# الفصل الحادي عشر
# Chapter Eleven

## التوصيل (النقل) الكهربائي في الأجسام الصلبة
## Conduction of Electricity In Solids

### مسألة **Problem (11.1)**

احسب عدد الكترونات التوصيل في مكعب من النحاس طول ضلعه $a = 1\ cm$.

### الحل **Solution**

من المعلوم أن في كل ذرة نحاس هناك الكتروناً واحداً موصلاً.

$$N = n\,a^3$$

$n$ هو عدد الإلكترونات في وحدة الحجوم.

$$n = \frac{N_A\, d}{A}$$

حيث $(N_A)$ هو عدد أفوكادرو ويساوي $(6.02\times 10^{23}\ atom/mol)$، $(d)$ هي كثافة النحاس ويمكن معرفة قيمتها من الجداول وتساوي $(8900\ kg/m^3)$، $(A)$ هي الكتلة المولرية للنحاس وتساوي $(0.0635\ kg/mol)$.

$$n = 8.43\times 10^{28}\ electrons/m^3$$

وهكذا نجد أنَّ عدد الكترونات التوصيل هو :

$$N = 8.43\times 10^{28}\ (electrons/m^3)(1.0\times 10^{-2}\ m)^3$$

$$= 8.43\times 10^{23}\ electrons$$

### مسألة **Problem (11.2)**

احسب سرعة الالكترون في حزمة التوصيل لمعدن النحاس، إذا كانت طاقته الحركية مساوية لطاقة فيرمي $Fermi-energy = 7.0\ eV$.

### الحل **Solution**

$$E = E_F = \frac{1}{2} m\, v_F^2$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \left[\frac{(2)(7\ eV)\left(1.6\times 10^{-19}\ \frac{J}{eV}\right)}{9.11\times 10^{-31}kg}\right]^{\frac{1}{2}} = 1.6\times 10^{6}\ m/s$$

**مسألة *Problem* (11.3)**

أوجد زمن الاسترخاء والذي يمكن تسميته أيضاً متوسط الزمن بين التصادمات للإلكترونات الموصلة في النحاس، إذا كانت مقاومية النحاس تساوي $(1.7\times 10^{-8}\,\Omega\, m)$.

**الحل *Solution***

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho}$$

$$= \frac{9.11\times 10^{-31}kg}{8.43\times 10^{28}m^{-3}\times 1.6\times 10^{-19}C\times 1.7\times 10^{-8}\,\Omega\, m}$$

$$= 2.5\times 10^{-14}s$$

**مسألة *Problem* (11.4)**

استخدم النتائج التي حصلنا عليها في المسألتين (11.2) و (11.3) لحساب متوسط المسار الحر *mean free path* للإلكترونات في النحاس.

**الحل *Solution***

متوسط المسار الحر = $\lambda$

$$\lambda = v_F\ \tau$$

$$= (1.6\times 10^{6}\ m/s)(2.5\times 10^{-14}\ s)$$

$$= 4\times 10^{-8}\ m$$

**Problem (11.5) مسألة**

مكعب من النحاس طول ضلعه $(1.0\ cm)$ .
أوجد عدد مستويات الطاقة *quantam states* الواقعة بين $(E = 5.0\ eV)$ و $(E = 5.01\ eV)$.

**Solution الحل**

حيث إن نهايتي هذا المجال من الطاقة متقاربتان، وحيث إن الفرق بينهما $(\Delta E = 0.01\ eV)$ فإن عدد المستويات $N$ هو :

$$N = n(E)\,\Delta\, E\, V$$

$$n(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi\ m^{3/2}}{h^3} E^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{(8\sqrt{2}\pi)(9.1\times 10^{-31} kg)^{\frac{3}{2}}(5\ eV)^{\frac{1}{2}}(1.6\times 10^{-19} J/eV)^{\frac{1}{2}}}{(6.63\times 10^{-34} J.s)^3}$$

$$= 9.48\times 10^{46}\ m^{-3} J^{-1} = 1.52\times 10^{28}\ m^{-3} eV^{-1}$$

$$N = (1.52\times 10^{28}\ m^{-3} eV^{-1})(0.01\ eV)(1\times 10^{-2}\ m)^3$$

$$= 1.52\times 10^{20}$$

**Problem (11.6) مسألة**

عند درجة الحرارة $(800\ K)$ ما هي احتمالية إشغال مستوى من الطاقة مقداره $(0.1\ eV)$ فوق مستوى فيرمي ؟

**Solution الحل**

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

$$\frac{E-E_F}{kT}=\frac{0.1\,eV}{(8.62\times 10^{-5}\,eV)(800\,K)}=1.45$$

$$P(0.1)=\frac{1}{e^{1.45}+1}=0.19 \qquad or\ 19\ \%$$

وعلى سبيل الإيضاح افرض أن مستوى الطاقة المطلوب يقع تحت مستوى فيرمي وليس فوقه، الفرق الآن هو :

$$\frac{E-E_F}{kT}=1.45$$

$$P(-0.1)=\frac{1}{e^{1.45}+1}=0.81 \qquad or\ 81\ \%$$

الآن افرض أن المستوى المطلوب هو تحديداً مستوى فيرمي :

$$P(E_F)=\frac{1}{e^{0}+1}=\frac{1}{1+1}=0.50 \qquad or\ 50\ \%$$

### مسألة (11.7) *Problem*

قطعة من الجيرمانيوم ذات مقطع مربع طول ضلعه ($1.0\ cm$)، تم تسليط جهد قدره ($1.5\ V$) عبر سمكها البالغ ($0.25\ mm$) أوجد قيمة التيار المار في القطعة علما أن :

عدد الإلكترونات الحرة في المتر المكعب = $2\times 10^{19}$.

حركية الإلكترون $\mu_n=0.36$.

حركية الثقوب $\mu_P=0.17$.

### الحل *Solution*

$$J=\sigma\,\vec{E}$$

$$\vec{E}=\frac{V}{d}=\frac{1.5\,V}{0.25\times 10^{-3}}=6\times 10^{3}\,V/m$$

$$\sigma = (\mu_n + \mu_P) n_i \, e$$

$$= (0.36 + 0.17) \times 2 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{19}$$

$$= 1.696 (\Omega m)^{-1}$$

$$J = 10176 \ A / m^2$$

$$a = 1.0 \ cm \times 1.0 \ cm = 10^{-4} \ m^2$$

$$\therefore \ I = a.J = 10176 \ A$$

### مسألة (11.8) *Problem*

الذهب هو معدن أحادي التكافؤ حيث تبلغ كتلته المولرية ($197 \ g / mol$)، وكثافته ($19.3 \ g / cm^3$).

أوجد كثافة الشحنات الناقلة للتيار الكهربائي للذهب.

### الحل *Solution*

عدد الذرات لوحدة الحجم، تعرَّف على النحو الآتي :

$$n = \frac{d}{M} = \frac{\text{كثافة الكتلة للذهب (للمعدن)}}{\text{كتلة الذرة الواحدة}}$$

وبما أن عدد الالكترونات لكل ذرة في هذه المسألة هو الكترون واحد، إذاً عدد الإلكترونات يساوي عدد الذرات، والآن :

$$M = \frac{A}{N_A} = \frac{\text{الكتلة المولرية للذهب}}{\text{عدد أفوكادرو}}$$

$$M = \frac{(197 \ g / mol)}{(6.022 \times 10^{23} \ mol^{-1})} = 3.271 \times 10^{-22} \ g$$

$$d = 19.3 \ g / cm^3$$

$$n=\frac{19.3\ g/cm^3}{3.271\times10^{-22}\ g}=5.90\times10^{22}\ cm^{-3}$$

**Problem (11.9) مسألة**

لدينا المعادلة التي نستخدمها لحساب عدد المستويات للطاقة الكمية وهي :

$$n(E)=\frac{8\sqrt{2}\,\pi\,m^{3/2}}{h^3}E^{1/2}$$

1- أثبت أننا نستطيع كتابتها على الشكل :

$$n(E)=C\,E^{1/2}$$

2- أوجد قيمة الثابت ( $C$ ) العددية ملحقاً إياها بوحداتها الصحيحة.

**Solution الحل**

$$n(E)=\frac{8\sqrt{2}\,\pi\,m^{3/2}}{h^3}E^{1/2}$$

$$C=\frac{8\sqrt{2}\,\pi\,m^{3/2}}{h^3}=\frac{8\sqrt{2}\,\pi\,(9.109\times10^{-31}\,Kg)^{3/2}}{(6.626\times10^{-34}\,J.s)^3}$$

$$=8\sqrt{2}\,\pi\left[\frac{(9.109\times10^{-31}\,Kg)^{\frac{1}{2}}}{6.626\times10^{-34}\,J.s}\right]^3$$

$$=1.0622\times10^{56}\quad Kg^{3/2}.J^3.s^3$$

*For the conduction electrons.*

$$n(E)=CE^{\frac{1}{2}}$$

$$n(E)=1.0622\times10^{56}\,E^{\frac{1}{2}}$$

**Problem (11.10) مسألة**

استخدم نتيجة المسألة (11.9) لحساب $n(E)$ للالكترونات الناقلة لمعدن تبلغ قيمة الطاقة فيه $E = 8.0\ eV$.

**Solution الحل**

$$E = 8.0\ eV$$

$$C = 1.062 \times 10^{56} J^{3/2}\ m^{-3} \qquad \text{Because of.}$$

$$1\,J = 1\,Kg \frac{m^2}{s^2} \quad , \qquad \text{Thus :}$$

$$1\,Kg = 1\,J.s^2.m^{-2}$$

وهكذا نجد أن وحدات $C$ يمكن كتابتها على النحو الآتي :

$$(J.s^2)^{3/2}.(m^{-2})^{3/2}.J^{-3}.s^{-3} = J^{3/2}.m^{-3}$$

$$C = (1.602 \times 10^{56} J^{3/2}.m^{-3})(1.602 \times 10^{-19} J/eV)^{3/2}$$

$$= 6.81 \times 10^{27} m^{-3}.eV^{-3/2}$$

$$n(E) = C\,E^{\frac{1}{2}}$$

$$= (6.78 \times 10^{27} m^{-3}.eV^{-3/2})(8.eV)^{1/2}$$

$$= 1.9 \times 10^{28} m^{-3} eV^{-1}$$

**Problem (11.11) مسألة**

أوجد مقدار احتمالية وجود مستوى مقداره $(0.062\ eV)$ فوق مستوى فيرمي للطاقة وذلك :1- عندما تكون $T = 0\ K$.

2- عندما تكون $T = 320\ K$.

**Solution الحل**

1- عندما تكون $T = 0\ K$.

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

ثابت بولتزمان : $k = 8.62 \times 10^{-5}\ eV/K$

الفرق في الطاقة : $E - E_F = 0.062\ eV$

درجة الحرارة : $T = 0\ K$

$$P(E) = 0$$

ومعنى ذلك أنّ أي مستوى يمتلك طاقة أكبر من طاقة فيرمي $(E_F)$ يكون مشغولا.

-2 $T = 320\ K$

$$P(E) = \frac{1}{e^{2.248} + 1} = 0.0956$$

وذلك لأن : $(0.062\ eV)/(8.62 \times 10^{-5}\ eV/K)(320\ K) = 2.248$

**مسألة Problem (11.12)**

استخدم معادلة دالة الاحتمالية $P(E)$ لإيجاد الطاقة التي تكون فيها احتمالية الإشعال $(P(E) = 0.9)$ للنحاس وذلك عند درجة الحرارة $(1000\ K)$ إذا كانت طاقة فيرمي للنحاس تساوي $(7.0\ eV)$. بعد ذلك أوجد كثافة مستويات الطاقة $n(E)$، ثم أوجد كثافة المستويات المشغولة $n_0(E)$.

**Solution الحل**

إنّ معادلة الاحتمالية $P(E)$ هي :

$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \quad \ldots (1)$$

لحل مثل هذه النوع من المسائل التي يطلب فيها إيجاد الطاقة $(E)$، ويعطى للطالب باقي المعلومات، اعتمد الخطوات الآتية :

1- اقلب طرفي المعادلة (1) :

$$\frac{1}{P(E)} = e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1$$

2- خذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين $(\ell n)$، بعد أن نقلنا المقدار $(+1)$ إلى الطرف الأيسر للمعادلة.

$$\ell n\left(\frac{1}{P(E)} - 1\right) = \ell n \; e^{\frac{E-E_F}{kT}}$$

$$= \frac{E-E_F}{kT}$$

$$kT \; \ell n\left(\frac{1}{P(E)} - 1\right) = E - E_F$$

$$E = E_F + kT \; \ell n\left(\frac{1}{P(E)} - 1\right)$$

$$= 7.0 \; eV + (8.62 \times 10^{-5} \; eV/K)(1000 \; K) \; \ell n\left(\frac{1}{0.9} - 1\right)$$

$$= 7.0 \; eV + (-0.189) = 6.81 \; eV$$

$$n(E) = C \; E^{\frac{1}{2}}$$

$$n_0(E) = P(E) \; n(E)$$

$$= (0.9)(6.78 \times 10^{27})(7.0) = 4.27 \times 10^{28}$$

**Problem (11.13) مسألة**

تبلغ كثافة الذهب $(19.3\ g/cm^3)$، كما أن الكتلة المولرية له $(197\ g/mol)$، إذا كانت الذرة الواحدة تساهم بالكترون ناقل واحد.

أوجد مستوى طاقة فيرمي للذهب.

**Solution الحل**

$$n = \frac{(19.3\ g/cm^3)(6.022\times 10^{23}\ g/mol)}{(197\ g/mol)}$$

$$= 5.90\times 10^{23}\ cm^{-3}$$

$$E_F = \frac{0.12\ h^2}{m} = \frac{0.121(1240\ eV.nm)^2}{0.511\ MeV}\times(5.90\times 10^{22}\ cm^{-3})^{2/3}$$

$$= 5.5\ eV$$

**Problem (11.14) مسألة**

تبلغ قيمة طاقة مستوى فيرمي للفضة $5.5\ eV$.

1- عند درجة الحرارة $T = 0^o C$ ، ما هي احتمالات إشغال المستويات عند قيم الطاقة الآتية : $4.4\ eV$ , $5.4\ eV$ , $5.5\ eV$ , $5.6\ eV$ .

2- عند أية قيمة لدرجة الحرارة تكون احتمالية إشغال المستوى $5.6\ eV$ تساوي 0.16 ؟

**Solution الحل**

$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}}+1}$$

$$\begin{array}{lll} For: & E = 4.4\,eV & P(E) = 1.0 \\ & E = 5.4\,eV & P(E) = 0.99 \\ & E = 5.5\,eV & P(E) = 0.50 \\ & E = 5.6\,eV & P(E) = 0.014 \\ & E = 6.4\,eV & P(E) = 2.5 \times 10^{-17}. \end{array}$$ -1

$$kT\,\ell n\left(\frac{1}{P} - 1\right) = E - E_F$$ -2

$$T = \frac{E - E_F}{k\,\ell n(P^{-1} - 1)} = \frac{5.6\,eV - 5.5\,eV}{(8.62 \times 10^{-5}\,eV/K)\ell n(0.16^{-1} - 1)}$$

$$= 7.0 \times 10^2\ K.$$

**Problem (11.15) مسألة**

أثبت أن الصيغة الرياضية التي تستخدم لتحديد مستوى طاقة فيرمي، وهي :

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\,\pi}\right)^{3/2} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121\,h^2}{m} n^{2/3}$$

يمكننا كتابتها على النحو الآتي :

$$E_F = A\,n^{2/3}$$

حيث إنّ :

$$A = 3.65 \times 10^{-19}\,m^2.eV$$

**Solution الحل**

في المعادلة المذكورة $(n)$ هو عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم، $(m)$ هي كتلة الإلكترون الواحد، بينما $(h)$ هو ثابت بلانك، وعليه نجد أنّ :

$$A=\left(\frac{3}{16\sqrt{2}\,\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{m}=\left(\frac{3}{16\sqrt{2}\,\pi}\right)^{2/3}\frac{(6.626\times10^{-34}\,J.s)^2}{(9.109\times10^{-31}\,kg)}$$

$$=5.842\times10^{-38}\;J^2.s^2/kg$$

ولكننا نعلم أنّ :

$$1.0\,J=1\,kg.m^2/s^2$$

نعوض الآن عن ( $J$ ) بما يساويه ونترك الآخر، أي أننا نكتب :

$$J^2=J\,J$$

كما يمكننا أن نستخدم الإلكترون فولت بدلاً من الجول، ذلك أنّ :

$$1.0\,eV=1.602\times10^{-19}\,J$$

$$A=\frac{5.842\times10^{-38}\left(\frac{J.s^2}{kg}\right)\left(kg.\frac{m^2}{s^2}\right)}{1.602\times10^{-19}\;\;J/eV}$$

$$=3.65\times10^{-19}\,m^2.eV$$

إذاً يمكننا أن نعبّر عن المعادلة بالصيغة الرياضية :

$$E_F=A\,n^{2/3}$$

## مسألة (11.16) *Problem*

تبلغ طاقة فيرمي لمعدن النحاس ($7.0\,eV$) عند درجة الحرارة ($1000\,K$).

1- أوجد مقدار الطاقة التي تساوي عندها احتمالية إشغال مستواها ($0.9$).

2- عند الطاقة التي وجدتها في الطلب الأول من المسألة هذه، أوجد كثافة مستويات الطاقة بشكل عام.

3- أوجد كثافة مستويات الطاقة المشغولة.

**الحل Solution**

من معادلة دالة احتمالية الطاقة والتي صيغتها الرياضية :

-1 $$P(E)=\frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين وبالرجوع إلى المسألة (11.5) نجد أنّ :

$$E=E_F+kT\,\ell n\left(\frac{1}{P(E)}-1\right)$$

$$=7.0\,eV+(8.62\times 10^{-5}\,eV/K)(1000\,K)\ell n\left(\frac{1}{0.9}-1\right)$$

$$=6.8\,eV$$

-2 $$n(E)=CE^{\frac{1}{2}}$$

**مسألة (11.17) Problem**

تبلغ طاقة فيرمي لمعدن الألمنيوم ($11.6\ eV$) وكثافته الكتلية ($2.7\ g/cm^3$) كما أن كتلته المولرية تساوي ($27.9\ g/mol$) استخدم هذه المعلومات كي تحدد عدد الالكترونات الحرة في ذرة الألمنيوم الواحدة.

**الحل Solution**

إن عدد الكترونات الحرة للذرة الواحدة هو : $\frac{n}{N}$

حيث إنّ : ( $n$ ) عدد الإلكترونات الحرة لوحدة الحجم.

( $N$ ) عدد الذرات لوحدة الحجم.

وباستخدام النتيجة التي حصلنا عليها في المسألة (11.15) نجد أنّ طاقة فيرمي يمكننا أن نعبّر عنها بالصيغة الرياضية : $E_F=A\,n^{2/3}$

$$A = 3.65 \times 10^{-19}\, m^2 .eV$$

بينما : $(n)$ هي عدد الالكترونات الحرة.

$$n = \left(\frac{E_F}{A}\right)^{3/2}$$

$$= \left(\frac{11.6\ eV}{3.65 \times 10^{-19}\, m^2 .eV}\right)^{3/2} = 1.79 \times 10^{29}\, m^{-3}$$

$$M = \frac{d}{A} = \frac{(27.0\ g/mol)}{(6.022 \times 10^{23}\, mol^{-1})} = 4.48 \times 10^{-23}\, g$$

حيث $(M)$ هنا هي كتلة ذرة الألمنيوم الواحدة.

$$N = \left(\frac{27.0\ g/cm^3}{4.48 \times 10^{-23}\, g}\right) = 6.03 \times 10^{22}\, cm^{-3} = 6.03 \times 10^{28}\, m^{-3}$$

وبناءً على ما تقدم نجد أن عدد الإلكترونات الحرة للذرة الواحدة هو :

$$\frac{n}{N} = \frac{1.79 \times 10^{29}\, m^{-3}}{6.03 \times 10^{28}\, m^{-3}} = 2.97$$

### مسألة (11.18) *Problem*

**أثبت أنَّ احتمالية إشغال مستويين من الطاقة متساويان في بعدهما فوق وأسفل مستوى طاقة فيرمي $(E_F)$ تساوي الواحد.**

### الحل *Solution*

لإيجاد مقدار هذه الاحتمالية بمجموعها، أي الاحتمالية لإشغال مستوى يقع فوق مستوى طاقة فيرمي وآخر أسفل منه، نفرض أن هذين المستويين هما $(E_1)$ و $(E_2)$.

$$E_1 = E_F + \Delta E$$

$$E_2 = E_F - \Delta E$$

حيث $(\Delta E)$ يمثل فرق الطاقة عن مستوى طاقة فيرمي. وعليه فإن احتماليتي إشغال هذين المستويين هما :

$$P(E_1) = \frac{1}{e^{(E_1 - E_F)/kT} + 1}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{e^{(E_2 - E_F)/kT} + 1}$$

$$P(E_1) + P(E_2) = \frac{1}{e^{(E_F + \Delta E - E_F)/kT} + 1} + \frac{1}{e^{(E_F - \Delta E + E_F)/kT} + 1}$$

$$= \frac{1}{e^{\Delta E / kT} + 1} + \frac{1}{e^{-\Delta E / kT} + 1}$$

$$= \frac{2 + e^{\Delta E / kT} + e^{-\Delta E / kT}}{(e^{\Delta E / kT} + 1)(e^{-\Delta E / kT} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

## مسألة (11.19) Problem

يعتبر معدن الخارصين *Zinc* معدناً ثنائي التكافؤ أوجد كلاً من :

1- عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم، $(m^3)$.

2- أوجد حسابياً مستوى طاقة فيرمي لمعدن الخارصين، $(E_F)$.

3- أوجد حسابياً سرعة فيرمي $(v_F)$.

4- أوجد طول موجة ديبرولي $(\lambda)$ الموافقة لسرعة فيرمي علماً بأن الكثافة الكتلية للخارصين تساوي $(7.13\ g/cm^3)$. أما الكتلة المولرية فتساوي $(65.37\ g/mol)$.

**Solution الحل**

1- نحن نعلم أنَّ :
$$\frac{n}{d}=\frac{N_A}{M}$$

حيث إن : $(n)$ عدد الكترونات التوصيل لوحدة الحجم.

$(N_A)$ عدد أفوكادرو $= (6.02\times 10^{23}\, atom/mol)$.

$(M)$ الكتلة المولرية.

$(d)$ الكثافة الكتلية.

$$n=\frac{2dN_A}{M}=\frac{2(7.133\, g/cm^3)(6.02\times 10^{23}/mol)}{(65.37\, g/mol)}$$

$$=1.31\times 10^{23}\, cm^3$$

$$=1.31\times 10^{29}\, m^3$$

ملاحظة : نلاحظ أننا ضربنا البسط بالعدد $(2)$ ذلك لأن الخارصين معدن ثنائي التكافؤ، كما هو مذكور في نص المسألة.

2- من المسألة (11.15) وجدنا بأننا نستطيع التعبير عن مستوى طاقة فيرمي بالمعادلة الرياضية :

$$E_F=\frac{0.12\, h^2}{m}n^{2/3}$$

$$=\frac{0.121(6.63\times 10^{-34}\, J.s)^2(1.31\times 10^{29}\, m^{-3})^{2/3}}{(9.11\times 10^{-31}\, kg)(1.60\times 10^{-19}\, J/eV)}$$

$$=9.43\, eV$$

-3 $$v_F = \left( \frac{2E_F\, c^2}{m\, c^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left( \frac{2(9.43\, eV)(3.0 \times 10^8\, m/s)^2}{0.511\, M\, eV} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1.82 \times 10^6\ m/s$$

ملاحظة : لاحظ أننا عوضنا عن المقدار $(mc^2)$ بالعدد : $0.511\ M\ eV$

-4 $$\lambda\ p = h$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv_F}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}\, J.s}{(9.11 \times 10^{-31}\, kg)(1.82 \times 10^6\, m/s)}$$

$$= 0.40 \times 10^{-9}\, m$$

$$= 0.40\, nm$$

### مسألة (11.20) ***Problem***

من المعروف أن معدن الفضة هو من المعادن أحادية التكافؤ، تأسيساً على ذلك، أوجد متطلبات المسألة السابقة (11.19) وذلك إذا علمت أنّ الكثافة الكتلية للفضة تساوي $(10.49\ g/cm^3)$ وكتلتها المولرية تساوي $(107.87\ g/mol)$.

### الحل ***Solution***

-1 $$n = \frac{d\, N_A}{M} = \frac{(10.49\ g/cm^3)(6.02 \times 10^{23}\ /mol)}{(107.87\ g/mol)}$$

$$= 5.86 \times 10^{22}\, cm^{-3} = 5.86 \times 10^{28}\, m^{-3}$$

$$E_F = \frac{0.12\, h^2}{m} n^{2/3} \qquad -2$$

$$= \frac{0.12(6.63 \times 10^{-34}\, J.s)^2 (5.86 \times 10^{28})^{2/3}}{(9.11 \times 10^{-31}\, kg)(1.6 \times 10^{-19}\, J/eV)}$$

$$= 5.52\, eV$$

$$v_F = \left( \frac{2E_F\, c^2}{m\, c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad -3$$

$$= \left( \frac{2(5.52\, eV)(3.0 \times 10^8\, m/s)^2}{0.511\, M\, eV} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1.39 \times 10^6\, m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\, J.s}{(9.11 \times 10^{-31}\, kg)(1.39 \times 10^6\, m/s)} \qquad -4$$

$$= 0.522 \times 10^{-9}\ m$$

$$= 0.522\, nm$$