الفصل الأول
علم الهندسة عند قدماء المصريين

علم الهندسة من العلوم القديمة جداً التي أدت ولا تزال تؤدي دوراً هاماً في جميع الحضارات الإنسانية ، ولقد ظهرت فكرة الهندسة عند الإنسان القديم عندما استخدم الخيط في قياس المسافات والمقارنة بينهما ، فللحصول على نصف المسافة كان يثنى الخيط مرة واحدة ، وللحصول على ربع المسافة كان يكرر ثني الخيط وهكذا . ثم عرف أن المسافة بين نقطتين هي الخط المستقيم ، وأن المسافة بين ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تحدد مسطحاً مستوياً . والجدير بالذكر أنه ثبت علمياً أن الحيوانات تبدو وكأنها تعرف أن أقصر مسافة بين نقطتين هي الخط المستقيم .

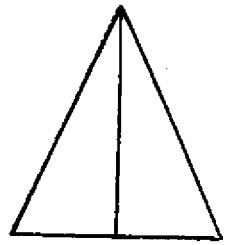
ومن الدوافع الأولية لابتكار الأفكار الهندسية الأولى هي قياس الأراضي التي على شكل مثلث ومستطيل ومربع . فمثلاً عندما كان الإنسان القديم يريد أن يبني سوراً ليحدد به أرضه كان يقوم بتحديد أركان الأرض ، ثم يوصلها بخطوط مستقيمة . واستنتجت فكرة الخطوط المتوازية والعمودية من بناء الجدران والمنازل كذلك .

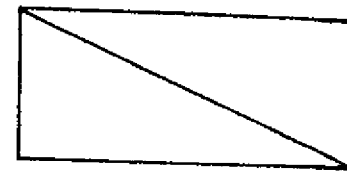
كان قدماء المصريين ينظرون إلى علم الهندسة أنها مصدر مهم لتطبيق معلوماتهم الحسابية ، والمعمارية والزراعية . لذا فقد عرفوا عن كثب مساحة المثلث والمستطيل والمربع وشبه المنحرف ، وكذلك ألموا في معرفة حجم الأسطوانة الدائرية القائمة الزاوية والمخروط الدائري القائم الزاوية ومتوازي المستطيلات والمكعب . وكذلك طوروا مبادئ نظرية التناسب . وقد

ساعدتهم معرفتهم الهندسية على تقسيم الأرض بعد انحسار مياه الفيضان ، وبناء الأهرام والمعابد التي أدهشت العالم . ويذكر كل من هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد في كتابهما موجز تاريخ الرياضيات أن الأعمال المعمارية والهندسية التي اشتهر بها المصريون القدماء في بناء الأهرام تدل على الإنسان كان يلم بمعلومات كثيرة عن الهندسة . إن أعظم الأهرام هي أهرام الجيزة الثلاثة ، وأكبر هذه الأهرام هو هرم خوفو من الأسرة الرابعة (حوالي ٢٩٠٠ قبل الميلاد) وهو أضخم بناء في العصور القديمة ومن أضخم ما شيد الإنسان على الإطلاق إذ يبلغ طول كل جانب (٧٧٥) قدماً وارتفاعه عندما كان كاملاً (٤٨٠) قدماً ، وأن متوسط الخطأ في طول الجوانب هو ($\frac{١}{٤٠٠٠}$) وهو خطأ يمكن أن ينشأ عن اختلاف في درجة الحرارة بمقدار (١٥) درجة مئوية بين قضبان النحاس التي تستعمل في القياس . كما استطاع المصريون القدماء بأجهزتهم البدائية وأذهانهم الجبارة أن يجعلوا الأوجه الأربعة في هرم خوفو تتجه إلى الشمال والجنوب والشرق والغرب بدقة مدهشة لا يتجاوز الخطأ فيها ($\frac{١}{١٢}$) من الدرجة .

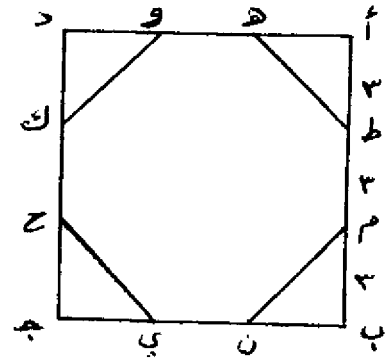
كما أورد أوثر كيتلمان في كتابه «تاريخ الرياضيات» أنه يوجد في بردية أحمس[١] مسألة (٥١) توضح أن قدماء المصريين على علم بمساحة مثلث متساوي الساقين ، وكذلك عرفوا بجدارة أن ارتفاع مثلث متساوي الساقين يقسمه إلى مثلثين متساويين ، ويكونان مستطيلاً كما في الشكل .

(١) في النصف الأخير من القرن التاسع قام أ . هنري رايند بجمع برديات أحمس ووضعها في المتحف البريطاني بلندن .





أما مسألة (٤٨) في بردية أحمس فهي تتعلق في رسم وإيجاد مساحة مثمن الأضلاع والزوايا ، لذا فقد قام قدماء المصريين برسم مربع طول ضلعه (٩) ثم قسموا هذا الضلع إلى ثلاثة أجزاء كما في الشكل :



مساحة المربع أ ب جـ د = أ ب × ب جـ = $٩^{٢}$ = ٨١ (١)

مساحة أربعة المثلثات أ ط هـ + و د ك + ب م ن + ي جـ ح =

٤ ($\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٣) = ١٨ (٢)

من (١) ، (٢) مساحة المثمن هـ ط م ن ي ح ك و = ٨١ - ١٨ = ٦٣ .

والمسألة (٥٠) في بردية أحمس تخص إيجاد مساحة الدائرة التي قطرها يساوي ٩ ، لذا نرى قدماء المصريين يحسبون مساحة الدائرة التي قطرها ٩ ، بأنها تساوي مساحة المربع الذي طول ضلعه ٨ أي تساوي ٦٤ . ويبدو أن قدماء المصريين استنتجوا مساحة الدائرة من مساحة المثمن التي وردت في

المسألة (٤٨) ، لأن مساحة المثمن الذي رسموه في داخل المربع الذي طول ضلعه ٩ تساوي ٦٣ وهذا تقريباً يوحي بمساحة الدائرة التي تساوي مساحة المربع الذي طول ضلعه ٨ .

أما جورج سارتون فيذكر في كتابه «تاريخ العلوم» أن بردية جولينشف في موسكو (The Golenishchev Papyrus) والتي تحتوي على ٢٥ مسألة أحدها تعطي معلومات واضحة جداً أن قدماء المصريين حصلوا على مساحة شبه المنحرف متساوي الساقين ، وكذلك عرفوا حجم الهرم المقطوع $= ع \left(\frac{أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}}{٣} \right)$ ، حيث إن ع الارتفاع و أ ، ب يمثلان طول ضلعي القاعدة السفلى والقاعدة العليا (السقف) على التوالي . فمثلاً لإيجاد حجم الهرم المقطوع الذي طول ضلع قاعدته السفلى ٤ وقاعدته العليا ٢ وارتفاعه ٦ .

مثال : أوجد حجم الهرم المقطوع الذي طول ضلع قاعدته السفلى ٨ وقاعدته العليا ٤ وارتفاعه ١٢ .

الحل : حجم الهرم المقطوع $= \frac{ع}{٣} (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}) = \frac{١٢}{٣} (٦٤ + ٣٢ + ١٦)$

$= ٤ (١١٢) = ٤٤٨$

∴ حجم الهرم المقطوع $= \frac{٦}{٣} (١٦ + ٨ + ٤) = ٥٦$.

إن الذي توصل إليه قدماء المصريين في إيجاد حجم الهرم المقطوع لأمر يبعث الدهشة ، لأن طريقة قدماء المصريين هذه هي الطريقة المستعملة في هذه الأيام . لذا يمكن أن نقول : إن القانون الخاص في حجم الهرم المقطوع أعظم ما توصل إليه قدماء المصريين في ميدان علم الهندسة . وهذا بالحقيقة يكفيهم فخراً واعتزازاً ، حيث إن محاولتهم في رأينا محاولة ناجحة وجديرة بالملاحظة والاهتمام .

ويذكر موريس كلاين في كتابه «الفكر الرياضي من القديم إلى الحديث» أن قدماء المصريين نجحوا في إيجاد مساحة الدائرة التي عملوها تساوي $(\frac{٨}{٩}\ ق)^{٢}$ ، حيث ق = قطر الدائرة . هذه الطريقة توحي أن النسبة التقريبية (ط) = ٣,١٦٠٥[١] وهذه قيمة تعتبر دقيقة جداً . كما أضاف أيضاً موريس كلاين أن قدماء المصريين حصلوا على حجم ساعة مائية (Clepsydra) على شكل مخروط مقطوع تساوي $= \frac{ع}{١٢}[\frac{٣}{٢}(م+ن)^{٢}]$ حيث إن ع = الارتفاع ، $\frac{م+ن}{٢}$ = متوسط محيطي الساعة المائية (العلوي والسفلي) ، وط = ٣ . أما كل من هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد فيعقبان في كتابهما آنف الذكر أنه ورد في بردية رايند الموجودة في المتحف البريطاني والتي يرجع تاريخها إلى عصر الهكسوس تحتوي على (١٩) مسألة تعالج المساحات والحجوم ، وفي أحدها عرف المصريون القدماء حجم صومعة أسطوانية الشكل قطرها (ق) وارتفاعها (ع) هو $= (ق - \frac{١}{٩}ق)^{٢}ع$ ويتضح لنا جلياً أن حجم الصومعة عبارة عن ضرب مساحة الدائرة التي تحدث عنها موريس كلاين آنفاً في ارتفاع الأسطوانة . لذا نرى أن ما ذهب إليه بعض المؤرخين أن المصريين أوجدوا حجم الأسطوانة القائمة كحاصل ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع حقيقة .

وهناك بعض الملاحظات السلبية التي نحب أن نذكرها :

أولاً : الخطأ فيما يتعلق في إيجاد مساحة المثلث ، فإن محاولة قدماء المصريين الأولى تتلخص بأن مساحة المثلث تساوي ضرب القاعدة في

---

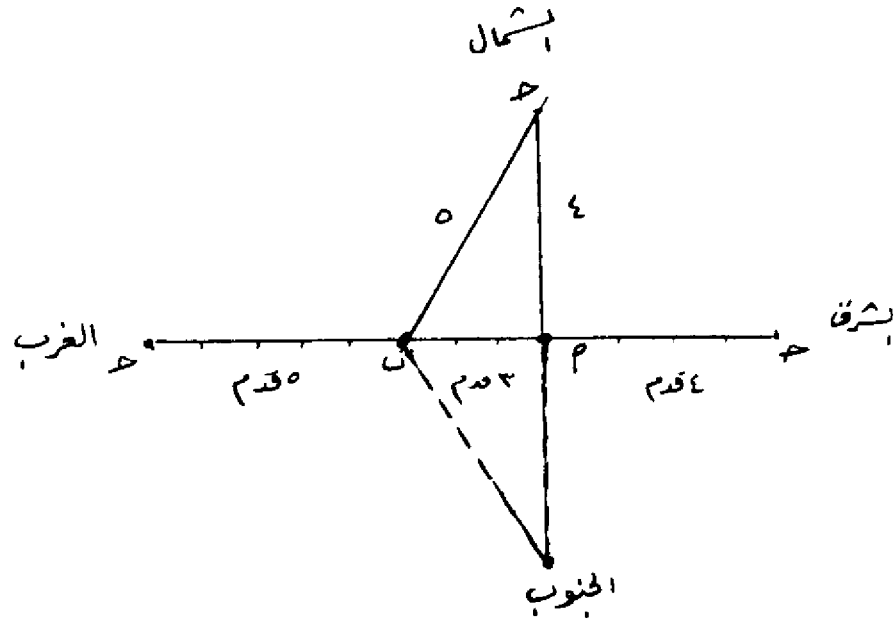
(١) وذكر في بردية رايند أن ط = $(\frac{٤}{٣})^{٤}$ = ٣,١٦٠٤

نصف ضلعه وهذا لا ينطبق إلا على مثلث قائم الزاوية . ولكن بعض المؤرخين في الرياضيات يخمنون أن المصريين القدماء كانوا يعرفون أن مساحة المثلث عبارة عن ضرب القاعدة في نصف الارتفاع .

ثانياً : يذكر علي عبد الله الدفاع في كتابه «المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب والمسلمين» أن قدماء المصريين أخطؤوا في حساب مساحة الشكل الرباعي الذي قدروه أنه يساوي $\frac{(أ+ب)(جـ+د)}{٢}$ ، حيث كل من أ ، ب ضلعان متقابلان و جـ ، د ضلعان متقابلان أيضاً .

وخلاصة القول : إن قدماء المصريين لهم دور عظيم في تطور علم الهندسة ، فعلى سبيل المثال طبقوا نظرية مثلث قائم الزاوية (والمعروفة بنظرية فيثاغورث) في ممارستهم للهندسة المعمارية ، ويظهر ذلك بيناً من وجود مثلثات قائمة الزاوية في بناء الأهرام . كما أنه تواتر عن كثير من المؤرخين في العلوم أن قدماء المصريين على علم بطريقة رسم زوايا مثلث قائم الزاوية ، ويظهر ذلك من كلام كل من هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد في كتابهما المذكور أعلاه أنه جاء في إشارة ديموكريتوس الأبديري (ولد حوالى ٤٦٠ قبل الميلاد) أنه لم يتفق عليه أحد في عصره في تركيب أرقام من خطوط ، وفي إثبات خاصيتها حتى ولا باسط الحبل في مصر ، ومن هذا القول استنتج الباحثون في العلوم الرياضية بدون دليل آخر أن باسطي الحبل تمكنوا من رسم زوايا قوائم باستعمال حبال مقسمة بواسطة عقد بنسبة ٣ : ٤ : ٥ وكان بسط الحبل ، أي : مده من المراسيم الأولى في وضع الحجر الأساسي لمعبد من المعابد ، وكان الحبل يمد ناحية خط الزوال لتحديد الاتجاه المناسب للمعبد ، ويحتمل أنهم استعملوا الحبل المقسم بنسبة ٣ : ٤ : ٥ .

ويظهر لنا من أول وهلة أن قدماء المصريين وصلوا إلى تقسيم الحبل بنسبة ٤ : ٣ : ٥ من الخبرة العملية الطويلة ، فمثلاً استطاع قدماء المصريين أن يحددوا بكل جدارة الجهات الأصلية الأربعة كالآتي :



رصد قدماء المصريين شرق وغرب نجم ثم رسموا المستقيم الواصل بينهما ، ثم طبقوا الحبل المقسم بنسبة ٤ : ٣ : ٥ على المستقيم جـ أ ب جـ ، ثم رفعوا أ جـ ، ب جـ إلى أعلى وربطوهما بالعقدة جـ ، فتشير إلى الشمال ، وبنفس الطريقة حددوا الجنوب . لذا عرف المصريون برابطي الحبل عبر التاريخ .