

الفصل الثاني عشر

التقدير الأحادي Point And Interval Estimation

والتقدير التراوحي

حتى الآن فإن مناقشة الإستدلال الإحصائي Statistical inference اختصر فقط باختبار الفرضيات . وقد يكون هناك أيضاً إهتماماً بتقدير المعالم المجتمعية Population Parameters . وهذا هو الموضوع الذي سنتناوله في الفصل الثاني عشر . فبعد مناقشة المبادئ المعنية بالتقدير estimation سوف نتقدم لمناقشة التداخلات بين التقدير واختبار الفرضية Test of Hypothesis وبعد هذا سوف نناقش التعديلات المطلوبة للتوزيع التائي t - Distribution والتناسب Proportions . وأخيراً فإننا سنتناول المسألة العامة في تحديد حجم العينة مدعمة بمختلف طرق التقديرات .

ربما تكون قد لاحظت في الفصلين السابقين وفي عدد من المسائل العملية عدم جدوى إختبار الفرضية ، لأننا لانستطيع تحديد قيمة إفتراضية بعينها لمعلم إحصائي ما ، قل مثلاً المتوسط الحسابي «س» . سنعرف الآن كيف أن طرق التقديرات تمثل بديلاً مفيداً جداً للاختبارات الفعلية في مثل هذه الحالات . وبالإضافة إلي هذا فإن إحصائي علم الاجتماع ربما يكون مهتماً مباشرة بالتقديرات بدلاً من إختبار الفرضيات . وعلى سبيل المثال فإن الهدف العلمي للدراسة في المسوحات الميدانية Survey research ربما يكون لتقدير نسب الأشخاص الذين يستعملون منتجاً معيناً أو يدلون بأصواتهم في انتخابات . أو ربما يكون ضرورياً أن نقدر الدخل الوسيط median income في منطقة ما ، أو متوسط عدد الأطفال للأسرة الواحدة . إن إختبار فرضيات محدودة في هذه الحالات ربما يكون مفيداً ، إنما

التقدير يظل هو الإجراء الأكثر وضوحاً .

وهناك في الأساس نوعان من أنواع التقديرات : تقدير أحادي Point es-
timation وتقدير تراوحي Interval estimation . ففي التقدير الأحادي
نكون مهتمين بقيمة واحدة هي أحسن القيم التي يمكن أن تستخدم لتقدير
معلم إحصائي ما ؛ فمثلاً يمكن تقدير الدخل الوسيط في مدينة نيويورك
ليكون ١٠٥٠٠ دولار. وعلي أية حال فإننا كثيراً ما نبحث عن هادٍ يقودنا
إلى معرفة مدى دقة التقدير الذي حصلنا عليه . فنحن نود التنبؤ بأن المعلم
الذي حصلنا عليه يقع في نقطة ما داخل مدى يحدده جانباً التقدير
الأحادي . وهكذا فإننا ربما نود وضع تعبير مثل « الدخل الوسيط في مدينة
نيويورك يقع بين ١٠٠٠٠ و ١١٠٠٠ دولار » . إن هذين النوعين من التقديرات
سوف يتم نقاشهما في فصول الجزء الثاني من هذا الكتاب .

١٢ - التقدير الأحادي Point Estimation

المشكلة المتمثلة في : ماهو المؤشر الإحصائي للعينة Sample Statistic
الذي يكون مناسباً استخدامه لتقدير معلم إحصائي للمجتمع ، Population
Parameter تبدو لأول وهلة سهلة جداً ولاتعدو أن تكون مسألة إحساس
عام . فإذا أراد الشخص أن يقدر المتوسط في مجتمع البحث Population
mean [أو الوسيط أو الإنحراف المعياري] فلماذا لا يستخدم المتوسط
الحسابي للعينة Sample mean [أو الوسيط أو الإنحراف المعياري] ؟
فبالرغم من أن الإحساس أو الشعور العام سوف لن يضلنا كثيراً في هذه
الحالات ، إلا أننا سنري أن المسألة ليست بمثل هذه البساطة . من الواضح
أنه باستطاعتنا تقدير المتوسط الحسابي لمجتمع ما بعدة طرق . فبالإضافة
إلى متوسط العينة يمكننا استخدام وسيط العينة Sample

median أو مَنوال العينة Sample Mode كما يمكن استخدام عدد ما ، يقع في نصف المسافة بين القيمتين الطرفيتين . وباستطاعتنا كذلك إستخدام قيمة المفردة الثالثة عشرة كتقدير لمتوسط مجتمع ما . بعض هذه الإجراءات ستكون أفضل من بعضها الآخر ، وبذلك فإننا نحتاج إلي مواصفات معينة نستطيع بواسطتها أن نقيم أي نوع من أنواع التقدير لنقرر بالضبط كم هو جيد هذا النوع . إن إحصائي علم الإجتماع وهو يستخدم الإحصاء كوسيلة تطبيقية ، قلما يهتم بمثل هذه المواصفات . وهو عادة ، وببساطة ، ينصح باستخدام تقدير معين وعلى ذلك فإنه يبدو أنه من الأوفق أن نعرف أي نوع من المواصفات يستخدمه إحصائي الإحصاء الرياضي عندما يقرر هو أي نوع من أنواع التقديرات يستخدم . إن أهم إثنين من المواصفات هما : التحيزُ bias والكفاءة efficiency . وسيتم مناقشة كل واحد من هذين الإثنين علي حدة . أما فيما يختص بالمواصفات الأخرى كالكفاية ، التناسق - Consistency « ومبدأ الجوازية الكبرى »

Principle of maximum likelihood

فيمكنك الرجوع إلي بعض الكتب المنهجية المتقدمة .

التحيزُ Bias :-

يقال عن تقدير $(\hat{\theta})$ معلم إحصائي (θ) لمجتمع ما أنه تقدير غير متحيز Unbiased estimate إذا كان متوسط توزيع معياناته The mean of its sampling distribution يساوي بالضبط قيمة المعلم الذي يجري حسابه أي أن متوقع $(\hat{\theta}) = (\theta)$. وبمعني آخر ، فإن القيمة المتوقعة للتقدير في المدى البعيد هي المعلم نفسه (١) . لاحظ أنه لم يذكر أي شيء هنا عن قيمة لأي عينة معينة . وطبقاً لهذا التعريف فإن المتوسط الحسابي (\bar{x}) للعينات

العشوائية يكون تقديراً غير متحيز لـ (س) (ل) طالما أن «س» هي المتوسط أو القيمة المتوقعة لتوزيع عينات «س» (\bar{X}) . وهذا لا يعني ، علي أية حال ، أننا نتوقع أن أية قيمة معينة لـ «س» سوف تساوي «س» ، علاوة علي أننا سوف لانعرف أبداً وفي أي مسألة حقيقية أو فعلية ما إذا كان متوسط العينة يطابق في الواقع متوسط المجتمع . فيجب أن تعلم جيداً أن تعبير « التحيز » كما هو مستعمل في هذا السياق يشير إلي نتائج علي المدى البعيد . وربما تكون قد تعودت في البحوث العملية على هذا التعبير ليشير إلى مزايا معينة للعينة التي قمت بتسحبها .

لقد ذكر في الفصل السابق أن الانحراف المعياري للعينة «ع» ((S)) متحيز تحيزاً طفيفاً عندما يستخدم كتقدير لـ «ع» « σ » الانحراف المعياري لمجتمع البحث . وكما أن للمتوسط الحسابي للعينة «س» توزيع عينات ، فإن للانحراف المعياري للعينة «ع» توزيع معياناته الخاصة به . وبمعني آخر فإن الانحرافات المعيارية للعينة ستكون موزعة علي الانحراف المعياري الفعلي للمجتمع «ع» بنفس الطريقة التي بها تكون المتوسطات الحسابية للعينة موزعة علي المتوسط الحسابي للمجتمع الذي سحبت منه العينة «س» . وعلى أية حال ، فإنه يمكن أن يثبت رياضياً أن في العينات العشوائية يكون المتوسط الحسابي لتوزيع عينات التباين «ع» مساوياً لـ :

(١) التقدير المتسق هو الذي يتصف بتحيز يمكن إهماله في العينات الكبيرة . ويتعبر آخر اذا اخترنا كميتين موجبتين صغيرتين إختياراً اعتباطياً ، وأعطينا هاتين الكميتين الرمزيتين ((E)) و ((N)) فإنه إذا كان احتمال $|\theta - \hat{\theta}| > \epsilon$ " E " > " N " يصح لعدد محدد من حجم العينة «ن» ، فإن التقدير « $\hat{\theta}$ » يقال عنه أنه متسق . إن فكرة الإتساق (Consistency) مهمة عند التعامل مع نوع معين من أنواع المؤشرات يستخدم في نمط متقدم من أنماط تحليل المتغيرات المتعددة ولكنه سوف لا يستخدم في هذا الكتاب .

المجهولات unknowns . وهكذا فإنه لكي تجد قيمة المجهولات س، ص، ن، لا بد من أن تكون هناك ثلاث معادلات تربط هذه المتغيرات . فإذا كانت هناك معادلتان فقط بدلاً من ثلاث ، كان باستطاعتنا أن نعين أي قيمة نرتضيها لأحد المتغيرات قل مثلاً «ن» . وهكذا فإن قيمة المتغيرين المتبقيين «س» ، «ص» يمكن أن تحدد بواسطة حل المعادلتين الآتيتين .

إذا كان هناك خمسة مجهولات وثلاث معادلات فقط لتحل آنياً ، فيمكننا أن نعين قيماً إعتباطية لأي اثنين من المجهولات الخمسة ويمكن بذلك تحديد قيمة المجهولات المتبقية . وهكذا تكون هناك درجتان من درجات الحرية في هذه الحالة طالما كان لنا الخيار في تعيين قيم لأي متغيرين نختارهما من المتغيرات الخمسة . ولحساب انحراف معياري من قيم العينة ، يتعين علينا أن نستفيد من معادلة تربط بين قيم مختلف مفردات العينة إلي « ن » متغير سيني وبين المتوسط الحسابي لها . وبمعنى آخر المعادلة :

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n}$$

وإذا علمنا قيمة المتوسط الحسابي للعينة « \bar{c} » فيمكن أن نعطي قيماً إعتباطية لمفردات العينة ناقصاً واحد صحيح (ن- ١) من قيم

« c_i » ، ولكن يتم تحديد آخر قيمة بإستخدام هذه المعادلة . وطالما أننا أفقدنا درجة حرية واحدة في عملية تحديد قيمة المتوسط الحسابي للعينة والذي أخذت عنه الانحرافات ، يجب علينا أن نقسم علي حجم العينة ناقصاً واحد صحيح (ن- ١) بدلاً من أن نقسم على حجم العينة الكلي (ن) للحصول

على التقدير غير المنحاز لتباين المجتمع «ع-٢» . فلو فضلنا أن تفكر في هذا الشأن علي هذا النحو تستطيع أن تقدر أننا قد عدلنا عدد الحالات شيئاً ما للتعويض عن حقيقة أننا أخذنا الانحرافات عن المتوسط الحسابي للعيينة ، وليس عن المتوسط الحسابي الحقيقي لمجتمع البحث كله . ونكون بالضرورة قد استفدنا حالة واحدة عند حساب المتوسط الحسابي للعيينة . وستجد أن التقديرات غير المتحيزة تتحقق بتكرار أكبر لو أننا قسمنا على درجات الحرية عوضاً عن تقسيمنا علي مجموع الحالات أو المفردات كلها .

الكفاءة Efficiency

كفاءة التقدير تشير إلى درجة تجمع توزيع العينات على القيمة الحقيقية أو الفعلية للمعلم المجتمعي . فإذا كان التقدير غير متحيز فإن هذا التجمع (Clustering) يمكن أن يقاس بواسطة الخطأ المعياري (Standard error) للتقدير : فكلما كان الخطأ المعياري صغيراً كانت كفاءة التقدير كبيرة^(٢) . (م) إذن فالكفاءة دائماً نسبية ، لا يمكن أن يوجد تقدير يمكن أن يكون كفاءاً كلية، إذ أن هذا يعني أنه لا توجد أخطاء في إختيار العينة (Sampling errors) على الإطلاق . على أنه يمكننا أن نقارن تقديرين من التقديرات ونقول أن أحدهما أكثر كفاءة من الآخر . فافترض مثلاً أن لدينا

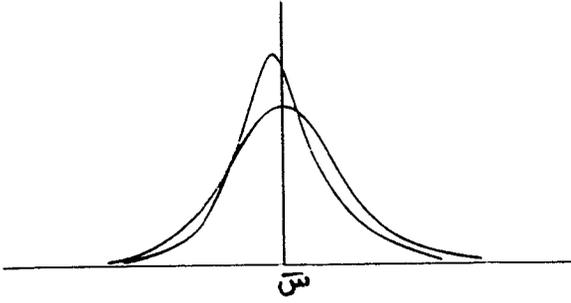
(٢) إذا كان التقدير متحيزاً فإن كفاءة يتم تقييمها باستخدام متوسط مربع الخطأ (mean square error) والذي يتضمن إنحرافات حول القيمة الحقيقية للمعلم « θ » بدلاً عن التقدير المتحيز لهذا المعلم .

مجتمعاً له توزيع طبيعي . إذن عند أخذ عينه عشوائية منه ، فإن الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي لهذه العينة يساوي $(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.
 فإذا استخدم وسيط هذه العينة لتقدير المتوسط الحسابي لمجتمع العينة ، فإن الخطأ المعياري للوسيط يصبح تقريباً : $(\frac{\sigma \times 1.253}{\sqrt{n}})$ للعينات العشوائية . (٣)

ولذلك فإنه طالما أن الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي أقل من الخطأ المعياري للوسيط ، فإن المتوسط الحسابي يكون هو التقدير الأكثر كفاءة . وهذا بالطبع هو السبب في تفضيل استخدام الوسط الحسابي للعينة بدلاً عن وسيطها حتى عندما يتساوي التقديران كما هو الحال في المجتمع الذي له توزيع طبيعي . ونقول إن المتوسط الحسابي أقل تعرضاً لتقلبات إختيار العينة - أي أنه أكبر كفاءة (٤) .

من بين الصفتين اللتين ناقشناهما ، فإن الكفاءة هي الأكثر أهمية . ولو أن لتقديرين من التقديرات نفس الكفاءة فسنختار من بينهما بالطبع التقدير الأقل تحيزاً . وهذا يوضح لماذا نفضل استخدام « ع » بدلاً عن نظيرتها « ع » . ولكن فإن تقديراً ذا كفاءة وبدرجة تحيز طفيفة يفضل على نظيره غير المتحيز ولكنه بدرجة كفاءة أقل . وإن مخططاً بسيطاً كالذي يبدو أدناه يساعدك على فهم هذه الصورة .

(٣) هنا يتساوي كل من المتوسط الحسابي والوسيط لمجتمع العينة - أي في حالة التوزيع الطبيعي .
 (٤) ليس صحيحاً دائماً أن المتوسط الحسابي هو التقدير الأكثر كفاءة رغم أن هذا هو الحال في معظم المجتمعات ، خصوصاً تلك التي يكون فيها لانحراف عن التوزيع الطبيعي ليس كبيراً جداً . لاحظ أن مسألة الكفاءة النسبية هي مسألة تختلف جذرياً عن مسألة ماهو المقياس الأكثر مواءمة كمقياس وصفي للنزعة المركزية Central Tendency . فالأخير يختص فقط بمسألة كيفية الحصول على أحد أحسن المقاييس ليمثل بيانات العينة .



الشكل (١٢ - ١)

ففي الشكل (١٢ - ١) نجد أن المنحني ذا القيمة الأعلى ، بتحيزه الطفيف ، سيكون الافضل طالما أننا ، وفي أي تجربة من التجارب ، نكون في وضع أكثر احتمالاً للحصول علي تقدير للعينة يكون أقرب للمعلم ، بالرغم من أننا وفي المدى البعيد نميل إلي التقليل من قيمة المعلم بقدر ضئيل. وفي أي تجربة ، كلما نكون أكثر احتمالاً للحصول على تقدير للعينة نكون أكثر إقتراباً من معلم مجتمع البحث . إن المعرفة بأن التقديرات يمكنها في المدى البعيد أن تتوحد لتعطي تقديراً صحيحاً لمعلم مجتمع البحث فيها بعض العزاء ، لو أن التقدير لاي عينة من العينات يحتمل أن يكون بعيداً جداً من المعلم المراد إيجاداه (٥) .

(٥) إذا أراد الشخص أن يضع افتراضات قوية حول توزيع المجتمع الطبيعي مثلاً ، فهناك طريقة جديدة بالاهتمام تسمى طريقة «تقدير الجوازية الكبرى - maximum likelihood Estimation» والتي تؤمن تقديرات بأعلى كفاءة ممكنة . ويعني ذلك أننا إذا علمنا أن التقدير هو تقدير نو جوازية كبرى فإنه بذلك يكون معلوماً أن له ميزات قصوى لا يمكن أن تحتل أي تطوير . وعلى أية حال فإن المعرفة العلمية «لمبدأ الجوازية الكبرى» تتطلب خلفية عن الرياضيات وعن نظرية الاحتمالات .

١٢-٢ التقدير التراوحي * Interval Estimation

ربما تستحضر أنك عندما كنت تدرس الفيزياء الأولية ، كنت قد علمت كيف توزن قطعة من الخشب عدة مرات ثم تأخذ القيمة المتوسطة ، وعليه تعين مدى ممكناً للخطأ . وهكذا يمكن أن تكون قد عيّنت بأن وزن كتلة الخشب يساوي 10.2 ± 2 جراماً بمعنى أنك تقدر بأن الوزن الفعلي يقع بين مائة (١٠٠) جرام ومائة وأربعة (١٠٤) جرامات . وبهذا العمل فإنك تكون قد سمحت بمدى محدد لطريقة القياس ، وحددت كم أنت واثق من الدقة المتحصل عليها عند استخدام هذه الطريقة . وبما أنه لا يخطر ببالك أبداً إلا أنه قد يساورك بعض الشك في أن القيمة الحقيقية قد لاتقع في المدى أوالمجال المتحصل عليه . فلو أن المجال أُجعل أوسع مما هو عليه الآن ستكون أكثر تأكيداً بأن القيمة الفعلية تقع داخله . وهكذا ربما تكون أكثر إيجابية في قولك إن القيمة الفعلية تقع بين ٩٨ و١٠٦ جرامات . وترغب في الرهان بأخر دولار لديك بأن القيمة الفعلية تقع بين «٢» و«٢٠٢» من الجرامات . عند الحصول على تقديرات تراوحية للمعالم فإننا نفعل بالضرورة نفس الشيء الذي يفعله الفيزيائي « إحصائي علم الطبيعة» عدا أننا سنكون في وضع يؤهلنا لتقييم الإحتمال الدقيق للخطأ .

* في بعض الترجمات يطلق عليه التقدير «الفكري» أو التقدير «الفاصل» - [المترجم]

إن الطريقة الفعلية المستخدمة للحصول علي تقدير تراوحي أو ما يطلق عليه « درجة الثقة » بسيطة جداً ولاحتوي في الحقيقة علي أية أفكار جديدة وأساسية .

أولاً علينا مجرد توضيح كيفية الحصول علي المدي ، وبعد ذلك يمكننا اختبار لماذا اختير المدي بهذه الكيفية .

إن المرء ليقدر أولاً بخصوص المخاطر التي سوف يقبل أن يخوضها بإقدامه علي الوقوع في خطأ إعتبار أن المعلم يقع في « مجال الثقة » في حين أنه في الواقع لا يقع في ذلك المجال . دعنا نقول أنه قرر بأنه يقبل بأن يكون مخطئاً خمس مرات من بين كل مائة مرة ، وبمعني آخر ، فإنه يستخدم ما يطلق عليه ٩٥ بالمائة (٩٥٪) من درجة الثقة^(٦) أي بدرجة ترقى إلى ٩٥٪ . والمجال Interval يُحصَلُ عليه بالسير باتجاهي التقدير الأحادي [التقدير الأحادي مثل متوسط العينة Sample mean] بعدد من مضاعفات الخطأ المعياري التي تتقابل مع مستوي الثقة المختار . وهكذا فإنه لتقدير المتوسط الحسابي لمجتمع البحث «س» نتحصل على مجال بالصورة التي تلي إذا استخدمنا درجة ثقة ٩٥٪ .

$$\bar{x} \pm 1,96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm \frac{s \times 1,96}{\sqrt{n}}$$

حيث الرقم ١,٩٦ يقابل المنطقة الحرجة في مخطط المنحني الطبيعي باستخدام مستوي دلالة ٠,٠٥ ، مع اختبار ذي الطرفين Two - tailed test . فإذا كان متوسط مجتمع العينة

$$\bar{x} = 15$$

(٦) لاحظ أنه في حالة مجالات الثقة ، فإننا نشير إلي الوحدة [واحد صحيح unity] ناقصاً إحتمال الخطأ . وهذا يشير إلي أن لنا « ثقة » الصواب بدرجة ٩٥٪ .

والانحراف المعياري لمجتمع البحث = ع = هـ

وحجم مجتمع العينة = ن = ١٠٠ ،

فإن مجال الثقة يكون :

$$١٥ \pm ١,٩٦ \times \frac{٥}{١٠٠} = ١٥ \pm ٠,٩٨$$

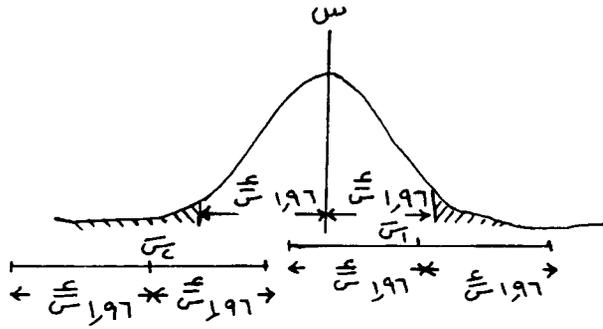
ويعني آخر فإن المجال يتراوح بين ١٤,٠٢ و ١٥,٩٨ (٧) . ولفهم المجالات التي يتحصل عليها بهذه الطريقة نحتاج إلى الرجوع إلى مانعرفه عن توزيعات المعاينة ، في هذه الحالة توزيع عينات المتوسط الحسابي . دعنا نفترض أن لدينا توزيعاً طبيعياً للعينة بمتوسط « تـ » وانحرافاً معيارياً

« $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$ » . لأغراضنا ، هناك نوعان من متوسطات العينة :

١- تلك التي لاتقع في المنطقة الحرجة ٢- تلك التي تقع في المنطقة الحرجة (٨) . دعنا نفترض أولاً أننا حصلنا على متوسط « تـ » (أنظر الشكل ١٢-٢) لايقع في المنطقة الحرجة .

(٧) إن نقاط النهايات للقيم يشار إليها بحدود الثقة .

(٨) هنا ، عندما نشير إلى المنطقة الحرجة فإننا نعلم أننا نتعامل مع توزيع معاينة حقيقي طالما أننا نستخدم القيمة الصحيحة للمتوسط الحسابي لمجتمع البحث حتي ولو أنها غير معلومه بدلاً من استخدام قيمة افتراضية .

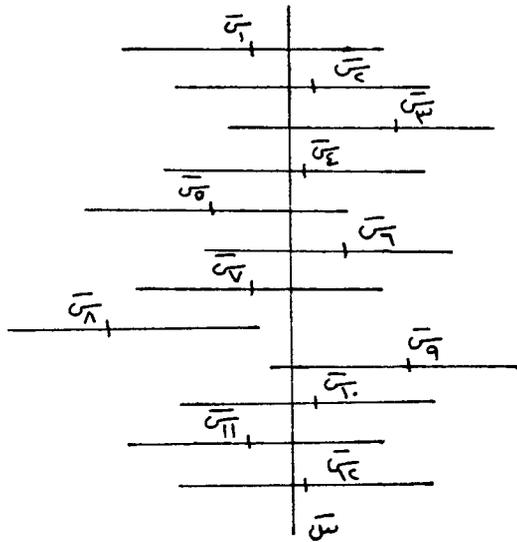


الشكل (١٢- ٢) مقارنة مجالات ثقة بتوزيع عينات المتوسط الحسابي ، يوضح لماذا أن مجالات الثقة

بدرجة ٩٥٪ تحتوي على « س » ٩٥٪ من المرات .

نعرف أن هذا المتوسط « س » يجب أن تضمه القيمة ١,٩٦ × ع. من قيمة « س » أي متوسط مجتمع البحث (المترجم) . فلو بنينا مجالاً في كلا الجانبين من جوانب توزيع « س » بقطع مسافات تساوي ١,٩٦ × ع. فإننا لذلك لا بد من أن نجتاز « س » (متوسط توزيع المعاينة) ، بغض النظر عما إذا كانت « س » تقع إلى يمين أو إلى يسار « س » . وبالمثل ، فإنه إذا كان المتوسط « س » المتحصل عليه يقع داخل المنطقة الحرجة (أنظر « س » في الشكل ١٢ - ٢) فإن هذا المتوسط « س » يكون أبعد من ١,٩٦ خطأ معيارياً من « س » ، ومجال الثقة بالتالي لا يمتد إلى حد قيمة « س » . ولكننا نعلم أيضاً أننا في ٩٥٪ من المرات سوف نتحصل على أوساط حسابية « س » لاتقع في المنطقة الحرجة . وبتعبير آخر ، فإننا نعلم أن في ٥٪ فقط من المرات نتحصل على مجالات أو فترات بهذه الكيفية سوف لا تحتوي على المعلم . والباقي ٩٥٪ من المرات فإن هذه الكيفية ستنتج متوسطات للعينة قريبة جداً من المعلم ، بحيث أن مجالات الثقة المتحصل

عليها سوف تحتوي في الواقع على « المعلم » . إن بعض كلمات تحوطية تكون ضرورية عند تفسير مجالات الثقة Confidence intervals . فالطالب المبتدئ معرض لأن يستخدم جملاً مبهماً مثل «أنا واثق ٩٥٪ بأن « المعلم » داخل المجال » . وبهذا فإنه ربما لا يلاحظ بوضوح بأن « المعلم » هو قيمة محددة Fixed value وبأن المجالات هي التي تتغير من عينة إلى أخرى . وطبقاً لتعريفنا « للاحتمال » فإن احتمال وقوع « المعلم » في أي مجال معين هو إما « صفر » أو واحدٌ صحيحٌ طالما أن « المعلم » إما أن يكون داخل المجال المحدد المتحصل عليه أو خارجه . إن مخططاً بسيطاً يشير إلي القيمة الثابتة « للمعلم » - في هذه الحالة « س » وتباين المجالات يساعدك على فهم التفسير الصحيح بوضوح أكثر .



الشكل (١٢ - ٣) - توزيع مختلف مجالات الثقة حول قيمة ثابتة « للمعلم » « س »

الشكل (١٢ - ٣) يؤكد علي أن ثقة الفرد تكون في الطريقة التي استخدمت أكثر منها في أي مجال معين من مجالات الثقة . ويمكننا القول بأن الطريقة المثلي هي تلك التي بموجبها ، وفي المدى البعيد ، ٩٥٪ من

المجالات المتحصل عليها تحتوي على « المَعْلَم » الحقيقي والثابت . فيجب عليك الحرص على ألا تفترض أن المجال المعين الذي تحصلت عليه يتضمن أي ميزة خاصة لاتحتوي عليها مجالات أخرى شبيهة يمكن أن يُتَّحَصَل عليها من عينات أخرى . أحياناً يقال بأنه إذا سحبت عينات متكررة فإن ٩٥٪ من متوسطات هذه العينات سوف يقع داخل مجال الثقة الذي حسبه الفرد بالفعل [مثلاً ، ١٥ + ٩٨ ،] . وهذا بالطبع يعني ضمناً أن المتوسط الحسابي الذي تحصل عليه في عينة الباحث « س » يساوي بالضبط متوسط أية عينة سحبت من مجتمع البحث « س » ، أو هو على الأقل قريب جداً من « س » . في الحقيقة فإن المجال المعين المتحصل عليه ربما يكون بعيداً جداً خارج الخط بحيث أن عدداً قليلاً جداً من متوسطات العينة يقع داخله . كما هو الحال دائماً مع الاستدلال Statistical inference ، فإن ثقتنا ليست في نتيجة عينة بعينها ولكن في الطريقة Procedure التي استخدمت للوصول إلى تلك النتيجة .

من الممكن أن يعين احتمال الخطأ risk of error على أي مستوى مطلوب باستخدام مضاعفات الخطأ المعياري المناسب . إنمّا لابد لك من ملاحظة أنه بتقليل احتمال الخطأ فإنه يكون بالضرورة أن تزيد طول المجال أو سعته إلا إذا زدت في نفس الوقت عدد الحالات أو المفردات . فكلما زاد طول المجال قل - في الحقيقة - مايمكن أن يقوله الفرد عن « المَعْلَم » المراد . فالقول بأن وسيط دخل الأسرة في نيويورك يتراوح بين ١٠٠٠ دولار و ٢٥٠٠٠ دولار لايعدو كونه ذكر الشيء الذي يبدو واضحاً . وهكذا فإن الباحث يواجه بمعضلة : فيمكنه القول بأن « المَعْلَم » يقع في مجال ضيق جداً لكن احتمال الخطأ هنا يكون كبيراً . ومن جانب آخر يمكنه أن يزيد طول المجال ويكون بذلك متأكداً من صحة مذهبه ذاك . وإن الذي سيختار فعله بالضبط يعتمد

على طبيعة الحالة nature of The Situation . وفيما أن مجال الثقة ٩٥٪ و ٩٩٪ يستخدمان تقليدياً ، يجب التأكيد علي أنه ليس هناك أي شيء مقدس عن هذه المستويات .

Confidence intervals

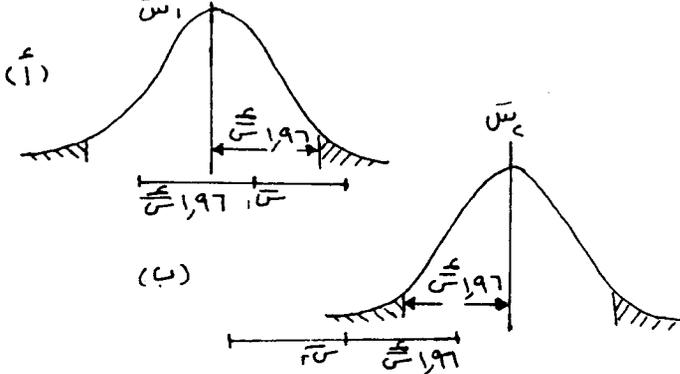
مجالات الثقة

and Tests of hypothesis

واختبارات الفروض

مع أن الغرض المباشر والواضح لوضع مجال الثقة لتقدير ما ، هو لبيان درجة دقة التقدير ، فإن مجالات الثقة تكون أيضاً اختبارات ضمنية implicit Tests لسلسلة متكاملة من الفرضيات (٩) . وهي اختبارات ترد ضمناً لكون أن فرضيات محددة لم ترد في الحقيقة وإنما هي فقط موحاة أو يفهم منها ذلك implied . وفي مجال الثقة يكون لدينا اختبار ضمني لأي قيمة ممكنة من قيم «س» يمكن أن تفترض . الشكل (١٢-٤) أدناه يوضح

كيف أن مجالات الثقة ترتبط باختبارات الفروض .



الشكل (١٢-٤) مقارنة مجال ثقة بدرجة ٩٥٪ باختبارات فروض علي مستوى دلالة ٠.٠٥ ، ويعكس عدم رفض للمتوسط الحسابي المفترض (\bar{s}_1) والذي يقع داخل المجال ، ولكنه يعكس رفضاً للمتوسط الحسابي المفترض (\bar{s}_2) الذي يقع خارج مجال الثقة .

(٩) يجب التأكيد علي أنه رغم أن التقدير التراحي واختبار الفرضية يشتملان كلاهما علي أفكار متقاربة جداً إلا إنهما طريقتان مختلفتان تماماً .

يمكنك أن توجه تركيزك الآن إلى مجال الثقة المضروب حول « \bar{s} » .
 فهب أننا بدلاً من الحصول على مجال كهذا ، قمنا بافتراض عدة قيم بديلة
 لـ « \bar{s} » ثم عمدنا إلى اختبار هذه الفروض . وللتبسيط ، افترض أن قيمة
 التباين « σ^2 » معطاة ، واستخدم مستوي دلالة ٠.٥ ، كما استخدم اختبار «نو
 الطرفين» . أولاً :

هب أننا افترضنا قيمة مثل « \bar{s} » (الشكل ١٢-٤ (أ)) تقع حقيقة
 داخل مجال الثقة المشار إليه فإن المتوسط الحسابي للعينه \bar{s} - من ثم -
 سوف لا يقع في المنطقة الحرجة ، وإذن فالفرضية سوف لا ترفض عند
 مستوي دلالة ٠.٥ . ومن ناحية أخرى ، فإننا لو افترضنا قيمة خارجة عن
 نطاق المجال مثل « \bar{s}_p » (الشكل ١٢-٤ «ب») فإن المسافة بين \bar{s}
 المفترضة وبين \bar{s}_p الفعلية ستكون أكبر من ١,٩٦ × ع \bar{s} . وبذلك فإن
 الفرضية الثانية المشار إليها كان يمكن أن ترفض ، فيكون من الواضح
 إذن- إذا قمنا بافتراض قيم معينة لـ : \bar{s} وتقع هذه القيم في أي مكانٍ
 داخل مجال الثقة - أننا لانستطيع رفض هذه الفرضيات أو الفروض عند
 مستوي الدلالة المناسب . وإذا افترضنا قيماً لـ : \bar{s} تقع خارج نطاق مجال
 الثقة ، نكون علي علم بأن هذه الفروض سوف ترفض . وهكذا فإنه
 ويحصلونا علي مجال ثقة معين ، فإنه يمكننا القول - وينظرة عابرة - كيف
 يمكن أن تكون النتائج فيما لو اختبرنا أية فرضية معينة . لو أن طبيعة
 مشكلتنا هذه هي في كوننا لم نقم باقتراح أيّ فروض بعينها لكونها فضّلت
 على الأخرى ، فإنه يكون من الواضح أن البديل العملي لمجموع سلسلة من

الاختبارات سوف يكون الحصول على مجال ثقة وحيد ^(١٠). فيجب أن تقنع نفسك بأن الأمثلة التي تطرقنا إليها في الفصل السابق يمكن معالجتها أيضاً ، وبنفس السهولة ، باستخدام طريقة مجال الثقة .

assumptions made For **الافتراضات المصاحبة**

Confidence Intervals

لمجالات الثقة

إن استخدام مجالات الثقة لا يغنينا عن ضرورة وضع افتراضات عن طبيعة مجتمع البحث وعن الطريقة التي استخدمت في سحب العينة . أساساً، فإن الافتراضات المصاحبة لمسألة مجال الثقة هي كتلك التي تتطلبها أي اختبارات جاءت ضمنية ؛ غير أنه بالطبع ليس ضرورياً افتراض قيمة معينة للمعلم المراد تقديره . وتجدر الإشارة هنا إلى أن العينة العشوائية هي دائماً المفترضة في هذا الكتاب . كذلك فإنه إذا استخدم التوزيع الطبيعي للعينة فإننا إما أن نفترض مجتمع بحث طبيعي ، أو نحوز على عينة كبيرة بما فيه الكفاية . فإذا استخدم اختبار التوزيع التائي - t test Distribution أو بعض توزيعات المعاينة الأخرى، فإن الافتراضات المعتادة المستخدمة في الاختبارات المقارنة يجب أن يؤخذ بها .

(١٠) وعلي أية حال ، يجب ملاحظة أننا عندما نختبر فرضية معينة نحصل على قيمة احتمالية محددة (ح = ٠.٠٢٦) والتي لانحصل عليها عادة فيما يختص بمجال الثقة .

confidence intervals for

١٢-٣ مجالات الثقة

other Types of problems

لمسائل مغايرة : -

حتى الآن فإن مناقشة مجالات الثقة لم تتعد الحالات التي يكون فيها المعلم المراد تقديره هو متوسط مجتمع البحث «س» عندما يكون الانحراف المعياري «ع» معلوماً . فإذا عكسنا المسألة فإن التعديلات الإجرائية تكون عادية تماماً ويكون الفهم الأساسي لمجالات الثقة وعلاقتها باختبار الفروض باقياً كما هو . إن مجال الثقة لمعلم ما يُتَّحَصَّل عليه دائماً بأخذ تقدير المعلم المعني وإحاطته بمجال يكون إتساعة (طوله) دالاً على الخطأ المعياري للتقدير (١١) - أي لتقدير المعلم .

فإذا كان لابد من استخدام التوزيع التائي لأن «ع» مجهولة فإننا بكل بساطة نستفيد من تقدير الخطأ المعياري ، ونستبدل الناتج المتحصل عليه [باستخدام جداول التوزيع الطبيعي] بالعدد المماثل له في جدول التوزيع التائي ، وكأننا نستخدم اختبار ذي الطرفين . وهكذا فإنه لمجال ثقة بدرجة ٩٩٪ للمتوسط الحسابي و ٢٤ درجة للحرية سنتحصل علي :-

$$t = \pm 2,797 \times \frac{ع}{\sqrt{n-1}} = t_{\alpha/2} = \pm 2,797 \times \frac{ع}{\sqrt{n-1}}$$

لو أن المثال في الجزء (١١-٣) من الفصل السابق استخدم في الحل بمجال ثقة ٩٩٪ فإن النتيجة سوف تكون :

$$2,797 \pm 0,52 = \left(\frac{12}{24\sqrt{}} \right) 2,797 \pm 0,52 = 0,6,85 \pm 0,52$$

(١١) وعلي أية حال ، ففي بعض الحالات كما في حالة مجال الثقة لمعاملات الارتباط مثلاً ، فإن

التقدير الأحادي لا يقع بالضبط في نصف المجال (أنظر الجزء ١٨ - ١ بالجزء الثاني من الكتاب) .

ولذلك فإن مجال الثقة بدرجة ٩٩٪ يمتد من ٤٥,١٥ إلى ٥٨,٨٥ . ولذا نرى أن النتيجة بعاليه تتناسق مع التي تحصل عليها في السابق (يعني ٠,٠٠١ , <math>C>٠,١) في أن « س » بقيمة ٦٠ هي في الواقع خارج المجال المحسوب ، وبذلك نعلم أن الفرضية ستكون مرفوضة عند مستوى دلالة ٠,١ [لاختبار ذي الطرفين] . وبالمثل فإننا نستطيع أن نحصل على مجالات ثقة للتناسب

Proportions . فإذا استعضنا عن « C » بالتناسب « C » وعن $\frac{C}{N}$ بالاتي = $\sqrt{\frac{C \times K}{N}}$ فإن مجال الثقة بدرجة ٩٥٪

سيكون : $C \pm ١,٩٦ \sqrt{\frac{C \times K}{N}}$. وسنواجه هنا صعوبة لم نكن قد واجهناها من قبل عندما أمكن إفتراض قيمة معينة للتناسب « C » . وطالما أنه من الواضح أن « C » لا تكون معلومة يكون ضرورياً بالتالي أن نقدر الخطأ المعياري . فإن إجراء ين بسيطين أحدهما أكثر محافظة more conservative عن الآخر يمكن أن يوحى بهما . أولاً : طالما أن حجم العينة لا بد أن يكون كبيراً لتبرير إستخدام جداول التوزيع الطبيعي ، فإن قيمة التناسب « C » تكون عادة تقديراً معقولاً ل « C » ولذلك لو قمنا ببساطة باستبدال « C » بقيمة التناسب « C » واستبدلنا قيمة التناسب « K » بـ « C » ، يمكننا الحصول علي مجال يمكن أن يكون قريباً جداً من المجال الصحيح .

وهكذا فإننا في المثال الموضح في الجزء (١١-٤) بالفصل السابق كان يمكن أن نحصل علي مجال ثقة بدرجة ٩٦٪ كما يلي :

$$C \pm ٢,٠٥٤ \sqrt{\frac{C \times K}{N}} = ٢,٠٥٤ \pm ,٥٥ \sqrt{\frac{,٥٥(,٤٥)}{١٢٥}} = ٢,٠٥٤ \pm ,٥٥ = ,٠٩٤$$

لو أن الباحث اعترض علي استخدام تقدير للخطأ المعياري دون أن يصحح بطريقة أو بأخرى الخطأ الإضافي الناتج عن عملية اختبار العينة ، ربما فضل طريقة أكثر محافظة للحصول على ذلك المجال .

وحيث أن ناتج الضرب $ح \times ك$ يصل إلي أكبر قيمة عددية ممكنة عندما تكون ($ح = ك = ٥$) فإنه . يتبع ذلك أن أوسع مجال أو أطوله يمكن الحصول عليه هو ٥ ، كتقدير ل : « ح س » (١٢) وطالما أن مجالا أضيق يكون دائماً هو المطلوب ، فنحن نكون محافظين بحصولنا علي مجال هو من الوسع بأقصى ما يمكن أن يكون بغض النظر عن قيمة « ح س » . وباستخدام الطريقة الأكثر محافظة هذه نتحصل على مجال مختلف إلى حد ما :

$$٥٥ \pm ٢,٥٤ = \sqrt{\frac{(٥)(٥)}{١٢٥}} \pm ٥,٩١٩$$

لاحظ أن المجال الثاني هذا يختلف* اختلافاً طفيفاً جداً عن المجال الأول . فحيثما كانت $٣ \leq ح \leq ٧$ ، فإن الطريقتين تعطيان نفس النتائج تقريباً . ولو أن « ح س » كانت إما كبيرة جداً أو على العكس من ذلك صغيرة جداً ، فإن طريقة المحافظة ربما تعطي مجالاً واسعاً جداً . ولو تردد الشخص في استخدام الطريقة الأولى التي تقدّر فيها « ح س » بواسطة « ح س » يكون من الممكن أن نجمع الطريقتين لنحصل على مجال أكثر معقولية . وعلى ذلك فهذه الطريقة أيضاً محافظة ؛ فنستفيد أولاً من الطريقة الأكثر محافظة للحصول على مجال ثقة تقريبي . افترض أن هذا المجال يمتد من ١ ، إلي ٢٥ ، مع قيمة « ح س » تساوي ١٧٥ . سنكون عندئذ متأكدين بقدر معقول بأن القيمة الحقيقية ل « ح س » هي في مكان ما داخل هذا المجال التقريبي

(١٢) يجب أن تقنع نفسك بأن هذا صحيح .
* أوسع منه بقليل جداً .

[و المحافظ] . ولحساب المجال الأكثر دقة نعتبر تقديراً ل : «ح س» هو القيمة التي هي في المجال التقريبي الأقرب إلى ٥ , ٠ وفي المثال الرقمي السابق سنختار القيمة ٢٥ , طالما أن استخدام هذه القيمة في معادلة الخطأ المعياري ينتج عنه مجال أوسع من أي مجال يمكن أن يتواجد بالمدى ١٠ , إلى ٢٥ , وبمعنى آخر فإنه بدلاً من أن نستخدم «ح س» الحقيقية [أي ١٧٥ ,] نختار أكبر قيمة نعتقد أن ح س يمكن أن تأخذها . ولذلك نحسب مجال الثقة الذي هو بدرجة ٩٥٪ كما يلي :

$$175 \pm 1.96 \sqrt{\frac{(0.75)(0.25)}{n}}$$

المجال أعلاه سوف يكون أوسع ، ولذلك فهو أكثر محافظة من ذلك الذي تُحصَل عليه باستخدام «ح س» تحت الجذر التربيعي ومع ذلك فهو لا يتعرض لاستخدام القيمة ٥ , التي نظن أنها كبيرة جداً .

١٢-٤ تحديد حجم العينة Determining the Sample Size

تمشياً مع ممارسة تقديم أفكار قليلة وجديدة في وقت واحد ، فقد أجلبنا مسألة كيفية تحديد حجم العينة إلي مابعد عملية جمع البيانات . إن أحد الأسئلة التي توجه باستمرار إلي الإحصائي هو « كم من المفردات نحتاج للدراسة ؟ » والإجابة تعتمد بالطبع على الذي يريد الشخص أن يفعله بنتائج العينة ؟ وبتحديد أدق ، هناك عدة حقائق يجب أن تحدد قبل أن نعطي إجابة شافية . وعموماً فالذي يجب أن نفعله هو أن نقتفي الأثر راجعين To work backwards مستخدمين البيانات التي نتوقع الحصول عليها من أجل تحديد حجم العينة غير المعلوم . وإلي الان فنحن نأخذ حجم العينة كعدد معلوم . المعالم الإحصائية كالمتوسط الحسابي للعينة وكانحراف العينة

المعياري يمكن الحصول عليها من نتائج العينة .فمتى قررنا مستوي الدلالة لاختبار ما ، أو درجة الثقة المرغوب فيها ، يمكننا عندئذٍ وضع جميع هذه القيم في معادلة تحديد إتساع مجال الثقة ، أو إن كنا سنرفض أو سنقبل الفرضية الصفرية $The\ null\ hypothesis$. في مثل هذه المشكلة التي نحن بصدها في هذا الجزء علي أية حال سوف يكون حجم العينة مجهولا . وهذا يعني أنه لكي يتسني لنا حل المعادلة لمعرفة «ن» يتحتم علينا أن نعرف كل كمية من الكميات المتبقية في المعادلة . وعندما نضع كل هذه القيم في المعادلة فإن الحل للحصول علي «ن» لا يكون أكثر من مسألة جبرية . وسنستخدم الان مسألة من مسائل مجالات الثقة لتبيان هذه العملية : إفترض أننا نود أن نعرف كم عدد الحالات أو المفردات المطلوبة لتقدير متوسط عدد السنوات الدراسية التي أنهيت بواسطة أشخاص وُلد أبائهم بالخارج . قبل أن نستطيع تحديد الإجابة على هذا السؤال سوف نحتاج الآن لتوفر المعلومات التالية :-

١- مستوى الثقة الذي يستخدم

٢- درجة الدقة التي نود من خلالها تقدير المعلم

٣- تقديرات معقولة لقيم معالم يمكن أن تظهر في المعادلة

مثلاً ربما نودّ تقدير الوسط الحسابي في حدود دقة تساوي ± ١ ، من سنة دراسية ونستخدم مجال ثقة ٩٥٪ . لاحظ أن كلاهاتين الكميتين لا بدّ من أن تحددتا طالما ، علي سبيل المثال ، يمكننا دائماً أن نحصل على دقة في حدود ± ١٠ ، من سنه واحدة لو سمحنا لأنفسنا بالتعامل مع احتمال عالٍ للخطأ . والآن نستخدم هذه القيم في المعادلة الخاصة بمجال الثقة :

$$\bar{c} \pm 1,96 \sqrt{\frac{c}{n}}$$

إن معرفة مجال الثقة المطلوب أو المرغوب مكنتنا من إدخال القيمة $0,1,96$. وحيث أننا نرغب في دقة تساوي $\pm 0,1$ ، أو إتساع مجال بمجموع $0,2$ ، فإننا نعرف أن القيمة : $\frac{c \times 1,96}{n}$

لا بد لها من أن تساوي $0,10$. ورغم أن قيمة « \bar{c} » تكون مجهولة فإننا نري للتو أنها غير مطلوبة في هذه المسألة طالما أننا نود أن نحصل علي مجال باتساع معين بغض النظر عن قيمة « \bar{c} » . افترض الآن أننا نود حل

$$\text{المعادلة :- } \frac{c \times 1,96}{n}$$

$= 0,1$ للحصول على «ن» . لاتزال هناك قيمة مجهولة - قيمة «ع» . ولكن كيف يمكننا الحصول على «ع» قبل جمع البيانات ؟ من الواضح أن قيمة «ع» . يجب أن يتم تقديرها بطريقة يمكن أن تتعدّي في وجه من الوجوه - البيانات التي سوف تجمع . المهم أننا يجب أن نقدم على تخمين تنويري لقيمتها إما باستخدام المعرفة المنوطة بالخبرة Expert

knowledge ، أو باستخدام نتائج دراسات سابقة ، أو ربّما دراسة ميدانية استكشافية بنوع ما . عادة تكون الدراسة الإستطلاعية مرتفعة Pilot Study التكاليف . ولذلك فإنّ الثقل يوضع في الاعتماد على الطريقتين الأخيرتين . في الحقيقة فإنّ أكثر الطرق كفاءة تكون بتحديد قيمة «ع» بدقة ولكن إذا كان هذا سيتم فإنّه من المحتمل ألا يكون هناك داع لسحب عينة من الأساس. نلاحظ أن نوعية التقدير الضروري في هذه المسألة من المسائل تختلف إختلافاً جذرياً من تلك التي استخدمت في تقدير «ع» من بيانات عينة ما . ولذلك ليس هناك داع لتقدير «ع» بواسطة «ع» أو لاستخدام

التوزيع التائي . فإذا كان لابد من أن نخمن علي أية حال فإنّ من الممكن لنا أيضاً أن نخمن قيمة «ع» بدلاً من تخمين قيمة «ح» أو قيمة «ع». في هذا المثال افترض أنه علي أساس أحسن المعلومات المتاحة نقدر أن تكون قيمة «ع» ٢,٥ سنة بالتقريب . مستخدمين هذه القيمة للحصول علي حجم العينة المطلوب سيكون لدينا المعادلة :-

$$1.0 = \frac{2.5}{\sqrt{n}} \times 1.96$$

$$\text{أو } \sqrt{n} = \frac{2.5 \times 1.96}{1.0} = 4.9$$

ولذلك فإنّ حجم العينة «ن» = ٢٤.٠١ مفردة . لاحظ أننا في عملية الحل للوصول إلي قيمة «ن» وضعنا جميع الكميات ماعدا « \sqrt{n} » في جهة واحدة من كفتي المعادلة ثم إختصرنا . وأخيراً ربّعنا كلا جهتي المعادلة للتخلص من الجذر التربيعي . فمن المؤكد أننا لانملك أكثر من أن نتّحصل علي قيمة تقريبية لحجم العينة المرغوب طالما أن المعالم تقدر تقديراً . فمن المؤكد أنه ليس هناك مبرر لأخذ ٢٤.٠١ مفردة بالضبط علي سبيل المثال . وبالرغم من ذلك فإنّ هذا التقريب يعطي عادة نتائج مقبولة ذهنياً عن عدد الحالات أو المفردات الضرورية . إننا عادة وفي التطبيقات العملية ندرس أكثر من متغير واحد وهي الحقيقة التي يمكن أن تعقّد الصورة بشكل كبير . وأيضاً فإننا عادة ماتحدنا الأموال المتاحة، وكثيراً مانركن إلي أيّ من درجات الدقة استطعنا أن نحصل عليها . ومع ذلك فإنه عادة مايكون اجدي أن نحسب حجم العينة المطلوب كهادٍ إلي تصميم البحث . ومع أن مسألة تحديد حجم العينة سوف لاتناقش في الفصول القادمة مقترنة مع طرق إحصائية أخرى ستجد أن هناك عدة تمارين تتطلب منك تقدير «ن» في أنواع أخرى من المسائل . وفي كل الحالات فإنّ التطبيقات واضحة حتى وإن

كنا في بعض الأحيان نحتاج إلي مزيد من إستخدام عمليات الجبر .

تمارين الفصل الثاني عشر :-

١- أوجد مجالات الثقة للتمارين ٣، ٤ و ٥ بالفصل ١١. هل نتائجك متناسقة مع تلك التي وجدت في التمارين السابقة ؟ كيف تعرّف ذلك ؟ [الإجابة للتمرين «٥» = ٤٧ و إلى ٦١ و].

٢- أخذت عينة عشوائية تتكون من ٢٠٠ أسرة من مجتمع ما ، ووجدت أنه في ٢٦٪ من هذه الأسر يقوم الزوج بإصدار نصف القرارات المالية . ماهو مجال الثقة [بدرجة ٩٩٪] لنسبة الأسر التي فيها يقوم الزوج بإصدار نصف مثل هذه القرارات ؟ في أية صورة بالتحديد يعطيك مجال الثقة اختبارات فروض بصورة ضمنية ؟

٣- كم من الحالات أو المفردات سوف نحتاجها لبناء مجال ثقة بدرجة ٩٩ و ٩٩٪ للوسط الحسابي علماً بأن مجمل مجال الثقة لايزيد عن ٥٠٠ دولار والانحراف المعياري قُدّر بـ ١٣٠٠ دولار ؟ [الإجابة : ن = ٢٩٥]

٤- لو اعتقدت بأن نسبة الذين يمتلكون مساكن في مجتمع سكني معين هي ٧٥ ، تقريباً ، كم من الحالات سوف تحتاج لأجل الحصول علي مجال ثقة بدرجة ٩٥٪ بحيث لا يكون أوسع من ٠.٣ ، [مجموع الإتساع] عندما تعبر عن الاتساع في صورة تناسب Proportions ؟ افترض أن نسبة مالكي أو ملاك المساكن قُدّرت بـ : ٥ ، ٠ ، ، كم من الحالات سيُحتاج إليها من ثم ؟

٥- باستخدام حقيقة أن في المجتمعات ذات التوزيع الطبيعي [المجتمعات المتماثلة] يكون لتوزيع المعاينة للوسيط خطأ معياري تقريبي يساوي

يمكننا وضع مجال ثقة لوسيط العينة . إفترض أنه في $\frac{e \times 1.252}{\sqrt{n}}$ التمرين (٣) بعاليه أردت أن تضع مجال ثقة بنفس الاتساع [أو الطول] لوسيط العينة . استعمل نفس تقدير الانحراف المعياري لمعرفة كم من الحالات سنحتاج ؟ وما الذي تظهره نتيجتك فيما يختص بالكفاءات النسبية للوسط الحسابي ؟ والوسيط ؟

[الإجابة : ن = ٤٦٣]

٦- إن أعضاء في مجموعة عمل لوكالة ما طلبوا منك معرفة حجم العينة العشوائية المطلوب لتقدير النسب المئوية الحقيقية للأشخاص الذين يرغبون في دعم برنامجهم . بافتراض أن باستطاعتهم تحديد طبيعة المجتمع المستهدف وأنه سوف لا توجد مشاكل ترتبط بأخطاء القياس أو مصاعب ترتبط باختيار العينة . ماهي المعلومات الاضافية التي ستطلبها منهم قبل محاولة الإجابة علي سؤالهم ؟ حدد هذه المعلومات الإضافية بنفسك واستمر في حل المسألة .

٧- لقد أُردت حجج بأن مجال الثقة بدرجة ٩٥٪ يمثل سلسلة من الإختبارات ذات الطرفين الضمنية بمستوى دلالة ٠,٠٥ . وضّح لماذا أن مجال الثقة بدرجة ٩٥٪ لا يمثل ضمناً اختبار «ذو الطرف الواحد»

One - Tailed Test بمستوى دلالة ٠,٠٥ ؟