# الفصل السادس

## الأرقام القياسية

### (٦ - ١) مقدمة

لقد صاحب التقدم والتطور التكنولوجي المعاصر اتساع في التبادل التجاري بين الدول والشعوب، وزيادة في الإنتاج والاستهلاك، وربما رافق ذلك بعض الزيادة في الأسعار لبعض السلع، وارتفاع في تكاليف المعيشة بالنسبة لمستوى الدخل، مما يجب تغطيته بزيادة معقولة في الرواتب والأجور على المستويين العام والخاص. دفعت كل هذه العوامل المسئولين لبحث واستقصاء مقدار التغير في الأسعار ونفقات المعيشة مثلا، حتى يتمكنوا من تحديد زيادة مناسبة في الرواتب والأجور تتفق مع الزيادة التي تطرأ على أسعار السلع وتكاليف المعيشة، أو لدراسة كيفية معالجة مثل هذه الزيادة في بعض السلع على الأقل. ولذلك نشأت الحاجة إلى إيجاد مقاييس إحصائية تعبر بصورة واضحة ودقيقة عن مقدار التغيرات من حيث الزيادة أو النقص في الأسعار، أو في الكميات المنتجة، أو الكميات المستهلكة أو الكميات المعروضة، أو قيمة الصادرات أو الواردات بالنسبة لفترتين زمنيتين مختلفتين، أو بالنسبة لمكانين مختلفين.

وهذه المقاييس هي ما يسمى الأرقام القياسية، وسوف نكتفي بدراسة الأرقام القياسية للمتغيرات بالنسبة للزمن، وهي: عبارة عن مقياس نسبي لقيمة المتغير محل الدراسة في فترة زمنية معينة تسمى فترة المقارنة، بالنسبة إلى قيمة هذا المتغير في فترة زمنية أخرى تسمى فترة الأساس. ولتعريف الرقم القياسي نورد على سبيل المثال ما يلي:

إذا كان سعر سلعة ما في ١٣٩٥هـ هي ٤٠ ريالاً وسعرها في ١٤٠٠هـ هو ٥٠ ريالاً فإن الرقم القياسي لسعر هذه السلعة في عام ١٤٠٠هـ باعتبار أن عام ١٣٩٥هـ سنة الأساس: هو حاصل قسمة السعر في سنة المقارنة ١٤٠٠هـ مقسوما على السعر في سنة الأساس ١٣٩٥هـ مضروبًا في ١٠٠ أي أن:

$$\frac{٥٠}{٤٠} \times ١٠٠ = ١٢٥٪$$

ولقد جرت العادة على حذف النسبة المئوية، وكذلك التعبير عن سنة الأساس بالرقم ١٠٠ وعليه، ففي المثال السابق يمكن القول: إن سعر السلعة زاد في سنة المقارنة ١٤٠٠هـ بمقدار ٢٥٪ عما كان عليه سعر السلعة في سنة الأساس ١٣٩٥هـ.

ولكي تكون الأرقام القياسية معبرة بصورة صحيحة يجب أن تختار فترة الأساس بحيث تكون فترة طبيعية ومستقرة بعيدة عن الأحداث الطارئة، مثل الكوارث والحروب.. الخ.

وهناك عدة أنواع من الأرقام القياسية نذكر منها الأرقام القياسية البسيطة (التجميعية والنسبية)، والأرقام القياسية المرجحة (التجميعية والنسبية)، وكذلك الأرقام القياسية المثلى (التجميعية والنسبية). وسوف نتناول فيما يلي كلا من هذه الأنواع بالشرح مع بعض التفصيل موضحين ذلك بالأمثلة.

## (٦ ـ ٢) الأرقام القياسية البسيطة

يتكون الرقم القياسي البسيط لسلعة ما بقسمة سعر السلعة في فترة المقارنة على سعر السلعة في فترة الأساس وضرب خارج القسمة في ١٠٠. فإذا كان سعر سلعة ما في سنة المقارنة هو $س_١$، وسعرها في سنة الأساس هو $س_٠$.

فإن الرقم القياسي البسيط لهذه السلعة يعرَّف كالتالي:

$$\text{الرقم القياسي البسيط} = \frac{س_١}{س_٠} \times ١٠٠ \qquad \ldots\ldots\ (١)$$

**مثـال (١)**

إذا كان سعر سلعة ما عام ١٤٠٠هـ هو ٧٠ ريالاً وسعرها في عام ١٤٠٥هـ هو ١٠٥ ريالات، فاحسب الرقم القياسي البسيط لهذه السلعة لعام ١٤٠٥هـ باعتبار عام ١٤٠٠هـ سنة الأساس.

نفرض أن سعر سنة المقارنة ١٤٠٥هـ هو $س_١$ = ١٠٥ ريالات

وأن سعر سنة الأساس ١٤٠٠هـ هو $س_٠$ = ٧٠ ريالاً

فيكون الرقم القياسي البسيط للسلعة $= \frac{س_١}{س_٠} \times ١٠٠$

$= \frac{١٠٥}{٧٠} \times ١٠٠$

$= ١٥٠$

وإذا كان المطلوب حساب الرقم القياسي البسيط لأسعار مجموعة من السلع فإننا نستخدم في هذه الحالة نوعين من الأرقام القياسية البسيطة. النوع الأول يسمى الرقم القياسي التجميعي البسيط، والنوع الثاني يسمى الرقم القياسي النسبي البسيط، ويمكن تعريفهما كما يلي.

**(٦ - ٢ - ١): الرقم القياسي التجميعي البسيط**

هو مجموع أسعار السلع في سنة المقارنة مقسوما على مجموع أسعار السلع في سنة الأساس وضرب نتيجة القسمة في ١٠٠ أي أن:

الرقم القياسي التجميعي البسيط $= \frac{مجـ\ س_ر}{مجـ\ س_٠} \times ١٠٠$ ........(٢)

**(٦ - ٢ - ٢): الرقم القياسي النسبي البسيط**

ويعرَّف بأنه متوسط الأرقام القياسية البسيطة لمجموعة من السلع وضرب الناتج في ١٠٠ أي أن:

$$\text{الرقم القياسي النسبي البسيط} = \frac{١}{ن} \text{ مج } \left(\frac{س_١}{س_٠}\right) \times ١٠٠ \quad \ldots\ldots (٣)$$

حيث إن «ن» عبارة عن عدد السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي النسبي البسيط ونوضح طريقة الحساب بالمثال التالي.

**مثـــال (٢)**

احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط وكذلك الرقم القياسي النسبي البسيط لأسعار وحدة من السلع ا، ب، جـ «بالريالات» الموضحة بالجدول التالي:

**جدول (٦ ـ ١): أسعار ٣ سلع في عامي ١٤٠١هـ و ١٤٠٥هـ**

| السلعة | أسعار عام ١٤٠١هـ بالريالات | أسعار عام ١٤٠٥هـ بالريالات |
|---|---|---|
| ا | ٤٠ | ١٢٠ |
| ب | ٦٠ | ٩٠ |
| جـ | ٢٠ | ٤٠ |
| المجموع | ١٢٠ | ٢٥٠ |

سبق أن عرفنا الرقم القياسي التجميعي البسيط بالصيغة التالية:

$$\text{الرقم القياسي التجميعي البسيط} = \frac{\text{مج } س_١}{\text{مج } س_٠} \times ١٠٠$$

وباستخدام بيانات الجدول السابق نجد أن

$$\text{الرقم القياسي التجميعي البسيط} = \frac{١٢٠ + ٩٠ + ٤٠}{٤٠ + ٦٠ + ٢٠} \times ١٠٠$$

$$= \frac{٢٥٠}{١٢٠} \times ١٠٠$$

$$= ٢٠٨,٣٣$$

$$\text{الرقم القياسي النسبي البسيط} = \frac{١}{ن} \text{ مج } \left(\frac{س_١}{س_٠}\right) \times ١٠٠$$

أي أن

$$= \frac{١}{٣}\left(\frac{١٢٠}{٤٠} + \frac{٩٠}{٦٠} + \frac{٤٠}{٢٠}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣} \quad (٣ + ١,٥ + ٢) \times ١٠٠$$

$$= ٢١٦,٦٧$$

ونورد فيما يلي بعض الملاحظات على استخدام الرقمين القياسيين السابقين:

١ ـ عند استخدام الرقم القياسي التجميعي البسيط يجب ملاحظة كونه يتأثر بوحدات القياس، ولذلك يراعي عند استخدامه تساوي الوحدات لجميع السلع. بينما نجد أن الرقم القياسي النسبي البسيط لا يتأثر باختلاف الوحدات من سلعة إلى أخرى وذلك لأن النسبة تلغي الوحدات.

٢ ـ كما يلاحظ من الحسابات في مثال (٢) السابق بأن الرقم القياسي البسيط سواء التجميعي أو النسبي يشير إلى زيادة في أسعار السلع يفوق الضعف، وعند النظر إلى جدول أسعار ا، ب، جـ نجد أن السلعة ا زادت بمقدار ثلاثة أضعاف سعرها في سنة الأساس، وأن السلعة «ب» زادت بمقدار قليل يمثل نصف السعر، أما السلعة جـ فإنها زادت بمقدار الضعف، وهذا يفسر أن السلعة ا أثرت على زيادة الرقم القياسي للأسعار للسلع الثلاثة مما جعل قيمته تزيد عن الضعف.

ولذلك فإننا بحساب الرقم القياسي بهذه الطريقة نكون قد أعطينا نفس الأهمية. أو نفس الوزن لجميع السلع الداخلة في حساب الرقم القياسي وهذا ليس صحيحًا دائمًا. فهل السلعة « ا » من الأهمية بحيث تعطي أهمية أكبر من السلعتين ب، جـ، عند حساب الرقم القياسي البسيط؟

بالفرض الصحيح، عند حساب مستوى تكاليف المعيشة في منطقة ما لابد من إعطاء وزن للمواد أو السلع التي تدخل في استهلاك الفرد وهذه تختلف من منطقة إلى أخرى، وهذا ينطبق على الأرقام القياسية للمواد المستوردة أو المصنعة إلخ. مثل هذا التساؤل عن أهمية العناصر أو السلع الداخلة في حساب الأرقام القياسية يقودنا إلى دراسة ما يسمى الأرقام القياسية المرجحة.

## (٦ ـ ٣) الأرقام القياسية المرجحة

تحسب الأرقام القياسية المرجحة بعد إعطاء كل سلعة وزنًا أو ترجيحًا يتناسب مع أهميتها في تكوين الرقم القياسي. وقد تكون هذه الأوزان هي الكمية المنتجة من هذه السلع، أو الكميات المستهلكة منها في إحدى السنوات، أو الكميات المعروضة منها أو. . . وذلك لتلافي تأثير إحدى السلع الداخلة في تكوين الرقم القياسي تأثيرًا أكبر من السلع الأخرى، مع أن هذه السلعة أقل أهمية من السلع الأخرى. وعندما نستخدم الأوزان لبيان أهمية السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي فإننا في هذه الحالة نسمي الأرقام القياسية بالأرقام القياسية المرجحة. وسوف نتناول دراسة الأرقام القياسية المرجحة بالنسبة لأوزان أو كميات سنة الأساس، وهي ما تسمى الأرقام القياسية للاسبير (Laspeyres). والأرقام القياسية المرجحة بالنسبة لأوزان أو كميات سنة المقارنة، وهي ما تسمى الأرقام القياسية لباش (Paasche). وكذلك الأرقام الناتجة من الوسط الهندسي لكل من الرقمين القياسيين السابقين للاسبير وباش، وهي ما تسمى الأرقام القياسية المثلى لفيشر (Fisher). وسنتناول تعريف كل من هذه الأرقام القياسية مع تطبيقها على مثال لتوضيح طريقة استخدامه.

### (٦ ـ ٣ ـ ١) الرقم القياسي المرجح للاسبير

يستخدم الرقم القياسي المرجح للاسبير (Laspeyres) كميات أو أوزان سنة الأساس كأوزان مرجحة وذلك لحساب الرقم القياسي المرجح لأسعار مجموعة من السلع فإذا كانت الكميات النسبية لسنة الأساس $ك_٠$، والكميات النسبية لسنة المقارنة $ك_١$ (حيث إن المقصود بالكميات النسبية هو حاصل قسمة كمية السلعة على مجموع

الكميات في تلك السنة)، وأسعار سنة الأساس س. وأسعار سنة المقارنة س١ لمجموعة من السلع فإننا نعرِّف الرقم القياسي التجميعي المرجح للاسبير على أنه: «*مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في الكميات النسبية لسنة الأساس مقسوما على مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في الكميات النسبية لسنة الأساس وضرب نتيجة القسمة في ١٠٠*» أي أن:

$$\text{الرقم القياسي التجميعي المرجح للاسبير} = \frac{\text{مج } س_١ ك_.}{\text{مج } س_. ك_.} \times ١٠٠ \quad \ldots\ldots (٤)$$

أما الرقم القياسي النسبي المرجح للاسبير فهو: «*مجموع حاصل ضرب نسب سعر سنة المقارنة إلى سنة الأساس في الكميات النسبية لسنة الأساس وضرب حاصل الجمع في ١٠٠*».

أي أن:

$$\text{الرقم القياسي النسبي المرجح للأسبير} = \text{مج } \left(\frac{س_١}{س_.}\right) ك_. \times ١٠٠ \quad \ldots\ldots (٥)$$

**(٦ ـ ٣ ـ ٢) الرقم القياسي المرجح لباش**

يستخدم الرقم القياسي المرجح لباش (Paasche) أوزان أو كميات سنة المقارنة وذلك لحساب الرقم القياسي المرجح لأسعار مجموعة من السلع. وبذلك فإنه يمكن تعريف الرقم القياسي التجميعي المرجح لباش بأنه: «*مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كمياتها النسبية لسنة المقارنة مقسوما على مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في الكميات النسبية في سنة المقارنة وضرب حاصل القسمة في ١٠٠*»

أي أن

$$\text{الرقم القياسي التجميعي المرجح لباش} = \frac{\text{مج } س_١ ك_١}{\text{مج } س_. ك_١} \times ١٠٠ \quad \ldots\ldots (٦)$$

أمـا الـرقم النسبي المرجح لباش فهو: ***«عبارة عن مجموع حاصل ضرب سعر سنة المقارنة على سعر سنة الأساس لكل سلعة مضروبا في الكمية النسبية لتلك السلعة في سنة المقارنة وضرب الناتج في ١٠٠»*** .

أي أن:

$$\text{الرقم القياسي النسبي المرجح لباش} = \text{مج}\left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right)\text{ك}_{١} \times ١٠٠ \quad ........ \quad (٧)$$

### (٦ ـ ٣ ـ ٣) الرقم القياسي الأمثل لفيشر

والرقم الأمثل لفيشر (Fisher ) يشتق من الرقمين السابقين للاسبير وباش وهو عبارة عن الوسط الهندسي لهما.

ويعرَّف **الرقم القياسي التجميعي الأمثل لفيشر**: ***«بأنه الجذر التربيعي لحاصل ضرب الرقمين القياسيين التجميعيين لكل من لاسبير وباش»*** .

$$\text{الرقم القياسي التجميعي الأمثل لفيشر} = \sqrt{\frac{\text{مج س}_{١}\text{ك}_{٠}}{\text{مج س}_{٠}\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{مج س}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مج س}_{٠}\text{ك}_{١}}} \times ١٠٠ \quad ....... \quad (٨)$$

أمـا الـرقم القيـاسي **النسبي الأمثل لفيشر**: فيعرَّف على أنه ***«الجذر التربيعي لحاصل ضرب الرقمين القياسيين النسبيين لكل من لاسبير وباش»*** .

$$\text{الرقم القياسي النسبي الأمثل لفيشر} = \sqrt{\text{مج}\left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right)\text{ك}_{٠} \times \text{مج}\left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right)\text{ك}_{١}} \times ١٠٠ \quad ...... \quad (٩)$$

ولتوضيح كيفية استخدام كل من الأرقام القياسية السابقة نورد المثال التالي.

**مثـــال (٣)**

إذا أعطيت السلع الثلاث ا، ب، جـ الموضحة في مثال (٢) أوزانا حسب أهمية كل منها كما هو مبين بالجدول:

جدول (٦ ـ ٢): أسعار ٣ سلع لعامي ١٤٠١هـ و ١٤٠٥هـ وأوزانها المرجحة

| السلعة | أسعار عام ١٤٠١ ($س_٠$) | أسعار عام ١٤٠٥ ($س_١$) | وزن المرجح لعام ١٤٠١ ($ك_٠$) | وزن المرجح لعام ١٤٠٥ ($ك_١$) |
|---|---|---|---|---|
| ا | ٤٠ | ١٢٠ | ٠,١٩ | ٠,١٥ |
| ب | ٦٠ | ٩٠ | ٠,٥١ | ٠,٦٠ |
| جـ | ٢٠ | ٤٠ | ٠,٣٠ | ٠,٢٥ |

احسب الأرقام القياسية لكل من لاسبير وباش والأمثل لفيشر.

**الحــل**

يمكن تلخيص الحسابات في الجدول التالي:

| السلعة | $س_٠$ | $س_١$ | $ك_٠$ | $ك_١$ | $س_١ ك_٠$ | $س_٠ ك_٠$ | $س_١ ك_١$ | $س_٠ ك_١$ | $\frac{س_١}{س_٠}$ | $\frac{س_١}{س_٠}ك_٠$ | $\frac{س_١}{س_٠}ك_١$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| أ | ٤٠ | ١٢٠ | ٠,١٩ | ٠,١٥ | ٢٢,٨ | ٧,٦ | ١٨ | ٦ | ٣ | ٠,٥٧ | ٠,٤٥ |
| ب | ٦٠ | ٩٠ | ٠,٥١ | ٠,٦٠ | ٤٥,٩ | ٣٠,٦ | ٥٤ | ٣٦ | ١,٥ | ٠,٧٧ | ٠,٩٠ |
| جـ | ٢٠ | ٤٠ | ٠,٣٠ | ٠,٢٥ | ١٢,٠ | ٦,٠ | ١٠ | ٥ | ٢ | ٠,٦٠ | ٠,٥٠ |
| المجمـوع | | | | ١,٠٠ | ٨٠,٧ | ٤٤,٢ | ٨٢ | ٤٧ | - | ١,٩٤ | ١,٨٥ |

$$\text{الرقم القياسي التجميعي للاسبير} = \frac{مج\ س_١ ك_٠}{مج\ س_٠ ك_٠} \times ١٠٠ \quad \ldots\ldots (٦)$$

$$= \frac{٨٠,٧}{٤٤,٢} \times ١٠٠$$

$$= ١٨٢,٥٨$$

الرقم القياسي النسبي المرجح للاسبير $= \text{مج} \left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right) \text{ك}_{٠} \times ١٠٠$

$= ١,٩٤ \times ١٠٠$

$= ١٩٤$

الرقم القياسي التجميعي المرجح لباش $= \frac{\text{مج س}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مج س}_{٠}\text{ك}_{١}} \times ١٠٠$

$= \frac{٨٢}{٤٧} \times ١٠٠$

$= ١٧٤,٤٧$

الرقم القياسي النسبي المرجح لباش $= \text{مج} \left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right) \text{ك}_{١} \times ١٠٠$

$= ١,٨٥ \times ١٠٠$

$= ١٨٥$

الرقم القياسي النسبي الأمثل لفيشر $= \sqrt{\frac{\text{مج س}_{١}\text{ك}_{٠}}{\text{مج س}_{٠}\text{ك}_{٠}} \times \frac{\text{مج س}_{١}\text{ك}_{١}}{\text{مج س}_{٠}\text{ك}_{١}}} \times ١٠٠$

$= \sqrt{١,٨٢٥٨ \times ١,٧٤٤٧} \times ١٠٠$

$= ١,٧٨٤٨ \times ١٠٠$

$= ١٧٨,٤٨$

الرقم القياسي النسبي الأمثل لفيشر $= \sqrt{\text{مج} \left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right) \text{ك}_{٠} \times \text{مج} \left(\frac{\text{س}_{١}}{\text{س}_{٠}}\right) \text{ك}_{١}} \times ١٠٠$

$= \sqrt{١,٩٤ \times ١,٨٥} \times ١٠٠$

$= ١,٨٩٤٥ \times ١٠٠$

$= ١٨٩,٤٥$

### (٦ - ٣ - ٤) منســوب السعــر

سبق أن عرَّفنا الرقم القياسي للأسعار بأنه خارج قسمة سعر سلعة ما في فترة المقـارنـة مقسـومـا على سعـر هذه السلعـة في فترة الأساس وضرب حاصل القسمة في ١٠٠ . وعادة ما يشار لخارج قسمة سعر السلعة في فترة المقارنة على سعرها في فترة الأساس بمنسوب السعر وسوف نرمز له بالرمز $م_{ق ا}$ أي أن

$$م_{ق ا} = \frac{\text{سعر سلعة ما في فترة المقارنة}}{\text{سعر هذه السلعة في فترة الأساس}} = \frac{س_{ق}}{س_{ا}}$$

وكذلك إذا علم $م_{ق ا}$ فإنه يمكن حساب الرقم القياسي بسهولة بأن نضرب هذا المنسوب في ١٠٠ أي أن :

$$\text{الرقم القياسي} = م_{ق ا} \times ١٠٠$$

### (٦ - ٤) الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك

لقد سبق لنا حساب الأرقام القياسية وذلك بعد تثبيت فترة الأساس، وأحيانا تكون المدة بين فترة الأساس وفترة المقارنة كبيرة نسبيا مما يجعل الرقم القياسي لأسعار مجموعة من السلع غير معبر تعبيرا صحيحا، لأنه قد تظهر أنواع جديدة من السلع، أو قد تختفي أنواع أخرى. كما قد تقل أهمية أو كمية بعض الأنواع، وقد تزداد أهمية أو كمية بعضها الآخر. ولذا فإنه يلزم تكوين رقم قياسي دقيق يتطلب تقصير المدة بين فترتي الأسـاس والمقـارنـة. لأنه كلما قصرت المدة كانت ظروف التشابه للسلع محل الدراسة كبيرة، من حيث أنواع السلع، وكذلك أسعارها، ولهذه الاعتبارات السابقة، نشـأت الحاجة إلى تكوين أرقام قياسية ذات فترة أساس متحركة، وفي نفس الوقت يمكن إرجاعها جميعا إلى أساس ثابت عند اللزوم. وبهذا نستطيع ادخال ما يستجد من أنواع جديدة من السلع، وكذلك استبعاد السلع التي تختفي، وكذلك أيضا تغيير أوزان السلع، حسب ما يستجد من زيادة أو نقص في أهميتها.

وتتلخص طريقة الأساس المتحرك في أنه إذا كانت المدة بين فترة الأساس وفترة المقارنة كبيرة، تقسم إلى مدد زمنية قصيرة تكون فيها ظروف السلع متشابة وأسعارها

متقاربة. وعند تكوين منسوب السعر لمجموعة من السلع لكل مدة زمنية، نعتبر بداية هذه المدة فترة أساس لها ونهايتها فترة المقارنة لها، وكذلك لحساب منسوب السعر للمدة التالية لنفس المجموعة من السلع، نأخذ فترة الأساس هي فترة المقارنة للمدة السابقة وهكذا... فعلى سبيل المثال إذا قسمنا مدة عشر سنوات إلى فترات كل منها سنة واحدة، وكانت الأسعار في هذه الفترات لسلعة ما كالتالي:

$$س_{٠}\text{، } س_{١}\text{، } \ldots\ldots\ldots\text{، } س_{٩}$$

فإنه يمكن التعبير عن مناسيب هذه الأسعار كالتالي:

$$م_{٠١}\text{، } م_{١٢}\text{، } \ldots\ldots\ldots\text{، } م_{٨٩}$$

حيث إن:

$$م_{٠١} = \frac{س_{١}}{س_{٠}}\text{، } م_{١٢} = \frac{س_{٢}}{س_{١}}\text{، } \ldots\ldots\ldots\text{، } م_{٨٩} = \frac{س_{٩}}{س_{٨}}$$

ومن المناسيب السابقة يمكن حساب التالي:

ا - الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك بضرب هذه المناسيب في ١٠٠.

ب - وإذا رغبنا في إيجاد رقم قياسي ذي أساس ثابت عند فترة ما، فإننا نضرب المناسيب ذات الأساسات المتحركة في بعضها لنحصل على المنسوب بأساس ثابت للمدة المطلوبة. ثم نضرب هذا المنسوب في ١٠٠ لنحصل على الرقم القياسي ذي الأساس الثابت.

ولتوضيح ذلك من المثال السابق. فإنه إذا أردنا حساب الرقم القياسي لمدة أربع سنوات يكون الرقم القياسي هو:

$$م_{٠٣} \times ١٠٠ = م_{٠١} \times م_{١٢} \times م_{٢٣} \times ١٠٠$$

$$= \frac{س_{١}}{س_{٠}} \times \frac{س_{٢}}{س_{١}} \times \frac{س_{٣}}{س_{٢}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{س_{٣}}{س_{٠}} \times ١٠٠$$

**مثــال (٤)**

إذا كانت أسعار السلع ا، ب، جـ خلال خمس سنوات موضحة بالجدول التالي:

جدول (٦ ـ ٣): أسعار ٣ سلع للأعوام من ١٤٠١هـ حتى ١٤٠٥هـ

| السلــع | سعر عام ١٤٠١ | سعر عام ١٤٠٢ | سعر عام ١٤٠٣ | سعر عام ١٤٠٤ | سعر عام ١٤٠٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| ا | ٤٠ | ٦٠ | ٨٠ | ١٠٠ | ١٢٠ |
| ب | ٦٠ | ٧٠ | ٧٥ | ٨٠ | ٩٠ |
| جـ | ٢٠ | ٢٥ | ٣٠ | ٣٥ | ٤٠ |
| المجموع | ١٢٠ | ١٥٥ | ١٨٥ | ٢١٥ | ٢٥٠ |

فيكون الرقم القياسي النسبي لأسعار عام ١٤٠٢هـ بالنسبة لعام ١٤٠١هـ

$$= \text{م}_{٠١} \times ١٠٠ = \frac{١}{\text{ن}} \text{ مج } \left(\frac{\text{س}_١}{\text{س}_٠}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}\left(\frac{٦٠}{٤٠} + \frac{٧٠}{٦٠} + \frac{٢٥}{٢٠}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}\left(١,٥٠ + ١,١٧ + ١,٢٥\right) \times ١٠٠$$

$$= ١٣٠,٦٧$$

حيث إن $\text{م}_{٠١}$ = ١,٣٠٦٧ (وذلك بقسمة الرقم القياسي على ١٠٠)

الرقم القياسي النسبي لأسعار عام ١٤٠٣هـ بالنسبة لعام ١٤٠٢هـ

$$= \text{م}_{١٢} \times ١٠٠ = \frac{١}{\text{ن}} \text{ مج } \left(\frac{\text{س}_٢}{\text{س}_١}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}\left(\frac{٨٠}{٦٠} + \frac{٧٥}{٧٠} + \frac{٣٠}{٢٥}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}(١,٣٣ + ١,٠٧ + ١,٢٠) \times ١٠٠$$

$$= ١٢٠$$

ويكون $\text{م}_{١٢} = ١,٢٠$

الرقم القياسي النسبي لأسعار عام ١٤٠٤هـ بالنسبة لعام ١٤٠٣هـ

$$= \text{م}_{٢٣} \times ١٠٠ = \frac{١}{\text{ن}}\ \text{مج}\left(\frac{\text{س}_{٣}}{\text{س}_{٢}}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}\left(\frac{١٠٠}{٨٠} + \frac{٨٠}{٧٥} + \frac{٣٥}{٣٠}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}(١,٢٥ + ١,٠٧ + ١,١٧) \times ١٠٠$$

$$= ١١٦,٣٣$$

ويكون $\text{م}_{٢٣} = ١,١٦٣٣$

الرقم القياسي النسبي لأسعار ١٤٠٥هـ بالنسبة لعام ١٤٠٤هـ

$$= \text{م}_{٣٤} \times ١٠٠ = \frac{١}{\text{ن}}\ \text{مج}\left(\frac{\text{س}_{٤}}{\text{س}_{٣}}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}\left(\frac{١٢٠}{١٠٠} + \frac{٩٠}{٨٠} + \frac{٤٠}{٣٥}\right) \times ١٠٠$$

$$= \frac{١}{٣}(١,٢٠ + ١,١٣ + ١,١٤) \times ١٠٠$$

$$= ١١٥,٦٧$$

ويكون $\text{م}_{٣٤} = ١,١٥٦٧$

ومن الأرقام القياسية السابقة ذات الأوساط المتحركة يمكن حساب الرقم القياسي بالنسبة لمدة خمس سنوات باعتبار عام ١٤٠٥هـ سنة المقارنة، وعام ١٤٠١هـ

سنة الأساس وذلك بضرب المناسيب السابقة ذات الأساس المتحركة في بعضها، ثم ضربها جميعا في ١٠٠ كما يلي:

الـرقم القياسي النسبي لأسعـار عام ١٤٠٥هـ بالنسبـة لعـام ١٤٠١هـ على الأساس المتحرك

$$= م_{٠١} \times م_{١٢} \times م_{٢٣} \times م_{٣٤} \times ١٠٠$$

$$= ١,٣٠٦٧ \times ١,٢٠ \times ١,١٦٣٣ \times ١,١٥٦٧ \times ١٠٠$$

$$= ٢١٠,٩٩$$

ولقد سبق حساب الرقم القياسي النسبي لأسعار عام ١٤٠٥هـ بالنسبة لعام ١٤٠١هـ على الأساس الثابت وكان يساوي ٢٦١,٦٧ ، وذلك في مثال (٢)، ويختلف عن نظيره الرقم القياسي النسبي على الأساس المتحرك السابق وهو ٢١٠,٩٩ .

### (٦ ـ ٥) اختبار الأرقام القياسية

سبق لنا أن استعرضنا طرق حساب الأرقام القياسية سواء كانت أرقامًا قياسية تجميعية أم نسبية، أم أرقامًا قياسية مرجحة أم غير مرجحة وأرقامًا قياسية ذات أساس متحرك أم أساس ثابت. ومن الناحية العملية لا توجد قاعدة عامة تفضل طريقة على أخرى، ولكن طبيعة المواد الداخلة في الرقم القياسي من عناصر وأوزان وسنة أساس تجعلنا نختار طريقة الحساب التي تناسب وطبيعة تكوين الرقم القياسي المناسب لها.

ولكن توجد بعض الاعتبارات النظرية للمفاضلة بين الطرق المختلفة لحساب الأرقام القياسية. والرقم القياسي الجيد هو الذي يحقق اختبار الانعكاس في الأساس، وكذلك اختبار الانعكاس في المعامل، وسوف ندرس كلا من هذين الاختبارين مع إيراد مثال عن كل حالة.

### (٦ ـ ٥ ـ ١) اختبار الانعكاس الزمني في الأساس

يتحقق اختبار الانعكاس (time reversal test) في الأساس لأي رقم قياسي إذا ضربنـا هذا الـرقم الذي يمثل أسعار مجموعة من السلع في الرقم القياسي لمجموعة

السلع نفسها، بعد أخذ فترة الأساس للمقارنة، وفترة المقارنة للأساس (وذلك بأخذ كل من الرقمين مقسوما على ١٠٠)، فإنه يكون ناتج الضرب هو الواحد الصحيح، ونوضح ذلك بالمثال التالي.

**مثـــال (٥)**

من البيانات في مثال (٢) أي الأرقام القياسية يحقق خاصية الانعكاس في الأساس؟

ا - سبق في مثال (٢) حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط وهو:

$$= \frac{\text{مج س}_{١}}{\text{مج س}_{٠}} \times ١٠٠ = ٢٠٨,٣٣$$

وبقسمة هذا الرقم على ١٠٠ فإننا نحصل على المنسوب السعري $\text{م}_{٠١}$.
أي أن:

$$\text{م}_{٠١} = ٢,٠٨٣٣$$

الرقم التجميعي البسيط باعتبار أسعار سنة ١٤٠٥هـ كسنة أساس وأسعار سنة ١٤٠١هـ كسنة المقارنة

$$= \frac{\text{مج س}_{٠}}{\text{مج س}_{١}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١٢٠}{٢٥٠} \times ١٠٠$$

$$= ٤٨$$

وبقسمة هذا الرقم على ١٠٠ نحصل على $\text{م}_{١٠}$.
أي أن:

$$\text{م}_{١٠} = ٠,٤٨$$

اختبار الانعكاس في الأساس = $م_{٠١} \times م_{١٠}$

$= ٢,٠٨٣٣ \times ٠,٤٨ = ١$

∴ الرقم القياسي التجميعي البسيط يحقق خاصية الانعكاس في الأساس.

ب ـ سبق في مثال (٢) حساب الرقم النسبي البسيط وهو:

$= \frac{١}{ن} \text{ مج } (\frac{س_١}{س_٠}) \times ١٠٠ = ٢١٦,٦٧$

منه $م_{٠١} = ٢,١٦٦٧$ (وذلك بقسمة الرقم القياسي على ١٠٠)

وبحساب الرقم القياسي النسبي البسيط باعتبار عام ١٤٠٥هـ سنة أساس وعام ١٤٠٠هـ سنة المقارنة فيكون مساويًا

$= \frac{١}{ن} \text{ مج } (\frac{س_٠}{س_١}) \times ١٠٠$

$= \frac{١}{٣}(\frac{٤٠}{١٢٠} + \frac{٦٠}{٩٠} + \frac{٢٠}{٤٠}) \times ١٠٠$

$= \frac{١}{٣} (٠,٣٣٣ + ٠,٦٦٧ + ٠,٥٠٠) \times ١٠٠$

$= ٥٠$

ويكون $م_{١٠} = ٠,٥$ (وذلك بقسمة الرقم القياسي على ١٠٠)

اختبار الانعكاس في الأساس = $م_{٠١} \times م_{١٠}$

$= ٢,١٦٦٧ \times ٠,٥$

$= ١,٠٨٣٤ \neq ١$

∴ الرقم القياسى النسبي البسيط لا يحقق خاصية الانعكاس في الأساس.

### (٦ ـ ٥ ـ ٢) اختبار الانعكاس في المعامل

من المعلوم أن القيمة لأي سلعة (ق) = السعر × الكمية

أي أن

$$ق = س \times ك$$

فإذا كان لدينا أسعار مجموعة من السلع معلوم لها كمياتها، وحسبنا الرقم القياسي للأسعار واستبدلنا في هذا الرقم سعر كل سلعة في فترة معينة بكمياتها في نفس الفترة، وكمية كل سلعة في فترة معينة بسعرها في نفس الفترة، فإن الرقم القياسي الناتج يسمى البديل في المعامل. وتنص قاعدة الانعكاس في المعامل بأن حاصل الضرب للرقم القياسي للأسعار في البديل المعاملي له يساوي الرقم القياسي للقيمة (وذلك بقسمة الأرقام السابقة على ١٠٠).

وعلى سبيل المثال الرقم القياسي التجميعي البسيط لأسعار مجموعة من السلع

$$= \frac{مج\ س_1}{مج\ س_0} \times ١٠٠$$

البديل في المعامل لهذا الرقم القياسي $= \frac{مج\ ك_1}{مج\ ك_0} \times ١٠٠$

ويكون الرقم القياسي التجميعي البسيط لهذه المجموعة من السلع $= \frac{مج\ ق_1}{مج\ ق_0} \times ١٠٠$

الرقم القياسي × البديل في العامل $= \frac{مج\ س_1}{مج\ س_0} \times \frac{مج\ ك_1}{مج\ ك_0} = \frac{مج\ ق_1}{مج\ ق_0}$

(وذلك بعد قسمة الأرقام السابقة على ١٠٠)

ولقد وجد أن الرقم القياسي الأمثل هو الوحيد الذي يحقق خاصية الانعكاس في المعامل، وكذلك خاصية الانعكاس في الأساس، ولذلك سمي الأمثل.

**مثـال (٦)**

الجدول التالي يبين أسعار ثلاث سلع ا، ب، جـ، وكذلك كمياتها في كل من عام ١٤٠٥هـ للمقارنة، وعام ١٤٠١هـ للأساس.

**جدول (٦ ـ ٤): أسعار ٣ سلع في عامي ١٤٠١هـ و ١٤٠٥هـ وكمياتها**

| السلعة | $س_.$ | $ك_.$ | $ق_. = س_. ك_.$ | $س_١$ | $ك_١$ | $ق_١ = س_١ ك_١$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ا | ٤٠ | ٦ | ٢٤٠ | ١٢٠ | ٨ | ٩٦٠ |
| ب | ٦٠ | ٨ | ٤٨٠ | ٩٠ | ١٦ | ١٤٤٠ |
| جـ | ٢٠ | ٤ | ٨٠ | ٤٠ | ١٢ | ٤٨٠ |
| المجموع | ١٢٠ | ١٨ | ٨٠٠ | ٢٥٠ | ٣٦ | ٢٨٨٠ |

ومن الجدول يمكن حساب المقادير التالية:

الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار $= \frac{مج\ س_١}{مج\ س_.} \times ١٠٠$

$= \frac{٢٥٠}{١٢٠} \times ١٠٠$

$= ٢٠٨,٣٣$

الرقم القياسي البديل في المعامل $= \frac{مج\ ك_١}{مج\ ك_.} \times ١٠٠$

$= \frac{٣٦}{١٨} \times ١٠٠$

$= ٢٠٠$

الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيمة $= \frac{مج\ ق_١}{مج\ ق_.} \times ١٠٠$

$= \frac{٢٨٨٠}{٨٠٠} \times ١٠٠$

$= ٣٦٠$

بقسمة هذه الأرقام القياسية على ١٠٠ نحصل على

٣,٦ ، ٢ ، ٢,٠٨٣٣

فإن اختبار الانعكاس في المعامل = الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار

× الرقم القياسي البديل في المعامل

= ٢,٠٨٣٣ × ٢ = ٤,١٦٦٦

≠ ٣,٦

أي أن الرقم التجميعي البسيط لا يحقق خاصية الانعكاس في المعامل، وباتباع نفس الخطوات لباقي الأرقام القياسية المختلفة نجد أن الرقم القياسي الأمثل هو الذي يحقق خاصية الانعكاس في المعامل.

## (٦ ـ ٦) تمارين

١ ـ الجدول التالي يوضح متوسط الأجر الأسبوعي بالريال للعمال في بعض الصناعات في الأسبوع الأول من محرم عام ١٣٩٢هـ ، ومحرم عام ١٣٩٥هـ .

الأجر الأسبوعي لعمال بعض الصناعات في عامي ١٣٩٢هـ و ١٣٩٥هـ

| السنة | المواد الغذائية | المشروبات | الملابس | الأثاث | الإسمنت |
|---|---|---|---|---|---|
| ١٣٩٢هـ | ١٣٤ | ١٢٩ | ١١٧ | ١٣٧ | ١٣١ |
| ١٣٩٥هـ | ١٦٩ | ١٨١ | ١٤٥ | ١٦٢ | ١٣٧ |

والمطلوب:

حساب رقم قياسي بسيط لأجور العمال في عام ١٣٩٥هـ بالنسبة لعام ١٣٩٢هـ كسنة أساس في الصناعات المذكورة على طريقة القياس للأسعار وذلك بطريقتين مختلفتين.

٢ ـ الجدول التالي يمثل بيانات الأسعار بالريالات، وكميات ثلاث سلع في إحدى البلدان.

أسعار ثلاث سلع وكمياتها في عامي ١٩٥٠م و ١٩٥٥م

| السلع | الأسعار | | الكمية | |
|---|---|---|---|---|
| | ١٩٥٠م | ١٩٥٥م | ١٩٥٠م | ١٩٥٥م |
| قمح | ٤,٨ | ٩,٥ | ٩ | ١٠٠ |
| أرز | ٣,٦ | ٦,٨ | ١٠ | ١٢ |
| شعير | ٢,٧ | ٥,١ | ٣ | ٥ |

اوجد ما يلي:

ا ) الرقم القياسي لكل من لاسبير وباش والأمثل لفيشر.

ب) اختبر خاصية الانعكاس في الأساس، وفي المعامل لكل من الأرقام القياسية السابقة.

٣ ـ أثبت جبريا أن الرقم القياسي الأمثل لفشر يحقق خاصية الانعكاس في المعامل، وكذلك خاصية الانعكاس في الأساس أيضًا.

٤ ـ أسعار ثلاث سلع استهلاكية ا، ب، جـ من عام ١٩٧٧م حتى عام ١٩٨٢م في إحدى البلدان معطاة كما يلي:

أسعار ثلاث سلع في الأعوام من ١٩٧٧م حتى ١٩٨٢م

| السلعة | سعر ١٩٧٧م | سعر ١٩٧٨م | سعر ١٩٧٩م | سعر ١٩٨٠م | سعر ١٩٨١م | سعر ١٩٨٢م |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ا | ١٢ | ١٣ | ١٣ | ١٥ | ١٦ | ١٦ |
| ب | ١٧ | ١٨ | ١٨ | ١٩ | ١٩ | ٢٠ |
| جـ | ٣٢ | ٣٣ | ٣٣ | ٣٤ | ٣٣ | ٣٥ |
| المجموع | ٦١ | ٦٤ | ٦٤ | ٦٨ | ٦٨ | ٧١ |

احسب الرقم القياسي البسيط باستخدام الأساس المتحرك لمدة عام وذلك لأسعار عام ١٩٨٢م بالنسبة لعام ١٩٧٧م وقارن هذا الرقم القياسي بالرقم القياسي لأسعار عام ١٩٨٢م بالنسبة لعام ١٩٧٧م وذلك باستخدام الأساس الثابت.

٥ ـ الجدول التالي يوضح الإنتاج وسعر البيع في إحدى المصانع لثلاثة أنواع من السلع ا، ب، جـ.

أسعار ثلاث سلع وكميات انتاجها في عامي ١٣٩٦هـ و ١٣٩٨هـ

| السلع | عام ١٣٩٦هـ | | عام ١٣٩٨هـ | |
|---|---|---|---|---|
| | السعر | الإنتاج | السعر | الإنتاج |
| ا | ٦٢ | ٧١ | ٦١ | ٨٢ |
| ب | ٦٣ | ١٠٢ | ٦٥ | ٩٣ |
| جـ | ٦٢ | ٨١ | ٦٦ | ٧٧ |

باعتبار كمية الإنتاج هي مقياس لأهمية السلعة. أوجد الأوزان المرجحة لكل من السلع ا، ب، جـ ثم استخدم هذه الأوزان في حساب الرقم القياسي النسبي لكل من لاسبير وباش والأمثل لفيشر.

٦ ـ إذا كان متوسط أجر العامل في السنوات من عام ١٣٨٧هـ إلى ١٣٩١هـ في بلد ما هو كما يلي ٢٠، ٢٣، ٢٥، ٣٠ ريالاً في اليوم والأرقام القياسية للأسعار هي على التوالي ١٠٠، ١٠٧، ١٠٥، ١٠٩. فاحسب متوسط أجر العامل بأسعار عام ١٣٨٧هـ .

٧ ـ في إحدى الدول المتقدمة كانت الطاقة الكهربائية المباعة ببلايين الكيلو وات/ساعة كما في الجدول التالي:

**كميات الطاقة الكهربائية بالكليوات/ ساعة المباعة في الأعوام من ١٣٨٧هـ وحتى ١٣٩٢هـ**

| السنـــة | ١٣٨٧هـ | ١٣٨٨هـ | ١٣٨٩هـ | ١٣٩٠هـ | ١٣٩١هـ | ١٣٩٢هـ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الطاقـة الكهربيـة بليون كيلووات/ ساعة | ٢,٦ | ٣,٢ | ٣,٥ | ٤,٥ | ٥,٥ | ٧,٢ |

- عبر عن البيانات باستخدام مناسيب الكمية مستخدما سنة ١٣٨٨هـ كسنة أساس.

٨ - في عام ١٣٩٠هـ زاد سعر سلعة ما بنسبة ٦٠٪ عن سعرها في عام ١٣٨١هـ بينما انخفضت كمية الإنتاج بنسبة ٣٥٪ ما هي النسبة المئوية للارتفاع أو الانخفاض من القيمة الإجمالية للسلعة في عام ١٣٩٠هـ بالنسبة للقيمة في عام ١٣٨١هـ ؟