

## الفصل السادس

### مقاييس بيانات الفترات

#### مقاييس التشتت

في كثير من الأحيان نجد أن مقاييس النزعة المركزية Measures of Central tendency تحظى بالإهتمام دون غيرها من المقاييس في مجال البحوث الإجتماعية . فمثلاً قد نرغب في مقارنة عدة طوائف دينية من حيث متوسط حضورها لأداء المناسك الكنسية ، أو من حيث مستوى دخل أفرادها . كما قد نرغب في الحصول على مقاييس للتجانس فيما بين أفراد تلك الطوائف المختلفة ، إذ يمكننا مثلاً أن نفترض أن إحدى الطوائف الدينية هي الأكثر احتمالاً من غيرها على اجتذاب أنصارها من طبقة إجتماعية بعينها . ومن ناحية أخرى فقد تقودنا الأفكار العامة أو المسلمات (كتلك التي تتصل بتمركز السلطات والرأى العام حول التقاليد) إلى افتراض أن الإهتمام بالتشتت والتنافر ربما يكون مجرد أمر نظرى بحت . ومن المفترض أن أى إهتمام «بعدم المساواة» يفترض تلقائياً شيئاً ما يتعلق بالتشتت أو التنافر . وفى بعض الأحيان عندما تجرى تجربة ما فإن إخضاع الدرجات أو الحالات المدروسة للتجربة لا يؤثر فحسب على متوسط هذه الدرجات ، بل قد يتعدى ذلك إلى زيادة أو نقصان التشتت فى هذه الدرجات . فنحن وإن كنا نُنغى بمقارنة مقاييس النزعة المركزية بالدرجة الأولى ، فربما نحتاج لمعرفة شئ عن التشتت فى كل مجموعة . نحن ندرك باحساسنا أنه إن كانت كل واحدة من الطوائف الدينية متنافرة بدرجة كبيرة ، فيما يختص بخلفية دخل الفرد ، أو متوسط حضورهم أداء المناسك بالكنيسة ، فإن فرقاً معيناً بين

متوسط دخولهم - قل مثلاً ٢٠٠٠ دولار - سوف لا يكون مهماً أو ذا دلالة إحصائية تذكر بالدرجة التي ستكون عليها أهمية هذا الفرق فيما لو كانت كل واحدة من هذه الطوائف أكثر تجانساً . وعندما نتطرق للإحصاء الإستقرائي inductive statistics سنكون فى وضع يسمح لنا بتبرير هذا الإحساس وسنرى لماذا نالت مقاييس التشتت كل هذه الدرجة من الأهمية . أما فى هذا الفصل فيجب أن نركز على الآليات ، ريثما نقدم فى الفصل القادم على إعطاء شرح لأهم مقياس من مقاييس التشتت وهو الإنحراف المعيارى Standard deviation .

## ٦ - ١ المدى The Range

يُعرف المدى بأنه الفرق بين أعلى وأدنى درجة فى البيانات المعطاة . وهكذا فإنه فى البيانات المعطاة فى الفصل السابق (٧٢ ، ٨١ ، ٨٦ ، ٦٩ ، ٥٧) سيكون المدى هو الفرق بين ٨٦ و ٥٧ - أى ٢٩ . فى العادة يتم تعيين المدى بتوضيح الفرق الحقيقى (٢٩) أو بإعطاء الدرجتين الطرفيتين مثلاً ٥٧ و ٨٦ فى مثالنا هذا . أما إذا جمعت البيانات ثم صنفت باستخدام الفئات فإن المدى سيُحسب بالفرق بين منتصفى الفئتين الطرفيتين، وهكذا فلو كان منتصف الفئة الدنيا ٢٤٥٠ ومنتصف الفئة العليا ٧٤٥٠ فإن المدى سيكون  $5000 = (7450 - 2450)$

البساطة المتناهية للمدى باعتباره مقياساً للتشتت هى فى الواقع ميزة حسنة وسيئة فى آن واحد . فالمدى يمكن أن يبرهن أنه مفيد إذا رُغب فى استخدامه للحصول على مؤشر عام (لكنه غير دقيق) للتشتت من حسابات

سريعة . أو إذا كانت الحسابات ستجرى بواسطة أناس ليسوا مُلمِّين بمادة الإحصاء . فإن كان المعنى بعرض البيانات جمهور يبعد نسبياً عن تعقيدات الإحصاء فإن المدى ربما يكون هو مقياس التششت الوحيد الذى يمكن أن يُدرك من غير كبير عناء . أما فيما يختص بعلماء الإجتماع ، فإن مستوى وعيهم يتلاحق بخطى تقترب كثيراً من نقطة الإنطلاق لفرضية أن مقياس أكثر كفاءة يمكن أن تُفهم . وقصور المدى بوصفه مقياساً للتشتت واضح جداً . فهو يعتمد فقط على حالتين أو درجتين من مجمل البيانات ، وهما الدرجتان الطرفيتان العليا والدنيا . وبما أن الحالات أو الدرجات الطرفية أو الشاذة هى الأكثر احتمالاً لأن تكون الأكثر نُذرة فى معظم المشكلات العملية فإننا ندرك بسهولة أنه يكون مجرد صدفة أن نجد واحدة أو اثنتين من هذه الحالات بين الحالات المكونة للعينة . إفتراض مثلاً أن هناك مليونيراً واحداً فى المجتمع الذى سحبت منه العينة . فإذا اخترنا عشوائياً عشرة أشخاص من هذا المجتمع فإن هذا المليونير يحتمل ألا يكون ضمنهم . ولكن هب أنه اختير ضمن هؤلاء العشرة . هنا سنجد أن المدى كمقياس لدرجة التشتت فى دخول هؤلاء العشرة يكون كبيراً جداً ، وبالتالي مضللاً كمقياس للتشتت . فإذا استخدمنا المدى مقياساً ، سوف لا نعرف أى شئ عن التفاوت فيما بين الدرجات التى تتوسط القيمتين الطرفيتين عدا حقيقة أن القيم تتدرج بشكل ما خلال هذا المدى . وكما يدل هذا المثال فإن المدى يختلف كثيراً من عينة إلى أخرى . زيادة على ذلك فإنه يكون أكبر فى العينات الكبيرة عنه فى الصغيرة ، وذلك ببساطة لأن فرص وجود مفردات أو حالات طرفية فى العينات الكبيرة أكثر من فرص وجودها فى العينات الصغيرة . لهذه الأسباب لا يُستخدم المدى عادة (فى البحوث الإجتماعية) باستثناء بعض المستويات الاستكشافية الأولية جداً .

هناك مقياس بسيط آخر يسمى نسبة الاختلاف variation ratio يمكن استخدامه في حالة البيانات المئوية . ويناسب هذا المقياس - بصفة خاصة - البيانات الإسمية nominal scale data وهو في الأساس مقياس لدرجة تمركز المفردات أو الحالات في الفئة المنوالية Modal Category أكثر منه مقياساً لتوزيع الحالات بشكل أكثر تساوياً على كل الفئات . وتعرف نسبة الاختلاف بالمعادلة التالية :

$$\text{نسبة الاختلاف} = 1 - \frac{\text{التكرار المنوالى}}{\text{المجموع الكلى للحالات}}$$

ومن الواضح أن هذا المقياس لا يستجيب لتوزيع المفردات التي تتباعد عن الفئات المنوالية ، وبالطبع فهو يعتمد على عملية « التصنيف إلى فئات » . فميزة نسبة الاختلاف ترتكز على بساطته المتناهية وسهولة إدراكه المبنية فقط على الإحساس بالإضافة إلى أنه في حالة البيانات الإسمية فإن الشخص لا يستطيع أن يستفيد من ترتيب الفئات لاستخدام مقياس أكثر دقة .

## ٦ - ٢ الإنحراف الربيعي The Quartile Deviation

هناك مقياس آخر قلما يظهر في أدبيات علم الاجتماع لكنه يستخدم أحياناً في ميادين علم النفس والتربية ، ويطلق عليه « الانحراف الربيعي » أو « شبه المدى الربيعي » Semi - interquartile range . الانحراف الربيعي (ك) هو نوع من أنواع المدى لكن بدلاً من أن يمثل الفرق بين المفردتين أو الدرجتين الطرفيتين، فإنه يعرف جزافاً بأنه نصف المسافة بين الربع الأول والثالث . وبالرموز تعكسه المعادلة التالية :

$$\frac{ك ٣ - ك ١}{٢} = ك$$

$$(١ - ٦)$$

وتمثل ك ١ و ك ٣ الربع الأول والربع الثالث على التوالي . لاحظ أن الانحراف الربيعي هو نصف المدى الذى تغطيه نصف المفردات الوسطية ، وبما أن الربع الأول [ ك ١ ] والربع الثالث [ ك ٣ ] يتفاوتان تفاوتاً أقل من تفاوت المفردتين الطرفيتين من عينة إلى أخرى ، فإن الانحراف الربيعي يبرز المدى بمراحل فى استقراره كمقياس للتشتت رغم أنه لا يتمتع بميزة تمثيل كل البيانات أو المعلومات فى التوزيع . نحن لا نقيس التباين فى الحالات الوسطية وفى نفس الوقت لا نهتم بما يحدث فى أطراف التوزيع . لذلك فسوف نوجه إهتمامنا لمقياسين من مقاييس التشتت يراعيان هذه الميزة المرغوب فيها .

### ٦ - ٣ متوسط الانحرافات mean deviation

إذا كنا نود أن نأخذ فى الاعتبار جميع المفردات تحت الدراسة فإن الحس السليم يقول بأن نأخذ الانحرافات لكل مفردة ( أو حالة ) عن قيمة مقياس ما من مقاييس النزعة المركزية ، ثم نحسب ما يمكن أن يمثل متوسطاً لهذه الانحرافات لنستطيع تحييد عدد الحالات المشمولة فى هذا الإطار - أى إطار الانحرافات . فيمكن مثلاً أن نأخذ الوسيط median أو المنوال mode كمقياس للنزعة المركزية ، وإن كنا عادة نستخدم المتوسط الحسابي arithmetic mean والذى هو أكثر المقاييس إقناعاً فى معظم الأحوال . افترض أننا ببساطة نود أن نجمع الانحرافات الفعلية عن المتوسط الحسابي . لسوء الحظ ، وكما نعلم جيداً ، ستكون النتيجة دائماً

[صفرًا] طالما أن الانحرافات الموجبة والسالبة تلغى بعضها بعضاً . وهذا  
يعنى أننا لكي نتحصل على مقياس للتشتت حول المتوسط الحسابى لابد من  
أن نتخلص من العلامات السالبة . هنا تتوفر لدينا طريقتان لبلوغ ذلك :

١ - نهمل العلامات ( السالبة والموجبة جميعها ) ونأخذ بالقيم المطلقة  
للانحرافات .

٢ - نربّع الانحرافات .

وهاتان الطريقتان تقودان إلى مقياسى التشتت المتبقيين والذين سنتطرق  
إليهما فى هذا الفصل وهما « متوسط الانحرافات المطلقة عن وسطها  
الحسابى » و « الانحراف المعياري » .

$$\text{متوسط الانحرافات المطلقة عن وسطها الحسابى} = \frac{\sum |s - \bar{s}|}{n} \quad \begin{matrix} n = 5 \\ \sum = 1 \end{matrix}$$

إن متوسط الأعداد ٧٢ ، ٨١ ، ٨٦ ، ٦٩ ، ٥٧ هو ٧٣ . وبطرح ٧٣ من  
كل واحدٍ من الأعداد المذكورة ومع إهمال العلامة ( سالبة أو موجبة ) ثم  
يجمع الناتج ويقسم المجموع على ٥ ، سنحصل على :

$$\text{متوسط الانحرافات المطلقة عن وسطها الحسابى} = \frac{16 + 4 + 13 + 8 + 1}{5} = 8.4$$

ولذلك يمكن القول إن الدرجات تختلف عن الوسط الحسابى بما مقداره  
- فى المتوسط - ٨ر٤ درجة . وبالرغم من أن متوسط الانحرافات المطلقة  
يمكن إدراكه بالحدس مباشرة أكثر من إدراك الانحراف المعيارى ، إلا أن  
له عدة مساوئ خطيرة :-

فالأعداد أو الأرقام المطلقة لا يمكن معالجتها جبرياً بسهولة .

ثانياً : - وهذا هو الأهم - فإن متوسط الانحرافات المطلقة لا يمكن تفسيره نظرياً بسهولة ، كما أنه لا يقود إلى نتائج حسابية مبسطة كما هو الحال بالنسبة للانحراف المعياري standard deviation . ولكن لأغراض وصفية ، بحتة ، فإن متوسط الانحرافات المطلقة ربما يكون كافياً ، مع أن الانحراف المعياري - كما سنرى - يكون أكثر قابلية للفهم والتفسير في حالة المنحنى الطبيعي The normal curve . وعندما نتطرق إلى الإحصاء الإستقرائي Inductive Statistics سنجد أن الانحراف المعياري هو المقياس الأكثر استخداماً نسبة لتفوقه النظري . ولهذا السبب فإننا لا نجد أى إشارة تقريباً « لمتوسط الانحرافات المطلقة » فى أدبيات العلوم الإجتماعية ، ولم نعرضه هنا إلا ليكون تمهيداً للحديث عن فكرة الانحراف المعياري .

#### ٦ - ٤ الانحراف المعياري : Standard Deviation

الآن وقد تفادينا تقريباً عدة مقاييس أخرى للتشتت يمكننا أن ندلف لأكثر مقاييس التشتت فائدة وأكثرها استخداماً ألا وهو الانحراف المعياري . ويعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط تربيع انحرافات القيم عن المتوسط الحسابي . ويرمز له بالمعادلة التالية :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

(٦-٣)

حيث أن « ع » تمثل الإنحراف المعياري . وتعبيراً بالكلمات ، فإننا نحسب إنحراف كل قيمة من المتوسط الحسابي ، ثم نربّع هذه الإنحرافات و نجمع ناتج التربيع ، ثم تقسّم على عدد الحالات أو المفردات Cases ، ثم بعد ذلك نستخرج الجذر التربيعي . ولنحصل على النتيجة الصحيحة فإن العمليات الحسابية يجب أن تجرى بهذا الترتيب بالضبط . في مثالنا الرقمي يمكن أن نحصل على الإنحراف المعياري كالآتي : -

س و	( س و - س̄ )	( س و - س̄ ) <sup>٢</sup>
٧٢	١ -	١
٨١	٨	٦٤
٨٦	١٣	١٦٩
٦٩	٤ -	١٦
٥٧	١٦ -	٢٥٦
٣٦٥	صفر	٥٠٦

$$\bar{s} = \frac{360}{5} = 72 : ع = \sqrt{\frac{506}{5}} = \sqrt{101.2} = 10.06$$

المعنى المحسوس لقيمة الانحراف المعياري [١٠٠, ٠٦] لا يكون واضحاً إلا لاحقاً حينما نستخدم الانحراف المعياري ع ؛ ليعطينا المساحات تحت المنحنى الطبيعي . وفى الوقت الحاضر نتقبل هذه القيمة كمجرد رقم « لا يمثل حقيقة ملموسة » . هنالك عدة ميزات للانحراف المعياري يمكن تعيينها على أية حال . فنحن نلاحظ أنه كلما زاد الانتشار حول المتوسط الحسابي زادت قيمة الانحراف المعياري . فإذا كانت القيم الخمس فى المثال أعلاه متساوية فإن تربيع جميع الانحرافات عن المتوسط الحسابي تساوى صفرأ، وتبعاً لذلك فإن قيمة الانحراف المعياري تكون صفرأ أيضاً . ثم أننا نرى أن أكثر الانحرافات حدة عن المتوسط الحسابي ؛ هى التى لها أكبر الأوزان فى تحديد قيمة المتوسط الحسابي . فالقيمتان ١٦٩ و ٢٥٦ تطغيان على تربيع الانحرافات الأخرى الثلاثة . ويتربيعنا للانحرافات ، ولو أننا - لاحقاً - أخذنا الجذر التربيعي ، فإننا فى الواقع نعطي ثقلاً - أكبر نسبياً - للقيم الطرفية ، وبدرجة تفوق كثيراً ما نعطيه لها ونحن نحسب المتوسط الحسابي . وهذا يجبرنا على أن نخفف من حماسنا ونحن نتحدث عن الانحراف المعياري كأحسن مقياس للتشتت . وبالتأكيد فإن كانت هنالك عدة حالات طرفية أو شاذة ، فإننا نرغب فى أن يشير مقياسنا إلى هذه الحقيقة . أما إذا كان التوزيع يحتوى على حالات قليلة كهذه ، فإن الانحراف المعياري يمكن أن يعطي نتائج مضللة ، حيث أن قيمته قد تكون كبيرة بدرجة غير مألوفة . فى مثل هذه الحالات قد نستخدم الوسيط مقياساً للنزعة المركزية وربما الانحراف الربيعي كمقياس للتشتت . لكن فى غالبية البيانات فإن الانحراف المعياري يكون مناسباً على أية حال . أو لا يكون معقولاً لو سألنا عن أهمية أخذ الجذر التربيعي ونحن نحسب مقياساً للتشتت ؟ أحد أسهل الإجابات - وإن كانت غير كافية - هى: أن هذه هى

الطريقة التي يُعرَّف بها الإنحراف المعياري . من الممكن تبرير أخذ الجذر التربيعي بالإشارة إلى أنه ما دمنا قد قمنا بتربيع أي من الانحرافات ، فإننا لم نفعل أكثر من كوننا عوضنا تلك الخطوة الأولى [التربيع] بهذه الأخيرة [الجذر التربيعي] . لكن ، وعلى أية حال ، فإننا نكون منطقيين أكثر لو أننا بررنا عملية الجذر التربيعي من واقع مفهومه العملي . وبما أننا سوف نستخدم لاحقاً المنحنى الطبيعي بكثافة ، فإن الإنحراف المعياري بتعريفه ذاك سيكون مقياساً مفيداً جداً . ولأغراض أخرى سنستغل مربع الإنحراف المعياري [ أو التباين variance ] والذي يعرف في المعادلة التالية بالتالي :

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \sigma^2$$

إن الإحصائيين الرياضيين قد وجدوا أن مفهوم التباين ذو قيمة نظرية أعلى من مفهوم الإنحراف المعياري . وابتداءً من الفصل السادس عشر\* سوف نستخدم (وباستمرار) مقياس التباين ، لكننا في الوقت الحاضر سنحصر إهتمامنا في الإنحراف المعياري . المفهومان يقوم كل واحد منهما مقام الآخر في سهولة ويسر ، بحيث أننا يمكن أن نعبر إلى أحدهما من خلال الآخر بكل سهولة ، إذ أنه لو عرّف التباين كمربع الإنحراف المعياري أو عرّف الإنحراف المعياري كالجذر التربيعي للتباين فإن الأمر سواء .

\* في الجزء الثاني من الكتاب .

## حساب الإنحراف المعياري

### من البيانات غير المبوبة

مع أن الإنحراف المعياري يمكن أن يحسب دائماً باستخدام المعادلة الأساسية المطبقة سالفاً إلا أنه أبسط من ذلك أن يحسب بواسطة معادلات حسابية لا تتطلب طرح المتوسط الحسابي من كل قيمة على حدة . فالمتوسط الحسابي ليس بالضرورة أن يكون دائماً رقماً صحيحاً بدون كسر كما أن أخطاء تقريب الأرقام لأقرب عدد صحيح ( أو جبرها ) كثيراً ما تتوفر عند استخدام المعادلة السابقة . ولنرى كيف يمكن أن نبسط العمليات الحسابية . دعنا نحلّل الحدّ الذي يظهر في البسط في المعادلة أعلاه إلى مكوناته لنحصل على التالي : -

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^n x_i + n\bar{x}^2}{n} =$$

لاحظ أنّه مادامت قيمة  $[\bar{x}]$  ثابتة ، فإنه باستطاعتنا وضعها أمام علامة الجمع (مج) في الجزء الثاني من تعبير البسط . وفي الجزء الثالث من تعبير البسط استفدنا من حقيقة أن لكل ثابت « أ » لمفردات تساوي «ن» ،  
يكون :

$$\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \quad \text{أ} = \text{ن} \times \text{أ}.$$

ولكن لأن  $\text{ن} \times \text{س} = \text{مج}$  ، فإن التعبير الأوسط من تعابير  $\text{س}$  و  $\text{و}$  ،

البسط الثلاثة ، يمكن إختصاره إلى «  $\text{ن} \text{س}^2$  -  $\text{س}^2$  » ، ويمكننا أن نكتب : -

$$2\text{س}^2 + 2\text{س}^2 - \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \text{س}^2}{\text{ن}} = \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} (\text{س} \text{و} - \text{س}^2)}{\text{ن}}$$

$$2\text{س}^2 - \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \text{س}^2}{\text{ن}} =$$

ولذلك فإن الإنحراف المعياري : -

$$(6-4) \quad \sqrt{2\text{س}^2 - \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \text{س}^2}{\text{ن}}} = \text{ع}$$

هناك معادلات بديله لحساب الإنحراف المعياري كالاتى : -

$$(6-5) \quad \sqrt{\left( \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \text{س} \text{و}}{\text{ن}} \right)^2 - \frac{\begin{array}{l} \text{و} = \text{ن} \\ \text{مج} \\ \text{و} = \text{أ} \end{array} \text{س}^2}{\text{ن}}} = \text{ع}$$

$$(6-6) \quad \sqrt{\frac{\frac{\text{و}=\text{ن}}{\text{و}=\text{ن}} \text{مج} \text{سو} \text{و}=\text{ن}}{\text{ن}} - \frac{\text{و}=\text{ن}}{\text{و}=\text{ن}} \text{مج} \text{سو} \text{و}=\text{ن}}{\text{ن}}} = \text{ع}$$

$$(7-6) \quad \sqrt{\frac{\text{و}=\text{ن}}{\text{و}=\text{ن}} \text{مج} \text{سو} \text{و}=\text{ن}} - \frac{\text{و}=\text{ن}}{\text{و}=\text{ن}} \text{مج} \text{سو} \text{و}=\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ن}} = \text{ع}$$

رغم أن أى واحدة من هذه المعادلات يمكن استخدامها لحساب الإنحراف المعياري ، إلا أن المعادلة (6-7) تتضمن أو تنطوى على أخطاء أقل لتقريب الأرقام إلى أعداد صحيحة ، ولذلك ينصح بها دون غيرها .

دعنا نستخدم واحدة من هذه المعادلات الحسابية ، ولتكن المعادلة (6-7) فى حل المسألة السابقة عندما تكون  $\text{ن} = ٥$

$\frac{\text{سو}}{\text{سو}}$	$\frac{\text{سو}}{\text{سو}}$
٥١٨٤	٧٢
٦٥٦١	٨١
٧٣٩٦	٨٦
٤٧٦١	٦٩
٣٢٤٩	٥٧
<u>٢٧١٥١</u>	<u>٣٦٥</u>

بالإضافة إلى مجموع المفردات فإن الكميتين المطلوبتين هما  
مج س و مج س<sup>٢</sup> . كلا المجموعتين يمكن الحصول عليهما في نفس  
الوقت بواسطة الآلات الحاسبة الحديثة .

الآن دعنا نحسب الانحراف المعياري باستخدام المعادلة (٦-٧) .

$$\frac{1}{5} = \frac{2(360) - (27101)}{5}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{132220 - 130700}{5}$$

. ١.٠.٦ =

لقد استخدمنا هذه المعادلة البسيطة ، لنبين أن هذه المعادلة الحسابية  
تعطى نفس النتيجة الرقمية التي أعطتها المعادلة الأساسية (٦-٣) . ولأن  
س<sup>٢</sup> صارت عدداً صحيحاً فإن المعادلة الحسابية تطلبت إجراءات حسابية  
أكثر مما تطلبته المعادلة الأساسية ؛ وبالطبع ليس هذا هو الحال عادة .

### حساب الإنحراف المعياري

#### من البيانات المبوبة

عندما تبوب البيانات ، فإن عملنا يمكن أن يبسط إلى درجة كبيرة .  
حيث أننا سنعامل أية حالة أو مفردة كما لو أنها تحتل وسط فئة معينة حتى  
وإن لم تكن هذه هي الحقيقة . وبالطبع فإننا بهذا النهج نقحم شيئاً من  
عدم الدقة ، لكن الوقت الذي سنوفره سيكون معتبراً إن قدر للحسابات أن  
تجرى يدوياً ! فباتباع نهج مألوف ، افترض أن :

ح و = (س و - س و) ، حيث « ح و » تمثل الانحرافات عن المتوسط الحسابي للمفردة « و » والمعادلة الأساسية للانحراف المعياري تقرأ :

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n w_i}{n}\right)^2}{n}} = \sigma$$

الآن يمكن أن نعدل المعادلة لتأخذ في الإعتبار حقيقة أن هنالك عدداً كبيراً من الحالات جميعها عوملت وكان لها نفس القيمة - أى اعتبرت نقطة من نقاط الوسط . فلو ضربنا عدد الحالات في كل فئة بقيمة تلك النقطة من نقاط الوسط ، وجمعنا حواصل الضرب تلك ، يمكن أن نوفر على أنفسنا جهد جمع كل الحالات المدروسة « ن » في المعادلة للانحراف المعياري ، وبذلك تكون معادلته :-

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i^2 \times f_i}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n w_i \times f_i}{n}\right)^2}{n}} = \sigma \quad (6-8)$$

حيث أن قيمة « ف و » تدل على عدد الحالات [ التكرارات ] في كل فئة ، و « ك » تدل على عدد الفئات .

### ٦ - ٥ معامل الاختلاف Coefficient of variation

قد نرغب أحياناً في مقارنة عدة مجموعات فيما يختص بتجانسها النسبي في حالة أن تكون لهذه المجموعات متوسطات حسابية مختلفة عن

بعضها البعض إختلافاً كبيراً . ولذلك فإنه قد يكون مضللاً شيئاً ما ، أن نقارن القيم المطلقة للإنحرافات المعيارية . يتوقع الفرد أن يجد إنحرافاً معيارياً كبيراً إلى حد معقول إذا ما وجد أن المتوسط الحسابى لنفس البيانات كبيراً جداً . ولهذا السبب فإنه يمكن الإهتمام - بصفة رئيسية - بحجم الإنحراف المعيارى بالنسبة لحجم المتوسط الحسابى . وهذا يؤدي إلى أننا قد نحصل على مقياس للإختلاف أو التباين النسبى إذا ما قسمنا الإنحراف المعيارى على المتوسط الحسابى ، والنتيجة يطلق عليها « معامل الإختلاف » ويرمز لمعامل الإختلاف بالحرف « م » .

وهكذا فإن  $m = \frac{c}{s}$  [ لاحظ أنه ما دام معامل الإختلاف هو معدل أو نسبة rate or ratio فإنه يحتاج إلى مستوى قياس « فترى » Interval level of measurement ] . ولتبيان فوائد وميزات معامل الإختلاف على الإنحراف المعيارى ، خذ هذا المثال : - افترض أن أحد علماء النفس الإجتماعى يحاول أن يثبت تجانس مجموعتين فيما يتعلق بالعمر وكان متوسط العمر عند إحدى المجموعتين هو ٢٦ سنة وبنحرف معيارى ٣ سنوات . وفى الأخرى كان متوسط العمر ٣٨ سنة وبنحرف معيارى ٥ سنوات . معاملا الإختلاف بالنسبة للمجموعتين يكونان على النحو التالى :

$$\frac{3}{26} = 0.115 \quad \text{و} \quad \frac{5}{38} = 0.132 \quad ; \quad \text{فرق معاملا الاختلاف أصغر بكثير}$$

من الفرق بين الإنحرفين المعياريين . وبالنظر إلى أن العمر يكون أقل أهمية فى تحديد المصالح والقدرات والمركز الإجتماعى كلما ازداد متوسط العمر لأفراد المجموعة ، كانت مقارنة معاملى الإختلاف فى هذه الحالة أقل تضليلاً بكثير جداً مما لو إستخدمنا الإنحرافات المعيارية .

مثال آخر ، افترض أننا مهتمين بدرجة التشتت ، أو التباين ، فى كثافة

أو تدفق حركة المرور من يوم إلى آخر من أيام الأسبوع ، وفى أوقات مختلفة فى نفس اليوم . التباينات فى كثافة تدفقات حركة المرور هذه على إطلاقها يمكن أن تكون مضللة إلا إذا دُعِمَتْ بمتوسطاتها الحسابية ليؤخذ فى الإعتبار الاختلافات أو الفروقات فى متوسط أحجام المرور فى الأوقات المختلفة خلال اليوم الواحد .

يمكن أيضاً ، إذا رغب الفرد ، أن يستخدم التباين النسبى . وعلى أية حال ، فإن مقاييس التشتت النسبية هذه لم تُسجل كثيراً فى أدب علم الاجتماع . إنما عادة يجد الفرد أن المتوسطات والانحرافات المعيارية هى التى تسجل على أعمدة متقاربة .

## ٦-٦ مقاييس أخرى لتلخيص البيانات .

لقد ناقشنا حتى الآن نوعين فقط من أنواع مقاييس تلخيص البيانات : - مقاييس النزعة المركزية ، ومقاييس التشتت . وبما أن هناك بعض المقاييس الأخرى الممكنة إلا أنها نادراً ما تستخدم فى البحوث الإجتماعية . وبالطبع كثيراً ما نجد أن التوزيع التكرارى كله مُعطى ولكن ليس هذا هو مقياس أوحد . فقد نرغب أحياناً فى تبيان درجة التفلطح  $Skewness$  فى التوزيع . وأحد مقاييس التفلطح يستفيد من حقيقة أنه كلما كان التفلطح كبيراً كان الفرق بين المتوسط الحسابى والوسيط كبيراً .

هذا المقياس يعكسه المعادلة التالية : -

$$\text{التفلطح} = \frac{3}{ع} (\bar{س} - ط) \text{ حيث أن « ط » ترمز إلى الوسيط .}$$

فإذا كان التوزيع مائلاً نحو اليمين [ يعنى درجات عديدة تأخذ علامة موجبة ] فإن المتوسط يكون أكبر من الوسيط ، وتكون النتيجة رقماً بعلامة

موجبة . وإذا كان التوزيع مائلاً نحو اليسار فإن النتيجة ستكون بعلامة سالبة .

فى قليل من الأحيان نجد أيضاً إشارات إلى القمم Peakedness العامة للتوزيع ، وإشارة إلى مصطلح « الإحدوداب kurtosis » ، ويستخدم للإشارة لهذا النوع من المقاييس والذي سنتطرق إليه باختصار بعد تغطية المنحنى الطبيعي . والكتب الإحصائية المرجعية التى كتبت أساساً لطلاب الإقتصاد ، عادة تغطى بعمق أكبر هذين المقياسين - « التفلطح » و « الأحدوداب » . وعندما نشرع فى وصف التكوينات القطعية لتوزيعات المتغيرات الإجتماعية يمكننا أن نجد استخدامات بدرجة أكبر لهذه المقاييس الوصفية .

## التمارين

- ١ - أحسب متوسط الإنحرافات والإنحراف المعياري من البيانات المعطاة فى التمرين (١) من الفصل الخامس [ الإجابة : ٩٦٢ : ١١٩٥ ] .
- ٢ - أحسب الإنحراف المعياري والإنحراف الربيعى من البيانات المجمعفة فى التمرين (١) بالفصل الرابع . إفعل نفس الشئ مع التمرين (٢) بالفصل الرابع .
- ٣ - أحسب الإنحراف المعياري للبيانات المعطاة بالتمرين (٤) ، الفصل الخامس [ الإجابة : ١٠٨٣ ] .
- ٤ - بين كيف يتأثر الإنحراف المعياري بكل واحدة من التغييرات المشار إليها فى التمرين (٥) بالفصل الخامس .