

الفصل الثاني عشر
Chapter Twelve

البصريات الهندسية
Geometrical Optics

obeikandi.com

مسألة (12.1) Problem

سقطت حزمة ضوئية على مستو صقيل لوجه المايكا حيث كانت تصنع زاوية مقدارها (31.25°) مع العمود المقام على سطح المستوى ، تتكون هذه الحزمة من طولين موجيين الأول (404.7 nm) ومعامل انكسار المايكا له (1.4697) والثاني (508.6 nm) ومعامل الانكسار له (1.4619) .
أوجد قيمة الزاوية بين الشعاعين المنكسرين ، إذا علمت أن معامل الانكسار للهواء هو (1.0003) .

الحل Solution

باستخدام قانون الانكسار : $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$

حيث إن : n_1 : معامل الانكسار للهواء.

n_2 : معامل الانكسار للمايكا.

من الواضح أن لكل من الموجتين معامل انكسار مختلف، إذن لابد من إيجاد زاوية الانكسار لكل منهما ، ومن ثم إيجاد الفرق بينهما :

الطول الأول : $1.0003 \sin(31.25)^\circ = 1.4697 \sin(\theta_{21})$

$$\theta_{21} = \sin^{-1} \left[\left(\frac{1.0003}{1.4697} \right) \sin 31.25 \right]$$

$$= 20.676^\circ$$

الطول الثاني : $1.0003 \sin(31.25)^\circ = 1.4697 \sin(\theta_{22})$

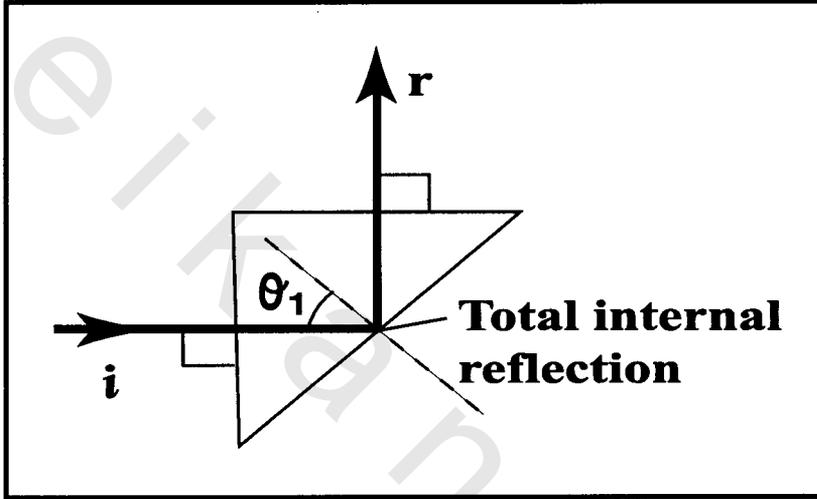
$$\theta_{22} = \sin^{-1} \left[\left(\frac{1.0003}{1.4697} \right) \sin 31.25 \right]$$

$$= 20.791^\circ$$

$$\Delta\theta = \theta_{22} - \theta_{21} = 20.791^\circ - 20.676^\circ = 0.115^\circ$$

مسألة (12.2) Problem

في الشكل (12.1) موشر على شكل مثلث في الهواء ، حيث يسقط الشعاع (i) عمودياً على الوجه الموضح في الشكل، بحيث ينعكس كلياً عند الوسط الفاصل (زجاج - هواء) ($glass - air interface$)، إذا كانت قيمة الزاوية ($\theta_1 = 45^\circ$)، أوجد قيمة معامل الانعكاس للزجاج.



شكل (12.1)، المسألة (12.2)

الحل Solution

لسهولة الحل افرض أن معامل انكسار الهواء يساوي واحداً.

$$\therefore \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2} = \sin^{-1} \frac{1}{n}$$

وبما أن الانعكاس الداخلي الكامل هو الظاهرة الضوئية هنا؛ لذا فإن الزاوية الحرجة سوف تكون أقل من زاوية السقوط (θ_1).

$$\therefore \sin^{-1} \frac{1}{n} < \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{n} < \sin 45^\circ$$

$$n > \frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{0.707} = 1.4$$

$$n > 1.4$$

وهكذا فإن معامل الانكسار للزجاج المستعمل يجب أن يكون أكبر من 1.4 حتى نحصل على الانعكاس الكلي الداخلي.

مسألة (12.3) Problem

استخدمت قطعة من الزجاج معامل انكسارها ($n = 1.57$) لغرض استقطاب الضوء في الهواء.

- 1- أوجد قيمة زاوية الاستقطاب الكامل للضوء المنكسر.
- 2- ما هي قيمة زاوية الانعكاس المقابلة لذلك؟ أوجد مقدارها.

الحل Solution

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_2 = n \quad , \quad n_1 = 1 \quad : \text{ولكن الزجاج موجود في الهواء ، إذن}$$

$$\theta_B = \tan^{-1} n = \tan^{-1}(1.57)$$

$$= 57.5^\circ$$

$$\theta_B + \theta_r = 90^\circ \quad -2$$

$$\theta_r = 90^\circ - \theta_B = 90^\circ - 57.5^\circ$$

$$= 32.5^\circ$$

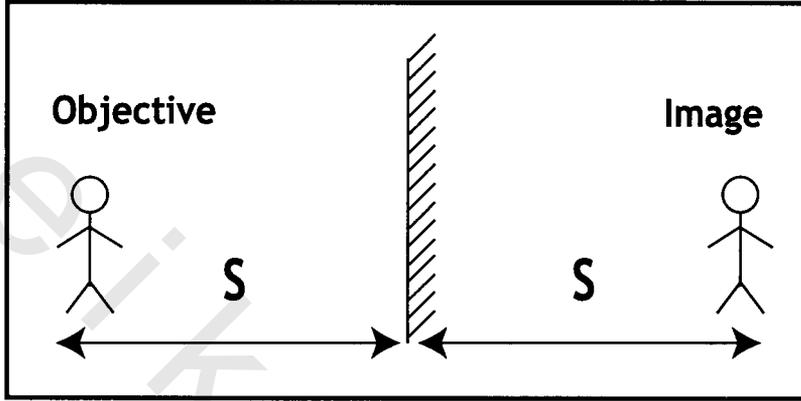
مسألة (12.4) Problem

إذا كنت تتحرك بشكل مباشر باتجاه مرآة مستوية بسرعة (v) فبأي سرعة سوف تتحرك صورتك في الحالات الآتية :

1- سرعة الصورة بالنسبة لك .

2- سرعة الصورة بالنسبة للمرآة ، انظر الشكل (12.2).

الحل Solution



شكل (12.2)، المسألة (12.4)

المسافة الفاصلة بين الجسم والمرآة هي (S) ، والمسافة الفاصلة بين الجسم والصورة سوف تكون $(2S)$ وعليه :

$$1- \text{ سرعة الصورة بالنسبة للجسم} = v_i = \frac{d}{dt}(2S) = 2v$$

$$2- \text{ سرعة الصورة بالنسبة للمرآة} = v = \frac{d}{dt}(S) = v$$

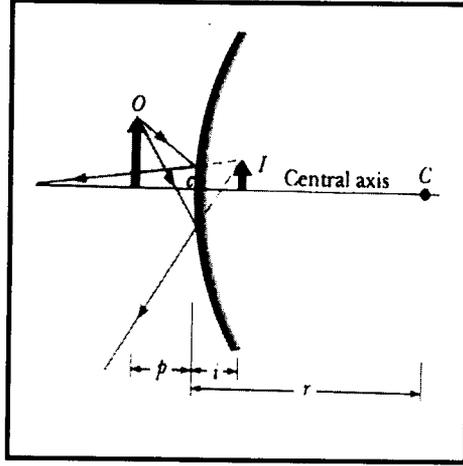
إذن تتحرك الصورة بالنسبة للجسم بسرعة تساوي ضعف سرعة الصورة بالنسبة للمرآة.

مسألة (12.5) Problem

مرآة مقعرة *Convex mirror* يبلغ نصف قطر تقعرها (22.0 cm) .

1- أين تقع الصورة لجسم موجود على مسافة (140 cm) أمام المرآة ؟

2- أوجد التكبير الجانبي (m) .



شكل (12.3)، المسألة (12.5)

1- انظر الشكل (12.3) يقع مركز التقعر لهذه المرآة في الجانب الخيالي (*V-side*)

وعليه فإن قيمة (r) تكون سالبة.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = -\frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{+14} + \frac{1}{i} = \frac{2}{-22 \text{ cm}}$$

$$i = -6.2 \text{ cm}$$

أي أن الصورة تقع خلف المرآة.

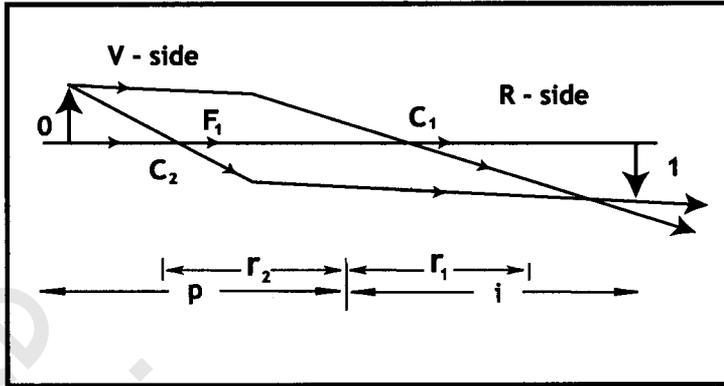
$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{-6.2 \text{ cm}}{+14 \text{ cm}} = 0.44$$

-2

$$|m| < 1$$

هذا يعني أن الصورة أصغر من الجسم.

مسألة (12.6) Problem



شكل (12.4)، المسألة (12.6)

في الشكل (12.4) تبلغ أنصاف أقطار التحدب للعدسة (42.0 cm) وهي مصنوعة من الزجاج ، حيث يساوي معامل الانكسار ($n = 1.65$) ، أوجد البعد البؤري (f).

الحل Solution

تمعن في الشكل المذكور جيداً تجد أن C_1 تقع في الجزء الحقيقي ($R\text{-side}$) والذي يؤدي إلى أن :

$$r_1 = +42.0 \text{ cm}$$

أما C_2 فتقع في الجزء الخيالي ($V\text{-side}$) والذي يؤدي إلى أن :

$$r_2 = -42.0 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{f} &= (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= (1.65 - 1) \left(\frac{1}{+42 \text{ cm}} - \frac{1}{-42 \text{ cm}} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f = +32 \text{ cm}$$

مسألة (12.7) Problem

في الشكل (12.4) أوجد البعد البؤري للعدسة المفرقة ، مستخدماً نفس المعلومات الواردة في المسألة (12.6).

الحل Solution

$$r_1 = -42.5 \text{ cm}$$

$$r_2 = +42.5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = (1.65 - 1) \left(\frac{1}{-42.5 \text{ cm}} - \frac{1}{+42.5 \text{ cm}} \right)$$

$$f = -32 \text{ cm}$$

ملاحظة : لاحظ كيف تغيرت الإشارات لكل من $(r_1$ و r_2). وبالتالي تغيرت إشارة (f) .

مسألة (12.8) Problem

أوجد قوة عدسة مفرقة *diverging lens* ، إذا علمت أن بعدها البؤري $(f=20 \text{ cm})$.

الحل Solution

$$P = -\frac{1}{f(\text{meter})} = \frac{1}{-20 \times 10^{-2}} = -5D$$

مسألة (12.9) Problem

عدسة لامة بعدها البؤري $(f = 15 \text{ cm})$ ، تم وضع جسم على بعد (25 cm) منها ، أوجد موقع الصورة ، وكذلك قوة تكبير العدسة.

الحل Solution

$$P = 25.0 \text{ cm}$$

$$f = +15.0 \text{ cm}$$

وذلك لأن العدسة لامة

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P} = \frac{1}{15} - \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{25 - 15}{375} = \frac{10}{375}$$

$$i = \frac{375}{10} = 37.5 \text{ cm}$$

موقع الصورة

$$m = \frac{i}{P} = \frac{37.5}{25} = 1.5$$

تكبير العدسة

مسألة (12.10) Problem

أعد حل المسألة (12.9) باستخدام عدسة مفرقة.

الحل Solution

$$P = 25.0 \text{ cm}$$

$$f = -15.0 \text{ cm}$$

وذلك لأن العدسة مفرقة

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P} = \frac{1}{-15} - \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{25 - (-15)}{-375} = \frac{40}{-375}$$

$$i = \frac{-375}{40} = -9.375 \text{ cm}$$

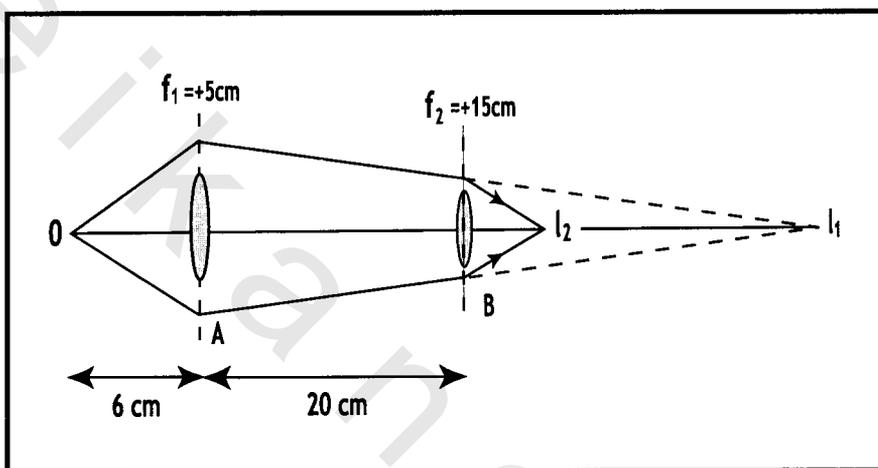
موقع الصورة

$$m = \frac{9.375}{25} = 0.375$$

تكبير العدسة

مسألة (12.11) Problem

عدستان لامتان، البعد البؤري للأولى ($f_1 = 5.0 \text{ cm}$)، والبعد البؤري للثانية ($f_2 = 15.0 \text{ cm}$) تفصلهما عن بعضهما البعض مسافة مقدارها (20 cm). تقعان على المحور البصري المركزي، ووضِع جسم على بعد ($P = 6.0 \text{ cm}$) عن العدسة الأولى بحيث يكون الجسم أمامها مباشرة. انظر الشكل (12.5)، أوجد موقع الصورة النهائية، وكذلك صفاتها وقوة تكبير المجموعة.



شكل (12.5)، المسألة (12.11)

الحل Solution

$$P_1 = +6.0 \text{ cm} \quad , \quad f_1 = +5.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{i_1}$$

$$\frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{P_1} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{6 - 5}{30} = \frac{1}{30}$$

$$\therefore i_1 = 30 \text{ cm}$$

صورة حقيقية

وبما أن (i_1) هي صورة حقيقية ، فإن الأشعة المتجمعة فيها تسقط على العدسة الثانية (B) وهي (أي الصورة) جسم العدسة الثانية.

$$P_2 = -(30 - 20) = -10 \text{ cm}$$

$$f_2 = 15.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{i_2}$$

ومن جديد

$$\begin{aligned} \frac{1}{i_2} &= \frac{1}{f_2} - \frac{1}{P_2} = \frac{1}{15} - \frac{1}{-10} \\ &= \frac{10 + 15}{150} = \frac{25}{150} = \frac{5}{30} \end{aligned}$$

$$i_2 = \frac{30}{5} = +6.0 \text{ cm}$$

$$m_1 = \frac{i_1}{P_1} = \frac{30}{6} = 5$$

قوة تكبير العدسة الأولى :

$$m_2 = \frac{i_2}{P_2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

قوة تكبير العدسة الثانية :

$$M = m_1 * m_2$$

أما القوة التكبيرية للمجموعة :

$$= 5 \times 0.6 = 3$$

أي أن الصورة ثلاثة أضعاف كبر الجسم.

ومن خلال ما تقدم نجد أن القوة التكبيرية الجانبية *Lateral magnification*

لعدستين هي حاصل ضرب القوة التكبيرية المفردة لكل منهما ، أي أن :

$$M = m_1 * m_2$$

حيث M هي القوة التكبيرية للمجموعة.

مسألة (12.12) Problem

سقط شعاع ضوئي من الفراغ على لوحة من الزجاج بزاوية $(\theta_1 = 32.0^\circ)$ مع العمود المقام على سطح اللوح الزجاجي عند نقطة التقاء الشعاع مع اللوح، ثم انكسر إلى داخل الزجاج وبزاوية مع العمود مقدارها $(\theta_2 = 21.0^\circ)$.
أوجد معامل انكسار الزجاج، اعتبر معامل انكسار الفراغ يساوي الواحد.

الحل Solution

من الواضح أن هذه المسألة من النوع التطبيقي المباشر على قانون الانكسار الذي أصبح مألوفاً لدى الطالب، وهو :

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

n_1 : هو معامل انكسار الوسط الأول (الفراغ) = 1.0

n_2 : هو معامل انكسار الوسط الثاني (الزجاج) = ؟

θ_1 : زاوية السقوط = 32.0°

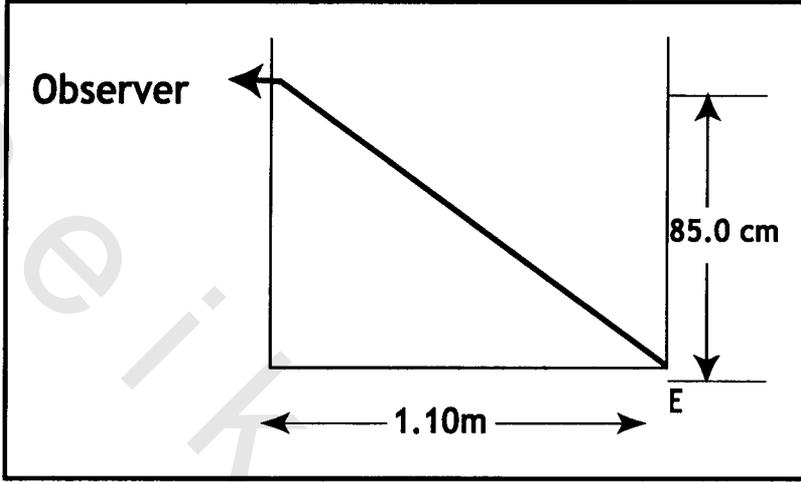
θ_2 : زاوية الانكسار = 21.0°

إذا وبتطبيق القانون نجد أن :

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{n_1 \sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \\ &= \frac{1.0(\sin(32.0^\circ))}{(\sin(21.0^\circ))} \\ &= \frac{0.5299}{0.3583} = 1.478 \end{aligned}$$

مسألة (12.13) Problem

انظر الشكل (12.6)



شكل (12.6)، المسألة (12.13)

تأمل هذا الشكل حيث إن أبعاده هي أبعاد مستطيل يوضحها الشكل بالطول والعرض، وهو عبارة عن خزان تم ملؤه بسائل غير معروف، وكما تلاحظ فقد قام شخص ما بإلقاء نظرة من على الزاوية العليا اليسرى بحيث يتقاطع الخط البصري له مع نقطة الزاوية السفلى اليمنى عند النقطة (E) أوجد معامل انكسار هذا السائل. هل تستطيع معرفة اسم السائل؟

الحل Solution

بالعودة إلى الشكل (12.6) نجد أن :

من الواضح أن عرض الخزان : $w = 1.10 \text{ m}$

وأن ارتفاعه هو : $h = 0.85 \text{ m}$

كما أنهما ضلعي زاوية السقوط ، أي أن :

$$\tan(\theta_2) = \frac{w}{h}$$

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \tan^{-1}\left(\frac{w}{h}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{1.1m}{0.85m}\right) \\ &= 52.31^\circ\end{aligned}$$

وبتطبيق القانون نجد أن :

$$n_1 \sin(\theta_1) = n \sin(\theta_2)$$

$$\begin{aligned}n_2 &= \frac{n_1 \sin \theta_1}{\sin \theta_2} \\ &= \frac{1.0 \sin(90^\circ)}{\sin(52.31^\circ)} = 1.263\end{aligned}$$

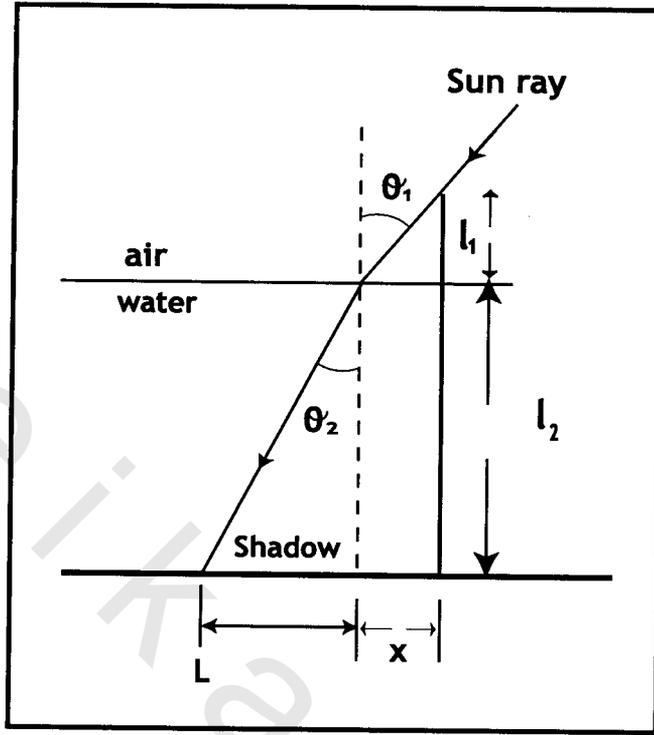
ملاحظة :

من الواضح أن زاوية الشعاع الساقط على الماء تساوي (90°) ، ذلك أنها زاوية النظر في الهواء. أما (θ_2) فهي زاوية الانكسار خلال السائل. أما نوع السائل فهو الماء عند درجة حرارة تقترب من درجة حرارة الغرفة.

مسألة (12.14) Problem

تأمل الشكل (12.7) عمود دائري المقطع يبلغ طوله المغمور في الماء ($l_2 = 2.0 c$) وطوله الممتد في الهواء ($l_1 = 50 cm$) ويقف عمودياً تماماً على قاع المسبح. بينما تسقط أشعة الشمس بزاوية قدرها (55°) مع الأفق (سطح الماء). أوجد طول ظل العمود على سطح المسبح السفلي.

ملاحظة : اعتبر معامل انكسار الهواء (1.0) ومعامل انكسار الماء (1.33).



شكل (12.7)، المسألة (12.14)

Solution الحل

من الواضح من الشكل (12.7) أن زاوية السقوط :

$$\theta_1 = 35.0^\circ$$

ذلك أن الزاوية بين سطح الماء والشعاع الساقط تساوي (55.0°) كما أن الشكل يوضح لنا أن طول الظل هو عبارة عن :

$$L + x$$

ويمكننا إيجاد المقدار (x) على النحو الآتي :

$$\begin{aligned} x &= \ell_1 \tan(\theta_1) = (0.5m) \tan 35.0^\circ \\ &= 0.35m \end{aligned}$$

أما المقدار (L) فيمكننا إيجاده على النحو الآتي:

$$L = \ell_2 \tan(\theta_2)$$

أما الزاوية (θ_2) فنحدد مقدارها من قانون الانعكاس العام :

$$\sin(\theta_2) = \frac{n_1 \sin(\theta_1)}{n_2}$$
$$= \frac{1.0 \sin(35.0^\circ)}{1.33} = 0.4312$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.4312) = 25.55^\circ$$

$$L = (1.50m) \tan(25.55^\circ) = 0.72 m$$

إذا طول الظل يساوي :

$$L_2 + x = 0.72 m + 0.35 m$$
$$= 1.07 m$$

مسألة (12.15) Problem

سقط شعاع ضوئي على السطح الفاصل بين الماء والزجاج بزاوية ($\theta_1 = 30^\circ$)، ما هي الزاوية التي ينفذ بها الضوء إلى الزجاج ؟ أوجد مقدارها.
ملاحظة : (n_1) للماء تساوي (1.33) ، (n_2) للزجاج تساوي (1.5).

الحل Solution

هذا السؤال حول زاوية خروج الشعاع الصادر من الماء إلى الزجاج، وهو من الأسئلة العامة حول قانون الانعكاس، أي أن :

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

$$n_1 : \text{هو معامل انكسار الماء} = 1.33$$

$$\theta_1 : \text{زاوية السقوط} = 30.0^\circ$$

$$n_2 : \text{هو معامل انكسار الزجاج} = 1.5$$

$$\theta_2 : \text{زاوية نفوذ الضوء إلى الزجاج} = ?$$

$$\begin{aligned}\sin(\theta_2) &= \frac{n_1 \sin(\theta_1)}{n_2} \\ &= \frac{1.33 \sin(30.0^\circ)}{1.55} \\ &= 0.429\end{aligned}$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.429) = 25.406^\circ$$

مسألة (12.16) Problem

إذا علمت أن معامل انكسار الماء للون الأحمر يساوي (1.33) وللون البنفسجي يساوي (1.342)، أوجد زاوية الانكسار لكل من اللونين إذا سقطت أشعة كلا اللونين على سطح الماء بزاوية قدرها $(\theta_1 = 70.0^\circ)$.

الحل Solution

تعتبر هذه أيضاً من المسائل المباشرة على استخدام القانون العام للانكسار.

1- اللون الأحمر :

$$70.0^\circ = \theta_1$$

زاوية السقوط

$$1.33 = n_r$$

معامل انكسار الماء للون الأحمر

$$1.0 = n_{air}$$

أما معامل انكسار الهواء

$$n_{air} \sin(\theta_1) = n_r \sin(\theta_2)$$

$$\begin{aligned}\sin(\theta_2) &= \frac{n_{air} \sin(\theta_1)}{n_r} \\ &= \frac{1.0 \sin(70.0^\circ)}{1.33} = 0.706\end{aligned}$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.706) = 45.0^\circ$$

2- اللون البنفسجي :

معامل انكسار الماء للون البنفسجي $1.342 = nv$

$$\sin(\theta_2) = \frac{n_{air} \sin(\theta_1)}{n_v}$$
$$= \frac{1.0 \sin(70.0^\circ)}{1.342} = 0.7002$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.7002) = 44.4^\circ$$

ونلاحظ هنا اختلاف زاوية الانكسار باختلاف اللون.

مسألة (12.17) Problem

مرآة مقعرة *Convex mirror* يبلغ نصف قطر تكورها $(r = 40 \text{ cm})$ استخدمت لعكس شعاع ضوئي صادر من شمعة موجودة على المحور المركزي البصري وعلى مسافة (25.0 cm) أمام المرآة. حدد موقع الصورة وحجمها.

الحل Solution

نصف قطر التكور للمرآة المقعرة $(r=40.0 \text{ cm})$

أي أن البعد البؤري لها : $(f = \frac{1}{2} r)$

ذلك أنه يكون موجبا للمرآة المقعرة، وسالبا للمرآة المحدبة.

أما بعد الجسم عن المرآة : $P = (25.0 \text{ cm})$

ويكون بعد الصورة عن المرآة : $i = ?$

وبتطبيق القانون العام الذي يربط بين بعد الصورة والجسم والبعد البؤري ، والذي ينص على :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{1}{2} r = \frac{1}{2} (40.0 \text{ cm}) = 20.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P}$$

$$f = 20.0 \text{ cm}$$

$$P = 25.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{20.0} - \frac{1}{25.0}$$

$$= \frac{25.0 - 20.0}{500}$$

$$i = \frac{500}{5.0} = 100.0 \text{ cm}$$

أما حجمها فيمكن تحديده بمعرفة معامل التكبير :

$$m = -\frac{i}{P} = -\frac{100.0 \text{ cm}}{25.0 \text{ cm}} = 4.0$$

من ناحية أخرى :

$$m = \frac{h'}{h}$$

$$h' = mh = 4h$$

أي أن حجم الصورة أربع أضعاف حجم الجسم.

مسألة (12.18) Problem

مرآة محدبة *Concave mirror* يبلغ نصف قطر تكورها ($r = 50 \text{ cm}$) استخدمت لعكس شعاع ضوئي صادر من جسم موجود على المحور المركزي البصري وعلى مسافة (35.0 cm) أمام المرآة. حدد موقع الصورة وحجمها.

الحل Solution

نصف قطر التحذب للمرآة المحدبة : ($r = 50.0 \text{ cm}$)

أي أن البعد البؤري لها : $f = -\frac{1}{2}r$

أما بعد الجسم عن المرآة : $P = 35.0 \text{ cm}$

ويكون بعد الصورة عن المرآة : $i = ?$

$$f = -\frac{1}{2}r = -\frac{1}{2}(50.0 \text{ cm})$$
$$= -25.0 \text{ cm}$$

وباستخدام القانون الذي يربط بين بعد الصورة والجسم والبعد البؤري للمرآة المحدبة والذي ينص على :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$= \frac{1}{(-25)} - \frac{1}{35} = \frac{35 + 25}{(-25) \times 35} = \frac{60}{-875}$$

$$i = \frac{-875.0}{60.0} = -14.5 \text{ cm}$$

مسألة (12.19) Problem

أ- جسم موضوع على مسافة (30.0 cm) من مرآة مقعرة، نصف قطر تكورها

(r = 40 cm)، حدد موقع الصورة، ثم أوجد مقدار التكبير الجانبي *Lateral*

magnification.

ب- أعد حل هذه المسألة وذلك إذا استبدلنا المرآة المقعرة بمرآة محدبة لها نفس نصف

قطر التكور.

Solution الحل

1- بعد الجسم عن المرآة المقعرة : ($P = 30.0 \text{ cm}$)

نصف قطر تكور المرآة المقعرة : ($r = 40.0 \text{ cm}$)

أي أن بعدها البؤري ($f = +\frac{1}{2}r = +20.0\text{cm}$) :

بعد الصورة عن المرآة : $i = ?$

التكبير الجانبي : $m = ?$

من القانون العام للمرايا نعلم أن :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{20.0} - \frac{1}{30.0}$$

$$= \frac{30.0 - 20.0}{600} = \frac{10.0}{600}$$

$$i = \frac{600}{10.0} = 60.0\text{cm}$$

$$m = \frac{-i}{p}$$

معامل التكبير :

$$= -\frac{60.0}{30.0} = -2.0$$

$$m = \frac{h'}{h}$$

كما أننا نعلم من جهة ثانية أن :

$$h' = mh = (2.0)(h)$$

أي أن صورة الجسم ستبدو ضعف الجسم ذاته.

2- الفرق هنا هو أنّ البعد البؤري للعدسة المحدبة $(f = -\frac{1}{2}r)$.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{P}$$

$$f = -20.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{-20.0} - \frac{1}{30.0} \\ &= \frac{30.0 + 20.0}{-600} = \frac{50.0}{-600} \end{aligned}$$

$$i = \frac{-600}{50} = -12.0 \text{ cm}$$

هذا موقع الصورة.

أما التكبير الجانبي :

$$m = \frac{-i}{P} = \frac{+12.0}{30} = 0.4$$

أي أنّ الصورة ستبدو صغيرة مقارنة بالجسم.

مسألة (12.20) Problem

استخدمت مرآة يدوية أمام وجهك وعلى بعد (25.0 cm) ، فرأيت صورتك في المرآة مكبرة بمقدار (2.0) مرة.

أوجد نصف قطر تكور المرآة، ثم حدد فيما إذا كانت المرآة محدبة أم مقعرة.

الحل Solution

بعد الجسم عن المرآة : $P = 25.0 \text{ cm}$

معامل التكبير للمرآة : $m = 2.0$

نصف قطر تكور المرآة : $r = ? = 2f$

هل المرآة محدبة أم مقعرة : ؟

من العلاقة التي تربط بعد الصورة وبعد الجسم ومعامل التكبير نجد أن :

$$m = \frac{-i}{p}$$

$$i = -mp = 2.0(25.0\text{cm}) = -50.0\text{cm}$$

ولإيجاد نصف قطر التكور (r) نحتاج إلى معرفة البعد البؤري (f)، ويمكننا ذلك من

استخدام القانون العام للمرايا :

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

$$i = -50.0\text{ cm}$$

$$P = 25.0\text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{P} + \frac{1}{i} = \frac{1}{25.0} + \frac{1}{(-50.0)} \\ &= \frac{(-50.0) + (25.0)}{-1250} = \frac{-25.0}{-1250}\end{aligned}$$

$$f = \frac{1250}{25.0} 50.0\text{cm}$$

وهو مقدار موجب. ومن الواضح أنها مرآة مقعرة، أما نصف قطر تكورها فيمكننا

إيجاده من المعادلة :

$$f = \frac{r}{2}$$

$$r = 2f = 2(50.0\text{cm}) = 100.0\text{cm}$$

مسألة (12.21) Problem

مرآتان مقعرتان نصف قطر تكور الأولى ($r_1 = 15.0 \text{ cm}$)، ونصف قطر تكور الثانية ($r_2 = 12.0 \text{ cm}$)، تفصلهما عن بعضهما مسافة (40 cm)، وضع مصدر ضوئي بين المرآتين وعلى مسافة (10 cm) من المرآة الأولى بحيث تقع المجموعة كلها على المحور المركزي البصري.

- 1- أوجد موقع الصورة المتكونة في المرآة الأولى.
- 2- أوجد موقع الصورة المتكونة في المرآة الثانية.

الحل Solution

1- نصف قطر تكور المرآة : ($r_1 = 15.0 \text{ cm}$)

نصف قطر تكور المرآة الثانية : ($r_2 = 12.0 \text{ cm}$)

المسافة بين المرآتين : ($d = 40.0 \text{ cm}$)

بعد المرآة الأولى عن المصدر الضوئي : ($x = 10.0 \text{ cm}$)

بعد المرآة الثانية عن المصدر الضوئي :

$$(d - x) = 40.0 \text{ cm} - 10.0 \text{ cm} = 30.0 \text{ cm}$$

نلاحظ أن بعد الجسم عن المرآة الأولى يكون سالبا، ذلك أنه يقع على يمين المرآة، أي أن :

$$P_1 = -10.0 \text{ cm}$$

أما البعد البؤري :

$$f_1 = \frac{r_1}{2} = \frac{15.0 \text{ cm}}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

وعلى ذلك يكون موقع الصورة بالنسبة للعدسة الأولى :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{i_1}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{i_1} &= \frac{1}{f_1} - \frac{1}{(P_1)} \\ &= \frac{1}{7.5} - \frac{1}{(-10)} = \frac{(-10.0) - 7.5}{-75} = \frac{-17.5}{-75} \\ &= \frac{17.5}{75} \\ i_1 &= \frac{75}{17.5} = 4.28 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{i_2} \quad -2$$

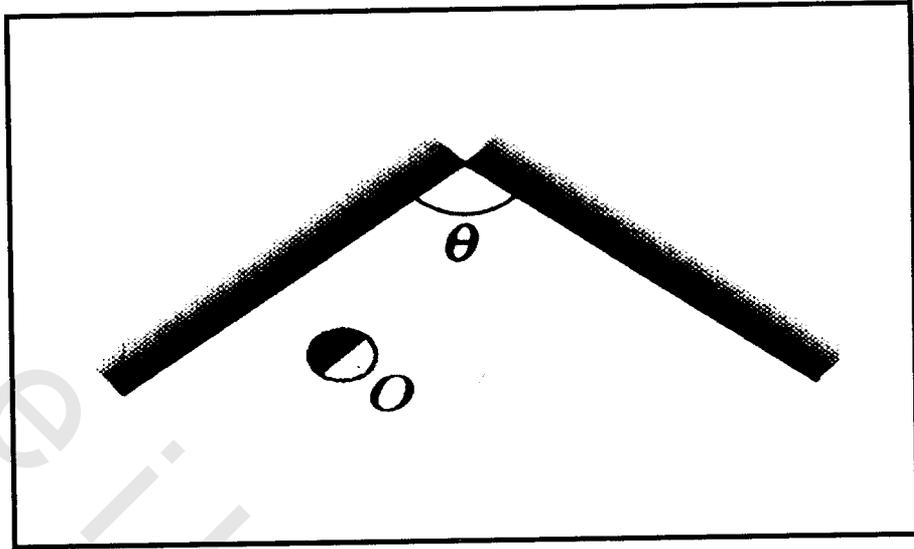
$$\begin{aligned}\frac{1}{i_2} &= \frac{1}{f_2} - \frac{1}{P_2} \\ &= \frac{1}{6.0} - \frac{1}{30.0} \\ &= \frac{30.0 - 6}{180}\end{aligned}$$

$$i_2 = \frac{180}{24.0} = 7.5 \text{ cm}$$

مسألة (12.22) Problem

انظر الشكل (12.8)، الشكل عبارة عن مسقط علوي لمرآتين مستويتين عموديتين على بعضهما البعض ، وضع الجسم عند النقطة (O) بينهما، الزاوية ($\theta = 90^\circ$). إذا قمت بالنظر في المرآتين، كم صورة سوف ترى للجسم (O) ؟ أين تكون هذه الصور.

ملاحظة : حاول أن تجري هذه التجربة البسيطة بنفسك.



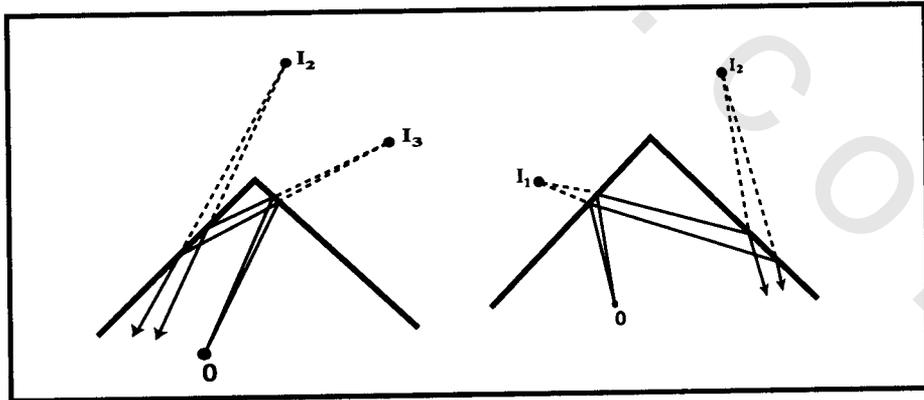
شكل (12.8)، المسألة (12.22)

الحل Solution

من الواضح أن عدد الصور هو ثلاثة :

- 1- الصورة الأولى نتيجة لانعكاس الشكل في المرآة الأولى .
- 2- الصورة الثانية نتيجة لانعكاس الشكل في المرآة الثانية .
- 3- الصورة الثالثة نتيجة لانعكاس المتعاقب من كلا المرآتين لصورتى الجسم في كل منهما .

أما مواقع هذه الصور الثلاثة فيمكننا تأمله وملاحظته من خلال الشكلين الآتيين.



شكل (12.9)، المسألة (12.22)

مسألة (12.23) Problem

مرآة مقعرة يبلغ نصف قطر تكورها $(r = 35.0 \text{ cm})$ ، ثبتت بحيث تبدو صورة الوجه صحيحة ومكبرة بمقدار (2.5) مرة، كم تبعد المرآة عن الوجه؟ أوجد ذلك.

الحل Solution

نصف قطر المرآة المقعرة : $(r = 35.0 \text{ cm})$

معامل التكبير للمرآة المقعرة : $(m = 2.5)$

بعد المرآة عن الوجه، هذا يعني بعد الجسم عن المرآة وهو ما تعودنا أن نرمز له بالرمز $(P) = ?$

بداية يمكننا إيجاد البعد البؤري للمرآة المقعرة من العلاقة المعروفة.

$$f = \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}(35.0 \text{ cm})$$

كما يمكننا استخدام العلاقة الأخرى :

$$m = \frac{-i}{p} = 2.5$$

$$\Rightarrow i = -2.5 P$$

وأخيراً وباستخدام القانون العام للمرايا نجد أن :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{i}$$

$$= \frac{1}{p} - \frac{1}{-2.5 P} = \frac{1}{P} \left(1 - \frac{1}{-2.5} \right)$$

$$P = \frac{35.0 \text{ cm}}{2} \left(1 - \frac{1}{-2.5} \right)^{-1}$$

$$= 17.5 \text{ cm} (1.4)^{-1} = 17.5 \text{ cm} (0.714) = 12.5 \text{ cm}$$

مسألة (12.24) Problem

استخدمت عدسة لامة *Converging lens* لتكبير صورة بمقدار ثلاث مرات ، حدد موقع العدسة إذا كان بعدها البؤري يساوي *Focal length (30 cm)*.

الحل Solution

معامل التكبير لهذه العدسة هو : $(m = 3)$

موقع العدسة على المحور البصري : ؟

البعء البؤري للعدسة : $(f = 30.0 \text{ cm})$

تحديد موقع العدسة يعني معرفة كل من موقع الصورة وموقع الجسم، وباستخدام المعادلة التي تعبر عن معامل التكبير نجد أن :

$$m = \frac{i}{P} = 3$$

$$i = 3P$$

أي أن :

وباستخدام المعادلة الرياضية (قانون) العدسات نجد أن :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{3P}$$

$$\therefore \frac{1}{30.0} = \frac{3P + P}{3P^2} = \frac{4P}{3P^2}$$

$$120.0P = 3P^2$$

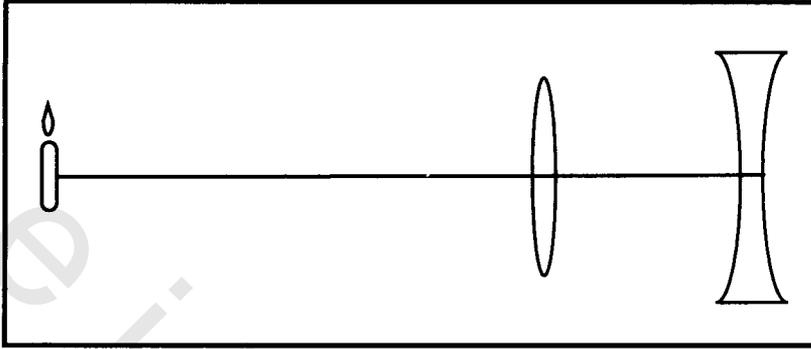
$$P = \frac{120.0}{3} = 40.0 \text{ cm}$$

وهذا يمثل بعد الجسم، أما بعد الصورة فيمكننا إيجادها من المعادلة السابقة :

$$i = 3p = 3 \times 40.0 = 120.0 \text{ cm}$$

مسألة (12.25) Problem

انظر الشكل (12.10)



شكل (12.10)، المسألة (12.25)

ترى في الشكل عدستين أحدهما لامة *Converging lens* والأخرى مفرقة *Diverging lens*، البعد البؤري للأولى ($f_1 = 40 \text{ cm}$) وللثانية (40 cm)، تفصلهما مسافة (20 cm)، وضع مصدر ضوئي على بعد (30 cm) من العدسة الأولى، المجموعة كلها واقعة على المحور المركزي البصري.

- 1- أوجد موقع صورة المصدر الضوئي المتكونة بواسطة العدسة الأولى.
- 2- أوجد موقع الصورة بالنسبة للعدسة الثانية، علماً بأن صورة العدسة الأولى ستكون جسماً للعدسة الثانية.

الحل Solution

| | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ($f_1 = 40.0 \text{ cm}$) | البعد البؤري للعدسة المحدبة |
| ($f_2 = 40.0 \text{ cm}$) | البعد البؤري للعدسة المقعرة |
| ($d = 20.0 \text{ cm}$) | المسافة الفاصلة بين العدستين |
| ($x = 30.0 \text{ cm}$) | بعد الجسم عن العدسة المحدبة |

- 1- بما أن العدسة محدبة فهي إذا عدسة لامة ويكون بعدها البؤري موجباً. إذا بتطبيق القانون العام للعدسات نجد أن :

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_1} &= \frac{1}{P_1} + \frac{1}{i_1} \\ \frac{1}{i_1} &= \frac{1}{f_1} - \frac{1}{P_1} \\ &= \frac{1}{40.0} - \frac{1}{30.0} \\ &= \frac{30 - 40}{1200} = \frac{-10.0}{1200} \\ i_1 &= \frac{1200}{-10} = -120 \text{ cm}\end{aligned}$$

صورة حقيقية مقلوبة واقعة بشكل متعامد مع المحور البصري، وبما أن المسافة الفاصلة بين العدستين تساوي ($d = 20.0 \text{ cm}$)، إذا الصورة هذه ستكون جسماً بالنسبة للعدسة الثانية وتبعد مسافة : $P_2 = 120 - 20 = 100 \text{ cm}$.

2- ولتحديد موقع الصورة بالنسبة للعدسة الثانية، نجد أولاً أن الجسم واقع إلى يمين العدسة وعلى مسافة (100 cm)، وهي سالبة لأنه واقع في الجهة المقابلة للجهة التي صدر منها الشعاع الضوئي (الشمعة)، ويمكننا تحديد موقع الصورة باستخدام المعادلة العامة للعدسات :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{i_2}$$

ونلاحظ كذلك أن البعد البؤري للعدسة يكون سالباً ($-f_2$)

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{i_2}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{P_2} = \frac{P_2 - f_2}{P_2 f_2}$$

$$\therefore i_2 = \frac{P_2 f_2}{P_2 - f_2}$$

$$P_2 = 100.0 \text{ cm}$$

$$f_2 = -40 \text{ cm}$$

$$i_2 = \frac{(1000 \text{ cm})(-40.0 \text{ cm})}{100.0 - (-40.0 \text{ cm})} = \frac{-400 \text{ cm}^2}{140.0 \text{ cm}}$$

$$= -28.6 \text{ cm}$$

وهي صورة خيالية مصغرة .

مسألة (12.26) Problem

عدسة مفرقة *Diverging lens* يبلغ بعدها البؤري $(f = 30 \text{ cm})$ ،
وضع جسم على يسارها وعلى مسافة تساوي (20 cm) .
أوجد بعد الصورة، ثم حدد موقع الصورة ومواصفاتها مستخدماً طريقة الرسم.

الحل Solution

البعد البؤري للعدسة المفرقة (مقعرة) يساوي: $(f = -30.0 \text{ cm})$ بعد الجسم عن
العدسة يساوي: $(P = 20.0 \text{ cm})$.

من المعادلة العامة للعدسات :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P}$$

$$= \frac{P - f}{P f}$$

$$\begin{aligned}\therefore i &= \frac{pf}{p-f} \\ &= \frac{(20.0\text{cm})(-30.0\text{cm})}{(20.0\text{cm}) - (-30.0\text{cm})} \\ &= \frac{-600\text{cm}^2}{50\text{cm}} = -12.5\text{cm}\end{aligned}$$

ملاحظة : يمكننا الآن رسم العدسة على المحور البصري وتحديد موقع كل من الصورة والجسم ببسر وسهولة.

مسألة (12.27) Problem

كاميرا سينمائية بعدسة واحدة، يبلغ بعدها البؤري ($f = 75\text{ cm}$)، استخدمت لتصوير رجل يبلغ طوله (180 cm) ويقف على مسافة (27 m) بعيداً عن الكاميرا، أوجد طول هذا الرجل على فيلم الكاميرا.

الحل Solution

البعد البؤري للعدسة : ($f = 75.0\text{ mm}$)
 طول الرجل يساوي : ($h_p = 180.0\text{ cm}$)
 بعد الرجل عن العدسة : ($P = 27.0 \times 10^2\text{ m}$)
 طول هذا الرجل : ؟
 من المعلوم لدينا أن معامل التكبير الطولي للعدسة :

$$m = \frac{h_i}{h_p} = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

ولكن معامل التكبير من جهة أخرى يساوي :

$$m = \frac{i}{P}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

ومن المعادلة العامة للعدسات :

$$i = \frac{P f}{P - f}$$

$$h' = mh$$

$$= \left(\frac{i}{P} \right) h$$

$$= \frac{(7.5 \text{ cm})(180 \text{ cm})}{(27 \times 10^2 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm})}$$

أي أن طول الرجل على فيلم الكاميرا سوف يكون (0.5 cm).

مسألة (12.28) Problem

إن الصيغة الرياضية لمعادلة العدسات الرقيقة والتي يطلق عليها *Gaussian Form* هي :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

إلا أن هناك صيغة أخرى لنفس العدسة تسمى *Newtonian form* والتي تعتبر المسافة بين الجسم والبعد البؤري الأول للعدسة (x)، والمسافة بين الصورة والبعد البؤري الثاني للعدسة (x'). أثبت أن :

$$xx' = f^2$$

$$i = f + x' \quad , \quad p = f + x$$

ملاحظة : خذ

الحل Solution

من المعادلة العامة للعدسات الرقيقة، والتي ألفنا استخدامها، نستطيع وكما لاحظنا في المسائل السابقة أن نحدد موقع الصورة على النحو الآتي :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$i = \frac{P f}{P - f}$$

وكما هو واضح من نص المسألة فإن :

$$P = f + x$$

حيث إن (x) : هي المسافة بين الجسم والبعد البؤري للعدسة، وهي موجبة إذا كان الجسم يقع بعد البعد البؤري (f) وسالبة إذا كان يقع قبل البعد البؤري على المحور البصري للعدسة .

$$i = \frac{f(f + x)}{f + x - f} = \frac{f(f + x)}{x}$$

كما هو واضح أيضاً من نص المسألة فإن :

$$i = f + x'$$

وهو أيضاً سالب أو موجب حسب موقعه من البعد البؤري للعدسة.

$$x' = i - f$$

$$= \frac{f(f + x)}{x} - f = \frac{f^2}{x}$$

$$\boxed{x'x = f^2}$$

أو بشكل آخر :

مسألة (12.29) Problem

جسم ارتفاعه (4 cm) ، استخدمت عدسة مفرقة يبلغ بعدها البؤري $(f = 25 \text{ cm})$ لتكوين صورة لهذا الجسم الموجود على مسافة (50 cm) عنها ، حدد موقع وحجم الصورة.

Solution الحل

ارتفاع الجسم يساوي : ($h_p = 4.0 \text{ cm}$)

نوع العدسة هو عدسة مقعرة بعدها البؤري : ($f = -25.0 \text{ cm}$)

بعد الجسم عن العدسة يساوي : ($P = 50.0 \text{ cm}$)

أيضاً نعلم بداية إلى تحديد موقع الصورة، وكما تعودنا من المعادلة العامة للعدسات :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i}$$

$$\therefore i = \frac{P f}{P - f}$$

وكما نؤكد دائماً بأن البعد البؤري للعدسة المقعرة يكون سالباً، إذا :

$$i = \frac{(50.0 \text{ cm})(-25.0 \text{ cm})}{(50.0 \text{ cm}) - (-25.0 \text{ cm})} = \frac{-1250 \text{ cm}^2}{75.0 \text{ cm}}$$

$$= -16.66 \text{ cm}$$

هذا هو موقع الجسم، أما حجم الصورة، فنحن نعلم أن معامل التكبير :

$$m = \frac{-i}{p} = \frac{+16.66 \text{ cm}}{50.0 \text{ cm}} = +0.333 = 0.333$$

كما نعلم أن معامل التكبير يساوي من ناحية أخرى :

$$m = \frac{h'}{h} \Rightarrow 0.333 = \frac{h'}{4.0 \text{ cm}}$$

$$h' = 1.3 \text{ cm}$$

هذا هو حجم الصورة.

مسألة (12.30) Problem

عدسة مفرقة يبلغ بعدها البؤري ($f = 30 \text{ cm}$) ، استخدمت لرصد صورة لجسم يبعد عنها مسافة (15 cm) .

أوجد : 1- بعد الصورة المتكونة .

2- ارتفاع الصورة ، ثم قارنها مع ارتفاع الجسم .

الحل Solution

البعد البؤري للعدسة المفرقة : ($f = -30.0 \text{ cm}$)

بعد الجسم عن العدسة يساوي : ($p = 15.0 \text{ cm}$)

بعد الصورة المتكونة يساوي : ($i = ?$)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{i} \quad -1$$

$$i = \frac{P f}{P - f}$$

ولكن البعد البؤري هو مقدار سالب وذلك لأن العدسة مفرقة .

$$i = \frac{(30.0 \text{ cm})(-15.0 \text{ cm})}{(15.0 \text{ cm}) - (-30.0 \text{ cm})}$$

$$= \frac{-450 \text{ cm}^2}{45.0 \text{ cm}} = -10.0 \text{ cm}$$

2- أما معامل التكبير فهو كما تعودنا على حسابه :

$$m = \frac{-i}{P} = \frac{+10.0 \text{ cm}}{30.0 \text{ cm}} = 0.333$$

وهي ذات النسبة التي يكبر بها أو يصغر طول الجسم ذلك أننا نعلو بأن :

$$m = \frac{-i}{P} = \frac{h'}{h}$$

مسألة (12.31) Problem

ثلاث عدسات لها الأبعاد البؤرية التالية :

$$f_1 = 25 \text{ cm}$$

$$f_2 = 30 \text{ cm}$$

$$f_3 = 50 \text{ cm}$$

وضعت بجانب بعضها البعض دون أي فراغ فيما بينها، أوجد القوة المؤثرة لمجموعة العدسات الثلاث.

الحل Solution

البعد البؤري للعدسة الأولى يساوي : $(f_1 = 25.0 \text{ cm})$

البعد البؤري للعدسة الثانية يساوي : $(f_2 = 30.0 \text{ cm})$

البعد البؤري للعدسة الثالثة يساوي : $(f_3 = 50.0 \text{ cm})$

القوة المؤثرة لمجموع العدسات الثلاثة تساوي : ؟

إن القوة الكلية المؤثرة لهذه المجموعة هي عبارة عن مجموع القوى المؤثرة للعدسات الثلاثة ، أي أن :

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

مقاسة بوحدة (m^{-1}) أو ما نسميه دايوبتر.

ومن الواضح أن العدسات الثلاثة هي من النوع المحدب ، ذلك أن أبعادها البؤرية موجبة. ونحن نعلم أن القوة المؤثرة للعدسة تعرّف رياضياً بالشكل :

$$P = \frac{-1}{f}$$

$$P = -\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = \frac{1}{25.0 \times 10^{-2}} + \frac{1}{30 \times 10^{-2}} + \frac{1}{50 \times 10^{-2}}$$

ولكن :

$$P = -(4 + 3.33 + 2)m^{-1} = -9.33m^{-1}$$

دايويتز