الفصل الثاني
علم الهندسة عند البابليين

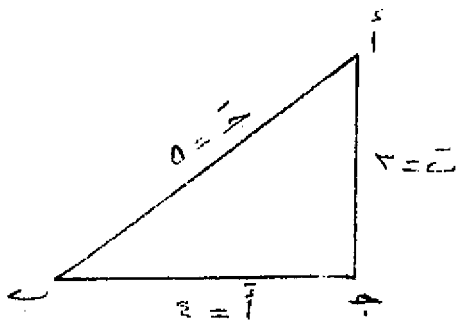
كانت الهندسة عند البابليين تعتمد على القياسات ، لذا فقد ركزوا بحوثهم في مساحة المثلثات والمستطيلات وشبه المنحرف ، كما عالجوا الأشكال كثيرة الأضلاع من خمسة وستة وسبعة أضلاع . وحسبوا بكل جدارة حجم متوازي المستطيلات ، وحجم المنشور القائم الذي قاعدته على شكل شبه منحرف ، وحجم الأسطوانة الدائرية القائمة . ويذكر هورد ايفز في كتابه «المدخل إلى تاريخ الرياضيات» أن علماء بابل عرفوا أن العمود النازل من رأس المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ، كما عرفوا نظرية مثلث قائم الزاوية (نظرية فيثاغورث) . وقسموا الدائرة إلى ٣٦٠ جزءاً متساوياً . واستخدموا الميل المعروف بالميل البابلي والذي يساوي سبعة أمثال الميل الحالي لقياس المسافات النائية .

أما موريس كلاين فينوه في كتابه «الفكر الرياضي من القديم إلى الحديث» أن علماء بابل حسبوا بكل جدارة مساحة الدائرة $= \frac{\text{مربع المحيط للدائرة}}{١٢}$ ، وهذا قادهم إلى معرفة أن قيمة النسبة التقريبية ط = ٣ . ولكنهم سرعان ما عملوا مقارنة بين محيط الشكل السداسي ومحيط الدائرة ، فوجدوا أن ط $= ٣ \frac{١}{٨} = ٣,١٢٥$ [١] ، وهذه أقرب قيمة و صل إليها البابليون .

(١) وجد دي ميكونام (R. De Mecquenem) لوحة طينية بابلية عام ١٩٣٤م بمدينة سوس تعطي قيمة ط $= ٣ \frac{١}{٨}$.

عرف البابليون أن الزاوية المقابلة للقطر في الدائرة تكون قائمة . ولكن بعض علماء الغرب ينسبونها للعالم اليوناني الشهير طاليس . كما أبدى كارل بوير استنكاره الشديد في كتابه «تاريخ الرياضيات» على ذلك وقال : ارتكب المؤرخون خطأً شنيعاً بنسبة معرفة أن الزاوية المقابلة للقطر في الدائرة تكون قائمة لطاليس (القرن السادس قبل الميلاد) ، رغم أن علماء بابل عرفوها قبله بآلاف السنين .

تمكن البابليون من معرفة الأعداد التي تكون مثلثاً قائم الزاوية مثل (٣ ، ٤ ، ٥) كما في الشكل الآتي :



ويذكر أوثر كتيلمان في كتابه «تاريخ الرياضيات» أن اللوحات البابلية التي عثر عليها توحي بأن علماء بابل حلوا المثلث القائم الزاوية الذي أضلاعه تمثل بـ ٣ ، ٤ ، ٥ . وهذا يعني بالضبط أن البابليين على علم بالمتطابقة ٤ س ص + (س − ص)^{٢} = (س + ص)^{٢} ، لذا فقد فرضوا أن س = م^{٢} ، ص = ن^{٢} علماً أن كلاً من م ، ن عددان صحيحان .

إذن ٤ م^{٢} ن^{٢} + (م^{٢} − ن٢)^{٢} = (م^{٢} + ن^{٢})^{٢} ⟸

(٢ م ن)^{٢} + (م^{٢} − ن^{٢})^{٢} = (م^{٢} + ن^{٢})^{٢} .

يتضح الآن أن : $\overline{أ} = ٢$ م ن ، $\overline{ب} =$ م^{٢} − ن^{٢} ، $\overline{جـ} =$ م^{٢} + ن^{٢} حيث إن كلاً من $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$ ، $\overline{جـ}$ تمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية .

مثال : أوجد أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية علماً أن م = ٣ ، ن = ٢ .

إذن $\overline{أ}$ = ٢ م ن = ٢ (٣) (٢) = ١٢

$\overline{ب}$ = م^{٢} − ن^{٢} = ٣^{٢} − ٢^{٢} = ٩ − ٤ = ٥

$\overline{جـ}$ = م^{٢} + ن^{٢} = ٣^{٢} + ٢^{٢} = ٩ + ٤ = ١٣

ومنها (١٣)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢} .

هناك خلاف شديد بين المؤرخين في علوم الرياضيات حول معرفة علماء بابل بنظريات تشابه المثلثات ، وبقي هذا الخلاف مدة طويلة ، ولكن كل من هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد حسما الموقف وذلك بقولهما في كتابهما «موجز تاريخ الرياضيات» أن مديرية الآثار العراقية وجدت في تنقيباتها في تل حرمل عام ١٩٤٩م لوحة تتضمن معرفة بخواص المثلث القائم الزاوية ومعرفة بمبدأ تشابه المثلثات والتي يعود تاريخها إلى بداية العهد البابلي القديم في حدود (٢٠٠٠ قبل الميلاد) . أما كارل بوير فيؤكد في كتابه «تاريخ الرياضيات» أن علماء بابل على علم بنظريات تشابه المثلثات .

أوجد البابليون بكل نجاح حجم المخروط المقطوع وحجم الهرم الرباعي المقطوع بطريقة رياضية جيدة ، ويظهر ذلك من قول جورج سارتون في كتابه «تاريخ العلوم» أن علماء بابل عرفوا تماماً حجم المخروط المقطوع أو حجم الهرم الرباعي المقطوع واستعملوا القانون

$\text{ح} = \text{ع}\left[\left(\frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}} + \frac{\text{١}}{\text{٣}}\left(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}}\right]$ ، حيث إن ع الارتفاع و أ ، ب يمثلان طول ضلعي القاعدة السفلي والقاعدة العليا على التوالي . وفي رأينا أن القانون الذي أدلى به جورج سارتون آنف الذكر لإيجاد حجم الهرم الرباعي المقطوع والذي نسبه لعلماء بابل ، لا يختلف بالجوهر عن القانون الذي اكتشفه قدماء المصريين لحساب حجم الهرم الرباعي المقطوع

$$= \text{ع}\left(\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٣}}\right)$$

لأن $\text{ح} = \text{ع}\left[\left(\frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}} + \frac{\text{١}}{\text{٣}}\left(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}}\right]$

$$= \text{ع}\left(\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٤}} + \frac{\text{١}}{\text{٣}}\,\frac{\text{أ}^{\text{٢}} - \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٤}}\right)$$

$$= \text{ع}\left(\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٤}} + \frac{\text{أ}^{\text{٢}} - \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{١٢}}\right)$$

$$= \frac{\text{ع}}{\text{١٢}}\left(\text{٣أ}^{\text{٢}} + \text{٦أب} + \text{٣ب}^{\text{٢}} + \text{أ}^{\text{٢}} - \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}\right)$$

$$= \frac{\text{ع}}{\text{١٢}}\left(\text{٤أ}^{\text{٢}} + \text{٤أب} + \text{٤ب}^{\text{٢}}\right)$$

$$= \frac{\text{ع}}{\text{١٢}}\left[\text{٤}\left(\text{أ}^{\text{٢}} + \text{أب} + \text{ب}^{\text{٢}}\right)\right]$$

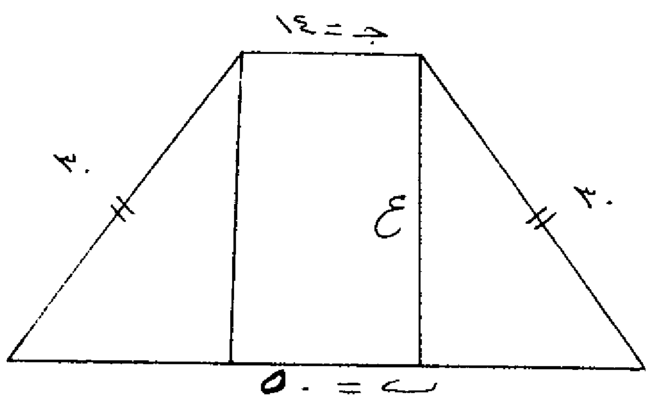
$$= \text{ع}\left(\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{أب} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{٣}}\right)$$

أما هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد فيذكران في كتابهما «موجز تاريخ الرياضيات» أن علماء بابل اتبعوا لإيجاد حجم المخروط المقطوع إذا عرف منه ارتفاعه ع ومحيط قاعدته السفلى (أ) ومحيط قاعدته العليا (ب) فإن

$$ح = \frac{ع}{٣} \left(\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{١٢} \right) .$$

وقد استخدم هيرون الإسكندري (القرن الأول والثاني للميلاد) هذا القانون ، وفضله على غيره .

تواتر عن مؤرخي العلوم الرياضية أن علماء بابل حصلوا على مساحة شبه المنحرف التي تساوي حاصل ضرب الارتفاع × متوسط مجموع القاعدتين المتوازيتين . كما ينقل كل من هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد في كتابهما المذكور أعلاه قضية في غاية الأهمية وردت في مجلة «سومر» المجلد السادس عام ١٩٥٠م والمجلد الثاني عشر عام ١٩٦٨م وهي : «أنه وجد لوحة طينية توضح أن علماء بابل حسبوا مساحة حقل على هيئة شبه منحرف بمعرفة طول الضلعين المتوازيين وليكونا (٥٠ ، ١٤) و(٣٠) لكل من الضلعين الآخرين المتساويين كما في الشكل» .



$$\text{ع} = \sqrt{\text{ر}^{٢} - \left(\frac{\text{ب} - \text{جـ}}{٢}\right)^{٢}} = \sqrt{٣٠^{٢} - \left(\frac{٥٠ - ١٤}{٢}\right)^{٢}} = ٢٤ \ .$$

إذن مساحة شبه المنحرف $= \text{ع} \left(\frac{\text{ب} + \text{جـ}}{٢}\right) = ٢٤ \left(\frac{٥٠ + ١٤}{٢}\right) = ٧٦٨$.

وفي رأينا أن علماء بابل كانوا على معرفة بنظرية مثلث قائم الزاوية التي تعرف باسم نظرية فيثاغورث ، بجانب إحاطتهم القوية التي لا تقبل التأويل بمساحة شبه المنحرف . ولا شك أن علماء الغرب يحاولون أن يطمسوا هذه الحقيقة ،لكي يعطوا حق اكتشاف نظرية مثلث قائم الزاوية للعالم اليوناني فيثاغورث لأنهم يدركون تماماً أهمية هذه النظرية . ولكن نستطيع القول : إنهم فشلوا فشلاً ذريعاً بعد ظهور الحقيقة للدارسين والباحثين في مجال تاريخ الرياضيات ، ولكن يجب أن لا ننسى أن فيثاغورث قدم برهاناً رياضياً دقيقاً لنظرية مثلث قائم الزاوية الذي سنعرضه للقارئ إن شاء الله عندما ندرس علم الهندسة عند اليونان .