

## الفصل الأول

### علم الحساب عند قدماء المصريين

لنهر النيل الأثر الكبير في نشأة الحضارة في مصر ، فكان قدماء المصريين يهتمون بمسح الأرض الزراعية الغنية بمحصولها الغذائي ، كما وضعوا التقاويم لمعرفة فيضان النيل . لذا نرى أن لهم أيضاً دوراً عظيماً في الهندسة المعمارية وذلك لعنايتهم البالغة في بناء المعابد .

أما موضوع معلوماتنا الرياضية التي نعرفها عن قدماء المصريين فمصدرها أوراق البردي<sup>(١)</sup> المعروف باسم رايند (Rhind) ومؤلفها أحمس (Ahmes) تقريباً سنة (١٦٠٠ قبل الميلاد) وتحتوي على قرابة (٨٥) مسألة رياضية ، وهذه المجموعة موجودة في المتحف البريطاني بلندن ، وكذلك يوجد أوراق البردي لأحمس في موسكو وتعرف باسم أوراق بردي موسكو (Golenischev or Moscow papyrus) والتي اشترت من مصر سنة ١٣١١ هجرية ، وتتضمن بردية موسكو حوالي ٢٥ مسألة ، وجميع البرديات كتبت باللغة الهيروغليفية .

كانت الكتابة عند قدماء المصريين من اليمين لليسار ، أي : مطابقة للغة العربية بعكس اللغة اللاتينية . لذا نلاحظ ذلك عند كتابة الأرقام التي استخدموا لها رموزاً خاصة مثل :

---

(١) ورق البردي مستخرج من القصب الذي يعيش في الماء . حيث يقطع ويلقى في الماء مدة من الزمن ثم يوضع طبقة فوق طبقة ويضغط ويترك في الشمس ، فتلتصق هذه الطبقات بواسطة المادة الصمغية الموجودة في النبات لتكون صحيفة صالحة للكتابة .

أرقام خانة الآحاد { 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |

أرقام خانة العشرات { 

|     |     |      |     |    |    |
|-----|-----|------|-----|----|----|
| 60  | 50  | 40   | 30  | 20 | 10 |
| nnn | nnn | nnnn | nnn | nn | n  |
| nnn | nn  |      |     |    |    |

أرقام خانة المئات { 

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 300 | 200 | 100 |
| ccc | cc  | c   |

أرقام خانة الألوف { 

|                                                                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 2000                                                                              | 1000                                                                                |
|  |  |

أرقام خانة عشرات الألوف { 

|                                                                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 20,000                                                                            | 10,000                                                                              |
|  |  |

مثال لكتابة الرقم 21223 = 

ولقد طور قدماء المصريين إشارات خاصة بهم للجمع والطرح مثل  (+)

و  (-) أما الإشارة الخاصة بيساوي فهي = ، وكل ذلك يظهر واضحاً وجلياً في أوراق البردي الخاصة بأحمس والموجودة في المتحف البريطاني .

واستعمل قدماء المصريين الكسور التي بسطها الواحد بجانب الكسر  $\frac{2}{1}$  ،

كما أنهم استفادوا من الرموز التي أعطوها الأرقام في كتابة الكسور مع وضع علامة  $\frac{3}{2}$

فوق العدد ليبدل على أنه كسر مثل  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{30}$  ،  $\frac{1}{12}$  . 

أما  $\frac{2}{3}$  فقد استخدموا علامة خاصة بالكهنة في مصر آنذاك وهي «  $\gamma$  » .  
وفي بعض الأحيان يستعمل مؤرخو الرياضيات الرمز  $\frac{2}{3}$  ليبدل على الكسر  
 $\frac{2}{3}$  ، والمجمع عليه هو الرمز  $\frac{2}{3}$  .

ولقد كانت كتابة الكسور ذات البسط الواحد عملية متعبة ، بل مزعجة  
جداً ، لذا نجد قدماء المصريين صنعوا لها القوانين والجداول التي تعين  
طلاب العلوم الرياضية . ويظهر ذلك في برديات قدماء المصريين الموجودة  
في المتحف البريطاني وموسكو ، ومن هذه الدساتير :

$$(1) \quad \frac{1}{\frac{(1+b)}{2}b} + \frac{1}{\frac{b+1}{2}} = \frac{2}{b}$$

$$\text{مثال (1) : } \frac{1}{\frac{(11+1)}{2}11} + \frac{1}{\frac{11+1}{2}} = \frac{2}{11}$$

$$\text{مثال (2) : } \frac{1}{\frac{(1+9)}{2}9} + \frac{1}{\frac{9+1}{2}} = \frac{2}{9}$$

$$(2) \quad \frac{1}{\frac{(b+h)}{2}b} + \frac{1}{\frac{(b+h)}{2}h} = \frac{2}{b+h}$$

$$\text{مثال : } \frac{1}{\frac{(5+1)}{2}1} + \frac{1}{\frac{(5+1)}{2}5} = \frac{2}{(5)(1)} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{1}{\frac{(5+3)}{2} \cdot 3} + \frac{1}{\frac{(5+3)}{2} \cdot 5} = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

$\downarrow \quad \downarrow$   
 ح      ب

$$\frac{1}{ب6} + \frac{1}{ب2} = \frac{2}{ب3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{66} + \frac{1}{22} = \frac{2}{11 \times 3} = \frac{2}{33}$$

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9} \quad \text{مثال : :}$$

يتضح مما تقدم أن الدستور الثاني أكثر عمومية ، وأن كلاً من الدستور الأول والثالث يعتبران نتيجتين للدستور الثاني .

(٤) وفي حالة أن بسط الكسر غير العدد «٢» فإن قدماء المصريين استعملوا بكل نجاح طريقة قسمة المقام على البسط بحيث يكون اختيار الناتج الجزئي أكثر من المقسوم مباشرة ، والاستمرار على هذا المنوال حتى تنتهي عملية القسمة بواحد أو بصفر .

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \quad \text{إذن} \quad \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline & 6 & \\ \hline 5 & 1 & \end{array} \quad \text{مثال (١) : : (أ) } \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{2} = \frac{4}{7} \quad \text{إذن} \quad \begin{array}{c|c|c} 2 & 4 & 7 \\ \hline & 8 & \\ \hline 7 & 1 & \end{array} \quad \text{(ب) } \frac{4}{7}$$

|    |    |    |                             |
|----|----|----|-----------------------------|
| ۲  | ۱۳ | ۲۳ | $\frac{۱۳}{۲۳} \text{ (ج)}$ |
|    | ۲۶ |    |                             |
| ۸  | ۳  |    |                             |
|    | ۲۴ |    |                             |
| ۲۳ | ۱  |    |                             |

$$\frac{۱}{۳۶۸} + \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۳}{۲۳} \therefore$$

|   |    |    |                             |             |
|---|----|----|-----------------------------|-------------|
| ۲ | ۱۱ | ۱۲ | $\frac{۱۱}{۱۲} \text{ (ف)}$ | مثال (۲) :: |
|   | ۲۲ |    |                             |             |
| ۲ | ۱۰ |    |                             |             |
|   | ۲۰ |    |                             |             |
| ۲ | ۸  |    |                             |             |
|   | ۱۶ |    |                             |             |
| ۳ | ۴  |    |                             |             |
|   | ۱۲ |    |                             |             |
|   | ۰  |    |                             |             |

$$\frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۱}{۱۲} \therefore$$

|    |    |    |                             |
|----|----|----|-----------------------------|
| ۲  | ۱۵ | ۲۳ | $\frac{۱۵}{۲۳} \text{ (ب)}$ |
|    | ۳۰ |    |                             |
| ۴  | ۷  |    |                             |
|    | ۲۸ |    |                             |
| ۵  | ۵  |    |                             |
|    | ۲۵ |    |                             |
| ۱۲ | ۲  |    |                             |
|    | ۲۴ |    |                             |
| ۲۳ | ۱  |    |                             |

$$\frac{۱}{۴۸۰ \times ۲۳} + \frac{۱}{۴۸۰} + \frac{۱}{۴۰} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۵}{۲۳} \therefore$$

مثال (٣) : كيف كان قدماء المصريين يكتبون الكسور :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 21 \\ & 42 \\ 2 & 19 \\ & 38 \\ 2 & 15 \\ & 30 \\ 4 & 7 \\ & 28 \\ 5 & 5 \\ & 25 \\ 12 & 2 \\ 23 & 24 \\ & 1 \end{array} \quad 23 \quad \frac{21}{23} \quad (أ)$$

$$\frac{1}{44160} + \frac{1}{1920} + \frac{1}{160} + \frac{1}{32} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{21}{23} \quad \therefore$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ & 25 \\ 6 & 4 \\ & 24 \\ 7 & 3 \\ & 21 \\ & 0 \end{array} \quad 21 \quad \frac{0}{21} \quad (ب)$$

$$\frac{1}{210} + \frac{1}{30} + \frac{1}{0} = \frac{0}{21} \quad \therefore$$

$$\begin{array}{c|c|c} 8 & 7 & 23 \frac{7}{23} (\rightarrow) \\ \hline & 28 & \\ \hline 0 & 0 & \\ \hline & 20 & \\ \hline 12 & 2 & \\ \hline & 22 & \\ \hline 22 & 1 & \end{array}$$

$$\frac{1}{0020} + \frac{1}{220} + \frac{1}{20} + \frac{1}{2} = \frac{7}{23} \therefore$$

$$\frac{1}{22} + \frac{1}{2} = \frac{13}{22} \therefore \begin{array}{c|c|c} 2 & 13 & 22 \frac{13}{22} (\rightarrow) \\ \hline & 26 & \\ \hline 12 & 2 & \\ \hline & 22 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 2 & 20 & 27 \frac{20}{27} (\rightarrow) \\ \hline & 00 & \\ \hline 2 & 23 & \\ \hline & 26 & \\ \hline 2 & 19 & \\ \hline & 28 & \\ \hline 2 & 11 & \\ \hline & 22 & \\ \hline 0 & 6 & \\ \hline & 20 & \\ \hline 9 & 3 & \\ \hline & 27 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$\frac{1}{1080} + \frac{1}{120} + \frac{1}{22} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{27} = \frac{20}{27} \therefore$$

مثال (٤) : كيف كان قدماء المصريين يكتبون الكسر  $\frac{17}{30}$  ؟

$$\begin{array}{r|l} 3 & 17 \\ & 51 \\ 3 & 16 \\ & 48 \\ 3 & 13 \\ & 39 \\ & 4 \\ 9 & 36 \\ 30 & 1 \end{array} \quad \text{الحل :}$$

$$\frac{1}{8005} + \frac{1}{243} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{17}{30} \therefore$$

عمل قدماء المصريين الجداول الرياضية للكسور معتمدين على القوانين الأربعة سالفة الذكر . وأما القسمة المطولة ، فهي عكس الطريقة العادية المعروفة لدينا في وقتنا الحاضر والتي سنتحدث عنها قريباً . وقد ورث هذه الثروة العظيمة علماء اليونان واستفادوا منها في تطوير طرقهم الحسابية .

وعندما فكر قدماء المصريين في الحصول على الجذر التربيعي رمزوا له بالعلامة  $\sqrt{\quad}$  ، واستخدموا المتوسط العددي لأقرب جذر للعدد وللعدد مقسوم على أقرب جذر ، فمثلاً  $\sqrt{b}$  ، افترض أن أقرب جذر للعدد  $\sqrt{b} = j$  ،

$$j + \frac{b}{j}$$

$$\frac{j + \frac{b}{j}}{2} = \frac{b}{j} \quad \text{لذا المتوسط العددي للرقمين } j , \frac{b}{j}$$

مثال (١) :  $\sqrt{11}$  أقرب جذر للعدد ١١ هو ٣

$$\frac{11}{3} \times 3 = 11 \text{ ولكن}$$

$$\text{إذن المتوسط العددي للرقمين ٣، } \frac{11}{3} \text{ هو } \frac{\frac{11}{3} + 3}{2} = \frac{11 + 9}{6} = \frac{20}{6}$$

$$\overline{3,333} = 3 \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

إذن  $3 \frac{1}{3}$  أقرب جذر من ٣

$$\frac{33}{10} \times \frac{10}{3} = 11 \text{ ولكن}$$

$$\text{إذن المتوسط العددي للعاملين } \frac{33}{10} \text{، } \frac{10}{3} \text{ هو } \frac{\frac{33}{10} + \frac{10}{3}}{2} = \frac{99 + 100}{60} = \frac{199}{60}$$

$$\overline{3,316} = 3 \frac{19}{60} = \frac{199}{60}$$

إذن  $3 \frac{19}{60}$  أقرب جذر من  $3 \frac{1}{3}$  ( $3,317 = 3 \frac{19}{60}$ ) وهكذا .

مثال (٢) : أوجد الجذر التربيعي للعدد ٢٣ بطريقة قدماء المصريين .

الحل :  $\sqrt{23}$  أقرب جذر للعدد ٢٣ هو ٥ .

ولكن  $\frac{23}{5} \times 5 = 23$  المتوسط العددي للعاملين 5 ،  $\frac{23}{5}$  هو

$$\frac{23}{5} + 5 = \frac{23 + 25}{5} = \frac{48}{5} = 9.6$$

إذن  $9.6$  أقرب جذر من 5 .

ولكن  $\frac{115}{24} \times \frac{24}{5} = 23$  المتوسط العددي للعاملين  $\frac{24}{5}$  ،  $\frac{115}{24}$  هو

$$\frac{115}{24} + \frac{24}{5} = \frac{115 + 57.6}{24} = \frac{172.6}{24} = 7.1916$$

عندما حاول قدماء المصريين إجراء عملية الضرب والقسمة لجؤوا

لاستخدام فكرة التضعيف المتتالي :

(١) في حالة الضرب يأخذ العدد الكبير ويقابله العدد واحد ، ويظهر ذلك

من الأمثلة الآتية :

مثال (١) : اضرب  $215 \times 8$  .

الحل :

215 1

430 2

860 4

1720 8

إذن حاصل ضرب  $215 \times 8 = 1720$  كما هو واضح في العمود الأيسر .

مثال (٢) : (أ) اضرب  $6 \times 215$

|     |     |  |
|-----|-----|--|
| ٢١٥ | ١   |  |
| ٤٣٠ | ٢ ✓ |  |
| ٨٦٠ | ٤ ✓ |  |

$6 \times 215$  وهو حاصل الضرب  $1290 = 860 + 430$

(ب) اضرب  $513 \times 7$

|      |     |
|------|-----|
| ٥١٣  | ١ ✓ |
| ١٠٢٦ | ٢ ✓ |
| ٢٠٥٢ | ٤ ✓ |
| ٣٥٩١ |     |

$3591 = 513 \times 7$  .∴

ويلاحظ في المثال الثاني ، أن قدماء المصريين جمعوا  $6 = 4 + 2$  في العمود الأيمن وهذا عبارة عن المضروب فيه . فيكون مجموع الأعداد المناظرة للعددين ٢ ، ٤ في العمود الأيسر وهما  $860 + 430 = 1290$  هو حاصل الضرب  $6 \times 215$  . وبقيت طريقة قدماء المصريين مستعملة لمدة طويلة .

مثال (٢) : (أ) اضرب  $19 \times 215$  (ب) اضرب  $23 \times 27$

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| ٢٧  | ١ ✓  | ١٢٥  | ١ ✓  |
| ٥٤  | ٢ ✓  | ٢٥٠  | ٢ ✓  |
| ١٠٨ | ٤ ✓  | ٥٠٠  | ٤    |
| ٢١٦ | ٨    | ١٠٠٠ | ٨    |
| ٤٣٢ | ١٦ ✓ | ٢٠٠٠ | ١٦ ✓ |
| ٦٢١ |      | ٢٣٧٥ | ١٩   |

$621 = 23 \times 27$  .∴

وهو حاصل ضرب  $19 \times 215$  المطلوب

|     |      |    |            |           |    |
|-----|------|----|------------|-----------|----|
| ٢٣  | ١ ✓  | أو | ٢٣         | ١ ✓       | أو |
| ٤٦  | ٢    |    | ٤٦         | ٢ ✓       |    |
| ٩٢  | ٤ ✓  |    | ٩٢         | ٤         |    |
| ١٨٤ | ٨    |    | ١٨٤        | ٨ ✓       |    |
| ٣٦٨ | ١٦٠  |    | ٣٦٨        | ١٦ ✓      |    |
| ٧٣٦ | ٣٢ ✓ |    | <u>٦٢١</u> | <u>٢٧</u> |    |

$$٢٧ = ٥ - ٣٢$$

$$٦٢١ = ١١٥ - ٧٣٦ = ٢٧ \times ٢٣ \therefore$$

(٢) أما في حالة القسمة فقد أخذوا العدد الصغير (المقسوم عليه)

ومقابلته العدد واحد ، ويظهر ذلك من الأمثلة الآتية :

مثال (٤) : ( أ ) اقسم  $١٦ \div ٢٥٦$

|            |    |        |
|------------|----|--------|
| ١٦         | ١  | الحل : |
| ٣٢         | ٢  |        |
| ٦٤         | ٤  |        |
| ١٢٨        | ٨  |        |
| <u>٢٥٦</u> | ١٦ |        |

لذا العدد ١٦ خارج القسمة

(ب)  $٧ \div ٢١٧$

|   |            |           |
|---|------------|-----------|
| ✓ | ٧          | ١         |
| ✓ | ١٤         | ٢         |
| ✓ | ٢٨         | ٤         |
| ✓ | ٥٦         | ٨         |
| ✓ | <u>١١٢</u> | <u>١٦</u> |
|   | ٢١٧        | ٣١        |

لذا خارج القسمة ٣١

$$(ج) 225 \div 15$$

|       |    |  |
|-------|----|--|
| ✓ 15  | 1  |  |
| ✓ 30  | 2  |  |
| ✓ 60  | 4  |  |
| ✓ 120 | 8  |  |
| 225   | 15 |  |

خارج القسمة 15

يلاحظ في المثال الرابع أن قدماء المصريين أخذوا المقسوم عليه 16 ووضعوه في العمود الأيسر والرقم واحد في العمود الأيمن وبدؤوا يضعفون الطرفين حتى حصلوا على العدد 256 في العمود الأيسر وهذا الرقم المقسوم . لذا العدد 16 وهو المناظر للعدد 256 هو خارج القسمة وهو المطلوب .

$$\text{مثال (5): (أ) } 390 \div 13$$

|       |    |  |
|-------|----|--|
| 13    | 1  |  |
| ✓ 26  | 2  |  |
| ✓ 52  | 4  |  |
| ✓ 104 | 8  |  |
| ✓ 208 | 16 |  |
| 390   | 30 |  |
| 2375  | 19 |  |

إذن خارج القسمة 30 وهو المطلوب .

(ب) اقسـم  $10 \div 375$

|       |    |
|-------|----|
| ✓ 10  | 1  |
| ✓ 30  | 2  |
| ✓ 60  | 4  |
| 120   | 8  |
| 240   | 16 |
| ✓ 480 | 32 |

لذا  $375 = (100) - 480$

∴ خارج القسمة =  $32 - (1 + 2 + 4) = 25$

(جـ)  $10 \div 375$

|       |    |
|-------|----|
| ✓ 10  | 1  |
| 30    | 2  |
| 60    | 4  |
| ✓ 120 | 8  |
| ✓ 240 | 16 |
| 375   | 25 |

∴ خارج القسمة 25

مثال (٦) : اقسـم  $10 \div 1125$

|       |    |         |
|-------|----|---------|
| ✓ 10  | 1  | الحـل : |
| ✓ 30  | 2  |         |
| 60    | 4  |         |
| ✓ 120 | 8  |         |
| 240   | 16 |         |
| 480   | 32 |         |
| ✓ 960 | 64 |         |
| 1125  | 75 |         |

يلاحظ أن قدماء المصريين جمعوا  $15 + 30 + 120 + 960 = 1125$  في العمود الأيسر لكي يحصلوا على المقسوم . لذا أيضاً جمعوا الأعداد المناظرة لها في العمود الأيمن  $1 + 2 + 8 + 64 = 75$  وهذا خارج القسمة .

مثال (٧) : اقسم  $1133 \div 11$

|        |    |     |     |
|--------|----|-----|-----|
| الحل : | ١  | ١١  | - ✓ |
|        | ٢  | ٢٢  |     |
|        | ٤  | ٤٤  |     |
|        | ٨  | ٨٨  | ✓   |
|        | ١٦ | ١٧٦ |     |
|        | ٣٢ | ٣٥٢ | ✓   |
|        | ٦٤ | ٧٠٤ | ✓   |

يبدو واضحاً أن قدماء المصريين جمعوا  $88 + 352 + 704 = 1144$  ثم طرحوا  $1144 - 1133 = 11$  ، لذا أيضاً جمعوا الأعداد المناظرة في العمود الأيمن  $8 + 32 + 64 = 104$  وطرحوا  $104 - 11 = 93$  وهذا خارج القسمة .