

المقالة السابعة

أ تعريفات الحجاج

ب - تعريفات النسوي

ج - مبرهنات النسوي

obeikandi.com

أ - تعريفات الحجاج

المقالة السابعة من كتاب الأصول لأوقليدس

بسم الله الرحمن الرحيم

● الوحدة هي الشيء الذي به يقال لكل واحد من الموجودات : واحد ؛ وهي مبدأ العدد

Heath: 1/7: An unit is that by virtue of which each of the things that exist is called one.

● والعدد هو الجماعة المركبة من وحدات

2. A number is a multitude composed of units.

● والعدد الأقل يكون جزءاً من العدد الأكثر؛ ويكون أجزاء له متى لم يعدّه .

3. A number is a part of a number the less of the greater, when it measures the greater.

4. but parts when it does not measure it.

● والعدد الأكثر يكون أضعافاً للعدد الأقل متى كان الأقل يعده .

5. The greater number is a multiple of the less when it is measured by the less.

● العدد الزوج هو الذي يقسم بقسمين متساويين .

6. An even number is that which is divisible into two equal parts.

● والعدد الفرد هو الذي لا يمكن ان يقسم بقسمين متساويين ؛ وهو الذي يخالف العدد الزوج [بواحد].

7. An odd number is that which is not divisible into two equal parts, or that which differs by an unit from an even number*

هنا ينتهي ما في كتاب النيريزي من تعريفات . ويذكر هيث في المقالة السابعة ٢٢ تعريفاً تتعلق كلها بالأعداد وانواعها .

ب- تعريفات النسوي

المقالة السابعة من كتاب التجريد في أصول الهندسة

● الشكل المجسم ما له طول وعرض وعمق

Heath: 1/11 A solid is that which has length, breadth and depth.

● وأطراف المجسم بسيط

2. An extremity of a solid is a surface.

● وإذا قام خط على سطح حتى يحيط بزوايا قائمة مع كل خط مستقيم يخرج منه في السطح، فإنه يكون عموداً على ذلك السطح.

3. A straight line is at right angles to a plane, when it makes right angles with all the straight lines which meet it and are in the plane.

● السطح القائم على السطح على زوايا قائمة: إذا كان كل خط مستقيم يخرج في أحد السطحين عموداً على فصلهما المشترك، يكون عموداً أيضاً على السطح الآخر.

4. A plane is at right angles to a plane when the straight lines drawn in one of the planes at right angles to the common section of the planes are at right angles to the remaining plane.

● السطوح المتوازية هي التي إذا اخرجت لم تلتق في جهة من الجهات.

8/11. Parallel planes are those which do not meet.

● إذا بُتت قطر نصف دائرة، وادير نصف الدائرة إلى ان يعود إلى حيث بُدئء بالحركة، فان الجسم الذي يحدث يقال له الكرة

14/11. When, the diameter of a semicircle remaining fixed, the same circle is carried round and restored again to the same position from which it began to be moved, the figure so comprehended is a sphere.

- والبسيط الذي يحدث على قوس نصف الدائرة يقال له بسيط الكرة .
- وقطر نصف الدائرة المثبت يقال له محور الكرة . وطرفاه قطبا الكرة . ومركز نصف الدائرة مركز الكرة .

15/11. The axis of the sphere is the straight line which remains fixed and about which the semicircle is turned.

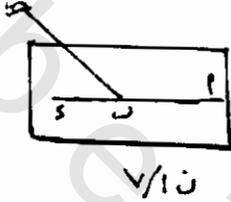
16. The centre of the sphere is the same as that of the semicircle

- وقطب الدائرة على بسيط الكرة هي نقطة على بسيط الكرة تكون الخطوط المستقيمة التي تخرج منها إلى محيط تلك الدائرة: متساوية .
- والدوائر التي على بسيط الكرة وتمر بمركز الكرة يقال لها الدوائر العظام .
- والدوائر المتوازية على بسيط الكرة هي التي سطوحها متوازية .
- ونريد بالأشكال الكرية: الأشكال التي تحيط بها قسي الدوائر العظام .
- والزوايا التي على [٥٨ أ] بسيط الكرة هي الزوايا التي تحيط بها أيضاً قسي دوائر عظام .

وإذا تقاطع دائرتان عظيمتان على بسيط كرة، على زوايا متساوية، قيل لكل واحدة من الزوايا الأربع التي تحدث: زاوية قائمة . وما صغر عن الزاوية القائمة هي حادة . وما عظم عنها هي منفرجة .

ج - مبرهنات النسوي .

[المبرهنة ٧/١ تقابل ١١/١]

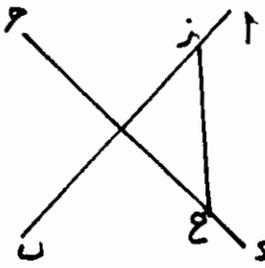


الخط الواحد لا يكون بعضه في السطح وبعضه في السمك .

A part of a straight line cannot be in the plane of reference and a part in a plane more elevated.

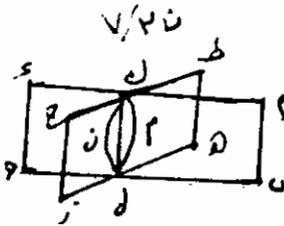
فإن أمكن، فليكن أ ب، من خط أ ب ج د، في السطح، ب ج د في السمك . ونخرج من أ ب خط ب د في السطح . فقد اتصل أ ب بخط ب ج د، وبخط ب د، على استقامة، من غير تطابق ب ج د، ب د . وذلك خلف .

[المبرهنة ٧/٢، تقابل ١١/٢]



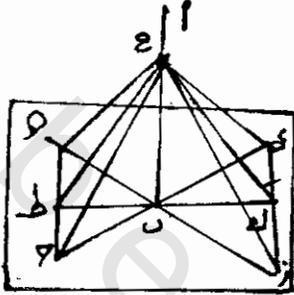
كل خطين يتقاطعان، وهما أ ب، ج د، تقاطعا في هـ: أقول انها في سطح واحد . لا يمكن غير ذلك . فإن أمكن . فلنخرج خط ز ح، كيف وقع . فيكون مثلث ز هـ ح في سطح واحد، لأنه يمكن ان يكون بعض هـ ز، هـ ح في السطح، وبعضه في السمك . ولكن السطح الذي فيه مثلث ز هـ ح فيه خطا أ ب، ج د . فخطا أ ب، ج د في سطح واحد .

[المبرهنة ٧/٣، تقابل ١١/٣]



كل سطحين يتقاطعان، وهما أ ب ج د، هـ ز ح ط، فإن فصلهما المشترك، وهو ك ل، مستقيم واحد .

لا يمكن غيره. فإن امكن فليخرج ك م ل في سطح أ ب ج د، ك ن ل في سطح ه ز ح ط. فقد التقى خطان مستقيمان [٥٨ ب] على نقطتي ك، ل. فخطان مستقيمان قد أحاطا بسطح. وذلك خلف.



[المبرهنة ٧/٤ تقابل ١١/٤]

إذا قام عمود في السمك على فصل مشترك لخطين متقاطعين، فإنه عمود على سطحهما

if a straight line be set up at right angles to two straight lines

which cut one another, at their common point of section, it will also be at right angles to the plane through them.

فلنقم عمود أ ب على فصل خطي ج د، ه ز المشترك: أقول انه عمود على سطح الخطين:

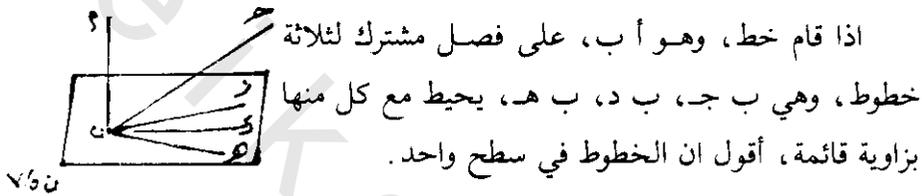
فنصل ب د، ب ه، ب ج، ب ز متساوية. ونصل ه ج، د ز. ونجيز على ب خط ط ك في سطح ج د، ه ز. ونعلم على أ ب نقطة ح. ونصل ه ح، ط ح، ج ح، ز ح، ك ح، د ح.

فضلع ب ه مثل ب ز، ب ج مثل ب د. فزاويتا د، ج المتبادلتان متساويتان. ف ه ج، د ز متوازيان، وهما أيضاً متساويان.

وكذلك ط ج مثل ك د، ب ط مثل ب ك: لتشابه مثلثي د ب ز، ه ب ج، ومثلثي ب د ك، ب ط ج، متساويي الأضلاع. ولأن ب ج مثل ب د؛ ب ح عمود على د ج؛ وكذلك ب ه مثل ب ز؛ ب ح عمود على ه ز: يكون ج ح من مثلث ج ه ح مثل ز ح من مثلث ز د ح، مثل د ح. ولكن ه ج مثل ز د. فزاوية ج ه ح مثل زاوية ز د ح.

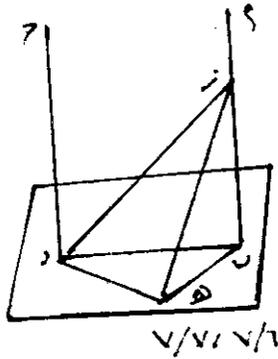
وأيضاً ج ح من مثلث ج د ح مثل د ك ح ؛ ط ج مثل د ك ؛ وزاوية ط ج ح مثل زاوية ك د ح . فقاعدة ط ح مثل قاعدة ك ح . ولكن ب ط من مثلث ب ط ح مثل [٥٩ أ] ب ك من مثلث ب ك ح ؛ ب ح مشترك . فزاوية ط ب ح مثل زاوية ك ب ح . فهما قائمتان : أ ب عمود على ك ط . وكذلك نبين ان كل خط يخرج من ب في سطح خطي ج د ، ه ز ، فإنه يحيط مع أ ب بزاوية قائمة .

[المبرهنة ٧/٥ تقابل ١١/٥]



لا يمكن غير ذلك . فإن أمكن ، فليكن ب ج منها في سطح في السمك . فيمّر بخطي أ ب ، ب ج سطح ويقع على سطح ب د ، ب ه ؛ فليكن فصلهما المشترك خط ب ز فزاوية أ ب ز قائمة . وقد كانت زاوية أ ب ج قائمة . ولكن أ ب ، ب ز ، ب ج في سطح واحد ، وزاوية أ ب ز مساوية لزاوية أ ب ج : الكبرى للصغرى . وذلك خلف .

[المبرهنة ٧/٦ وتقابل ١١/٦]

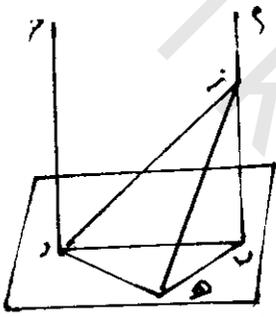


كل عمودين قائمين على سطح ، وهما أ ب ، ج د : فهما متوازيان . فنخرج ب د في السطح المفروض ، ونخرج د ه على زاوية قائمة من ب د . فزاوية ه د ج قائمة ، لأن ج د عمود على سطح خطي د ه ، د ب . ونفصل ز ب مثل د ه ، ونصل ز د ، ز ه ، ب ه . ف ز ب مثل د ه ، من مثلثي ز ب د ، ب د ه ؛ ب د مشترك ، وزاويتا ز ب د ، ب د ه قائمتان . فقاعدة ز د مثل قاعدة ب ه .

ولأن زد مثل ب هـ من مثلثي زد هـ، ب زهـ؛ زب مثل دهـ، زهـ مشترك [٥٩ ب] فزاويتا زد هـ، زب هـ متساويتان؛ زب هـ قائمة: لأن أب هـ عمود على سطح ب د، ب هـ. فزاوية زد هـ قائمة. فد هـ قائم على فصل مشترك. فخطوط ب د، زد، د ج الثلاثة على زوايا قائمة. وفي ذلك السطح مثلث زب د. وفيه أيضاً زب، أعني أب. فد أب، ج د في سطح واحد؛ وقد وقع عليهما ب د فصيّر زاويتي ب، د الداخلتين متساويتين. فهما متوازيان.

[المبرهنة ٧/٧ وتقابل ١١/٨]

وأيضاً كل خطين متوازيين، كخطي أب، ج د،

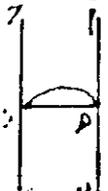


يكون أحدهما، وليكن أب، عموداً على سطح مفروض، فإن الآخر، وهو ج د، عمود على ذلك السطح.

فنخرج ب د في السطح. ونقيم ده عموداً على السطح. ونفصل زب مثل دهـ. ونصل زد، زهـ، ب هـ.

فد زب مثل دهـ؛ ب د مشترك؛ زاويتا زب د، ب د، $\sqrt{7}/\sqrt{11}$ ب د هـ قائمتان. فقاعدة زد مثل قاعدة ب هـ.

ولكن زب مثل دهـ؛ زهـ مشترك. فزاوية زد هـ مثل زاوية زب هـ القائمة؛ فهي أيضاً قائمة. فد هـ قائم على فصل مشترك لخطي ب د، د ز؛ د ج في سطح خطي ب د، د ز. فهو عمود على دهـ. وهو أيضاً عمود على ب هـ. فهو عمود على سطح خطي ب د، دهـ المفروض. وذلك ما [٦٠ أ] أردنا ان نبين.

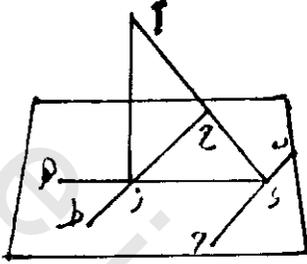


[المبرهنة ٧/٨ وتقابل ١١/٧]

كل خطين متوازيين، وهما أب، ج د، يخرج من أحدهما، وهون $\sqrt{7}/\sqrt{11}$ أب، الى الآخر: خط مستقيم، وهو هـ ز، كيفما خرج، فإنه يكون في سطحهما.

ب هـ، فهما متساويان. فـ أ د، جـ ز متساويان متوازيان. فضلع أب مثل ضلع د هـ؛ وضلع ب جـ مثل ضلع هـ ز؛ وقاعدة أ جـ مثل قاعدة د ز. فزاوية أب جـ مثل زاوية د هـ ز. وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٧/١١ وتقابل ١١/١١]

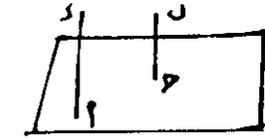


كيف نخرج من نقطة مفروضة في السمك (elevated point)، وهي أ، عموداً على سطح.

فنخرج ب جـ في السطح المفروض، كيف وقع. ونرسل عمود أ د على ب جـ ونخرج عمود د هـ على ب جـ في السطح ونرسل عمود أ ز على

د هـ. أقول انه المطلوب. فنجز على ز خط ط ح يوازي ب جـ. فب جـ عمود على فصل مشترك لخطي أ د، د هـ؛ ط ح عمود على أ ز؛ أ ز عمود على ز هـ فهو عمود على فصل خطي د هـ، ط ح، المشترك. فـ أ ز عمود على سطحها، وهو السطح المفروض.

[المبرهنة ٧/١٢ تقابل ١١/١٢]

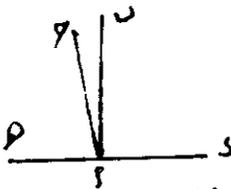


د هـ/١٢

كيف نقيم على سطح مفروض، على نقطة مفروضة منه، وهي أ: عمود أ د. فنفرض في السمك نقطة ب، كيف وقع؛ ونرسل منها عمود ب جـ على

السطح المفروض. ونخرج من أ خط أ د يوازي ب جـ. فهو عمود عليه أيضاً. [٦١].

[المبرهنة ٧/١٣ وتقابل ١١/١٣]

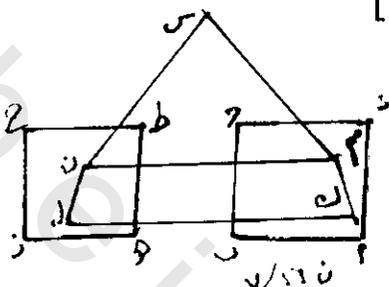


د هـ/١٣

ليس يقوم على سطح واحد عمودان، من نقطة منه مفروضة، وهي أ فإن أمكن، فلنقم عمودي أ ب، أ جـ على السطح المفروض. ونخرج سطح خطي أ ب، أ جـ. وليكن

قائمة. فـ ب ح عمود على فصل خطي أ ب، ب جـ المشترك فهو عمود على سطح أ ب جـ. وكان عموداً على سطح د هـ ز. فالسطحان متوازيان، أي أنهما لا يلتقيان.

[المبرهنة ٧/١٦]

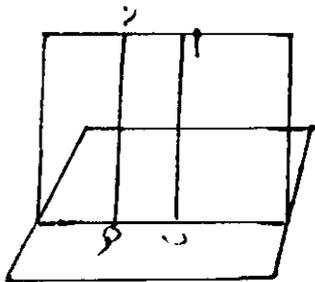


إذا فصل سطح ما، وهو ك ل م ن، سطحين متوازيين، وهما أ ب ج د، هـ ز ح ط، فإن فصليهما المشتركين، وهما ك م، ل ن، متوازيان.

لا يمكن غيره. فإن أمكن فليلتقيا على

س. فـ: ك س في سطح أ ب ج د، ل س في سطح هـ ز ح ط فسطحا أ ب ج د، هـ ز ح ط يلتقيان إذا أخرجنا؛ وهما متوازيان، وهذا خلف. وذلك ما أردنا أن نبين.

[المبرهنة ٧/١٧]



كل خط، وهو أ ب، يكون عموداً على سطح مفروض، أقول ان كل سطح يمر بذلك [٦٢] والخط يحيط مع السطح المفروض بزواوية قائمة.

فنجعل ج د فصلاً مشتركاً بين السطحين،

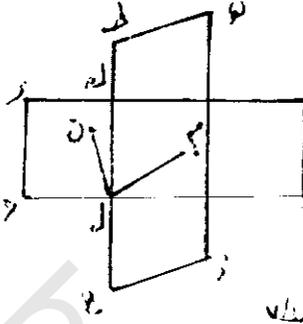
ونعلم عليه نقطة هـ، كيفما وقعت، ونخرج منها عمود

هـ ز في سطح أ ب ج د. فزاويتا أ ب ج د، ز هـ ب قائمتان. فـ أ ب يوازي ز هـ؛ أ ب عمود على السطح المفروض. فـ ز هـ عمود أيضاً عليه.

وكذلك نبين ان كل عمود يخرج من ج د في سطح أ ب ج د فهو عمود

على السطح المفروض. وأحد السطحين قائم على الآخر.

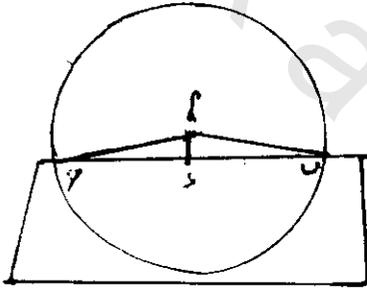
[المبرهنة ٧/١٨]



كل سطحين، وهما أ ب ج د، هـ ز ح ط، يتفاصلان، وهما قائمان على سطح مفروض، على زوايا قائمة، فإن فصلهما المشترك، وهو ك ل عمود على ذلك السطح.

لا يمكن غيره، لأننا نخرج من ل، من سطح هـ ز ح ط، عمود ل م على خط هـ ز؛ ونخرج منها أيضاً في سطح أ ب ج د عمود ل ن على ب ج فهما عمودان على السطح المفروض وقد خرجا من ل. وذلك خلف.

[المبرهنة ٧/١٩]



كل سطح قطع كرة فكان الفصل المشترك بينه وبينها. سطح ب ج أقول ان ب ج دائرة.

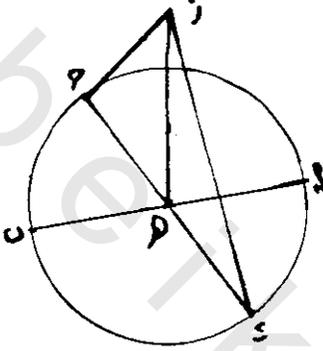
برهانه: نخرج من مركز الكرة الى سطح ب ج عمود أ د، ونصل [٦٢ ظ] خطوط أ ب، أ ج، ب د، د ج. فلأن أ د عمود على

سطح ب ج، تكون زاويتا أ د ب، أ د ج قائمتين؛ أ ب مثل أ ج لأنهما خرجا من مركز الكرة الى بسيطها. فمربع أ ب مثل مربع أ ج. لكن مربع أ ب مثل مربعي أ د، د ب؛ ومربع أ ج مثل مربعي أ د، د ج. فمربعاً أ د، د ب مثل مربعي أ د، د ج. فنلقى مربع أ د المشترك، ويبقى مربع ب د مثل مربع ج د. فخط ب د مثل خط ج د.

وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من د الى استدارة ب ج متساوية. ف ب ج اذن دائرة. وذلك ما أردنا ان نبين.

وهناك استبان ان العمود الذي يخرج من مركز الكرة الى سطح دائرة على بسيطها يمر بمركزها.

[المبرهنة ٢٠/٧]



اذا خرج من مركز دائرة على الكرة خط الى مركز الكرة، فانه عمود على سطح الدائرة.

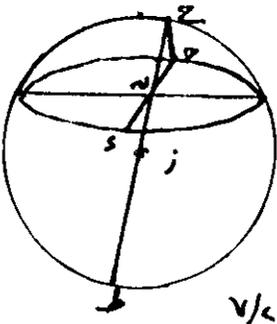
مثاله: لتكن كرة على ز، وعلى بسيطها دائرة أ ب ج د، ومركز الدائرة هـ، ونصل خط هـ ز، فأقول ان ز هـ عمود على سطح دائرة أ ب ج د.

برهانه: ان نخرج قطري أ ب، ج د، وخطي ز

ج، ز د. فد هـ مثل هـ ج، هـ ز مشترك، وقاعدة ج ز مثل قاعدة د ز. فزاوية [٦٣ و] ز هـ ج مثل زاوية ز هـ د. فد ز هـ عمود على د ج.

وبمثل ذلك نبين ان ز هـ عمود على أ ب. فد ز هـ عمود على فصل خطي أ ب، ج د. فهو عمود على سطحها، أعني سطح دائرة أ ب ج د. وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٢١/٧]



اذا كانت دائرة على بسيط كرة وأخرج من مركزها الى مركز الكرة خط مستقيم، فان ذلك الخط اذا اخرج في الجهتين يمر بقطبي تلك الدائرة.

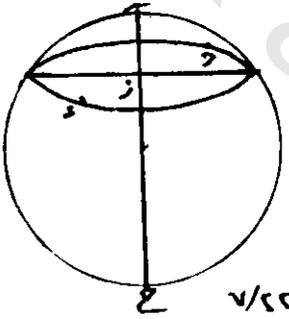
مثاله: دائرة أ ب ج د على بسيط كرة، [مركزها نقطة هـ] ومركز الكرة نقطة ز. ووصل خط هـ ز، وأخرج في الجهتين الى بسيط الكرة عند نقطتي ح،

ط فأقول إن ح، ط قطبي دائرة أ ج ب د.

برهانه: نخرج قطري أ ب، ج د، ونصل خطي ح ج، [ح د]. فلأن خط ز ه وصل بين المركزين، يكون عموداً على دائرة أ ج ب. فزاويتا ح ه ج، ح ه د قائمتان، د ه مثل ه ج، ه ح مشترك، فقاعدة ج ح مثل قاعدة د ح. وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ح الى محيط دائرة أ ج ب متساوية. فنقطة ح قطبها وكذلك نبين ان ط قطبها الآخر، بأن نصل ط د، ط ج. وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٢٢/٧]

إذا أخرج من قطب دائرة على كرة، عمود على سطحها، فإنه يمر بمركزها، وينتهي إلى قطبها الآخر.



مثاله: ان نفرض [٦٣ ط] دائرة أ ج ب د، وأحد قطبيها نقطة ه، وأخرج من قطب ه إلى سطحها عمود ه ز، وأخرج إلى بسيط الكرة فلقبه عند نقطة ح، أقول: نقطة ز مركز دائرة أ ج ب د، ونقطة ح قطبها الآخر.

برهانه: نخرج خطي أ ز، ز ب، ونصل خطوط ه أ، ه ب، ح أ، ح ب.

فلأن ه ز عمود على سطح دائرة أ ب ج د، تكون كل واحدة من زاويتي ه ز أ، ه ز ب قائمة. فمربع أ ه مثل مربعي أ ز، ز ه وكذلك مربع ه ب مثل مربعي ه ز، ز ب.

لكن مربع ه أ مثل مربع ه ب، وذلك انهما خرجا من القطب إلى المحيط. فمربعاً أ ز، ز ه مثل مربعي ب ز، ز ه. فنسقط مربع ز ه المشترك، يبقى مربع ز أ مثل مربع ز ب. وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي

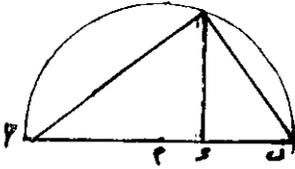
تخرج من ز إلى محيط أ ج ب د متساوية . ف ز مركز دائرة أ ج ب د .

فلأن أ ز مثل ز ب ، زح مشترك ، وزاويتا أ ز ح ، ب ز ح قائمتان ، فقاعدة ح أ مثل قاعدة ح ب وكذلك نبين ان جميع الخطوط التي تخرج من ح إلى محيط أ ج ب د متساوية .

[المبرهنة ٢٣ / ٧]

إذا وصل بين نقطتين مفروضتين على بسيط [٦٤ و] كرة بخط مستقيم ، واثبتت إحدى نهايتيه وأديرت النهاية الأخرى على بسيط الكرة إلى أن ترجع إلى حيث بدأت الحركة ، فإن الخط الذي يحدث على بسيط الكرة محيط دائرة .

مثاله : نفرض كرة مركزها نقطة أ ، ونفرض على بسيطها نقطتي ب ، ج ، ونصل بينهما بخط ب ج المستقيم ، فأقول : إذا أثبتت نقطة ب ، وأدير ب ج حتى تكون نقطة ج منه أبداً على بسيط الكرة ، إلى أن يرجع إلى حيث ابتداء بالحركة ، فأقول ان الخط الذي يحدث من نقطة ج على بسيط الكرة محيط دائرة .



برهانه : نخرج قطر ب أ ه للكرة ، ونخرج من ج عمود ج د إلى قطر ه ب ، ويحدث مثلث ب ج د القائم الزاوية . وكل الفصل الذي يحدث من سطح المثلث ب ج د وسطح الكرة : نصف دائرة ب ج ه .

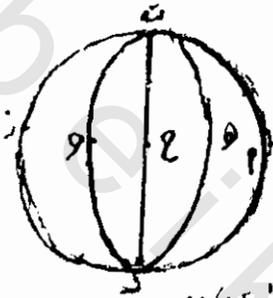
فاذا اثبتنا نقطة ب ، وأدربنا ب ج حتى تكون ج ملازمة لبسيط الكرة ، تدور مع ب ج نصف دائرة ب ج ه في جميع المواضع ، فيحدث د ج دائرة وتحدث نقطة ج محيط تلك الدائرة . وذلك ما أردنا .

وهناك استبان كيف نخط على بسيط كرة دائرة على أي قطب كان ، وبأي بعد يكون أقصر من قطر الكرة .

[المبرهنة ٢٤/٧]

الدوائر العظام على بسيط الكرة يقطع بعضها بعضاً بنصفين .

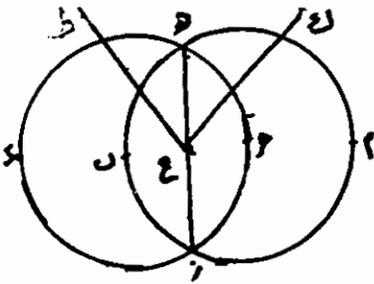
مثاله : دائرتا أ ب ج د ، ه ب ز د عظيمتان [٦٤ ظ] على بسيط كرة ، متقاطعتان على نقطتي ب ، د . أقول : انهما تتقاطعان بنصفين .



برهانه : ان دائرتي أ ب ج د ، ه ب ز ح عظيمتان . فمركزاهما ومركز الكرة واحد ، فليكن نقطة ح . فلأن نقط ب ، ح ، د في سطح دائرة أ ب ج د ، وهي أيضاً في سطح دائرة ب ز د ، فهي جميعاً على الفصل المشترك الذي هو خط ب ح د . ولأن ح مركز دائرة أ ب ، فكل واحد من قوسي د أ ب ، د ج ب $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ نصف محيط أ ب ج د . وكذلك يكون قوسا ب ه د ، ب ز د متساويين . فقد قطعت هاتان الدائرتان ، كل واحدة منهن الأخرى بنصفين ؛ وذلك ما أردنا .

[المبرهنة ٢٥/٧]

الدوائر التي تقطع بعضها بعضاً بنصفين في الكرة هي من الدوائر العظام .

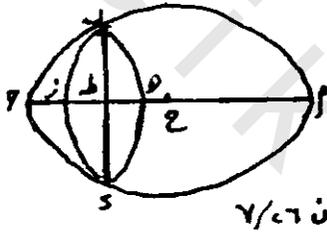


مثاله : دائرتا أ ب ، ج د تقطع كل منهما الأخرى بنصفين في الكرة ، على نقطتي ه ، ز . أقول أنها من الدوائر العظام .
برهانه : نصل فصلهما المشترك ، وهو خط ه ز ، وننصفه على ح . فح مركزهما . ونخرج من ح على سطح دائرة ج د عمود ح ط ، وعلى سطح دائرة أ ب عمود ح ك .
فلأن دائرة ج د في كرة ، ونخرج من مركزها عمود عليها ، وهو ح ط . فح ط يمر بمركز الكرة .

ويمثل ذلك نيين ان مركز الكرة على خط ح ك . فيكون الفصل المشترك
بخطي ح ط ، ح ك [٦٥ و] التي هي نقطة ح . فدائرتا أ ب ، ج د تمران بمركز
الكرة، فهما من الدوائر العظام . وذلك ما أردنا .

[المبرهنة ٢٦/٧]

اذا قطعت في كرة دائرة عظيمة [دائرة] أخرى على زوايا قائمة، فإنها
تقطعها بنصفين، وتمر بقطبيها . كدائرة أ ب ج د العظيمة، . قطعت في الكرة
دائرة ما، وهي هـ ب ز د . أقول انها تقطعها بنصفين وتمر بقطبيها .



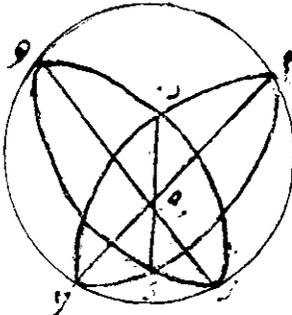
برهانها: نصل الفصل المشترك، وهو ب د؛
ونجعل مركز الدائرة أ ب ج د ومركز الكرة: نقطة ح .
ونخرج من ح إلى ب د، الذي هو الفصل المشترك:
عمود ح ط ف ح ط يكون عموداً على سطح دائرة هـ
ب ز د .

ف ط مركز دائرة هـ ب ز د . ف ب د قطرها، فكل واحدة من قوسي ب هـ
د، ب ز د نصف محيطها .

وأيضاً ان خط ح ج وصل بين مركز الكرة ومركز دائرة هـ ب ز د . فإنه إذا
أخرج انتهى إلى قطبي دائرة هـ ب ز د . وذلك ما أردنا ان نبين .

[المبرهنة ٢٧/٧]

اذا تقاطع دائرتان على بسيط كرة، ومر بأقطابهما دائرة عظيمة، فإنها تقطع
كل واحدة من القسي المتقاطعة من الدائرتين بنصفين



مثاله: [٦٥ ظ] دائرتا أ ب ج د، ب هـ د ز
تتقاطعان على نقطتي ب، د؛ ومرّاً بأقطابهما دائرة أ ز
ج هـ العظيمة . أقول ان دائرة أ ز ج هـ العظيمة

تقطع قسي ب زد، ب أد، ب جد، ب هـ د، الأربع المتقاطعة: بنصفين،
على نقط ز، أ، ج، هـ.

برهانه: ان الفصل المشترك بين دائرتي أب جد، أز ج هـ: خط [أ ج
والفصل المشترك بين ب هـ د ز، أز ج هـ: خط] ز هـ [وهما] يتقاطعان على
نقطة ح.

ولأن نقط ب، ح، د في سطح دائرة أب جد، وأيضاً هـ ب زد، فإنها
جميعاً على الفصل المشترك بين دائرتي أب جد، هـ ب زد، الذي هو خط
ب ح د المستقيم.

ولأن كل واحدة من دائرتي أب جد، هـ ب زد قائمة على دائرة أز ج
هـ، على زوايا قائمة، وذلك ان أز ج هـ مارة بأقطابهما، يكون الفصل
المشترك، الذي هو ب ح د، عموداً على دائرة أز ج هـ. فَب ح د عمود على
كل واحد من خطي أ ج، ز هـ.

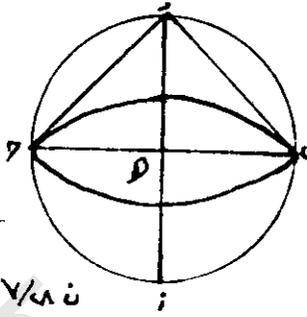
ولأن أ ج د قطر دائرة أب جد، وذلك لأن دائرة أز ج هـ تقطعها بنصفين،
وقطع قطر أ ج د وتر ب د على زوايا قائمة، فيقطعه بنصفين. فَب ح د
ح. ففوس ب ج د مثل قوس ج د.

ويمثل ذلك نبين ان قوس ب أ مثل أ د، ب ز مثل زد، ب هـ مثل هـ د.
وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٢٨ / ٧]

الخط المستقيم الذي يخرج من قطب الدائرة العظيمة في الكرة الى
محيطها مساوٍ [٦٦] لوتر ربعها:

مثاله: دائرة أب ج د عظيمة في الكرة، وقطبها د. وخرج من د إلى محيطها
خط د ب؛ أقول انه مثل وتر ربع الدائرة.

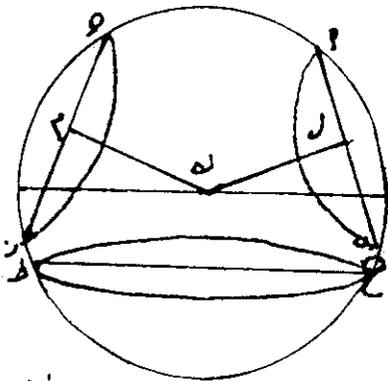


برهانها: نخرج قطر د ز، ونصل د ج والفصل
المشترك بين سطح الكرة و سطح دائرة د ب ج.
ونقسم ب ج بنصفين على هـ.

فلأن ب ج قطر دائرة أ ب ج، وهي من الدوائر العظام، يكون هـ مركزها
ومركز الكرة معاً. ولأن دائرة أ ب ج عظيمة، تقطع دائرة ب د ج على زوايا
قائمة، لأن ب د ج مرت بقطب أ ب ج، ويكون ب ج أيضاً قطر الدائرة ب
د ج. فَب د ج مرت بمركز الكرة، فهي عظيمة. فوتر ربعها مثل ربع أ ب
ج، لأنهما متساويان، وذلك أن قطرهما قطر الكرة.

لكن ب د وتر ربع ب د ج، لأن قوس ب د ج نصف المحيط، وب د
مثل د ج لأن د قطب. فَب د مثل وتر الربع. وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٢٩ / ٧]



الدوائر التي في الكرة أعظمها التي تمر
بمركز الكرة، والباقية: فما قرب من مركز
الكرة أعظم مما بعد. والتي بعدها من
المركز متساوية فهي متساوية.

مثاله: دوائر أ ب، ج د، هـ ز، ح ط؛
ج د يمر بمركز الكرة، ح ط أقرب الى مركز
الكرة من أ ب؛ أ ب، هـ ز بعدهما من مركز
الكرة واحد. أقول ان دائرة ج د أعظمها؛
وان ح ط أعظم من أ ب؛ وان أ ب، هـ ز متساويان.

ن ٢٩ / ٧

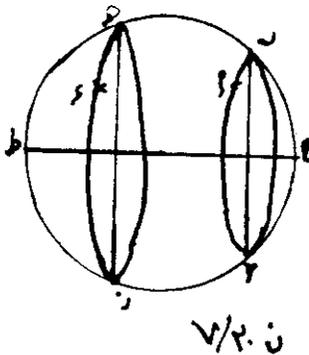
برهانه: نخرج من مركز دائرة جـ د، وهو ك، [٦٦ ظ] وهو أيضاً مركز الكرة، الى هذه الدوائر: أعمدة ك ل، ك ن، ك م. فنقط ل، م، ن مراكز الدوائر. ونخرج خطوط دك، ل أ، م ز، ن ط. ونصل أك، ط ك.

فلأن زاوية ل قائمة يكون خط أك أعظم من أل. لكن ك أمثل ك د، لأنهما خرجا من مركز الكرة الى البسيط. فك د أعظم من أل؛ وك د نصف قطر دائرة جـ د، أل نصف قطر دائرة أ ب. فدائرة جـ د إذن أعظم من دائرة أ ب.

وكذلك نبين أنها أعظم من جميع الدوائر التي تكون على بسيط كرتها. وأيضاً لأن دائرة ح ط أقرب الى مركز ك من دائرة أ ب، فعمود ك ن أقصر من عمود ك ل فمربع ك ن أصغر من مربع ك ل. لكن مربع ك ن مع مربع ن ط مثل مربع ك ل مع مربع أل. فيبقى مربع ن ط أعظم من مربع أل. فـ ن ط، وهو نصف قطر دائرة ح ط، أعظم من أل، نصف قطر دائرة أ ب. فدائرة ح ط أعظم من دائرة أ ب.

وأيضاً لأن بعدي دائرتي أ ب، هـ ز عن المركز متساويان، يكون عمود ك ل مثل عمود ك م، ومربع ك ل مع مربع ل أمثل مربع ك م ومربع م هـ. فنصف قطر دائرة أ ب، الذي هو خط أل، مثل نصف قطر [٦٧ و] هـ ز، الذي هو خط هـ م. فدائرتا أ ب، هـ ز متساويتان. وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٣٠ / ٧]

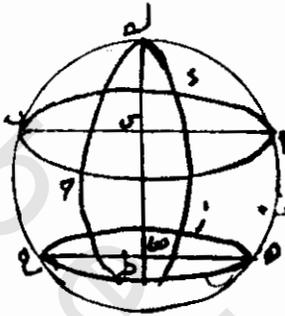


الدوائر التي على قطب واحد في الكرة هي متوازية. مثاله أ ب ج، د هـ ز على قطبي ح، ط، أقول إنهما متوازيان.

برهانه: نصل ح ط، فنخط ح ط يخرج من أحد قطبي دائرة أ ب ج الى الآخر، فهو عمود على سطحها.

وكذلك يكون ح ط أيضاً عموداً على سطح دائرة د ه ز. فخط ح ط إذن عمود على كل واحد من سطحي دائرتي أ ب ج، د ه ز. فدائرتا أ ب ج، د ه ز متوازيتان وذلك ما أردنا ان نبين.

[المبرهنة ٣١/٧]



إذا مرت بقطبي دوائر متوازية في الكرة: دوائر عظام، فان قسي الدوائر العظام التي فيما بين الدوائر المتوازيات متساوية، وقسي الدوائر التي فيما بين الدوائر العظام متشابهة.

مثاله: دائرتا أ ب ج د، ه ز ح ط. فليكن أحد قطبيها ك؛ ودائرتا أ ه ح ب، د ز ط ج العظيمتان تمران بقطب ك. فأقول ان قسي ه أ، ح ب، ط ج، ز د التي بين المتوازيات: متساوية وان قسي أ ج، ج ب، ب د، د أ التي بين الدوائر العظام متشابهة.

برهانه: ليكن أ ب الفصل المشترك بين دائرتي أ ج ب د، أ ك ب؛ ز ط الفصل المشترك بين دائرتي ز ح ط، ز ك ط؛ ج د الفصل المشترك بين [٦٧ ط] دائرتي ج ط ز د، أ ج ب د، وخط ه ح الفصل المشترك بين ه ز ح ط، ه ك ح؛ ولأن دائرة ه ك ح ل مرت بقطبي دائرة أ ب ج د، فهي تقطعها بنصفين. ف أ ب قطر دائرة أ ج ب د. وكذلك يكون ج د قطر دائرة أ ب ج د. ف س مركز دائرة أ ب ج د.

وكذلك يتبين أن خطي ط ز، ه ح قطران لدائرة ه ز ح ط، وأن ص مركزها. ولأن دائرتي أ ب ج د، ه ز ح ط متوازيتان، وقطعهما دائرة ج ط ز د، فصيلا ج د، ز ط متوازيان. ويمثل ذلك نبين ان فصلي أ ب، ه ح متوازيان.

ولأن خطي ب س، س ج يحيطان بزاوية ب س ج، ويوازيان خطي ح ص، ص ط المحيطين بزاوية ح ص ط، تكون زاوية ب س ج مثل زاوية ح ص ط. وهما على المركزين، وعلى ب ج، ح ط فقوس ب ج تشبه قوس ح ط.

وكذلك تكون قوس د أ تشبه ز ه، ج أ تشبه ه ط، د ب تشبه ح ز. وأيضاً لأن ك قطب دائرة أ ب ج، تكون قسي ك أ، ك ب، ك ج، ك د متساوية ولأن ك أيضاً قطب دائرة ز ح ط تكون قسي ك ه، ك ز، ك ح، ك ط متساوية* فقسي ه أ، ح ب، زد، ط ج [٦٨ و] الباقيات التي بين المتوازيات متساوية وذلك ما أردنا أن نبين.

★ هنا تنتهي مخطوطة ط.

ونختم المقالة السابعة بهذا الشكل، والكتاب بهذه المقالة، لأن هذا القدر رأيناه كافياً لمقصودنا، ولغرض أهل عصرنا في أقسام هذا العلم، وتركتنا ذكر اختلاف وقوع هذه الأشكال، وحدّ سلوكها اجتناباً من التطويل، واعتماداً على ما قررناه في كتاب البلاغ الذي صنعناه في شرح كتاب اقليدس في الأصول. فمن أراد ذلك فسيهله أن يطلبه من الكتاب.

والحمد لله الملك الوهاب وصلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه، وسلم تسليماً كثيراً.

ووقع الفراغ من تعليق هذه النسخة

الثامن والعشرين من شهر ربيع الأول سنة ثلاث وأربعين وسبعمائة كتبه لنفسه احمد بن محمد بن سنان الرشنسي عفا الله عنهم أجمعين.

المقالة السابعة في موازنة ختامية

المقالة ١١ من كتاب اقليدس تتألف من ٣٩ مبرهنة تتعلق بهندسة المجسمات . من هذه المقالات أخذ النسوي ١٥ بدأبها مقالته السابعة ، ثم الحق بها ١٦ مبرهنة تتعلق بهندسة الكرة ، وذلك ما لم يشمله اقليدس في مقالاته ، فالمقالة السابعة عند النسوي هي في الهندسة المجسمة وتشمل هندسة المجسمات المستوية السطوح وهندسة الكرة ودوائرها . وهو بهذا يكمل ما بدأه اقليدس . ولكن هل هو كاقليدس يبني للرياضيات التطبيقية صرحاً متماسكاً؟ هذا ما نهيب بالدارس ان يتحرى أمره .

تم بحمد الله