$$\therefore \frac{٢١}{٧-} = \frac{٧-}{٧-}$$

ومنها $\therefore ٣ - = ٣$

● مثال (٦) :

إذا كانت $٧س - ٨ = ١٠س + ٤$ فأوجد قيمة $س$.

● الحل :

بإضافة ٨ إلى طرفي المعادلة :

$$\therefore ٧س - ٨ + ٨ = ١٠س + ٤ + ٨$$

$$\therefore ٧س = ١٠س + ١٢$$

وبطرح ١٠س من طرفي المعادلة

$$\therefore ٧س - ١٠س = ١٢ + ١٠س - ١٠س$$

$$\therefore -٣س = ١٢$$

وبقسمة طرفي المعادلة على -٣

$$\therefore \frac{١٢}{-٣} = \frac{-٣س}{-٣}$$

$$\therefore س = -٤$$

[١٤ - ٢] حل المعادلات ذات الكسور العشرية والكسور
الاعتيادية :

● مثال (١) :

إذا كانت $٣س = ٥$ فأوجد قيمة $س$

● الحل :

نقسم طرفي المعادلة على ٣ :

$$\therefore ١ \frac{٢}{٣} = \frac{٥}{٣} = \frac{س}{٣}$$

$$\therefore س = ١ \frac{٢}{٣} \text{ (أ، س = ١,٦٦٦٦)}$$

● مثال (٢) :

إذا كانت ٤ ج = ٣ فأوجد قيمة ج .

● الحل :

بقسمة طرفي المعادلة على ٤

$$\therefore \frac{٣}{٤} = \frac{ج}{٤} \therefore ج = \frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$$

● مثال (٣) :

إذا كانت $٧ = \frac{ص}{٣}$ فأوجد قيمة ص

بضرب طرفي المعادلة في ٣ :

$$\therefore ٧ \times ٣ = ٣ \times \frac{ص}{٣}$$

$$\therefore ٢١ = ص$$

● مثال (٤) :

إذا كانت : - ٥ س = ١٢ فأوجد قيمة س

● الحل :

بقسمة طرفي المعادلة على - ٥ :

$$\therefore \frac{١٢}{٥ -} = \frac{٥ - س}{٥ -}$$

$$\therefore س = - \frac{١٢}{٥} = - ٢ \frac{٢}{٥} = - ٢,٤$$

● مثال (٥) :

إذا كانت $١٢ = ١٧ + ١٣$ فأوجد قيمة ١

● الحل :

بطرح ١٧ من طرفي المعادلة :

$$\therefore ١٧ - ١٢ = ١٧ - ١٧ + ١٣$$

$$\therefore ٥ = ١٣$$

وبقسمة طرفي المعادلة على ٣ :

$$\therefore \frac{٥}{٣} = \frac{١٣}{٣} \quad \therefore \frac{٥}{٣} = ١$$

● مثال (٦) :

إذا كانت $٥٣ - ٥ = س + ١٥$ فأوجد قيمة ١

● الحل :

نجمع ٥ من طرفي المعادلة :

$$\therefore ٥٣ - ٥ + ٥ = س + ١٥ + ٥$$

$$\therefore ٥٣ = س + ٢٠$$

وبطرح ٢٠ من طرفي المعادلة :

$$\therefore ٥٣ - ٢٠ = س + ٢٠ - ٢٠ \quad \therefore ٣٣ = س$$

وبقسمة طرفي المعادلة على ٣ :

$$\therefore \frac{٣٣}{٣} = \frac{س}{٣} \quad \therefore ١١ = \frac{س}{٣}$$

[١٤ - ٣] تدريبات :

(١) حل المعادلات التالية :

$$\begin{array}{ll} (١) ١٠ = ٣ \text{ س} & (و) ١٤ = ٣ + ٢ \text{ س} \\ (ب) ١٣ = ٢ \text{ س} & (ز) ٩ = ٥ - ٤ \text{ س} \\ (ج) ٢٤ = ٧ \text{ س} & (ح) ١٣ = ٦ - ٥ \text{ س} \\ (د) ٥ = ١٢ \text{ س} & (ط) ٩ = ٥ + ٣ \text{ س} \\ (هـ) ٣٩ = ١٩ \text{ س} & (ك) ١٢ = ١ + ٨ \text{ س} \end{array}$$

(٢) حل المعادلات التالية :

$$\begin{array}{l} (١) ١٢ + \text{س} = ٥ + \text{س} \\ (ب) ٨ + \text{س} = ٥ - ٢ \text{ س} \\ (ج) ١٢ - \text{س} = ٩ + ٣ \text{ س} \\ (د) ٤ - \text{س} + ٣ = ٥ + \text{س} - ٨ \\ (هـ) ٧ \text{ س} + ٣ = ٣ + \text{س} - ١٧ \end{array}$$

(٣) ما هو العدد الذى إذا أضفنا له ٧ لأصبح الناتج ١٢ ، كَوْن مما سبق

معادلة جبرية وأوجد حلها لتحصل على العدد المطلوب ؟

(٤) ما هو العدد الذى إذا ضاعفناه وطرحنا من الناتج ٣ لكان الناتج

١١ ؟ كون المعادلة التى تُعبر عن الجملة السابقة ثم أوجد العدد المطلوب .

(٥) ما هو العدد الذى إذا كعبناه ثم ضاعفناه مكعبه ، ثم أضفنا للناتج ٥

لكان الناتج ٢١ ، كون المعادلة الجبرية التى تعبر عن الجملة السابقة ثم أوجد

قيمة العدد المطلوب .

(٦) أوجد قيمة س للمعادلات التالية :

$$\begin{array}{l} (١) ٣ = ٨ - \text{س} \\ (ب) ٨ = ٤ - \text{س} + ٢ \\ (ج) ٣ - \text{س} = ٩ - ٤ \text{ س} \\ (د) ٦ - \text{س} = ٨ - ٢ \text{ س} \end{array}$$

(٧) أوجد قيمة س فيما يلي :

$$\begin{array}{ll} (أ) ١٠ س - = ٦٠ - & (١) ١٠ س - = ٦٠ - \\ (ب) ٤ س - = ١٠٠ - & (ج) ٣ س - = ٢٧ - \\ (ح) ٣ س + ٥٤ = ٢٧ - & (د) ٧ س - = ٤٩ - \\ (ط) ٧ س + ٩٨ = ٤٩ - & (هـ) ١٢ س - = ٣٦ - \\ (ك) ١٢ س + ٤٨ = ٣٦ - & \end{array}$$

(٨) حل المعادلات التالية :

$$\begin{array}{ll} (أ) ٢ س + ٩ = ٥ - س & (د) ٢٢ س + ٤ = س - \\ (ب) ٣ س - ٧ = ٢ س - ١٠ & (هـ) ٨ س - ٦ = ٤ س - ٥ \\ (ج) ٢ - ٣ س = ٩ - ٤ س & \\ (و) ٣ س + ١ + ٢ س - ٣ = ٣ س - ٨ & \end{array}$$

(٩) حل المعادلات التالية :

$$\begin{array}{ll} (أ) ٣ س - ٦ = ٢ س + ١٠ & \\ (ب) ٧ - ٢ س = ٣ س + ١٠ & \\ (ج) ٤ س + ٣ - ٢ س = ٨ + ٧ & \\ (د) ٣ س - ٧ = ١٥ - س & \\ (هـ) ٥ س - ٢ - ٢ س = ٢ س - ٨ + س & \\ (و) ٢ س - ٣ = ٣ س - ١٥ & \\ (ز) ١١ = ٤ - س \frac{٣}{٢} & \\ (ح) ٤ = ٧ + س \frac{١}{٢} & \end{array}$$



الأقواس

Brackets

[١٥ - ١] فك الأقواس :

علينا أن نتذكر أن :

$$٢ س = س + س$$

وبنفس الطريقة فإن :

$$٢ (ب + ١) = (ب + ١) + (ب + ١)$$

$$= ب + ١ + ب + ١$$

وبإعادة الترتيب :

$$\therefore ٢ (ب + ١) = ب + ب + ١ + ١ = ب + ٢ + ١ = ب + ٣$$

وكذلك فإن :

$$٣ (ص - س) = (ص - س) + (ص - س) + (ص - س)$$

$$= ص - س + ص - س + ص - س$$

وبإعادة الترتيب :

$$\therefore ٣ (ص - س) = ص - س + ص - س + ص - س$$

$$= ٣ ص - ٣ س$$

يلاحظ من المثالين السابقين ، أن ما تم ما هو إلا عملية فك للأقواس وذلك بضرب كل عنصر داخل الأقواس (بإشارته) في الرقم الموجود خارج القوس (بإشارته) وفيما يلي اختصار الخطوات التي تمت فيما سبق لفك الأقواس .

● مثال (١) :

$$3(س + ٤) = ٣ \times س + ٣ \times ٤$$

$$= ٣س + ١٢$$

● مثال (٢) :

$$-٤(س + ٢) = -٤ \times س - ٤ \times ٢$$

$$= -٤س - ٨$$

● مثال (٣) :

$$-(س - ٢) \times ٢ = -٢(س - ٢)$$

$$= -٢س + ٤$$

● مثال (٤) :

$$٤(٢س - ٣) = ٤ \times ٢س - ٤ \times ٣$$

$$= ٨س - ١٢$$

● مثال (٥) :

- (٥س - ٣) ، إن هذا القوس يمكن اعتباره كالتالي :

-١ \times (٥س - ٣) ، ثم نتعامل معه كما سبق .

$$\therefore -١ \times (٥س - ٣) = -(٥س - ٣)$$

$$= -٥س + ٣$$

$$= -٥س + ٣ = ٣ - ٥س$$

● مثال (٦) :

$$\begin{aligned} & ٣ \text{ س } (٤ + \text{س}) \\ ٣ = & ٣ \text{ س } (٤ + \text{س}) = ٣ \text{ س } \times \text{س} + ٣ \times \text{س} \times ٤ \\ ٣ = & ٣ \text{ س } + ١٢ \text{ س} \end{aligned}$$

[١٥ - ٢] وضع المعادلات في أبسط صورة :

إذا أردنا وضع المعادلة في أبسط صورة لها ، فإننا نبدأ أولاً بفك الأقواس في المعادلة ،

وبعد ذلك نبدأ في الجمع الجبري للعناصر المتشابهة مع بعضها فنحصل على أبسط صورة .

● مثال (١) :

اختصر المقدار : $٣ (س + ص) - ٢ س$

● الحل :

- ١ — ن فك القوس : \therefore المقدار = $٣ س + ٣ ص - ٢ س$
- ٢ — نعيد ترتيب الحدود : \therefore المقدار = $٣ س - ٢ س + ٣ ص$
- ٣ — نجمع العناصر المتشابهة : \therefore المقدار = $٣ س + ٣ ص$

● مثال (٢) :

اختصر المقدار : $٤ (س + ص) - ٣ (س - ص)$

● الحل :

- ١ — ن فك الأقواس : \therefore المقدار = $٤ س + ٤ ص - ٣ س + ٣ ص$
- ٢ — نعيد ترتيب الحدود : \therefore المقدار = $٤ س - ٣ س + ٤ ص + ٣ ص$

٣ - جمع العناصر المتشابهة : .∴ المقدار = ٣ س + ٧ ص

[١٥ - ٣] تدريبات « ١ » على الأقواس :

(١) فك الأقواس التالية :

- (١) ٤ (س + ٥) (د) ٥ (٢ س - ٧)
(ب) ٣ (٢ س + ٣) (هـ) ٦ (٤ س + ٢)
(ج) ٢ (٣ س - ٣) (و) ٧ (٢ س - ٥)

(٢) فك الأقواس التالية ثم اختصر المقدار لأبسط صورة :

- (١) ٣ (٢ س + ١) + ٢ (٥ - ٢ س).
(ب) ٤ (٣ س - ٢) + ٣ (١ س + ١).
(ج) ٢ (٤ س + ٣) - ٢ (٣ س - ٢).
(د) ٨ (٤ س - ٤) - ٦ (٢ س + ١).
(هـ) ٢ (٥ س - ٥) + ٣ (٢ س + ٣).
(و) ٥ (٢ س + ٣) + ٣ (٥ س + ٢).
(ز) ٦ (٢ س - ١) - ٢ (٥ س + ٣).
(ح) ٣ (٣ س + ١) + ٤ (٤ س + ٤).
(ط) ٥ (٣ س - ١) + ٣ (٢ س + ٧).
(ي) ٣ (١ س - ٢) + ٤ (٣ س + ٢).

[١٥ - ٤] تدريبات « ٢ » على الأقواس :

(١) فك الأقواس التالية :

- (١) س (٢ + ٢) (د) س (٦ - ٣)
(ب) س (٢ - س) (هـ) س (٦ + ٣)
(ج) س (٢ س - ٤) (و) س (٥ - ١٣)

(٢) فك الأقواس التالية ثم اجمع العناصر المتشابهة مع بعضها كما في المثال التالي :

● مثال :

$$\begin{aligned} & \text{س (٣ + س) + س (٣ - ٢)} \\ & ٣ = \text{س} + ٢ \text{س} + ٣ - ٢ \text{س} \\ & ٤ = \text{س} + ٢ \text{س} \end{aligned}$$

- (١) س (٢ + س) + س (٣ + ١)
- (ب) س (٣ + ٢) + س (٢ - ١)
- (ج) س (٣ - س) + س (٦ + ١)
- (د) س (٢ - س) + س (٣ - ٥)
- (هـ) س (٢ - ٤) + س (٣ - ١)
- (و) س (٢ - ١) + س (٣ - ٤)

(٣) فك الأقواس التالية :

- | | |
|-------------------|--------------------|
| • (١) س (٤ + س) | • (د) س (٣ + س) |
| • (ب) س (٢ - س) | • (هـ) س (٥ - س) |
| • (ج) س (٣ - س) | • (و) س (٣ - ٤) |

[١٥ - ٥] ضرب قوسين في بعضهما :

إذا أردنا إيجاد حاصل ضرب قوسين في بعضهما فإننا نبدأ أولاً في ضرب كل عنصر من عناصر القوس الأول في كل عنصر من عناصر القوس الثاني ، وبذلك نكون قد قمنا بفك الأقواس ثم نقوم بجمع العناصر المتشابهة معاً لتبسيط المقدار إلى أبسط صورة ممكنة ، والأمثلة التالية تُوضح ذلك .

● مثال (١) :

ضع المقدار التالي في أبسط صورة ممكنة :

$$\cdot (٣ + س) (٤ + س)$$

● الحل :

كما سبق وأوضحنا ، علينا أن نضرب كل عنصر من عناصر القوس الأول في عنصرى القوس الثانى ، ولهذا فإننا نعيد ترتيب المقدار كما يلي :

$$(س + ٣) (س + ٤)$$

$$\cdot وثقراً س (س + ٤) + ٣ (س + ٤) \cdot$$

ثم نقوم بفك الأقواس .

$$\cdot س (س + ٤) + ٣ (س + ٤) \cdot$$

$$= س^٢ + ٤س + ٣س + ١٢$$

$$= س^٢ + ٧س + ١٢$$

● مثال (٢) :

أوجد حاصل ضرب (ب - ٣) (ب - ١)

● الحل :

$$\text{المقدار} = ب (ب - ١) - ٣ (ب - ١)$$

$$= ب^٢ - ب - ٣ب + ٣$$

$$= ب^٢ - ٤ب + ٣$$

● مثال (٣) :

أوجد حاصل ضرب : (س - ٥) (س + ٤)

● الحل :

$$\text{المقدار} = س (س + ٤) - ٥ (س + ٤)$$

$$= س^٢ + ٤س - ٥س - ٢٠$$

$$= س^٢ - س - ٢٠$$

● مثال (٤) :

أوجد حاصل ضرب : (٢ ج + ٣ س) (ج - ٣ س)

● الحل :

المقدار = ٢ ج - ٣ س (ج - ٣ س) + ٣ س (ج - ٣ س)

$$= ٢ ج - ٦ ج س + ٣ س + ٣ ج س - ٩ س =$$

$$= ٢ ج - ٣ س - ٦ ج س + ٩ س$$

● مثال (٥) :

أوجد حاصل ضرب (٣ - س) (٣ - س)

● الحل :

المقدار = (٣ - س) (٣ - س)

$$= ٣ - ٣ س + ٣ س - س =$$

$$= ٩ - ٦ س + ٣ س - ٩ =$$

$$= ٩ - ٣ س$$

● مثال (٦) :

أوجد حاصل ضرب : (س + ص) (س + م)

● الحل :

المقدار = س (س + م) + ص (س + م)

$$= س + م + س ص + م ص + س + م$$

[١٥ - ٦] تدريبات « ٣ » على الأقواس :

أوجد حاصل ضرب الأقواس التالية مع اختصار الناتج إلى أبسط صورة
ممكنة :

- | | |
|----------------|------------------------------|
| (١٤) (١٤) (١٤) | (١) (٢ + س) (س + ١) |
| (١٥) (١٥) (١٥) | (٢) (١ + س) (س + ٤) |
| (١٦) (١٦) (١٦) | (٣) (س - ٣) (س - ٢) |
| (١٧) (١٧) (١٧) | (٤) (س - ٤) (س - ٥) |
| (١٨) (١٨) (١٨) | (٥) (س - ٢) (س + ٣) |
| (١٩) (١٩) (١٩) | (٦) (٢ - س) (١ - س) (٢ + س) |
| (٢٠) (٢٠) (٢٠) | (٧) (٣ + س) (س - ١) |
| (٢١) (٢١) (٢١) | (٨) (س - ١) (س - ٣) (س - ٢) |
| (٢٢) (٢٢) (٢٢) | (٩) (س + ٤) (س - ٣) (س - ٣) |
| (٢٣) (٢٣) (٢٣) | (١٠) (س - ٤) (س + ٤) |
| (٢٤) (٢٤) (٢٤) | (١١) (س + ٤) (س - ١) (س - ١) |
| (٢٥) (٢٥) (٢٥) | (١٢) (س - ٢) (س + ٢) (س + ٢) |
| | (١٣) (س - ٢) (س + ٣) (س + ٢) |

[١٥ - ٧] التعويض فى المعادلات :

يمكننا الآن حل المعادلات التى تحتوى على أقواس بإحدى الطريقتين
الآتيتين :

- الطريقة الأولى :** نبدأ بفك أقواس المعادلة ، ثم نضعها فى أبسط صورة لها وأخيراً نعوض عن رموزها الجبرية بالقيم المعطاه ، فنحصل على الناتج .
- الطريقة الثانية :** نبدأ بالتعويض عن رموز الأقواس والمعادلة بالقيم المعطاه ثم بعد ذلك نفك الأقواس والأمثلة التالية توضح طرق حل المسائل بالطريقتين :

● مثال (١) :

إذا كانت $س = ٢$ ، $ص = ١$
فأوجد قيمة المقدار : $٣ (س + ص)$.

● الحل :

بالطريقة الأولى :

(١) نبدأ بفك الأقواس :

$$\therefore ٣ (س + ص) = ٣س + ٣ص$$

(٢) ثم نعوض عن الرموز الجبرية :

وذلك بوضع $س = ٢$ ، $ص = ١$ في المقدار

$$\therefore ٣س + ٣ص = ٣ \times ٢ + ٣ \times ١ = ٦ + ٣ = ٩$$

● مثال (٢) :

إذا كانت $س = ٣$ ، $ص = ٤$

فأوجد قيمة المقدار : $س (٢س - ص)$

● الحل بالطريقة الثانية :

المقدار : $س (٢س - ص) = (٢س^٢ - سص)$.

$$= (٢ \times ٣^٢ - ٣ \times ٤)$$

$$= ٢ \times ٩ - ١٢$$

$$= ١٨ - ١٢$$

وواضح أن الطريقة الثانية أسهل من الأولى وأسرع في الحصول على الإجابة .

[١٥ - ٨] تدريبات :

(١) إذا كانت $١ = ٣$ ، $٢ = ٤$ ، $٣ = ٤$ ، $٤ = ١$ ص = ١ -

فأوجد قيمة ما يلي بالتعويض أولاً ثم فك الأقواس :

(أ) $١ (س + ٢ ص)$.

(ب) $س (٣ - ١ ٢ ب)$.

(ج) $ص (٢ س - ١ ٣ ا)$.

(د) $ب (٢ + ١ ص - س)$.

(هـ) $س (١ - ب + ص)$.

(٢) كرر إجابة السؤال السابق ولكن باستخدام فك الأقواس أولاً ثم بعد ذلك بالتعويض عن الرموز .

(٣) إذا كانت $٤ = م$ ، $٣ = ن$ ، $٢ = ج$ ، $١ = د$ صفر

فأوجد قيمة المقادير التالية بطريقة فك الأقواس أولاً ثم التعويض بالرموز :

(١) $(٢ + م) (٣ - م)$ (و) $٢(٤ - د)$

(ب) $(٦ + ن) (٣ + ن)$ (ز) $(٢ ب + م) (٢ ب - م)$

(ج) $٢(٥ - ج)$ (ح) $(٢ ب + ٧) (٣ - د)$

(د) $(٣ - م) (٤ + ن)$ (ط) $(٢ ن - ٣ ب) (٢ ب + ٢)$

(هـ) $(٢ + ج) (٥ + د)$ (ي) $(٢ - م) (ج + د)$

(٤) كرر إجابة السؤال السابق ولكن بالتعويض أولاً عن الرموز ثم فك الأقواس .

[١٥ - ٩] حل المعادلات المحتوية على أقواس :

بعد أن تعلمنا الطرق المختلفة لفك الأقواس ، فإنه يمكننا حل المعادلات التي بها أقواس وذلك بفك الأقواس أولاً ثم اتباع الخطوات المعتادة لحل أى معادلة :

● مثال (١) :

$$\text{حل المعادلة الآتية : } ٣ (س + ٤) = ٣٠$$

● الحل :

بفك الطرف الأيمن :

$$\therefore ٣ (س + ٤) = ٣٠$$

$$\therefore ٣ (س + ٤) - ٣ (س + ٤) = ٣٠ - ٣ (س + ٤)$$

$$\therefore ٣ (س + ٤) = ٣٠$$

$$\therefore ٣ (س + ٤) = ٣٠$$

● مثال (٢) :

$$\text{حل المعادلة الآتية : } ٣ (س - ٢) = ٤ (س - ٣)$$

● الحل :

بفك الأقواس فى الطرفين :

$$\therefore ٣ (س - ٢) = ٤ (س - ٣)$$

$$\therefore ٣ (س - ٢) - ٣ (س - ٢) = ٤ (س - ٣) - ٣ (س - ٢)$$

$$\therefore ٣ (س - ٢) = ٤ (س - ٣)$$

$$\therefore ٣ (س - ٢) = ٤ (س - ٣)$$

وكقاعدة لحل مثل هذه المعادلات فإنه يمكن الاسترشاد بالجدول الآتي ، جدول (١٥ - ١) ،

$س (ص + ع) = س ص + س ع$
$س (ص - ع) = س ص - س ع$
$- س (ص + ع) = - س ص - س ع$
$- س (ص - ع) = - س ص + س ع$

جدول (١٥ - ١)

[١٥ - ١٠] تدريبات « ٤ » على الأقواس :

- (١) فك الأقواس التالية :
- (أ) $س ص (س - ص)$
- (ب) $س ص (٢ س - ٣ ص)$
- (ج) $٢ س, ص (٣ س - ٢ ص)$
- (د) $س٢ ص (س + ص)$
- (هـ) $١ س ص٢ (س - ٢ ص)$
- (و) $٣ ١ ب س (٢ س - ٢١ ب٢)$
- (ز) $٢١ ب٢ (س٢ + ٢ ص٢)$
- (ح) $٢ س٢ ص (٣ ١ س - ٤ ١ ص٢) .$

(٢) حل المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} (أ) \quad 3(س + 2) = 2(س - 3) \\ (ب) \quad 2(س - 4) = 3(س - 2) \\ (ج) \quad 2(س - 2) = 4(س - 3) \\ (د) \quad 4(س + 2) = 5(س - 6) \\ (هـ) \quad 2(س + م) = 4(س - م - 3) \\ (و) \quad 2(س + 4) = 6(س - 1) \\ (ز) \quad 6(س - ص) = 3(س - 3) \\ (ح) \quad 4(س + 2) = 2(س - 3) \end{aligned}$$

(٣) حل المعادلات الآتية بفك الأقواس أولاً ثم جمع العناصر المتشابهة :

$$\begin{aligned} (أ) \quad 2(س + 3) = 3(س + 7) \\ (ب) \quad 5(س - 1) = 3(س - 9) \\ (ج) \quad 2(س + 1) = 5(س - 9) \\ (د) \quad 2(س + 2) = 3(س + 1) \\ (هـ) \quad 2(س - 1) + 3(س + 4) = 4(س - 3) \\ (و) \quad 2(س - 2) + 4(س + 3) = 2(س - 1) \\ (ز) \quad 5(س + 2) + 2(س - 1) = 7س \\ (ح) \quad 3(س - 3) + 2(س - 2) = 8س - 6 \end{aligned}$$

(٤) المسائل التالية ليست سهلة كما يبدو لأول وهلة :

$$(أ) \quad 2(س + 3) = 13$$

$$\begin{aligned}
& \text{(ب) } 3 = (3 - 2) \text{ س} = 4 \\
& \text{(ج) } 2 = (5 + \text{س}) = 3 \text{ (س } 2 - \text{س)} \\
& \text{(د) } 4 = (3 - \text{س}) = 3 \text{ (س } 2 - \text{س)} \\
& \text{(هـ) } 4 = (3 - 2) \text{ س} = 16 \\
& \text{(و) } 3 = (3 - 5) \text{ س} = 4 \text{ (س } 3 - 2) \\
& \text{(ز) } 2 = (2 + \text{س}) = 3 \text{ (س } 3 - 2) \\
& \text{(ح) } 2 = (7 + \text{س}) = 2 \text{ (س } 5 - \text{س)}
\end{aligned}$$

[١٥ - ١١] التحليل البسيط واستخدام الأقواس :

عند إجراء تحليل لمقدار جبرى فإننا نقوم بعملية عكسية لعملية فك الأقواس ، وذلك بالبحث أولاً عن أكبر عامل مشترك فى المقدار ثم إضافة الأقواس للمقدار .

فإذا نظرنا إلى المقدار $2\text{س} + 4\text{ص}$ ، نجد أن أكبر عامل مشترك هو 2 ويتم إستخراج العدد خارج القوس ويوضع بداخله ما يتبقى ويصبح المقدار كالتالى :

$$2\text{س} + 4\text{ص} = 2(\text{س} + 2\text{ص})$$

ويمكن التأكد من صحة العبارة الجديدة للمقدار الجبرى وذلك بإعادة فك الأقواس كالتالى :

$$2(\text{س} + 2\text{ص}) = 2\text{س} + 2 \times 2\text{ص}$$

$$= 2\text{س} + 4\text{ص} = \text{نفس المقدار الأصلي وبذلك يكون}$$

التحليل صحيحاً .

● مثال (١) :

حلل المقدار $١٢ ص + ١ س$

● الحل :

أكبر عامل مشترك هو ١

$$\therefore ١٢ ص + ١ س = ١ (١٢ ص + ١ س)$$

● مثال (٢) :

حلل المقدار $(٣ س + ٢)$

● الحل :

أكبر عامل مشترك هو س

$$\therefore ٣ س + ٢ = س (٣ + \frac{٢}{س})$$

● مثال (٣) :

حلل $٥ ص + ٥ س$

● الحل :

أكبر عامل مشترك هو ٥ س

$$\therefore ٥ ص + ٥ س = ٥ س (١ + \frac{ص}{س})$$

● مثال (٤) :

حلل $١٢ ص - ١٤ س$

● الحل :

أكبر عامل مشترك هو ١٤

$$\therefore ١٢ ص - ١٤ س = ١٤ (ص - ١ س)$$

● أمثلة أخرى :

- (أ) ٧ س - ١٤ ص = ٧ (س - ٢ ص)
 (ب) ٣ س - ٢٧ ص = ٣ (س - ٩ ص)
 (ج) ٣ - م + ٩ ن = ٣ - م (٣ - ن) (أكبر عامل مشترك = ٣ -)
 (د) ٩ س ص - ٢ ص = ٩ س ص (ص - ٩ س)

[١٥ - ١٢] تدريبات :

(١) أكمل الفراغات التالية :

- (أ) ٣٠ + ٢٥ ب = ؟ × (٦ + ٥ ب)
 (ب) ٤٢ ب - ٣٥ ج = ؟ × (٦ ب - ٥ ج)
 (ج) ١٥ س + ٥٠ ص = ؟ × (٣ س + ١٠ ص)
 (د) ٣ س + ٢ س = ؟ × (٣ + س)
 (هـ) ٢٥ س - ٢ س = ؟ × (٥ س - ١)
 (و) ٣ س + ٢١ س = ؟ × (٣ س + ؟)
 (ز) ٢ ص + ٨ ص = ؟ × (٢ ص + ؟)
 (ح) ١٣ س + ٥٢ س = ؟ × (١٣ س + ؟)
 (ط) ٨ س - ١٢ س = ؟ × (٤ س + ؟)
 (ي) ٧ ص - ٦٣ ص = ؟ × (٧ ص + ؟)

(٢) حلل ما يأتي :

- (أ) ٣ س + ٣ ص = ؟ (س + ص) (و) ٦ س - ٤٢ ص =
 (ب) ١٧ + ٧ ب = (ز) ٢٥ س + ٤٥ ص =
 (ج) ٤ س + ٤ ص = (ح) ٧٢ - ١٩ ب =
 (د) ٣ ج + ٩ ب = (ط) ١٢ س + ٨٤ ص =
 (هـ) ٥ س + ١٥ ص = (ي) ٦ ب + ٢٤ ج =

(٣) أوجد العامل المشترك فيما يلي :

$$\begin{aligned} &= (أ) ٣س + ٢س = (و) ٣س - ٢س \\ &= (ب) ٢س - ٢س = (ز) ٦س - ٤٨س \\ &= (ج) ٩ب - ٣ب = (ح) ٢٥س + ٥ص \\ &= (د) ٥س ص - ٣٠س = (ط) ٢٧س - ٩ص \\ &= (هـ) ٢٠س ص + ٤ص = (ي) ١٦س - ٢٤س \end{aligned}$$

(٤) املأ الفراغات التالية بالعامل المشترك الصحيح :

$$\begin{aligned} &(أ) (١ + ب) \times ؟ = ٢س + ٢ص \\ &(ب) ٥س ص - ٦س = ؟ \times (ص - ٦) \\ &(ج) ٩ب ٢ ح + ١٢ب ج = ؟ \times (٣ب + ٤ج) \\ &(د) ٧ب - ١٤٢ب = ؟ \times (١٦ - ١) \\ &(هـ) ٢ب ٢ م + ٦ب ٢ م = ؟ \times (٣ + م) \end{aligned}$$

(٥) املأ الأقواس الناقصة :

$$\begin{aligned} &(أ) ١ب - ٢ب = ١ب () \\ &(ب) ٢س ٢ ص ع + ٦س ص ع = ٢س ص ع () \\ &(ج) ١٥س ٢ ص - ١٠س ٢ ص = ٥س ٢ ص () \\ &(د) ٥٠س ٢ ص + ٢٥س ص ع = ٢٥س ص () \\ &(هـ) ٣س ٢ ص - ٩س ص = ٣س ص () \end{aligned}$$

(٦) حلل ما يلي :

$$\begin{aligned} &(أ) ٢س ٢ + ٣س ص \\ &(ب) ٤ص - ٢ص \\ &(ج) ٢ص ٢ - ٣ص ٢ \end{aligned}$$

(د) س ص^۲ ع^۲ + س^۲ ص^۲ ع

(هـ) ۱۳ ب^۲ - ۲۱۹ ب

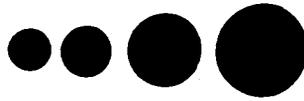
(و) ۱۷ ب ج^۲ + ۴۲ ب^۲ د^۲

(ز) ۳ س^۲ ص^۲ ع^۲ + ۸۱ س^۲ ص^۲ ع^۲

(ح) ۱۴ ب^۲ ج^۲ - ۲۱۱۲ ب ج^۲

(ط) ۹ س^۲ ص^۲ ع^۲ - ۳ س^۲ ص^۲ ع^۲

(ی) ۱۵ س^۲ ب^۲ + ۲۱۱۵ س ب



التماثل

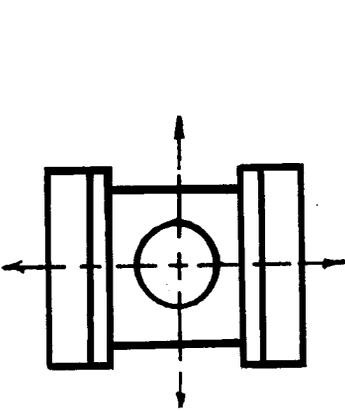
Symmetry

[١٦ - ١] مقدمة :

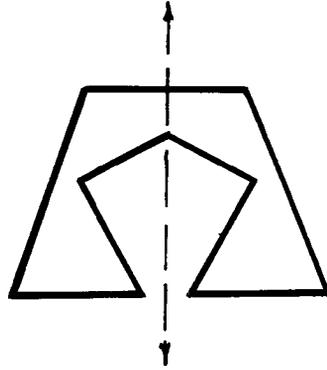
يوجد نوعان متميزان للتماثل ، موضوع دراستنا وهما التماثل الخطي والتماثل الدائري .

[١٦ - ٢] التماثل الخطي *Line Symmetry* :

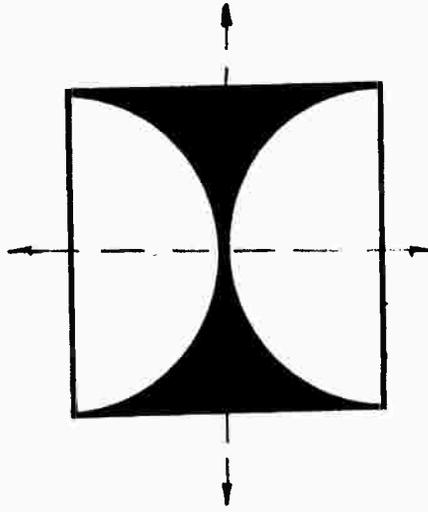
في شكل (١٦-١) ، إذا قمنا بقص الشكل وطويناها بطول الخط المنقط ، ستلاحظ أن نصفي الشكل ينطبقا على بعضهما تماماً .



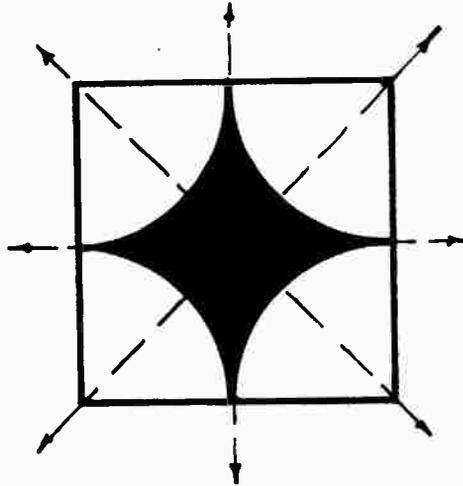
شكل [١٦ - ١] ب
ومحوري تماثل



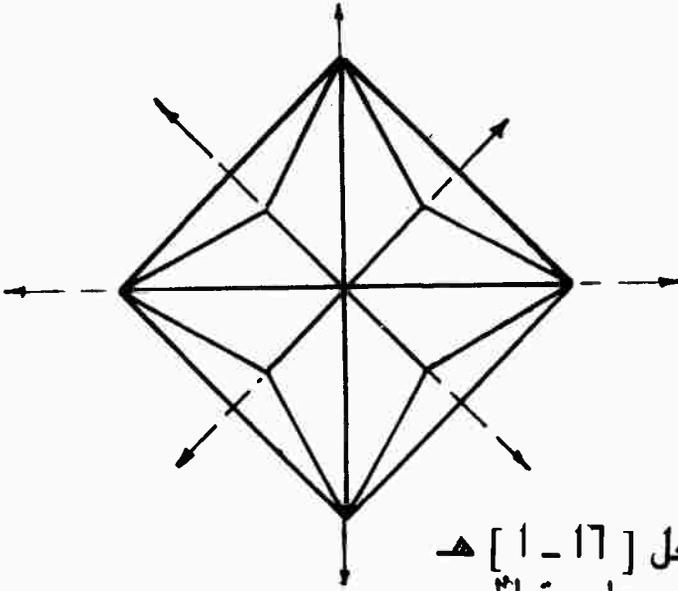
شكل [١٦ - ١] ا
محور تماثل واحد



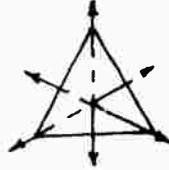
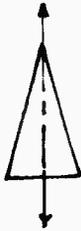
شکل [۱ - ۱۶] ج
ومحوری تماثل



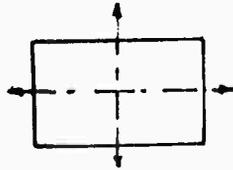
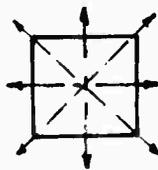
شکل [۱ - ۱۶] د
وأربع ؛ محاور تماثل



شکل [۱-۱۶] هـ
 ۴ محاور تماثل



شکل [۱-۱۶] ح (شکل [۱-۱۶] ز)
 محور تماثل واحد ۳ محاور تماثل



شکل [۱-۱۶] ط هـ شکل [۱-۱۶] هـ
 ۴ محاور تماثل ومحوری تماثل

ويطلق على هذا الشكل بشكل متماثل ، أما الخط المنقط الذى انثنى بطوله الشكل ، فيسمى خط التماثل .

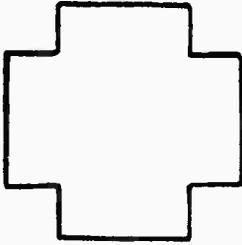
● محور التماثل :

هو خط طى وهمى بالشكل ، يؤدي إلى إنقسام الشكل إلى جزئين متطابقين بالتمام أو نصفين متماثلين .

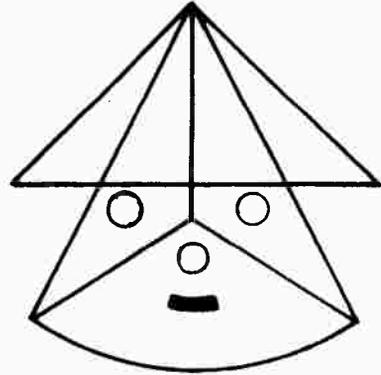
ويمكن اعتباره ، خط إنعكاس يمر بالشكل ، بحيث ينعكس فيه كل نصف من نصفى الشكل على النصف الآخر بالتمام .

[١٦ - ٣] تدريبات على التماثل الخطى :

(١) فى شكل (١٦ - ٢) ، مجموعة من الرسوم الهندسية ، عليك برسم خط التماثل لكل منها .

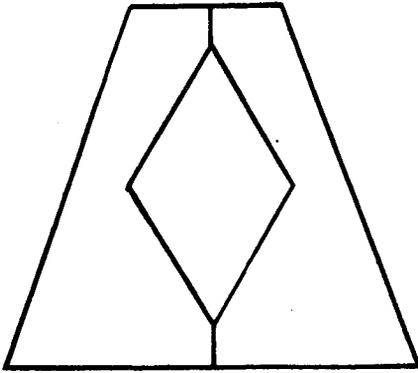


(ب)

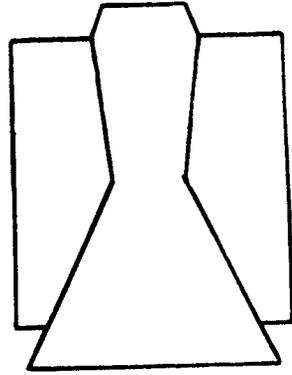


(أ)

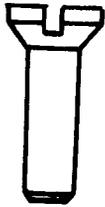
شكل [١٦ - ٢]



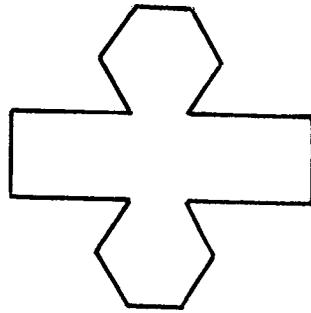
(د)



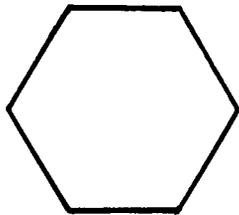
(ج)



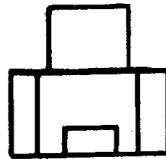
(و)



(هـ)



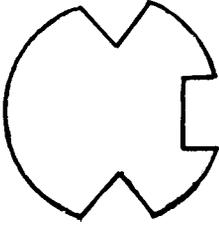
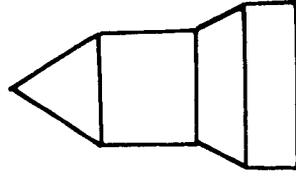
(ح)



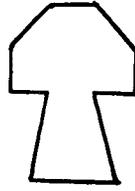
(ز)

شکل [۱۶ - ۲]

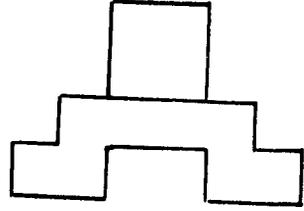
(ط)



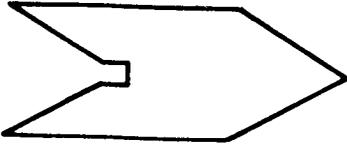
(ن)



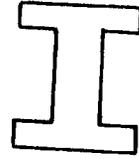
(ك)



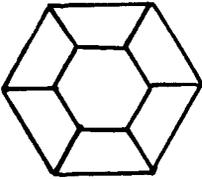
(ى)



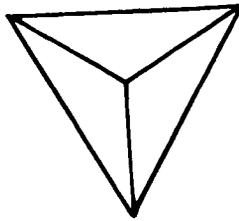
(ل)



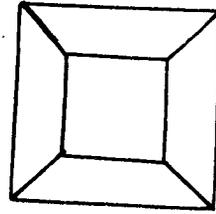
(م)



(ع)



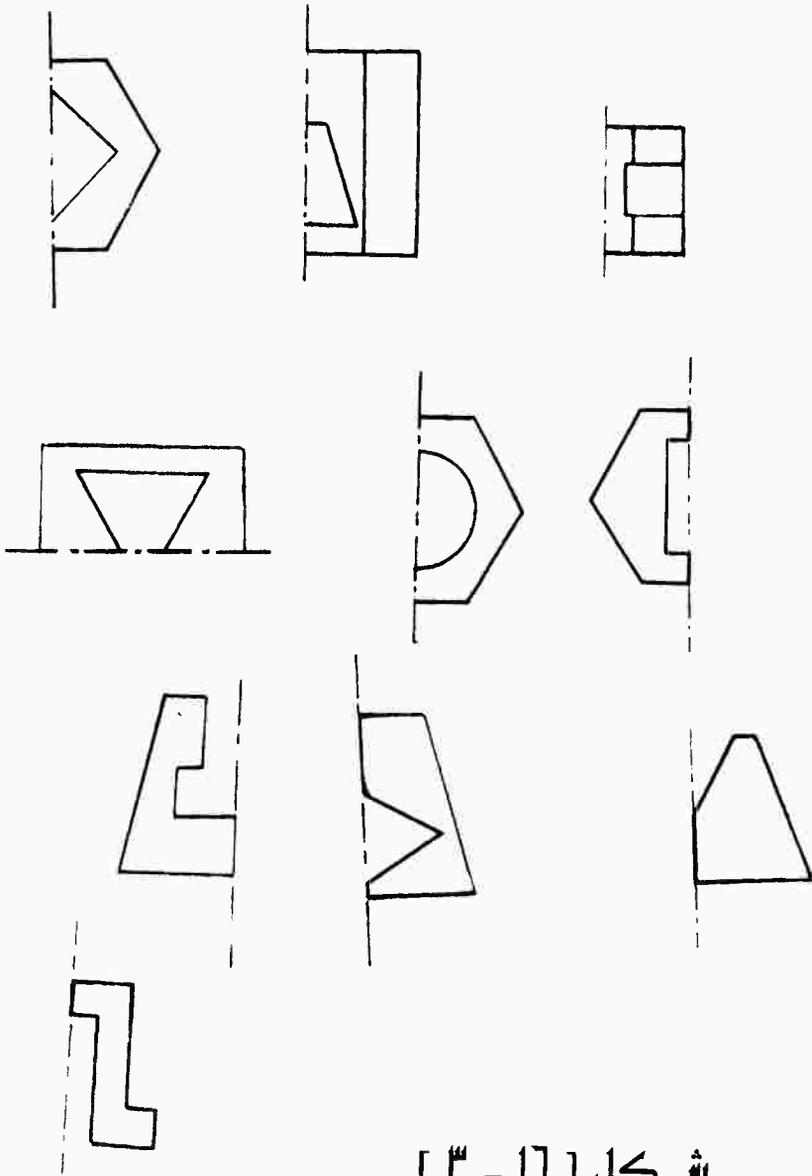
(ص)



(س)

شکل [۱۶ - ۲]

(٢) فى كل شكل من الأشكال الموضحة بشكل (١٦ - ٣) ، تم رسم نصف شكل وخط التماثل ، وعليك بإكمال كل رسم منها بحيث يكون متماثلاً حول خط التماثل :



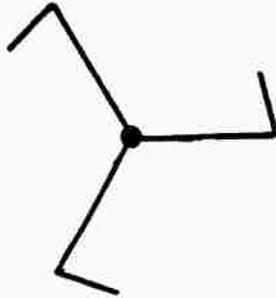
شكل [١٦ - ٣]

[١٦ - ٤] التماثل الدائري *Rotation al Symmetry* :

انظر الرسم شكل (١٦ - ٤) ، نلاحظ منه عدم وجود خط تماثل للشكل ، إلا أننا لو قمنا بإدارة الشكل حول المركز بزاوية مقدارها

$$١٢٠ = \frac{\text{دورة كاملة}}{٣} = \frac{٣٦٠}{٣} =$$

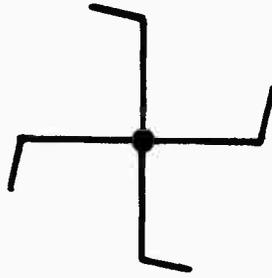
فإنه يبدو كما لو لم يتحرك الشكل أو بمعنى آخر بعد الدوران بمقدار ١٢٠ يصل الشكل إلى وضع البداية تماماً وفي مثل هذه الحالات ، نقول أن الشكل متماثل تماثل دائري كما وأن مركز الشكل يعرف بمركز التماثل ، ويعرف هذا النوع من التماثل أحياناً بتماثل النقطة .



شكل [١٦ - ٤]

والأشكال (١٦-٥) ، (١٦-٦) ، (١٦-٧) ، (١٦-٨) ، (١٦-٩ - ١ ، ب ، ج) ذات تماثل دائري .

فالشكل (١٦ - ٥) له تماثل دائري وذلك لأنه لو دار بزاوية مقدارها ٥٩٠ حول مركزه لظهر كأنه لم يتحرك ،



شكل [٥ - ١٦]

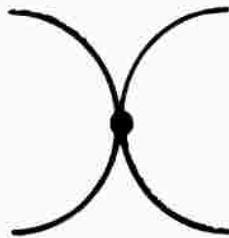
وبقية الأشكال لها تماثل دائري وذلك لأنها لو دارت بزاوية ١٨٠° حول مركزها لبدت كأن لم تتحرك .



شكل [٧ - ١٦]



شكل [٦ - ١٦]



شكل [٨ - ١٦]

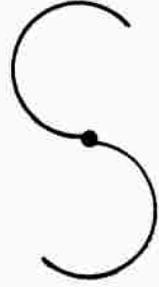
Z

(ب)

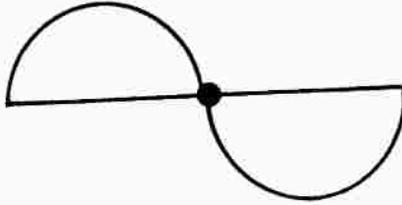
N

(أ)

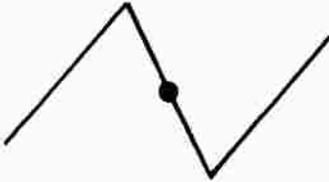
(ج)



شكل [4-17] أ، ب، ج



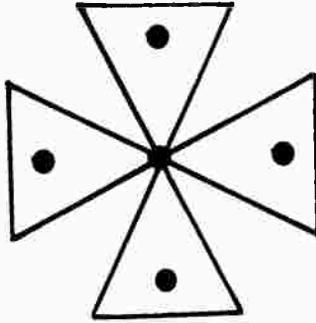
شكل [1-17]



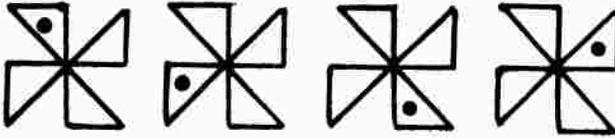
شكل [11-17]

و شكل (١٦ - ١٢) يمثل مروحة لها تماثل دائري بحيث لو دارت بزاوية ٥٩٠ بدت كما لو لم تتحرك .

، نفس الشيء للطاحونة الموضحة في شكل (١٦ - ١٣) .



شكل [١٦ - ١٢]
المروحة



الطاحونة

شكل [١٦ - ١٣]

[١٦ - ٥] درجة التماثل Order of Symmetry :

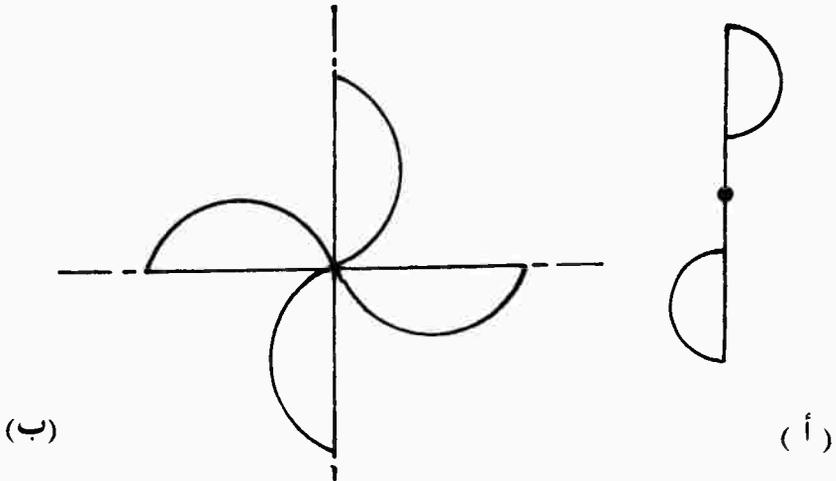
إذا نظرنا إلى شكل (١٦ - ١ ط) ، نجد أن المستطيل الموضح له خطي تماثل ، ولذلك يطلق على المستطيل بأن له تماثل من الدرجة الثانية .
بينما في حالة المربع الموضح في شكل (١٦ - ١ - ٥) ، نجد أن له

٤ محاور تماثل ، ولذلك يطلق على المربع بأنه له تماثل من الدرجة الرابعة وفي الأشكال (١٦ - ١٢) ، (١٦ - ١٣) ، فإن لها تماثل من الدرجة الرابعة ، لأنه بدورانها ٩٠° حول مركز التماثل فإن الشكل يبدو كما لو لم يتحرك .

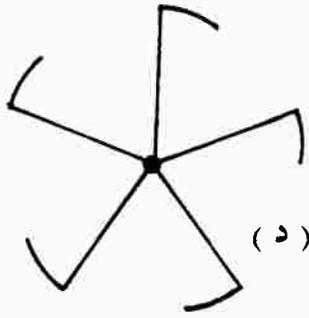
والأشكال التي تدور ١٨٠° وتبقى كما لو كانت لم تتحرك يكون لها تماثل من الدرجة الثانية .

[١٦ - ٦] تدريبات على درجات التماثل :

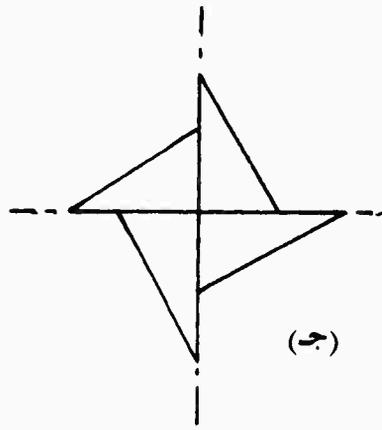
(١) حدد درجة التماثل للأشكال الموضحة في شكل (١٦ - ١٤) .



شكل [١٦ - ١٤]



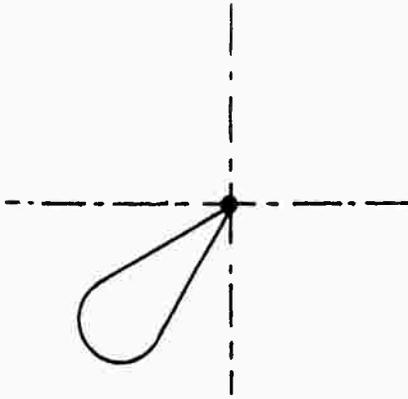
(د)



(ج)

شكل [١٦ - ١٤] ا ، ب ، ج د

(٢) في شكل (١٦ - ١٥) مجموعة رسومات ذات محور تماثل دوراني من الدرجة المحددة بأسفل كل رسم ومحدد على الرسم مركز دوران الشكل ، أكمل الرسوم .



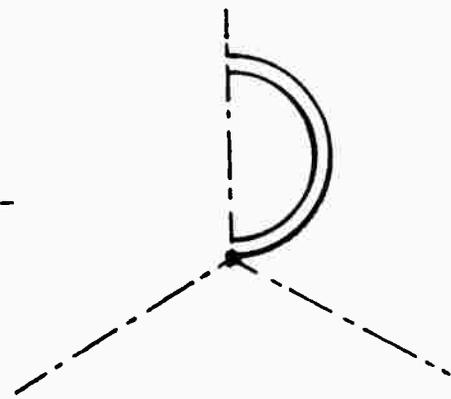
تماثل من الدرجة الرابعة

(ب)



(ج) تماثل من الدرجة الثانية

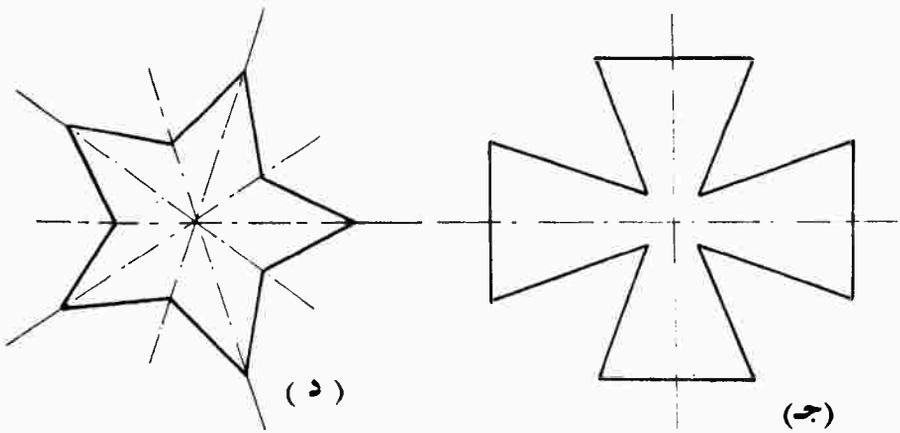
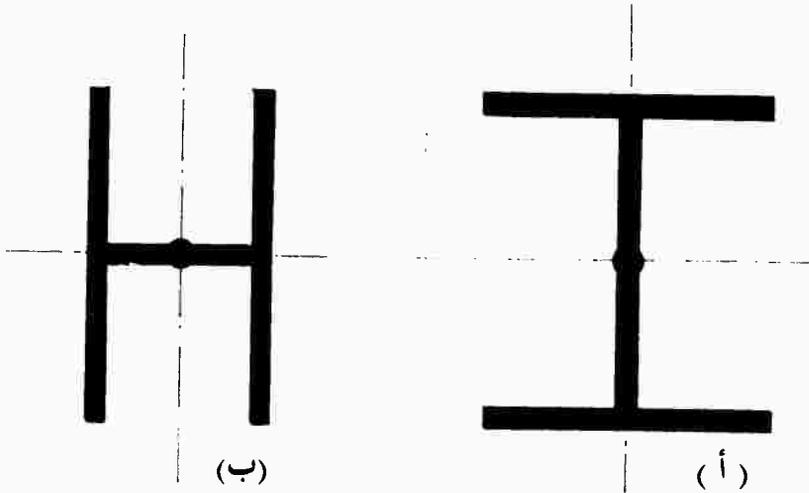
شكل [١٧ - ١٥] ا ، ب ، ج د



(أ) تماثل من الدرجة الثالثة

[١٦ - ٧] أشكال ذات تماثل خطي ودوراني :

هنالك بعض الأشكال لها تماثل خطي وتماثل دوراني في آن واحد وشكل (١٦ - ١٦) ، يوضح بعض الأمثلة لهذه الأشكال :



شكل [١٦ - ١٦] ا ، ب ، ج ، د

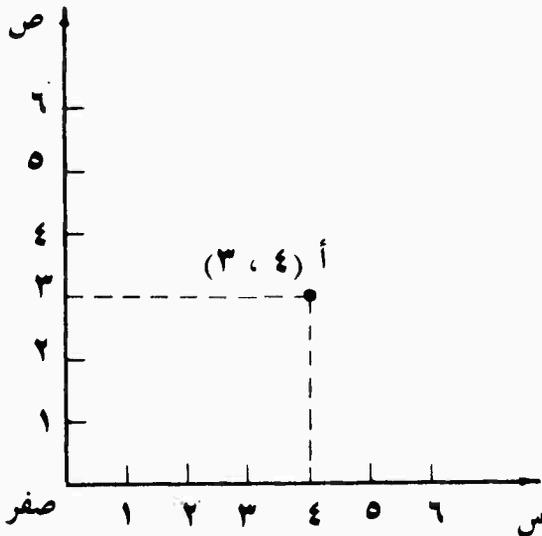
الإحداثيات

Co - ordinates

[١٧ - ١] تعريف :

لتمثيل أى نقطة قد ترمز إلى شىء ما فمثلاً نقطة على خريطة فهى قد تعنى مدينة أو موقع عسكري أو ما شابه أو قد ترمز هذه النقطة إلى رأس مربع أو مركز دائرة أو نقطة تلاقى مستقيمين (أو شارعين مثلاً) ،

فإن النقطة يمكن تمثيلها أو بمعنى أدق تحديدها فى المستوى عن طريق استخدام مستقيمين متقاطعين ومتعامدين ، وتكون نقطة تقاطعهما [نقطة الأصل] ، هى نقطة القياس أو بداية القياس أو الأصل فى قياس إحداثيات أو موقع أى نقطة على المستوى ، كما يتضح من شكل [١٧ - ١] .



شكل [١٧ - ١]

حيث يُطلق على الخط الأفقى الممتد من اليسار لليمين بالمحور السينى بينما يطلق على الخط الرأسى الممتد من أسفل إلى أعلى بالمحور الصادى والنقطة ا المراد تمثيلها فى الشكل ، يُقال أن إحداثياتها هى [٤ ، ٣] حيث يرمز الرقم الأول « ٤ » إلى الإحداثى السينى للنقطة ا أو بمعنى آخر ، بعدها الأفقى عن نقطة الأصل [٠ ، ٠] بينما يرمز الرقم الثانى « ٣ » إلى الإحداثى الصادى للنقطة ا ، أو بمعنى آخر ، بعدها الرأسى عن نقطة الأصل [٠ ، ٠] .

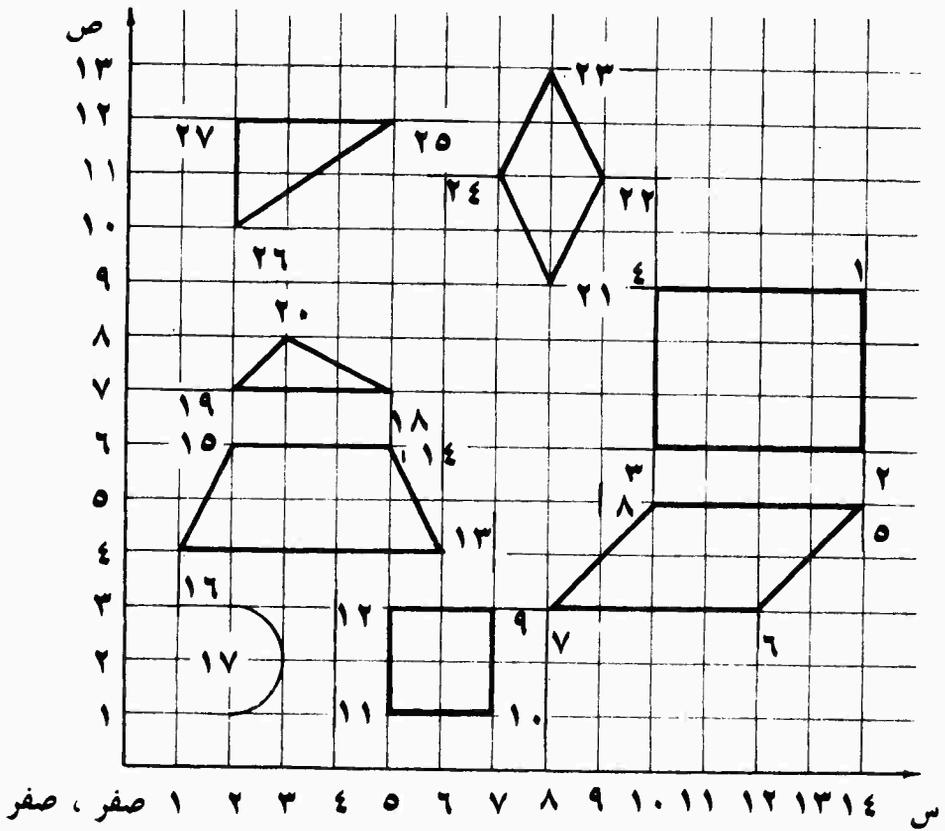
ويطلق على المجموعة [٤ ، ٣] بالإحداثيات الكرتيزية لنقطة ا [هنالك أنظمة إحداثيات كثيرة غير الكرتيزية ، خارج نطاق هذا الكتاب] .
وعلى ذلك فإن إحداثيات أى نقطة تكون فى صورة زوج من الأرقام الرقم الأول رمز للبعد فى اتجاه محور السينات والآخر رمز للبعد فى إتجاه محور الصادارات ، أى فى الصورة [س ، ص] .

[١٧ - ٢] تدريبات :

(١) فى شكل [١٧ - ٢] ، تظهر بعض الأشكال الهندسية ، قم بدراسة الشكل جيداً ثم أجب عن الأسئلة بعده ؛

كل زوج من أزواج الإحداثيات فيما يلى ، يحدد موضع أحد النقاط الموجودة على الرسومات المرقمة ، فاذكر الرقم الذى يعنيه كل زوج من الإحداثيات :

(أ) [٢ ، ٢]	(هـ) [٥ ، ١٠]
(ب) [٦ ، ٥]	(و) [٥ ، ١٤]
(ج) [٩ ، ٨]	(ز) [٩ ، ١٤]
(د) [٣ ، ٧]	(ح) [١٣ ، ٨]



شكل [٢ - ١٧]

(٢) عين الإحداثيين الكرتيزيين لكل نقطة من النقاط التالية على الرسم السابق :

(٤) النقطة رقم (١٢)

(٧) النقطة رقم (٧)

- (٢) النقطة رقم (٢٠) (٥) النقطة رقم (٦)
 (٣) النقطة رقم (٤) (٦) النقطة رقم (٢٧) .

(٣) هات إحداثيات النقط الآتي وصفها من على الرسم السابق :

- (أ) نقطة تقع شرق النقطة (١٣) تماماً وتبعد عنها بمقدار (٢) وحدة .
 (ب) نقطة تقع جنوب النقطة (٢١) تماماً وتبعد عنها بمقدار (٧) وحدات .
 (ج) نقطة تقع شمال النقطة (١) وتبعد عنها بمقدار (٤) وحدات .
 (د) نقطة تقع غرب النقطة (٨) وتبعد عنها بمقدار (٧) وحدات .

(٤) باستعمال مقياس رسم (١ سم لكل وحدة) ، ارسم محوري الإحداثيات س ، ص مع تدرج محور السينات من صفر إلى ١٧ ، ومحور الصادات من صفر إلى ١٧ كذلك .

ثم حدد على الرسم مجموعة النقاط المشتمل عليها كل سؤال مما يلي مع توصيل كل مجموعة على حدة .

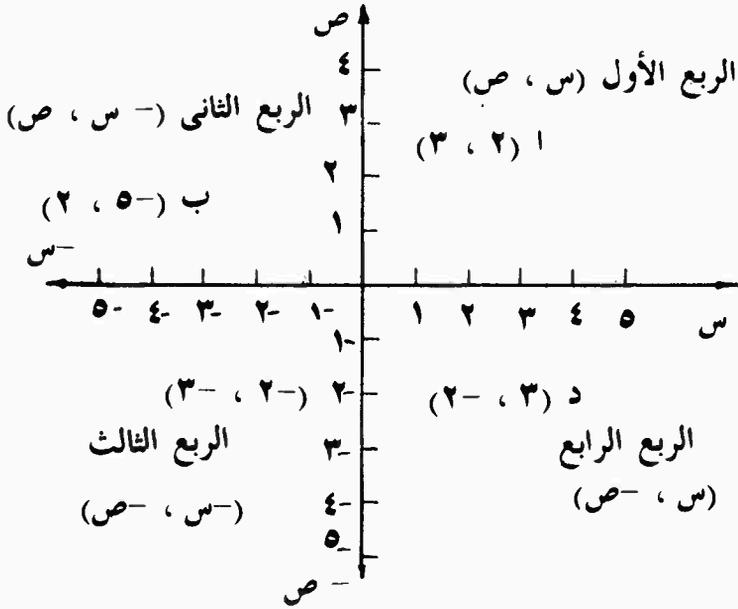
- (أ) (٧ ، ١٣) ، (٩ ، ١١) ، (٧ ، ٧) ، (٥ ، ٧) ، (٣ ، ٩) .
 (ب) (١٠ ، ١٧) ، (١٢ ، ١٣) ، (١١ ، ١١) ، (٩ ، ١٥) .
 (ج) (١٥ ، ١٧) ، (١٥ ، ١٥) ، (١٦ ، ١٥) ، (١٥ ، ١٢) ، (١٤ ، ١٥) .
 (د) (٧ ، ٨) ، (٨ ، ٧) ، (٨ ، ٥) ، (٧ ، ٤) .
 (هـ) (٠ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٠) .
 (و) (١١ ، ٤) ، (١٣ ، ٣) ، (١٣ ، ١) ، (١١ ، ٠) ، (٩ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٩)

- (ز) (١٥ ، ٩) ، (١٦ ، ٩) ، (١٧ ، ٨) ، (١٧ ، ٧) ، (١٦ ، ٦) ،
 . (١٤ ، ٨) ، (١٤ ، ٧) ، (١٥ ، ٦)
 . (ح) (٢ ، ١٧) ، (٥ ، ١٧) ، (٥ ، ١٤) ، (٢ ، ١١) ،
 . (ط) (٥ ، ٥) ، (٨ ، ٢) ، (٦ ، ٠)
 . (م) (١١ ، ٩) ، (١٣ ، ٧) ، (١١ ، ٥) ، (٩ ، ٦) ، (٩ ، ٨)

[١٧ - ٣] الإحداثيات السالبة :

باستخدام الأعداد السالبة فإنه يمكننا أن نمد كل من محور السينات إلى اليسار من النقطة (صفر ، صفر) وأن نمد كذلك محور الصادات إلى أسفل ، وبإعطاء قيماً سالبة للأرقام كما هو موضح بشكل [١٧ - ٣] ، ويلاحظ أن الشكل أصبح ينقسم إلى أربعة أجزاء أو أرباع كما هو مبين بالشكل .





شكل [١٧ - ٣]

وبذلك فإنه يمكننا تحديد مجموعة من النقاط على المحاور بشكل (١٧ - ٣) فمثلاً النقطة « أ » (٣ ، ٢) تقع في الربع الأول من الشكل والنقطة « ب » (٢ ، -٥) تقع في الربع الثاني والنقطة « ج » (-٣ ، -٢) تقع في الربع الثالث والنقطة « د » (-٢ ، ٣) تقع في الربع الرابع .

[١٧ - ٤] تدريبات :

(١) اكتب إحداثيات كل نقطة من النقاط الموجودة بالشكل (١٧ - ٤) .



شكل [٤ - ١٧]

(٢) ارسم محوري الإحداثيات س ، ص ودرج كل منهما من (-٧) إلى (٧+) على كلا المحورين ، ثم مثل بيانياً النقط الآتية :

- [١] (١ ، ١) ، [ب] (٢ ، ١) ، [ح] (٢ ، ٤) ، [د] (٠ ، ٤) ،
 [هـ] (٠ ، ٢) ، [و] (١ ، ٢) ، [ز] (١ ، ٤) ، [ح]
 (٣ ، ٤) ، [ط] (٣ ، ١) ، [ي] (٢ ، ١) ، [ل]
 (٢ ، ٢) ، [م] (١ ، ٤) ، [ن] (١ ، ٥) ، [س] (٠ ، ٥) ، [ك]
 (٤ ، ٠) ، ف (١ ، ٢) ثم صل فيما بين النقطتين ١ ، ف

(٣) في كل سؤال مما يلي مثل بيانياً كلا النقطتين ١ ، ب ثم صل المستقيم
 ا ب وأوجد طوله بالقياس :

- [١] ا (٢ ، ٢) ، ب (٤ ، ١)
 [ب] ا (٠ ، ٠) ، ب (٤ ، ٤)
 [ج] ا (٣ ، ٤) ، ب (٢ ، ٣)
 [د] ا (٦ ، ٠) ، ب (٦ ، ٠)

[هـ] ا (٢ ، ٢-) ، ب (٢- ، ٢-)

[و] ا (٥ ، ٠) ، ب (٥- ، ٠)

(٤) فيما يلي تمثل كل ثلاث نقط معطاه معاً ، ثلاثة أركان من أركان مربع فأوجد إحداثيات الركن الرابع في كل سؤال :

[ا] ا (٤ ، ٥) ، ب (٤ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٣)

[ب] ا (٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤-) ، جـ = (٤- ، ٤-)

[جـ] ا (١ ، ٣) ، ب (١ ، ٦) ، جـ = (٢- ، ٦)

[د] ا (٠ ، ٢) ، ب (٢ ، ٠) ، جـ = (٠ ، ٢-)

