الفصل السادس

علم الحساب عند العرب والمسلمين

وجه المسلمون نشاطاتهم الفكرية إلى العلوم والرياضيات خلال السنوات الأولى من صدر الإسلام . وكان وراء اهتمام المسلمين بهذه المواضيع حرصهم على تحديد المواقيت ، فباستخدام الهندسة استطاع المسلمون تحديد اتجاه القبلة . وباستخدام الفلك استطاعوا تحديد بداية شهر رمضان المبارك والعيدين ، واستعانوا بعلم الحساب على حل مسائل الميراث (علم الفرائض) . ولم يقتصر المسلمون في تطبيق العلوم التي طوروها على الأمور المتعلقة بالعبادات ، بل استخدموا هذه العلوم في كل ما فيه خير للبشرية . ولقد كان القرآن الكريم الذي حث الإنسان على النظر في ملكوت السماوات والأرض القوة الدافعة وراء هذه الأبحاث العلمية . وكذلك حث الرسول ﷺ على طلب العلم من المهد إلى اللحد ، حتى لو استدعى ذلك السفر إلى الصين . إذ إن من سلك طريقاً يلتمس فيه علماً سهل الله له به طريقاً إلى الجنة . وهكذا فإن العرب بدافع مبادئ الإسلام السامية تحولوا إلى أمة فتحت العالم في أقصر مدة عرفها التاريخ . ففي القرون الهجرية الستة الأولى امتدت الدولة الإسلامية من الهند إلى الأندلس ، حيث كانت بغداد وقرطبة مركز الخلافة والبحث العلمي .

ويمكن اعتبار القرنين الثالث والرابع الهجريين (التاسع والعاشر الميلاديين) القرنين الذهبيين للرياضيين المسلمين الذين يدين لهم العالم بالكثير ، لحفظهم التراث القديم وتنميته ، ولابتكاراتهم الجليلة . وفي الفترة

نفسها كانت عصور أوروبا المظلمة ، حيث أصيبت دراسة الرياضيات بالانحطاط هناك . ولقد أكدت الأبحاث الحديثة المدى الكبير الذي يدين به العالم للعلماء المسلمين الذين حثوا على نمو المعارف ، بينما كانت أوروبا في ظلام دامس . وحتى الرياضيات الإغريقية لم تصل للعالم المعاصر إلا عن طريق المصادر الإسلامية ، وغالباً ما تعتمد الترجمات اللاتينية القديمة للمخطوطات الإغريقية على مؤلفات إسلامية أكثر من اعتمادها على المؤلّفات الإغريقية الأصلية . لذلك فقد انتقل علما الحساب والفلك الإغريقيان إلى أوروبا بواسطة المسلمين ، وبالطبع فإن خدمة المسلمين لعلم الرياضيات لم تقتصر على حفظ ونقل ما قامت به الأمم السابقة ، بل كانت لهم إسهامات هائلة في حقوله المختلفة .

ولقد بدأنا بمحاولة فهم المعجزة الإسلامية فهماً واضحاً ، وإنه لمن المفيد التنسيق بين إسهام المسلمين في الرياضيات في هذه الفترة وتفسير النتائج للحصول على أساس للدراسات الرياضية والأبحاث في المستقبل . ومن البدهي أن الرياضيات وأي علم آخر ، يصبح أكثر واقعية وحيوية وتصبح قيمته أكثر وضوحاً من خلال دراسته التاريخية . ولا شك أن تاريخ الرياضيات في الحقيقة هو الهيكل الرئيسي لتاريخ الحضارة ، وليس هنا فرق سواء كان اهتمامنا بصورة رئيسية بالناحية الفلسفية أو الاجتماعية ، طالما أننا نعلم أن معرفتنا بالإنسان لا يمكن أن تكون كاملة وكافية إلا إذا ربطنا المعلومات التاريخية بالمعلومات العلمية ، لأن تاريخ الرياضيات بصفة عامة هو حجر الأساس للبناء التعليمي كله . وقد لاحظ جورج ميلر في كتابه «مقدمة تاريخية للرياضيات» : «أن تاريخ الرياضيات هو العلم الوحيد الذي يمتلك

جزءاً واضحاً من الكمال ونتائج مثيرة أثبتت منذ ٢٠٠٠ سنة بنفس الطرق الفكرية المثبتة اليوم ، لذلك فإن هذا التاريخ مفيد في توجيه الاهتمام نحو القيمة الثابتة للمآثر التعليمية التي تقدمها هذه المآثر للعالم» .

عرف علماء المسلمين أن للثقافة الرياضية أهمية عظيمة في ماضي المنجزات البشرية وحاضرها ومستقبلها ، وأن الرياضيات كانت للمصريين القدماء والبابليين والرومان والإغريق أداة لحل المشكلات اليومية ، وأن دراسة تاريخ أي ثقافة لا تشمل دراسة تطور الرياضيات تعطي صورة ناقصة ومشوهة . لهذا ركز علماء المسلمين في بداية الأمر على علم الرياضيات ، ويقول أريك بل في كتابه «الرياضيات وتطوراتها» : «في جميع العصور التاريخية كافحت الأمم المتحضرة من أجل علم الرياضيات ، ومهما كان مصدر الرياضيات فإنها تنحدر إلينا من أحد نبعين رئيسين ، سواء من ناحية عددها أو شكلها ، ويمثل النبع الأول علم الحساب والجبر ، ويمثل النبع الثاني علم الهندسة» . على حين يشير جورج سارتون في كتابه «الأجنحة الستة» إلى أننا إذا أردنا أن نفهم تاريخ البشرية فيجب علينا تركيز اهتمامنا على العناصر التي سببت تطور الرياضيات . يجب أن يكون تاريخ الرياضيات نواة أي تاريخ للأحداث البشرية . وقد ركز الرياضيون المسلمون جهودهم على ترجمة الأعمال الرياضية الإغريقية والهندية ، وأسهموا في تطوير الحضارة التي بلغت قمتها في العصور المظلمة لأوروبا .

إن تاريخ الرياضيات مهم كمأثرة ثمينة لتاريخ الحضارة ، كما أن التقدم البشري مطابق تماماً للفكر العلمي والنتائج الرياضية ، وسجل موثوق للتقدم . يقول هارلو شابلي في كتابه «الثورة الجديدة في العلوم» : «إن تأثير الرياضيات

على الحضارة العربية كان كبيراً ، ويظهر هذا من العلاقة بين الحساب ، والجبر ، والهندسة ، والفلسفة والدين ، والعلوم الاجتماعية» . ويقول رام لاندو في كتابه «مآثر العرب في الحضارة» : «إن المسلمين قدموا كثيراً من الابتكارات في حقل الرياضيات ، ومع ذلك فإن معظم الأمريكان والأوروبيين لم يعودوا يتذكرون من أي مخزن اكتسب العالم المسيحي الأدوات التي لا يمكن أن تصل الحضارة الغربية إلى مستواها الحالي إلا بها» . وأضاف توفيق الطويل في كتابه «العرب والعلم في عصر الإسلام الذهبي ودراسات علمية أخرى» فقال : «حقيقة أن العرب قد تلقوا تراث أسلافهم من الرياضيين في مصر والعراق والهند واليونان ، ولكن الرياضيات تدين لشطر كبير من تقدمها لعلماء العرب ، بل إن بين مؤرخي العلم من الغربيين من يجاهر بأن بعض فروع الرياضيات اختراع عربي» .

أبدى علماء العرب والمسلمين اهتماماً بالغاً بالعلوم الرياضية بفروعها المختلفة ، وركزوا في دراستهم على اتجاهين : الاتجاه الأول : هو استيعاب الموضوع نفسه ، والقيام بالعديد من الابتكارات الجديدة التي لم يسبقهم أحد بها ، أما الاتجاه الثاني : فهو الناحية التطبيقية في المجالات المختلفة ، مثل الفلك ، والهندسة الميكانيكية ، والضوء ، والهندسة المعمارية ، وحساب المواريث ، والأعمال التجارية ، وغيرها مما يستدعي معرفة رياضية .

علم الأعداد :

في غابر الأزمان كان الإنسان لا يعرف الأعداد الحسابية ، وكل ما كان يستطيعه هو تقدير الكمية بقليل أو بكثير ، فقد كان لا يفرق بين الثلاثين والثلاثة والأربعين والأربعة والخمسين والخمسة . . . إلخ ، وغاية

الأعداد التي كان يعرفها هي واحد واثنان ثم كثير . لقد طور علماء العرب والمسلمين أشكال الأرقام الهندية المتعددة إلى شكلين موحدين أحدهما استعمله المشارقة (١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩) والثاني استعمله المغاربة (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) . لذا فقد استبدل علماء العرب والمسلمين نظام الترقيم الروماني العقيم بالنظام العشري الموقعي والذي استمر حتى يومنا هذا . ولذلك تعد معرفة الأرقام والتعامل معها خطوة عظيمة على طريق التقدم ، وعرف عبد الرحمن بن خلدون علم الحساب في كتابه «المقدمة في التاريخ» : «بأنه صناعة عملية في حساب الأعداد بالضم والتفريق ، فالضم يكون في الأعداد بالإفراد وهو الجمع ، وبالتضعيف ، تضاعف عدداً بآحاد عدد آخر ، وهذا هو الضرب ، والتفريق أيضاً يكون في الأعداد ، إما بالإفراد مثل إزالة عدد من عدد ومعرفة الباقي ، وهو الطرح ، أو تفصيل عدد بأجزاء متساوية تكون عدتها محصلة وهو القسمة ، سواء كان في هذا الضم والتفريق على التصحيح من العدد أو التكسير» .

ولا شك أنه لا يمكن لأي حضارة أن تتقدم دون علم الأعداد . وعلى الرغم من أن الأعداد العربية كانت أفضل من غيرها فإن أوروبا لم تبدأ في استعمالها إلا في القرن الثالث عشر الميلادي ، لتعصبها ضد التأثير الإسلامي رغم رداءة الأرقام الرومانية التي كانت تستعملها قبل ذلك ، والتي من أقل مساوئها تعقيد العمليات الحسابية . وقد قال أستاذ الرياضيات هيوستن بانكس في كلية بيبدي من جامعة فندربلت في كتابه «الرياضيات الحديثة» : «إنه باستطاعة الإنسان استعمال الأعداد الرومانية في حالة جمع الأعداد ، ولكن عندما يحاول إجراء عمليات الضرب والقسمة فهنا تظهر مميزات الأعداد العربية ، التي توفر لنا الوقت والمادة والعملية الحسابية

المضبوطة» . وأضاف محمد بن عبد الرحمن مرحبا في كتابه «الموجز في تاريخ العلوم عند العرب» قائلاً : «إن طريقة الكتابة العربية التي تبدأ من اليمين إلى اليسار لا تزال كما هي في طريقة كتابة الأعداد باللغات الأوروبية . فالآحاد تتلوها العشرات فالمئات فالألوف . . . تبدأ من اليمين في اللغة العربية ، وكذلك هي في جميع اللغات الأوروبية . وهذا شاهد آخر على قوة التأثير العربي والغزو الفكري العربي الذي انهار أمامه تقليد من أعرق تقاليد الكتابة الغربية وأرسخها قدماً» .

فقد وفق الله تبارك وتعالى علماء الأمة الإسلامية والعربية في تطوير نظامين لكتابة الأرقام :

النظام الأول : ويسمى بالأرقام الغبارية وهذا الاسم جاء بسبب كتابتها على منضدة أو لوحة من الرمل الناعم عند إجراء العمليات الحسابية ، وهي المنتشرة في المغرب العربي بما في ذلك الأندلس ، ومنها دخلت إلى أوروبا وسميت بالأرقام العربية (Arabic Numbers) . وتستعمل اليوم معظم شعوب العالم الأرقام الغبارية (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) .

أما النظام الثاني : الأرقام الهندية التي انتشرت في الأقطار الإسلامية المشرقية وهي : (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩) .

يقول ياسين خليل في كتابه «التراث العلمي العربي» : «ويعود الفضل إلى معرفة الأرقام الحسابية إلى الخوارزمي الذي ميز بين سلسلتين من الأرقام : الأولى ، وتسمى بالهندية ، وهي التي يستعملها عرب المشرق الآن (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، . . .) ، والثانية ، وتسمى بالغبارية ، وهي التي يستعملها عرب المغرب ، وعبرت من الأندلس إلى أوروبا ، ولا تزال مستعملة عندهم حتى الآن (1, 2, 3, 4, 5, ...)» .

كانت أشكال الأرقام الهندية العربية الأولى والتي ورثت عن الهنود هي :

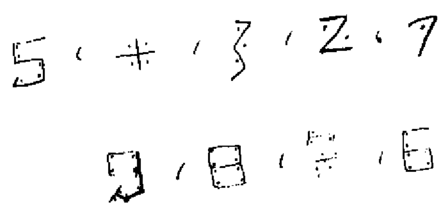
9	7	V	ﻳ	⑧	عو	۴	۲	ا
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١

فهذبها علماء العرب والمسلمين عبر العصور المزدهرة للحضارة العربية والإسلامية فوصلوا بها إلى الشكل الحالي : (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠) . أما الأرقام الغبارية فبدأ بها علماء العرب والمسلمين على الشكل الآتي :

9	8	7	Z	ﻰ	عر	ﻻ	Z	1
9	8	7	6	5	4	3	2	١

ولكنهم طوروها وأدخلوا عليها التعديلات العديدة حتى خرجت على صيغتها الحالية وهي : (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) ، وبقيت عبر العصور معروفة باسمهم ، لأنهم هم الذين نشروها في جميع أنحاء المعمورة من خلال الأندلس وصقلية .

ولقد بنى علماء العرب والمسلمين معرفتهم للأرقام الغبارية على نظرية الزاويــة ، وذلك بتعيين زاوية لكل رقــم ، فمثلاً الرقم (١) له زاوية واحدة 7 ، وللرقم (٢) زاويتان Z وهكذا كما يظهر بالشكل الآتي :



وقد مر على هذه الأرقام تعديلات كثيرة نتيجة الاستعمال المستمر في الدولة الإسلامية ، ولكن عندما وصلت إلى أوروبا كانت في شكلها الحاضر تقريباً .

ولقد كان الساميون يستعملون الحروف الأبجدية العربية ، فدونوا الأرقام بهذه الحروف ، كذلك كانت الحال في زمن الرسول ﷺ في القرن الأول الهجري ، حيث كان بعض علماء المسلمين يستعملون الحروف الأبجدية في كتابة مؤلفاتهم ، لكل حرف رقم خاص يدل عليه ، فرمز علماء العرب والمسلمين الأوائل للأرقام من ١-١٠ بكلمة «أبجد هوز حطي» ، ومن ٢٠-٩٠ بكلمة «كلمن سعفص» ، ومن ١٠٠-١٠٠٠ بكلمة «قرشت ثخذ ضظغ» ، أما الأعداد التي تزيد عن الألف ، فقد ضموا الحروف الأبجدية بعضها إلى بعض مثلاً دغ = ٤٠٠٠ ، زغ = ٧٠٠٠ ، لغ = ٣٠٠٠٠ ، تغ = ٥٠٠٠٠ ويظهر ذلك واضحاً وجلياً من الجدول الآتي :

آحـاد	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
عشرات	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠
مئـات	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠
ألـوف	غ	بغ	جغ	دغ	هغ	وغ	زغ	حغ	طغ
	١٠٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	٦٠٠٠	٧٠٠٠	٨٠٠٠	٩٠٠٠

عشرات الألوف	يغ	كغ	لغ	مغ	نغ	سغ	عغ	فغ	صغ
	١٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	٧٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٩٠٠٠٠
مئـــات الألوف	قغ	رغ	شغ	تغ	ثغ	خغ	ذغ	ضغ	ظغ
	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٣٠٠٠٠٠	٤٠٠٠٠٠	٥٠٠٠٠٠	٦٠٠٠٠٠	٧٠٠٠٠٠	٨٠٠٠٠٠	٩٠٠٠٠٠

عند تركيب الجمل يراعى أن يكون الحرف ذو العدد الأكثر هو المقدم ثم يليه العدد الأصغر فالأصغر وهكذا .

لنقدم بعض الأمثلة :

رب = ٢٠٠ + ٢ = ٢٠٢ ذلك لأن ر = ٢٠٠ ، ب = ٢

خس = ٦٠٠ + ٦٠ = ٦٦٠ ذلك لأن خ = ٦٠٠ ، س = ٦٠

ريح = ٢٠٠ + ١٠ + ٨ = ٢١٨ ذلك لأن ر = ٢٠٠ ، ي = ١٠ ، ح = ٨

تمه = ٤٠٠ + ٤٠ + ٥ = ٤٤٥ ذلك لأن ت = ٤٠٠ ، م = ٤٠ ، هـ = ٥

شعب = ٣٠٠ + ٧٠ + ٢ = ٣٧٢ ذلك لأن ش = ٣٠٠ ، غ = ٧٠ ، ب = ٢

وطريقة حساب الجمَّل استمرت مدة طويلة يستعملها العرب في العلوم . ويظهر تأثيرها في الجداول الفلكية ، وحساب الأوزان المختلفة للفلزات . ففي كتاب «القانون المسعودي» لأبي الريحان البيروني يكثر استعمال طريقة حساب الجمَّل ، لذا يتضح أن علماء العرب والمسلمين استمروا يستعملون طريقة حساب الجمَّل بعد ظهور الأرقام الهندية والعربية التي لا تزال تخدم البشرية إلى اليوم .

يقول محمد عبد الرحمن مرحبا في كتابه آنف الذكر : «إن الأمم لم تعرف الأعداد دفعة واحدة ، فقد عبرت عنها بالألفاظ أولاً ، غير أن الألفاظ لا يمكن أن تأتلف وطرائق الجمع والطرح والضرب والقسمة ، فكان لا بد من وضع رموز ترمز إليها ، وكانت هذه الرموز حروف الهجاء ، إذ الألفاظ تتألف من حروف . ومن هنا نشأت الأرقام الحرفية . فحرف الألف يرمز إلى الواحد ، وحرف الباء يرمز إلى الاثنين ، وحرف الجيم يرمز إلى الثلاثة ، وحرف الياء يرمز إلى العشرة إلخ . . . ومن الأرقام الحرفية التي تصنع الأعداد الأرقام الرومانية فالحرف V يرمز للخمسة ، والخمستان عندما تكون أحدهما مقلوبة X رمز للعشرة ، واللام L للخمسين والحرف C للمئة والدال D للخمسمئة والميم M للألف . وبتركيب هذه الحروف مع الواحد - ويرمزون إليه بخط رأسي I - صنعوا ما يشاؤون من أعداد . فخرجت الأعداد بذلك غلاظاً للقارئ وللحاسب على السواء . مثال ذلك العدد ٣٩٥٨ يكتب بالرومانية فيكون MMMCMLVIII . والعدد ٣٨٤٧ يكتب بالرومانية فيكون MMMDCCCXLVII وتزيد هذه الغلظة حينما نريد أن نجمع هذين العددين أو نطرح أحدهما من الآخر . وعندما نريد ضرب هذين العددين أو قسمتهما فسنخرج عن صوابنا» .

جعل علماء العرب والمسلمين علم الحساب ثلاثة مستويات :

الأول : الغباري ، وهذا يلزمه قلم وورق للقيام بالعمليات الحسابية والمعروف بالحساب الهندي . والذي أول من ألف فيه محمد بن موسى الخوارزمي سنة ٢٠٩هـ .

والثاني : الهوائي ، وهذا لا يحتاج إلى قلم وورق ، بل تجري العمليات الحسابية بالذهن ، وهذا النوع بالذات يحتاج إليه التجار والمسافرون والعوام لحساب أموالهم في الخيال دون الكتابة .

والثالث : حساب اليد ، وهو النظام الحسابي الذي كان منتشراً عند الفرس والسريان ، ويعرف بالنظام العقدي ، وجاءت هذه التسمية من عقد الأصابع بوضعيات مختلفة لتدل على أرقام معينة .

يمكن أن نقول : إن مصادر علم الحساب عند علماء العرب والمسلمين ثلاثة :

الأول : حساب اليد ويضم طريقة حساب الجمَّل .

الثاني : الحساب الهندي وهو المعروف بالحساب الغباري .

الثالث : الحساب اليوناني والذي ورثوه عن قدماء المصريين والبابليين .

كما قسم المسلمون الأعداد العربية إلى قسمين رئيسين هما : زوجي ، وفردي ، وعرَّفوا كلاً منهما ، فالعدد الزوجي هو العدد الذي يقبل القسمة على (٢) ويكتب على الصيغة (٢ن) حيث «ن» عدد صحيح ، والفردي ما ليس كذلك . كما صنف أبو الوفاء البوزجاني كتباً كثيرة في الحساب ، منها كتاب «المدخل الحفظي إلى صناعة الأرثماطيقي» ، و«كتاب فيما ينبغي أن يحفظ قبل الأرثماطيقي» وقد ركز في هذين الكتابين على المفاهيم الحسابية الدقيقة وتعريفاتها ، لذا فقد قسم أبو الوفاء البوزجاني العدد إلى «عدد تام إذا جمعت أجزاؤه كانت مساوية له» . فمثلاً (٦) عدد تام ، لأن مجموع قواسمه = ١ + ٢ + ٣ = ٦ ، أيضاً (٢٨) = ١٤ + ٧ + ٤ + ٢ + ١ = ٢٨ عدد تام ، أما العدد الزائد فهو العدد الذي يكون مجموع قواسمه أكبر منه ، فمثلاً (١٢) عدد زائد ، لأن مجموع قواسمه ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٦ = ١٦ ، وأخيراً العدد الناقص ، هو العدد الذي مجموع قواسمه أقل منه ، فمثلاً (٨) مجموع قواسمه = ١ + ٢ + ٤ = ٧ وكذلك (١٠) فإن أجزاءه ٥ و٢ و١ ومجموع هذه الأجزاء يكون ٥ + ٢ + ١ = ٨ . كما اهتم العرب بتطوير الأعداد المتحابة ،

وعرفوا العددين المتحابين بأن يكون مجموع عوامل العدد الأول مساوياً للعدد الثاني ، ومجموع عوامل الثاني يساوي العدد الأول ، فمثلاً (٢٢٠ و٢٨٤) هما عددان متحابان لأن مجموع قواسم ٢٢٠ هو ١ + ٢ + ٤ + ٥ + ١٠ + ٢٠ + ١١ + ٢٢ + ٤٤ + ٥٥ + ١١٠ = ٢٨٤ ومجموع قواسم ٢٨٤ هو ١ + ٢ + ٤ + ٧١ + ١٤٢ = ٢٢٠ . كما بحثوا في النسبة والمتواليات وقسموها إلى ثلاثة أنواع :

(١) المتواليات العددية .

(٢) المتواليات الهندسية .

(٣) المتواليات التوافقية التي استعملوها في استخراج الألحان والأنغام .

ابتداع الصفر :

العرب عرفوا الصفر منذ الأزل ، ويظهر ذلك من قول الرسول ﷺ : «إن ربَّكم حَيِيٌّ كريمٌ يستحيي من عبده إذا رفع يديه إلى السماء أن يردهما صِفْراً» . رواه أبو داود في «سننه» .

هناك بعض المؤرّخين في تاريخ العلوم يعتقدون أن الصفر يعتبر ابتكاراً بابلياً ، وهذا يظهر من قول ياسين خليل في كتابه «التراث العلمي العربي» : «كما أن استعمال الصفر في الحساب إبداع بابلي ظهر في العصر السلوقي ، وانتقل إلى اليونان وعاد إلى العرب . أو إن الحسابيين العرب والفلكيين منهم الذين استخدموا النظام الستيني قد ورثوا الصفر ضمن ما ورثوه من علم الحساب البابلي» . ولا شك أن علماء العرب والمسلمين هم الذين طوروا مفهوم الصفر الذي سهل العمليات الحسابية تسهيلاً لا حدود له ، وعرفوه بأنه المكان الخالي من أي شيء . . . ولكن هذا المفهوم يعني في الحقيقة الشيء الكثير . فمثلاً الفرق بين أربعة وبين أربعين هو الصفر . ويعتبر الرياضيون

(الصفر) أعظم اختراع وصلت إليه البشرية ، وفعلاً فإنه يستحيل دون الصفر وجود الكمية الموجبة والكمية السالبة مثلاً في علم الكهرباء ، والموجب والسالب في علم الجبر . ويصعب جداً دون الصفر الوصول إلى نظريات الأعداد التي تستعمل ويعتمد عليها بكثرة في الرياضة المعاصرة لإجراء عمليات الجمع والطرح باستخدام خط الأعداد . والجدير بالذكر أن أوروبا ظلت تتردد طيلة ٢٥٠ سنة قبل أن تقبل مفهوم الصفر ، ورغم فوائده الجمة ، واستمرت إلى القرن الثاني عشر في استعمال الأرقام الرومانية البالية ، وحاولت بكل قواها أن تبتعد عن استخدام الأرقام العربية بصفرها ، حتى فرضت الأعداد العربية نفسها لتفوقها الكبير على كل الأرقام الأخرى . فما وسع أوروبا إلا أن تستوردها أخيراً من المسلمين عبر البلدان الأوروبية الإسلامية ، مثل الأندلس وصقلية .

أطلق الهنود على الصفر اسم (صونيا) ويعنون بهذا مكاناً أبيض فارغاً ، والإيطاليون أسموا الصفر (زينورا) وكذلك الفرنسيون أسموه (تريبارتي) وتوجد له أسماء عديدة في مختلف اللغات ولكن كلها تعني المعنى الذي أعطي للصفر باللغة العربية بواسطة علماء المسلمين . وأخيراً سيطر اللفظ العربي نفسه على الألفاظ الأخرى في جميع لغات العالم .

وقبل أن يعرف العرب الصفر كانوا يستعملون اللوحة لكي يحفظوا للأرقام خاناتها الحقيقية ، وهذه اللوحة يمكن توضيحها بالرسم التالي :

فمثلاً ٢٠٣ تكتب كما هي في السطر الأول من الرسم ، ٤٠٢٠ تكتب كما هي في السطر الثاني ، و١٠٠ كما هي في السطر الأخير . وطبعاً كانت هذه الطريقة متعبة وتأخذ وقتاً طويلاً ، ولهذا اندثرت بعد استخدام الصفر .

	ب		ج
د		ب	
	أ		

ج = ٣
ب = ٢
د = ٤
أ = ١

وعندما طور المسلمون الصفر عبروا عنه بدائرة ومركزها نقطة . ففي المشرق (ونعني بذلك مصر وما في شرقها من بلاد المسلمين) احتفظ المسلمون بالنقطة «مركز الدائرة» واستعملوها مع أرقامهم فكانت

١ و٢ و٣ و٤ و٥ و٦ و٧ و٨ و٩ و٠ أما في المغرب وهي البلاد الإسلامية غرب مصر بما فيها الأندلس فقد احتفظوا بالدائرة دون مركزها فكانت أرقامهم كالآتي : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 .

ولقد كتب الأستاذ توفيق الطويل في كتابه «العرب والأعداد» : «الدائرة ومركزها تعتبر من اختراع المسلمين ، وهم الذين طوروه إلى الدرجة التي أصبح العالم الآن لا يمكنه الاستغناء عن استخدامه» .

والجدل القائم حول موضوع من اكتشف الصفر ، وإن كان عندنا شبه قناعة الآن أن علماء بابل أصحاب الفكرة ، ولكن أول من استخدم الصفر في العمليات الحسابية المعقدة هم علماء العرب والمسلمين ، ويظهر ذلك من قول كل من عمر فروخ في كتابه «عبقرية العرب في العلم والفلسفة» وعلي عبد الله الدفاع في كتابه «نوابغ علماء العرب والمسلمين في الرياضيات» أن أول كتاب ظهر فيه استعمال الصفر كان في العالم الإسلامي ، بينما كان أول نقش هندي نرى فيه الصفر بعد ظهور الصفر في العالم الإسلامي بثلاث سنوات تقريباً .

والجدير بالذكر أن العرب اختاروا النقطة لتعبر عن الصفر لأن النقطة ذات أهمية كبيرة في الكتابة العربية ، ويعتبرها العرب المميز والضابط بين الحروف . فعلى سبيل المثال إذا وضعت النقطة فوق الحرف (ب) كانت نوناً . وإذا كانت النقطة أسفل كانت باءً . وإذا كانت النقطتان من أسفل كانت ياء وهلم جراً . من هذا المنطلق استعمل العرب النقطة لتعبر عن الصفر مع الأعداد العربية فأعطوها الوظيفة التي لها مع حروف الضبط والتمييز ، فمثلاً : الواحد إذا وضع نقطة من اليمين صار عشرة ، والخمسة إذا وضعت نقطتان من اليمين صارت خمسمائة ، وهكذا يتضح من هذا أن العرب ثبتوا الصفر واستعملوه في عملياتهم الحسابية وكتابتهم اللغوية .

كما أن للصفر مميزات عديدة ومن أهمها اكتشاف الكسر العشري الذي له الفضل الجليل في اختراع الحاسوب (Camputer) مثلاً . . فقد اعترف المؤرّخ الألماني لوكي المشهور في تاريخ الرياضيات أنه يجب أن ينسب اختراع الكسور العشرية إلى العالم الرياضي المسلم الشهير جمشيد بن محمود غياث الدين الكاشي الذي توفي عام ٨٣٩هـ . وهو رياضي وفلكي ، ومن كتبه «مفتاح الحساب» و«الرسالة المحيطة» . ولقد ادعى الغربيون تعصباً أن العالم الهولندي سيمون ستيفن (٩٩٣هـ) هو مبتكر الكسر العشري رغم أنهم يعرفون أن ستيفن هذا أتى بعد الإقليدسي بقرابة ٦٥٠ سنة . والحقيقة أن موضوع الكسور العشرية ومن ابتكرها من علماء العرب والمسلمين حوله بعض التساؤلات . فأبو الحسن أحمد الإقليدسي تحدث عن الكسور العشرية في كتابه «الفصول في الحساب الهندي» سنة ٣٤١هـ ، وهو أول من استعملها بطريقة علمية تعطيه الحق أن يكون مبتكرها . ثم جاء أبو الحسن علي بن

أحمد النسوي فطور في الكسور العشرية واستعملها في كتابه «المقنع في الحساب الهندي» قبل سنة ٤٢١هـ . أما السموأل المغربي المتوفى سنة ٥٧٠هـ فقدم الكسور العشرية في كتابه «القوامي في الحساب الهندي» تقديماً علمياً مدهشاً . ولكن الذي جمع هذه الأفكار كلها حول الكسور العشرية ، وبلورها ووضعها في قالب علمي مقبول كما نراه اليوم هو جمشيد ابن محمود غياث الدين الكاشي المتوفي سنة ٨٣٩هـ ، لذا ليس بالغريب أن نجد بعض علماء الغرب المنصفين ينسبون اكتشاف الكسور العشرية للكاشي . والآن هناك إجماع بين مؤرّخي العلوم والرياضيات أن الكسور العشرية من ابتكارات علماء العرب والمسلمين . كما ورد أيضاً في الرسالة المحيطة للكاشي النسبة بين محيط الكرة وقطرها التي يطلق عليها «ط» بالكسر العشري ، وقد أعطي قيمة «ط» صحيحة لستة عشر رقماً عشرياً كالآتي :

٢ ط = ٦,٢٨٣١٨٥٠٧١٧٩٥٨٦٥ ولم يسبقه أحد من العلماء في إيجاد قيمة «ط» بهذه الطريقة المتناهية الدقة . كما أن المسلمين استعملوا الكسر العشري في عملياتهم الحسابية وأوصلوها إلى الأندلس في نفس القرن الذي أوصل الأرقام العربية بصفرها إلى أوروبا ليونارد فيبوناسي الإيطالي الجنسية الذي عاش فيما بين ٦٢٢-٦٦٨هـ ، ولقد تلقى فيبوناسي علم الرياضيات عن علماء المسلمين المشهورين ، فقد كان والده من التجار الإيطاليين الذين يتعاطون مع المسلمين التجارة ، وكثير من المؤرخين في علم الرياضيات يعتبرون أن فيبوناسي هذا هو الذي أنقذ أوروبا باستعمالها الأرقام العربية بصفرها .

العمليات الحسابية :

في بداية الأمر اتبع المسلمون الطريقة اليونانية في العمليات الحسابية المسماة بالجمع والطرح والضرب والقسمة والتي ورثوها عن قدماء المصريين والبابليين ، ولكنهم لم يستمروا عليها طويلاً بل أدخلوا تحسينات كثيرة حملت اسم المسلمين كما هو معروف عند علماء الرياضيات . وأخيراً توصلوا إلى طرق جديدة في أسلوب متميز في إجراء العمليات الحسابية ، فاستعمل علماء العرب والمسلمين وضع المحفوظات في سطر خاص لإجراء عمليات الجمع مثال :

شكل رقم (١)

جمع الأعداد	
٤٤٥٦٨	
٦٤٣٢	
١٦٠٨٧	
١١١١	المحفوظات
٦٧٠٨٧	المجموع

شرح طريقة الجمع : وضعوا الآحاد فوق بعض والعشرات فوق بعض . . . إلخ ثم جمعوا الآحاد مع بعضها ووضعوا المحفوظ في سطر خاص تحت العشرات كما هو في الشكل رقم (١) . وكذلك جمعوا العشرات مع بعضها ووضعوا المحفوظ تحت المئات وهكذا استمروا .

أما الطرح ويسمونه علماء العرب والمسلمين التفريق ، فقد اتبعوا فيه طريقة وضع المنقوص منه تحت المنقوص ثم تدوين الباقي ، مثال :

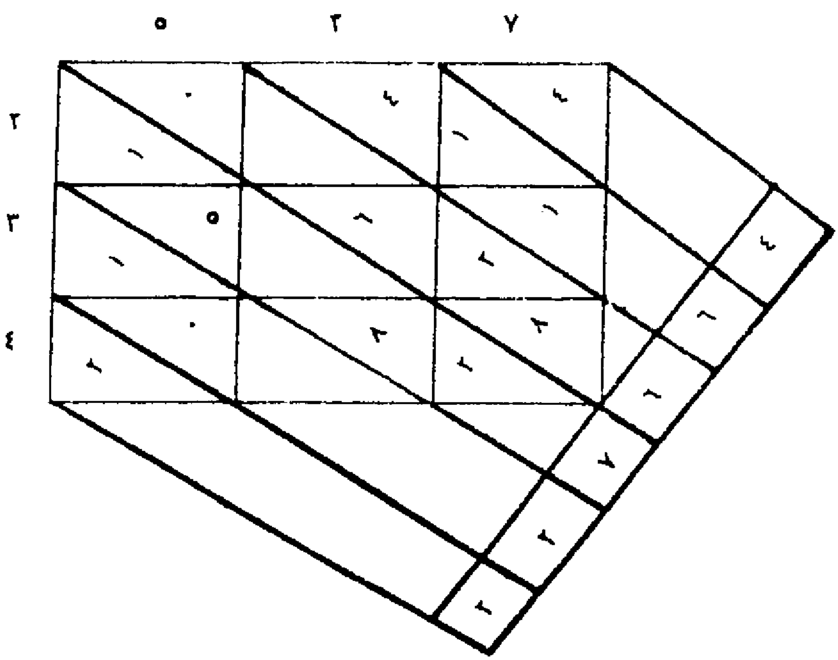
٧٥٦٤	المنقوص
٢٥٩٨٤٨	المنقوص منه
٢٥٢٢٨٤	الباقي

استخدم المسلمون طريقة الشبكة لإجراء عملية الضرب وهذه الطريقة تمتاز بسهولة فهمها وطابعها المنطقي ولقد أوصى بعض علماء الرياضة التربوية أنه من المستحب استخدامها في المدارس الابتدائية الآن . . لقد اتبع ليوناردو فيبوناسي العالم المشهور الذي تلقى علمه في مدارس المسلمين طرقاً عديدة للقسمة ، واعتز بأنه تلقاها لأول مرة من أساتذة مسلمين وهذه الطرق بدون شك توضح خبرة رياضية عظيمة .

شرح طريقة الضرب :

استخدم علماء العرب والمسلمين طريقة الشبكة وفيها تقسم ورقة أو لوح الكتابة إلى مربعات تشبه لوح الشطرنج وتوصل الأقطار . وكمثال على ذلك يوضح الشكل رقم (٢) حاصل ضرب ٥٢٧ × ٤٣٢ ، ولإيجاد حاصل الضرب بهذه الطريقة تتبع الخطوات الآتية :

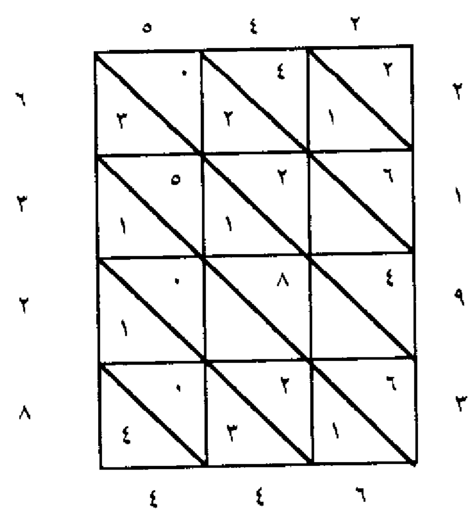
توضح مكونات العددين في أعلى وعلى يسار المستطيل ويكون حاصل الضرب في كل خلية ، وبهذا يأخذ حاصل ضرب عنصري العمودين الأفقي والرأسي ، وتسجيل الآحاد أعلى القطر والعشرات أسفله ويحدد حاصل ضرب العددين الأساسيين بجمع الأعداد في كل قطر كما هو في الشكل رقم (٢) .



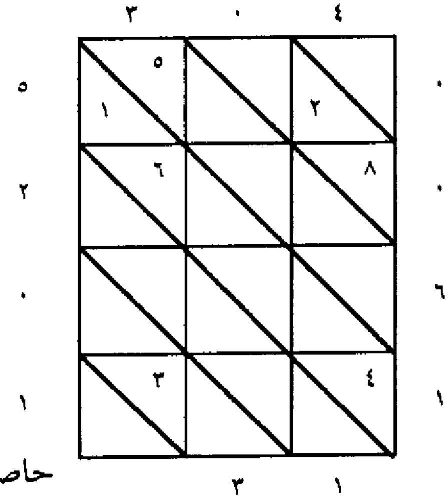
∴ ٥٢٧ × ٤٣٢ = ٢٢٧٦٦٤

الشكل رقم (٢) الضرب بطريقة الشبكة عند المسلمين

مثال (١) : اضرب ٥٤٢ × ٨٢٣٦ = ٤٤٦٣٩١٢

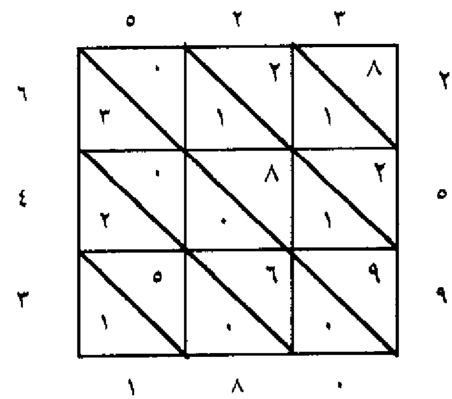


مثال (٢) : اضرب   (أ) ٣٠٤ × ١٠٢٥

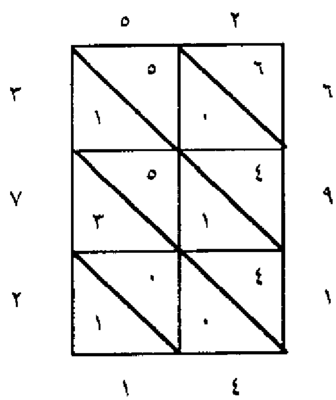


حاصل الضرب = ٣١١٦٠٠

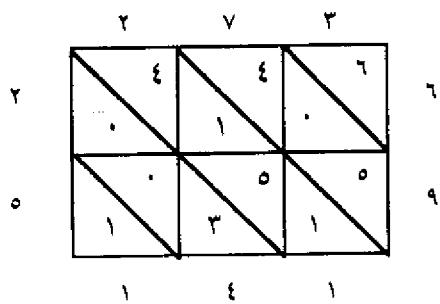
(ب) ٥٢٣ × ٣٤٦ = ١٨٠٩٥٢



(حـ) ٥٢ × ٢٧٣ = ١٤١٩٦



(د)



كما أن علماء الرياضيات أجمعوا على أن الطريقة التي استعملها المسلمون في العصور الوسطى تعتبر أحسن وأدق من الطرق التي استعملت قبلهم ، وهذا يظهر في كتاب «مختصر تاريخ الرياضيات» ، الذي كتبه فراسا نفورد . ولحسن الحظ تم العثور على مخطوطة قيمة في عام ١٩٧١م في لندن ، وهذه المخطوطة توجد في المكتبة الهندية في لندن وهي توضح الطريقة التي استعملها المسلمون ، وهي أقدم طريقة للقسمة المطولة عرفت في الدولة الإسلامية . وسنورد أمثلة لنوضح هذه الطريقة .

مثال (١) : اقسم ١٧٥٦٨ على ٤٧٢ ولهذا الغرض نقسم صفحة من الورق إلى أعمدة عددها مساو لعدد الأرقام في العدد المراد قسمته ويكتب العدد المراد قسمته في أعلى الصفحة ويكتب المقسوم عليه في أسفلها وذلك بجعل الرقم الأول لكل عدد في الجهة اليسرى في الورقة . فإذا أخذنا في ذلك الجهة اليمنى من الورقة نجد أن ناتج قسمة ١ على ٤ هو صفر لذلك فإن الرقم الأول في المقسوم هو صفر يكتب تحت آخر رقم من المقسوم عليه وهذا موضح في الشكل رقم (٣ - أ) ، أما في الشكل رقم (٣ - ب) فقد كتب القاسم ٤٧٢ فوق موضعه السابق مباشرة بإزاحة خانة نحو اليمين ثم تشطب الأرقام الأولى في الشكل (٣ - أ) . ولو واصلنا بعد ذلك نجد أن ٤ تقسم الـ ١٧ إلى ٤ بالتساوي وباقي ١ كمحاولة ، ولكن ٤ كبيرة جداً بالنسبة للرقم الأول في المقسوم فيختار ٣ ، لذلك نكتب الـ ٣ تحت الرقم الأخير من المقسوم عليه ، وعملية ضرب المقسوم عليه في ٣ وطرح الناتج من المقسوم كالآتي :

نضرب ٣ × ٤ = ١٢ ، نضعها تحت ١٧ في المقسوم ثم نطرح ، فالباقي ٥٥٦٨ ثم نضرب ٣ × ٧ = ٢١ ، ونضعها تحت ٥٥ ثم نطرح ، فالباقي ٣٤٦٨ ثم نضرب ٣ × ٢ = ٦ ونضعها تحت ٦ ثم نطرح فنحصل على ٣٤٠٨ وتتكرر

العملية نفسها ، أي بقسمة العدد ٣٤٠٨ على ٤٧٢ فيكون الناتج ٣٧ والباقي ١٠٤ ، وهذا موضح في شكل (٣ - جـ) الذي يوضح العملية كاملة .

١	٧	٥	٦	٨
~~٤~~	~~٧~~	~~٢~~		

(شكل ٣ - أ)

١ ١	٧ ٢	٥	٦	٨
	٥ ٢	٥ ١	٦	٨
	٣	٤	٦ ٦	٨
	٣ ٤	٤ ٧	٠ ٢	٨
		٠	٣	

(شكل ٣ - ب)

١ ١	٧ ٢	٥	٦	٨	
	٥ ٢	٥ ١	٦	٨	
	٣	٤	٦ ٦	٨	
	٣ ٢	٤ ٨	٠	٨	
		٦ ٤	٠ ٩	٨	
		١	١ ١	٨ ٤	
		١	٠	٤	الباقي
~~٤~~	~~٤~~ ~~٧~~	٤ ~~٧~~ ~~٢~~	٧ ~~٢~~	٢	
		٠	٣	٧	

(شكل ٣ - جـ)

شكل (٣) (مثال على القسمة)

مثال (٢) :

أقسم $\frac{423150}{525}$ $\frac{278450}{525}$

٤	٢	٣	١	٥	٠
٤	٠				
	٢	٣	١	٥	٠
	١	٦			
		٧	١	٥	٠
		٤	٠		
		٣	١	٥	٠
		٣	٠		
			١	٥	٠
			١	٢	
				٣	
				٣	٠
				٠	٠
			٥	٢	٥
		~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~	
	~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~		
~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~			
		٠	٨	٠	٦

٢	٧	٨	٤	٥	٠
٢	٥				
	٢	٨	٤	٥	٠
	١	٠			
	١	٨	٤	٥	٠
		٢	٥		
	١	٥	٩	٥	٠
	١	٥			
			٩	٥	٠
			٦		
			٣	٥	٠
			١	٥	
الباقي	←		٢	٠	٠
			٥	٢	٥
		~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~	
	~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~		
~~٥~~	~~٢~~	~~٥~~			
		٠	٥	٣	٠

مثال (٣) :

اقسم ٤٢٣٥٥٠ على ٢٥

الحل : نجري الخطوات نفسها التي تمت في المثال (١)

٤ ٢	٢	٣	٥	٥	٠
٢	٢ ٥	٣	٥	٥	٠
١ ١	٧ ٢	٣	٥	٥	٠
	٥ ٣	٣ ٠	٥	٥	٠
	٢ ١	٣ ٨	٥	٥	٠
		٥ ٤	٥ ٥	٥	٠
		١	٠ ٨	٥	٠
			٢ ٢	٥ ٠	٠
				٥ ٤	٠
				١ ١	٠
				٠	٠
				٢	٥
			~~٢~~	~~٥~~	
		~~٢~~	~~٥~~		
	~~٢~~	~~٥~~			
~~٢~~	~~٥~~				
	١	٦	٩	٤	٢

يكون ناتج القسمة ١٦٩٤٢

مثال (٤) :

اقسم ٥٦٨٨٧٤ على ١٢٣٤

الحل : نجري الخطوات نفسها التي تمت في الأمثلة (١) و(٢) و(٣)

٥ ٤	٦	٨	٨	٧	٤
١	٦ ٨	٨	٨	٧	٤
	٨ ١	٨ ٢	٨	٧	٤
	٧	٦ ١	٨ ٦	٧	٤
	٧ ٦	٥	٢	٧	٤
	١ ١	٥ ٢	٢	٧	٤
		٣ ١	٢ ٨	٧	٤
		١	٤ ٢	٧ ٤	٤
		١ ١	٢ ٢	٣ ٣	٤ ٤
		٠	٠	٠	٠
		١	٢	٣	٤
~~١~~	~~١~~ ~~٢~~	~~٢~~ ~~٣~~	~~٣~~ ~~٤~~	~~٤~~	
			٤	٦	١

يكون ناتج القسمة ٤٦١

فكرة الكسور :

مما لا شك فيه أن علماء المسلمين هم الذين اكتشفوا الكسر العشري بما هو عليه الآن بفارزته ، وكما ذكرنا آنفاً بأن بول لوكي الألماني وغيره من علماء الغرب والشرق اعترفوا أن اختراع الكسر العشري يجب أن ينسب للعالم المسلم غياث الدين الكاشي ، وليس للعالم الغربي سيمون ستيفن الذي أتى بعد الكاشي بحوالي ١٧٥ سنة . ويذكر جلال مظهر في كتابه «أثر العرب في الحضارة الأوروبية – نهاية عصور الظلام وتأسيس الحضارة الحديثة» : «ينسب استعمال الكسر العشري للعالم الرياضي ستيفن في حين أن العالم الرياضي غياث الدين جمشيد الكاشي كان أول من وضع علامة الكسر العشري واستعملها قبل ستيفن بأكثر من ١٧٥ سنة ، وبين فوائد استعمالها وطريقة الحساب بها» وذكرنا آنفاً أن هناك علماء من علماء العرب والمسلمين مثل الإقليدسي والنسوي والسموأل سبقوا الكاشي ، ولكن المعروف بين مؤرخي العلوم سابقاً أن الكاشي هو مبتكر الكسور العشرية . وقد يظهر علماء آخرون من علماء العرب والمسلمين لهم السبق في تطوير واكتشاف الكسور العشرية . على كل حال فإن الكاشي هو الذي وصل بالكسور العشرية إلى ما هي عليه في هذه الأيام .

إن أقدم معرفة للكسور الاعتيادية تنسب إلى ليلافتي الهندي الذي توفي سنة (١١٥٠م) ولقد كان ليلافتي يكتب الكسور الاعتيادية جاعلاً البسط في الأعلى والمقام في الأسفل ولا خط بينهما ، فمثلاً $\frac{٣}{١١}$ كانت تكتب $\begin{matrix}٣\\١١\end{matrix}$. أما العدد المكون من كسر وعدد صحيح فكان العدد الصحيح يكتب فوق الكسر فمثلاً $٨\frac{٣}{٤}$ كانت تكتب $\begin{matrix}٨\\٣\\٤\end{matrix}$. ويعزى إدخال الخط الفاصل بين

البسط والمقام إلى أبي العباس أحمد الأزدي المعروف بابن البناء المراكشي (٦٥٤-٧٣١هـ) فلكتابة الكسر بطريقة المسلمين الثلاثة أرباع كالآتي : $\frac{٣}{٤}$. وللدلالة علـى ٣ و $\frac{٣}{٤}$ تستخدم الصورة $٣ \frac{٣}{٤}$ ويعود الفضل للرياضيين المسلمين في أنهم أول من استخدم الكسور الاعتيادية بطريقة علمية أدهشت العقول .

كتب لويس شارلز كاربنسكي يقول : إنه من المؤكد أن رموزنا في الكسور تعتمد على الأشكال العربية ، والكلمة العربية للكسر مشتقة من الفعل كسر . كما أن الكتب القديمة في علم الحساب استخدم فيها كلمة Fractio وهي تدل على الكسر بينما استخدم ليوناردو (من بيزا) وجون (من ميور) في القرن الرابع عشر الميلادي كلا من Fractio و Minutum Ruptus وكلاهما تدلان على الكسر أو الجزء .

ويقول العالم الرياضي المشهور ل . قودستين في مقالة بعنوان «الأعداد العربية» والتي نشرتها مجلة (Mathematical gazette) : «إن وصول الرياضيات لما هي عليه الآن يرجع إلى ابتكار المسلمين لعملياتهم الحسابية العظيمة» .

طريقة إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية :

لقد تأثر علماء العرب والمسلمين الأوائل بالطريقة التي استخدمها كل من قدماء المصريين وعلماء بابل لإيجاد الجذور التربيعية ، ولكنهم أدخلوا بعض التعديلات عليها . عرف محمد بن موسى الخوارزمي (١٦٤-٢٣٥هـ) القانون الآتي : $\sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{م}{٢ ن}$ بحيث إن : ن ، م عددان صحيحان .

مثال :

أوجد الجذر التربيعي للعدد ١١

الحل :

بما أن $\sqrt{\text{ن}^{٢} + \text{م}} = \text{ن} + \frac{\text{م}}{٢\,\text{ن}}$

إذن $\sqrt{١١} = \sqrt{٣^{٢} + ٢} \Longleftarrow \text{ن} = ٣ \text{ ، } \text{م} = ٢$

لذا $\sqrt{١١} = ٣ + \frac{٢}{٦} = ٣\frac{١}{٣} = ٣,٣٣\overline{٣}$

استفاد أبو الوفاء البوزجاني (٣٢٨-٣٨٨هـ) من الأفكار التي قدمها علماء العرب والمسلمين وفي مقدمتهم محمد الخوارزمي حول الجذر التربيعي .

ولكنه أضاف أيضاً القانون $\sqrt{\text{ن}^{٢} - \text{م}} = \text{ن} - \frac{\text{م}}{٢\,\text{ن} + ١}$ في حالة أن م كبيرة جداً أو صغيرة جداً .

أما أبو بكر الكرخي (ت ٤٢١هـ) فقد طور أيضاً في قانون الخوارزمي لإيجاد الجذر التربيعي ، فذكر أن $\sqrt{\text{ن}^{٢} + \text{م}} = \text{ن} + \frac{\text{م}}{٢\,\text{ن} + ١}$.

فمثلاً لإيجاد جذر الرقم (١١)

نجد أن $\sqrt{١١} = ٣ + \frac{٢}{٦ + ١} = ٣\frac{٢}{٧} = ٣,٢٨٦$ وتمتاز طريقة الكرخي عن طريقة الخوارزمي في حالة الجذر التربيعي للعدد المربع .

مثال : أوجد جذر (٩) بطريقة كل من الكرخي والخوارزمي السابقين .

باستخدام قانون الكرخي إذن $\sqrt{٩} = \sqrt{٢^{٢} + ٥}$ ، $\text{ن} = ٢ \text{ ، } \text{م} = ٥ \Longleftarrow$

$\sqrt{٩} = ٢ + \frac{٥}{٤ + ١} = ٢ + \frac{٥}{٥} = ٢ + ١ = ٣$. بينما في حالة استخدام قانون الخوارزمي يكون ذلك $٩ = ٢ + \frac{٥}{٤} = ٣\frac{١}{٤}$ وهذا غير صحيح . كما عمم الكرخي

قانونه السابق لإيجاد أي جذر $\sqrt[ب]{ن^{ب} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{ب} - ن^{ب}}$.

والتعليل على ذلك يكمن بالآتي : اجعل ب = ٢ $\Leftarrow$ $\sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{٢} - ن^{٢}} = ن + \frac{م}{ن^{٢} + ٢ن + ١ - ن^{٢}} = ن + \frac{م}{٢ن + ١}$ وهذه صيغة قانون الكرخي لإيجاد الجذر التربيعي .

فعندما بدأ الكرخي يفكر في الحصول على الجذر التكعيبي ، حاول وبكل نجاح أن يطبق القانون العام

$$\sqrt[ب]{ن^{ب} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{ب} - ن^{ب}} ،$$

فمثلاً $\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{٣} - ن^{٣}}$.

لذا لإيجاد الجذر التكعيبي للعدد ٩ نجد أن $\sqrt[٣]{٩} = \sqrt[٣]{٢^{٣} + ١}$ $\Leftarrow$ ن = ٢ ، م = ١ . إذن $\sqrt[٣]{٩} = ٢ + \frac{١}{٢٧ - ٨} = ٢\frac{١}{١٩} = ٢,٠٥٣$. وهكذا تمكن العلامة الكرخي أن يكون بمقدرته أن يحصل على الجذر التكعيبي لأي عدد . وهذه القاعدة يمكن أن تطبق في حال أن الجذر لعدد يكون أعلى من الجذر التكعيبي .

ولقد استفاد أبو بكر بن عبد الله الحصار المتوفى سنة ٥٧٠هـ من القوانين التي استخدمها علماء العرب والمسلمين الأوائل ، ولكنه أبدع في إيجاد طريقة علمية لإيجاد الجذر التربيعي لأي عدد ، وتفوق بذلك على الجميع .

ويذكر ديفيد يوجين سمث في كتابه «تاريخ الرياضيات» المجلد الثاني أن أبا بكر بن عبد الله الحصار (ت ٥٧٠هـ) اهتم اهتماماً بالغاً في تطور قانون إيجاد الجذر التربيعي حتى وصل إلى :

$\sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{م + ١}{٢ن + ٢}$ مثلاً لإيجاد الجذر التربيعي للعدد $\sqrt{٥}$ نجد

$$\sqrt{٢^{٢} + ١} = \sqrt{٢^{٢} + ١} \Rightarrow ن = ٢ ، م = ١$$

إذن $\sqrt{٥} = \sqrt{٢^{٢} + ١} = ٢ + \frac{١ + ١}{(٢)(٢) + ٢} = ٢ + \frac{٢}{٦} = ٢\frac{١}{٣} = ٢,٣\overline{٣٣}$.

كما طور الحصار قانوناً آخر يمتاز بالدقة المتناهية ألا وهو

$\sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{م}{٢ن} - \frac{\left(\frac{م}{٢ن}\right)^{٢}}{٢\left(ن + \frac{م}{٢ن}\right)}$ لذا الجذر التربيعي للعدد (٥) يكون

$$\sqrt{٥} = ٢ + \frac{١}{٤} - \frac{\left(\frac{١}{٤}\right)^{٢}}{٢\left(٢ + \frac{١}{٤}\right)} = ٢ + \frac{١}{٤} - \frac{\frac{١}{١٦}}{٢\left(\frac{٩}{٤}\right)} = ٢ + \frac{١}{٤} - \frac{\frac{١}{١٦}}{\frac{٩}{٢}} = ٢ +$$

$$\frac{١}{٤} - \frac{١}{١٦} \times \frac{٢}{٩} + ٢ = \frac{١}{٤} - \frac{١}{(٨)(٩)} = ٢ + \frac{١}{٤} - \frac{١}{٧٢} = ٢ + \frac{١٨ - ١}{٧٢} =$$

$٢ + \frac{١٧}{٧٢} = ٢,٢٣٦١$ بينما القيمة الحقيقية للجذر (٥) من الجداول الرياضية الحديثة ٢,٢٣٦٠٧ ، وباستخدام الحاسوب نجد أن قيمة

$\sqrt{٥} = ٢,٢٣٦٠٦٧٩$ ، فالقيمة التي توصلنا إليها باستعمال قانون أبي بكر الحصار تدل على أنه توصل إلى نتائج في موضوع إيجاد الجذر التربيعي فائقة الدقة ، بل تضاهي القيمة العددية التي نحصل عليها الآن باستخدام الحاسوب .

ويبدو واضحاً أن علماء العرب استخدموا قانون الحصار الأخير في عمل جداولهم للجذور التربيعية التي يستعملونها في حياتهم العملية . ومن المؤسف حقاً أنهم لم ينوهوا عن دور العلامة أبي بكر الحصار ، علماً أنه أبدع في قانونه لإيجاد الجذر التربيعي الذي يستخدمه علماء الغرب إلى يومنا هذا .

ولقد درس أبو الحسن علي القرشي البسطي المعروف بالقلصادي (٨٢٥-٨٩١هـ) طرق علماء العرب والمسلمين في إيجاد الجذر التربيعي لأي عدد أصم . لذا يذكر فرانسيس كاجوري في كتابه «المدخل إلى تاريخ الرياضيات» أن القلصادي أعطى قيمة تقريبية للجذر التربيعي للكمية ($ن^{٢} + م$) ، والقيمة التقريبية هي $\frac{٤ن^{٣} + ٣ن م}{٤ن^{٢} + م}$ التي استعملها كل من الإيطاليين ليوناردو أوف بيزا وتارتا كليا وغيرهما من علماء الغرب ووضعوه في الصيغة الآتية :

$$\sqrt{ن^{٢} + م} = \frac{٤ن^{٣} + ٣ن م}{٤ن^{٢} + م} = ن + \frac{٢ن م}{٤ن^{٢} + م}$$

وللأسف نسبوه لأنفسهم بدون الاعتراف بدور القلصادي . والحق أنهم عملوا قسمة البسط على المقام .

لذا نستطيع القول :

مثلاً لإيجاد الجذر التربيعي للعدد (١٠) بطريقة القلصادي ،

نجد أن $\sqrt{١٠} = \sqrt{٣^{٢} + ١} \Longleftarrow ن = ٣ ، م = ١$

إذن $\sqrt{١٠} = ٣ + \frac{٢(٣)(١)}{٤(٣^{٢}) + ١} = ٣ + \frac{٦}{٣٦ + ١} = ٣ + \frac{٦}{٣٧} = ٣,١٦٢٢$ ، بينما القيمة باستخدام الحاسوب $\sqrt{١٠} = ٣,١٦٢٢\overline{٧}$.

وفي عهد النهضة الأوروبية عرف علماء الغرب جميع القوانين التي ابتكرها واستعملها علماء العرب والمسلمين لإيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية من خلال كل من (ليوناردو أوف بيزا) و(تارتا كليا) وغيرهما . ولقد ادعى كل من ليوناردو أوف بيزا وتارتا كليا اكتشاف القانون الخاص بالجذور التكعيبية . وللأسف نسب علماء الغرب القانون الخاص بالجذور التكعييبة $\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{٣ن^{٢} + ٣ن + ١}$ لهما ، والذي يعتبر حالة خاصة من القانون العام لإيجاد الجذر التكعيبي لأبي بكر الكرخي ، حيث إن القانون العام لإيجاد الجذور عند الكرخي $\sqrt[ب]{ن^{ب} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{ب} - ن^{ب}}$.

فمثلاً إذا كانت ب = ٣

فإن $\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{(ن+١)^{٣} - ن^{٣}}$

$$= ن + \frac{م}{ن^{٣} + ٣ن^{٢} + ٣ن + ١ - ن^{٣}}$$

$$= ن + \frac{م}{٣ن^{٢} + ٣ن + ١}$$

وهكذا اتضح لطالب العلم طريقة الانتحال عند علماء الغرب ، وللأسف الشديد استمروا بمنهجهم المعيب إلى يومنا هذا ، لذا من الضروري دراسة

إسهامات علماء العرب في العلوم الرياضية من مصادرها الأصيلة ، لإبراز هذه السرقات الخطيرة ، وإسنادها إلى أهلها .

مثال :

أوجد الجذر التكعيبي للعدد (٩) باستخدام القانون الخاص للكرخي :

$$\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{٣ن^{٢} + ٣ن + ١}$$

الحل :

$$\sqrt[٣]{٩} = \sqrt[٣]{٢^{٣} + ١} \Leftarrow ن = ٢ ،\ م = ١$$

إذن $\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{٣ن^{٢} + ٣ن + ١} \Leftarrow \sqrt[٣]{٩} = ٢ + \frac{١}{٣(٢^{٢}) + ٣(٢) + ١}$

$$= ٢ + \frac{١}{١٢ + ٦ + ١} = ٢ + \frac{١}{١٩} = ٢\frac{١}{١٩} = ٢,٠٥٣$$

يتضح أن (ليوناردو أوف بيزا) و(تارتا كليا) لم يبتكرا القانون الخاص

بإيجاد قيمة الجذر التكعيبي $\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{٣ن^{٢} + ٣ن + ١}$ ،

ولكنهما أخذاه من القانون العام لإيجاد الجذور لأبي بكر الكرخي :

$\sqrt[٣]{ن^{٣} + م} = ن + \frac{م}{(ن + ١)^{٣} - ن^{٣}}$ كما أوضحناه .

وقد ورث علماء الغرب من علماء العرب والمسلمين قوانين كثيرة تدور حول إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية إضافة لما ذكرناه آنفاً فإن هناك قانونين هامين من ابتكارات علماء العرب والمسلمين وهما :

الأول : لإيجاد الجذر التربيعي $\sqrt{\text{أ}}$ باعتبار (ب) أقرب جذر يكون $\sqrt{\text{أ}} = \text{ب} + \frac{\text{أ} - \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٢ب} + \text{١}}$ ، مثلاً لإيجاد الجذر التربيعي $\sqrt{\text{١٠}}$ أقرب جذر هو

$$\text{٣} \Leftarrow \sqrt{\text{١٠}} = \text{٣} + \frac{\text{١٠} - \text{٩}}{\text{٦} + \text{١}} = \text{٣}\,\frac{\text{١}}{\text{٧}} = \text{٣,١٤٢٩}$$

الثاني : لإيجاد الجذر التكعيبي $\sqrt[\text{٣}]{\text{أ}}$ باعتبار (ب) أقرب جذر يكون

$\sqrt[\text{٣}]{\text{أ}} = \text{ب} + \frac{\text{أ} - \text{ب}^{\text{٣}}}{\text{٣ب}^{\text{٢}} + \text{٣ب} + \text{١}}$ ، مثلاً لإيجاد الجذر التكعيبي $\sqrt[\text{٣}]{\text{٩}}$

أقرب جذر هو ٢ $\Leftarrow \sqrt[\text{٣}]{\text{٩}} = \text{٢} + \frac{\text{٩} - \text{٨}}{\text{٣}(\text{٤}) + \text{٣}(\text{٢}) + \text{١}} = \text{٢} + \frac{\text{١}}{\text{١٢} + \text{٦} + \text{١}} =$

$\text{٢}\,\frac{\text{١}}{\text{١٩}} = \text{٢,٠٥٣}$. وهذان القانونان صارا أكثر انتشاراً لسهولتهما وعدم معرفة أصحابهما . وهذه الظاهرة برزت عند علماء الغرب في جميع أعمالهم العلمية لكي ينسبوها لعلمائهم . على كل حال الاجتهادات كثيرة عند علماء العرب والمسلمين حول إيجاد الجذر التربيعي لأي عدد أصم ، ولكن المدهش هو القانون الذي توصل إليه أبو بكر الحصار

$$\sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{م}{٢ن} - \frac{(\frac{م}{٢ن})^{٢}}{٢\,(ن + \frac{م}{٢ن})}$$ والذي توصلنا باستخدامه على قيمة

تكاد تكون القيمة الحقيقية $\sqrt{١٠}$ = ٣,١٦٢٣ . علماً أن أبا بكر الحصار ليس من علماء الرياضيات المعروفين في الرياضيات أمثال الخوارزمي ، وثابت بن قرة ، والكرخي ، وعمر الخيام ، ونصير الدين الطوسي ، والقلصادي ، والمجريطي وغيرهم . ولكنه من علماء العرب والمسلمين في ميدان الحساب الذين خدموا الحضارة العربية والإسلامية خدمة جليلة ، فالله دره .

اللوغاريتمات :

تعريف اللوغاريتم المتداول في معظم كتب الرياضيات التقليدية والحديثة هو : لوغاريتم العدد (ع) هو أس القوة التي يرفع إليها عدد ما ، وليكن (ن) ، ويسمى العدد (ن) الأساس ، لينتج العدد (ع) ، كما يتضح ذلك في العلاقة ($ع = ن^{م}$) . وقد اتفق على استعمال «لو» اختصاراً لكلمة لوغاريتم وتسمية (م) بلوغاريتم العدد (ع) للأساس (ن) لذا يكتب قانون اللوغاريتمات بالصيغة الآتية : لو ع = م لو ن . يقول عمر فروخ في كتابه «تاريخ العلوم عند العرب» : «اللوغاريتمات في الأصل حد في متوالية حسابية تبدأ بالصفر يقابل الحد المطلوب في متوالية هندسية يبدأ بالواحد ، وفي الاصطلاح : هو الأس الدال على المقدار الذي يجب أن نرفع إليه عدداً معيناً أكثر من الواحد نسميه الأساس حتى نحصل على العدد المطلوب» . ويجدر بنا أن نقدم للقارئ مثالاً للإيضاح :

مثال (١) :

احسب قيمة $(١٣,٨٤)^{٨}$.

الحـل :

نفرض أن ع = $(١٣,٨٤)^{٨}$.

لوع = لو $(١٣,٨٤)^{٨}$.

= ٨ لو ١٣,٨٤ . (١) .

ولكن لو ١٣,٨٤= ١,١٤١٢ من جداول اللوغاريتمات (٢) .

من (١) و (٢) لوع = ٨ (١,١٤١٢) .

= ٩,١٢٩٦ .

إذن ع = ١٣٤٨ × $١٠^{٦}$ من جدول اللوغاريتمات .

لو أردنا أن نحصل على قيمة المقدار $(١٣,٨٤)^{٨}$ بالطريقة الحسابية العادية ، لاحتجنا أن نضرب العدد ١٣,٨٤ في نفسه سبع مرات . وهذا بدون شك عمل مضن للغاية .

ومما لا يقبل الشك أن استخدام اللوغاريتمات ساعد على تبسيط العمليات الحسابية المعقدة ، كالتي تحتوي على القوى والجذور الصم . وصدق كارل بوير عندما قال في كتابه «تاريخ الرياضيات» : «إن اكتشاف علم اللوغاريتمات له أثر كبير على تقدم الرياضيات بوجه عام ، حيث إن علم اللوغاريتمات هو الوسيلة الوحيدة لتبسيط العمليات الحسابية التي تستخدم في مسائل العلوم التطبيقية مثل الفيزياء والهندسة والإحصاء والحساب التجاري وغيرها» . أما أريك بل فيقول في كتابه «تطور الرياضيات» : «مما لا

يقبل الشك أن علم اللوغاريتمات الآن يؤدي دوراً هاماً في الرياضيات التقليدية والحديثة على السواء ، وقد برز علم اللوغاريتمات بعد اكتشاف التفاضل والتكامل» . ونورد مثالاً أكثر تعقيداً من المثال السابق ، حتى نتمكن من إقناع القارئ اللبيب بالدور الذي تلعبه اللوغاريتمات في العمليات الحسابية .

مثال (٢) :

احسب قيمة المقدار $\frac{٣٢,٠٥ \times ٦٢,٥٩}{(٣٤,٧٢)^{٢}}$

الحل :

نفرض أن ع = $\frac{٣٢,٠٥ \times ٦٢,٥٩}{(٣٤,٧٢)^{٢}} \Longleftarrow$

لو ع = لو $\frac{٣٢,٠٥ \times ٦٢,٥٩}{(٣٤,٧٢)^{٢}}$

= لو (٦٢,٥٩ × ٣٢,٠٥) – لو $(٣٤,٧٢)^{٢}$

= لو ٦٢,٥٩ + لو ٣٢,٠٥ – ٢ لو ٣٤,٧٢

= ١,٧٩٦٥ + ١,٥٠٥٨ – ٢ × ١,٥٤٠٦ من جداول اللوغاريتمات

= ٣,٣٠٢٣ – ٣,٠٨١٢

= ٠,٢٢١١

ع = ١,٦٦٣ من جداول اللوغاريتمات

إن الفكرة العملية التي قامت عليها البحوث في علم اللوغاريتمات هي عبارة عن تحول عمليتي الضرب والقسمة إلى الجمع والطرح كما تبين في المثال رقم (٢) السابق . والحق أن أول من بدأ هذه الفكرة هو العالم المسلم ابن يونس الصدفي المصري (المتوفى عام ٣٩٩هـ = ١٠٠٨م) وذلك في ابتكاره القانون المعروف في حساب المثلثات .

جتا أ جتا ب = $\frac{١}{٢}$ [جتا (أ + ب) + جتا (أ − ب)] ، وهو القانون الذي اعتمد عليه علماء الفلك عند تصنيف أزياجهم . يقول جورج سارتون في كتابه «المدخل إلى تاريخ العلوم» : «مما لا يقبل الجدل أن ابن يونس الصدفي المصري هو أول من أعطى فكرة عن علم اللوغاريتمات بقانونه المعروف : جتا أ جتا ب = $\frac{١}{٢}$ [جتا (أ + ب) + جتا (أ − ب)] . لذا فإن ابن يونس قد قدم باكتشافه هذا القانون الهام ، خدمة عظيمة للعلماء وخاصة علماء الفلك ، حيث إن علماء الفلك قد تمكنوا بواسطة هذا القانون من تحويل عمليتي الضرب والقسمة المعقدتين إلى عمليتي جمع وطرح» . أما عمر فروخ فيقول في كتابه «تاريخ العلوم عند العرب» : «كان لهذا القانون فائدة كبيرة عند علماء الفلك قبل جداول اللوغاريتمات ، إذ أمكن بواسطته تحويل عمليات الضرب إلى عمليات جمع ، وفي هذا بعض التسهيل في حل المسائل الطويلة والمعقدة» . وقد أكد سوتر في «دائرة المعارف الإسلامية» ذلك بقوله : «أدَّى قانون ابن يونس دوراً هاماً عند علماء الفلك قبل اكتشاف اللوغاريتمات وبعده ، بل إن هذا القانون كان بمثابة اللبنة الأولى لاكتشاف علم اللوغاريتمات» . وهذا بإجماع علماء الرياضيات المنصفين بالمعمورة .

ونحن لا نستبعد أبداً أن ابن يونس الصدفي المصري قد استفاد من كتاب سنان بن الفتح الحراني الحاسب الذي ظهر في أوائل القرن الثالث الهجري والذي سماه «كتاب الجمع والتفريق» ، وفيه شرح كيفية إجراء عمليات الضرب والقسمة بواسطة عمليات الجمع والطرح . لذا من النزاهة العلمية القول : «إن سنان بن الفتح الحراني الحاسب له السبق في التمهيد لعلم اللوغاريتمات» . يقول عمر رضا كحالة في كتابه «العلوم البحتة في العصور الإسلامية» : «كتاب الجمع والتفريق ، فيه شرح للطريقة التي يمكن بواسطتها إجراء الأعمال الحسابية بالضرب والقسمة بواسطة الجمع والطرح ، وهذا تمهيد لفكرة تسهيل عمليتي الضرب والقسمة بواسطة الجمع والطرح وهي الفكرة التي قامت عليها بحوث اللوغاريتمات» .

وإذا كان كل من جورج سارتون وسوتر اعترفا بأن ابن يونس الصدفي المصري أول من وضع اللبنات الأولى لعلم اللوغاريتمات ، فكيف يليق بنا أن ننسب اكتشاف علم اللوغاريتمات لنابيير الاسكتلندي وننسى كل من سنان الحاسب وابن يونس الصدفي وابن حمزة المغربي . والحمد لله الأمر الآن أصبح واضحاً وجلياً في كتاب «تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد» لابن حمزة المغربي أن علماء المسلمين هم المبتكرون لعلم اللوغاريتمات ، ولا نحتاج إلى شهادة المستشرقين .

وقد نوه ابن حمزة المغربي الذي يعتبر من كبار علماء القرن العاشر الهجري (السادس عشر الميلادي) بإسهام كل من سنان بن الفتح الحراني الحاسب وابن يونس الصدفي المصري في التمهيد لاكتشاف علم اللوغاريتمات ، وتمكن ابن حمزة المغربي من إعطاء العلاقة بين المتواليتين الحسابية والهندسية ، وهذه الدراسة تعتبر بلا شك حجر الأساس لعلم

اللوغاريتمات ، لذا يلزم أن نعرف أن ابن حمزة المغربي هو الذي طور هذا العلم إلى وضعه الحالي . يقول المؤلفان هاشم الطيار ويحيى سعيد في كتابهما «موجز تاريخ الحضارات» : «إن العلاقة بين المتواليتين الهندسية والعددية هي التي أدت بنابيير وبرجز عام ١٠٠٢هـ ١٥٩٤م إلى إبراز اللوغاريتمات كعلم ، حيث إن الفكرة الأساسية في اللوغاريتمات هي العلاقة بين سلسلتين الأولى هندسية والثانية عددية» .

ومما يؤسف له أن يأتي - بعد مرور أربع وعشرين سنة على الدراسة التي وضعها ابن حمزة المغربي لإبراز علم اللوغاريتمات - جوهان نابيير الاسكتلندي(١) الذي عاش فيما بين (٩٥٧ - ١٠٢٦هـ = ١٥٥٠ - ١٦١٧م) ويدعي أنه اكتشف هذا العلم ، وليس لديه علم بما عمله علماء العرب والمسلمين وخاصة ابن حمزة المغربي في هذا الميدان بينما جميع إنتاج المسلمين في العلوم بين أيديهم مترجم من اللغة العربية إلى اللغة اللاتينية ، نقول : من المؤلم حقاً أن كثيراً من المشتغلين في حقل الرياضيات يرتكبون خطأ شنيعاً ، باعتبارهم نابيير هو مكتشف علم اللوغاريتمات . ولكن الأولى والأصح أن نقول : إن نابيير أسهم مثل غيره في هذا الحقل ، وذلك باستخدامه وإبراز محاسنه ، ولا شك أن له الفضل في انتشاره في جميع أرجاء المعمورة وعمل أول جداول لوغاريتمية .

كان هنري برجز الإنجليزي الأصل والذي عاش فيما بين (١٥١٦ - ١٦٣١م) ، أستاذاً لعلم الهندسة في كلية قرشام في لندن ، ثم أستاذاً لعلم الفلك في جامعة أكسفورد . وفي عام ١٦١٥م اتفق كل من برجز ونابيير على إدخال

(١) نابيير عاش في كنف عائلة عريقة اشتهرت بالعلم والمال . وقد اعتقل نابيير عدة مرات لاتجاهاته السياسية ، حيث عرف بانتقاده الحاد للقساوسة آنذاك . كما اتخذ علم الرياضيات وسيلة للتسلية ، فأبدع في علمي حساب المثلثات واللوغاريتمات .

بعض التعديلات الهامة على جداول اللوغاريتمات التي ألفها نابيير ، فنشر برجز جداول لوغاريتمية عام ١٦٢٤م في كتابه «أرثمتيكا لوغارتميكا» (Arithmatica Logarithomica) ، فكانت هذه أول الجداول التي تمتاز بدقتها . وقد اعتبر كل من برجز ونابيير اللوغاريتم الاعتيادي[١] لو (١) يساوي صفراً ، واللوغاريتم الاعتيادي لو (١٠) تساوي واحداً . وبقيت اللوغاريتمات الاعتيادية معروفة باسم لوغاريتمات برجز . أما جوبست بورجي السويسري الأصل الذي عاش فيما بين (١٥٥٢ - ١٦٣٢م) ، فقد نشر في عام ١٦٢٠م جداول لوغاريتمية تشبه تماماً الجداول التي قام بتأليفها نابيير غير أن بورجي اعتمد اعتماداً كلياً في جداوله اللوغاريتمية على علم الجبر ، بينما استند في إنتاجه العلمي الآخر على علم الهندسة . والجدير بالذكر أن جداول بورجي ظهرت بعد جداول نابيير اللوغاريتمية بست سنوات .

وفي الختام يتضح لنا أن فكرة اللوغاريتمات ليست جديدة على كل من نابيير وبرجز وبورجي ، بل تلقوها من علماء العرب والمسلمين الذين كان لهم السبق في ذلك . ومما يؤلم حقاً أن علماء الغرب ينكرون دور علماء العرب والمسلمين في هذا المضمار وينسبون ابتكار علم اللوغاريتمات لعلماء الغرب الثلاثة الذين سبق ذكرهم ، يقول كل من حميد موراني وعبد الحليم منتصر في كتابهما «قراءات في تاريخ العلوم عند العرب» : «ابتدع ابن يونس الصدفي المصري قوانين ومعادلات كان لها قيمة كبرى في اكتشاف اللوغاريتمات ، إذ تمكن بواسطتها تحويل عمليات الضرب إلى عمليات جمع وفي هذا بعض التسهيل لحلول كثير من المسائل الطويلة المعقدة . ولذلك فإنه يعتبر بحق ممن مهدوا لاكتشاف اللوغاريتمات» . وصدق عمر فروخ عندما قال في كتابه آنف الذكر : «والفضل في صنع جداول اللوغاريتمات الحاضرة يرجع إلى

(١) اللوغاريتمات الاعتيادية أو لوغاريتمات برجز هي اللوغاريتمات التي تستخدم الأساس (١٠) .

جوهان نابيير (ت ١٦١٧م) ولكن هذه المعجزة الرياضية لم تنبت في ذهن نابيير ولا في أذهان معاصريه برجز وبورجي اللذين أدخلا على جداول نابيير عدداً من التعديلات بين عشية وضحاها ، بل يرجع إلى عاملين أساسيين : استخدام الجمع والطرح مكان الضرب والقسمة ، في حل المسائل التي تتألف من أعداد كبيرة ، ثم إدراك الصلة بين حدود المتوالية الهندسية وحدود المتوالية الحسابية ، وكلا هذين العاملين لمعا في ذهن علماء العرب والمسلمين وفي مقدمتهم كل من ابن حمزة المغربي وابن يونس الصدفي المصري .

ويدعي علماء الغرب كعادتهم كذباً وبهتاناً بأن نابيير وزميليه برجز وبورجي لم يكن لهم أي علم بإنجازات علماء العرب والمسلمين في حقل اللوغاريتمات . والحق واضح وجلي وهو أن هذا الادعاء لا أساس له ، لأن علماء الغرب اشتغلوا على قدم وساق في عصر النهضة الأوروبية بترجمة جميع الكتب العلمية العربية إلى اللاتينية ليتمكنوا من الاستفادة منها . يقول قدري حافظ طوقان في كتابه «تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك» : «الحقيقة التي أود الإدلاء بها أنه : ما دار بخلدي أني سأجد بحوثاً لعالم عربي كابن حمزة المغربي ، هي في حد ذاتها الأساس والخطوة الأولى في وضع اللوغاريتمات . ويقول بعض الباحثين : إن نابيير لم يطلع على هذه البحوث ، ولم يقتبس منها شيئاً ذلك جائز ، ولكن ألا تعطي بحوث ابن حمزة في المتواليات فكرة عن مدى التقدم الذي وصل إليه العقل العربي في ميادين العلوم الرياضية؟ أليست هذه البحوث طرقاً ممهدة لأساس اللوغاريتمات» .

هناك قدر من الإجماع بين المؤرخين في العلوم على أن الهدف الأساسي من علم اللوغاريتمات هو تحويل عمليتي الضرب والقسمة إلى عمليتي الجمع والطرح ، لأن الجمع والطرح بطبيعة الحال من السهل الحصول عليهما . فيقول

كل من ديفيد يوجين سمث وهورد ايفز في كتابهما «تاريخ الرياضيات» : «إن اهتمام جوهان نابيير تركز على تحويل عملية الضرب إلى الجمع ، لذا فإن المعادلة : جا أ جا ب = $\frac{١}{٢}$ [جتا (أ - ب) - جتا (أ + ب)] ، هي التي مهدت لاختراع اللوغاريتمات» . إن إجحاف مؤرخي الرياضيات ديفيد يوجين سمث وهورد ايفز بحق علماء العرب والمسلمين لواضح وجلي . حيث إنهما نسيا أن ابن يونس الصدفي المصري هو أول من توصل إلى قانون : جتا أ جتا ب = $\frac{١}{٢}$ [جتا (أ + ب) + جتا (أ - ب)] قبل نابيير بحوالي ستة قرون . فلا نعرف ما السبب الأكاديمي الذي قاد كلا من ديفيد يوجين سمث وهورد ايفز إلى أن يقترحا أن قانون : جا أ جا ب مهد لاكتشاف علم اللوغاريتمات ، على حين أنهما أنكرا أن قانون : جتا أ جتا ب هو المعول الذي قاد إلى ابتكار علم اللوغاريتمات .

ويدس معظم علماء الغرب السم في الدسم بمحاولاتهم هضم حقوق علماء العرب والمسلمين ؛ لأنهم وجدوا الفرصة سانحة لهم ، بل حصلوا على التشجيع من بعض علماء العرب والمسلمين السطحيين . ومن واجب الأمة العربية الإسلامية إعادة حقوق أجدادها المنكرة والمهضومة ، حتى يمكن لشباب اليوم الاعتزاز بأجدادهم ومنجزاتهم العلمية ، والاقتداء بهم . إنه لمؤلم حقاً أن نعلم في مدارسنا وجامعتنا نفسها أن علم اللوغاريتمات هو من ابتكار نابيير ، وليس من ابتكار علماء العرب والمسلمين .

وحقيقة الأمر أننا نتطلع إلى المستشرقين لكي يحققوا إنجازات أجدادنا . نعم إن المستشرقين يرحبون بهذا التطلع حتى يتمكنوا من الوصول إلى أهدافهم الكاذبة والمضللة . ولكن يجب أن نتذكر قول الشاعر :

ما حك جلدك مثل ظفرك   فتولّ أنت جميع أمرك