الفصل الرابع عشر
Chapter Fourteen

الخواص الميكانيكية للمادة
Mechanical Properties of Matter

مسألة (14.1) Problem

أوجد الكثافة الحجمية والكثافة النسبية للغازولين *Gasoline* إذا علمت أنَّ كتلة من الغازولين مقدارها ($51\ g$) يساوي ($75\ cm^3$) .

الحل Solution

حسب تعريف الكثافة :

$$\rho = \frac{m(gram)}{V(cm^3)}$$

$$= \frac{51 \times 10^{-3}\,kg}{75 \times 10^{-6}\,m^3} = 680\,kg.m^{-3}$$

$$relative\ density = \frac{density\ of\ gasoline}{density\ of\ water}$$

$$= \frac{680\,kg.m^{-3}}{1000\,kg.m^{-3}} = 0.68$$

مسألة (14.2) Problem

كمية من الزئبق كتلتها ($300\ g$)، أوجد الحجم الذي تشغله هذه الكمية، علماً بأن الكثافة النسبية للزئبق هي (13.6) .

الحل Solution

$$relative\ density = \frac{density\ of\ mercury}{density\ of\ water}$$

$$13.6 = \frac{\rho}{1000\,kg.m^{-3}}$$

$$\rho = 13600\,kg.m^{-3}$$

$$\rho = \frac{m(kg)}{V(m^3)}$$

$$13600 = \frac{0.3(kg)}{V(m^3)}$$

$$V = \frac{0.3}{13600} = 2.21 \times 10^{-5}\, m^{-3}$$

$$= 22.1\, cm^{-3}$$

مسألة (14.3) *Problem*

إذا كانت كثافة عنصر البوتاسيوم *Potassium* الحجمية (ρ) تساوي ($0.86\, g.cm^{-3}$)، ووزنه الجزيئي الغرامي يساوي ($39.0\, g$).

أوجد قطر أيون البوتاسيوم بفرض أنّ الأيون يكون على شكل كرة نصف قطرها (r).

الحل *Solution*

حجم المول الواحد يساوي ($V_\circ$) ويمكننا إيجاده من المعادلة :

$$\rho = \frac{m}{V_\circ}$$

$$V_\circ = \frac{m}{\rho} = \frac{39\, g}{0.86\, g.m^{-3}} = 45.4 cm^{-3}$$

ولكننا نعلم أنّ المول الواحد يحتوي على عدد أفوكادرو من الجزيئات، وهكذا فإن حجم الجزيء الواحد من البوتاسيوم :

$$V = \frac{45.4\, cm^3}{6.02 \times 10^{23}} = 7.57 \times 10^{-23}\, cm^3$$

حجم الكرة يمكن التعبير عنه :

$$V = \frac{4}{3} \pi\, r^3$$

وهو حجم الجزيئة الواحدة، وهكذا :

$$7.57 \times 10^{-23}\, cm^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}(r^3)$$

$$r = 2.1 \times 10^{-8}\, cm$$

أما القطر، *Diameter*

$$D = 2\, r$$

$$= 2 \times 2.1 \times 10^{-8} = 4.2 \times 10^{-8}\, cm$$

مسألة (14.4) *Problem*

قطرة من الزئبق *Mercury* قطرها (*1.0 mm*)، يبلغ الوزن الجزيئي للكيلو غرام الواحد من الزئبق يساوي ($202\ kgk\ mol^{-1}$)، بينما تبلغ كثافته ($13600\ kgm^{-3}$)

أوجد عدد ذرات الزئبق في هذه القطرة.

الحل *Solution*

الكثافة الحجمية تساوي :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$$

ومعلوم أنَّ حجم القطرة يمكن حسابه على النحو التالي :

$$V = \frac{4}{3}\pi\, r^3$$

r : هو نصف القطر ويساوي :

$$r = \frac{D}{2} = \frac{1.0\, mm}{2} = 0.5\, mm$$

$$= 5 \times 10^{-4}\, m$$

$$V = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (5 \times 10^{-4}\, m)$$

$$= 5.24 \times 10^{-10}\, m^3$$

أما الكتلة (m) يمكن إيجادها على النحو الآتي :

$$m = \rho V = 13600(kg\, m^{-3}) \times 5.24 \times 10^{-10} (m)$$

$$= 7.1 \times 10^{-6}\, kg$$

هذه هي كتلة القطرة، بينما كتلة الذرة الواحدة يمكن حسابها على النحو الآتي :

المول الواحد يحتوي على $(6.02 \times 10^{23} mol^{-1})$ عدد من الذرات، بينما يحتوي الكيلو مول $(6.02 \times 10^{26} mol^{-1})$، إذا :

$$\frac{M}{N_A} = \frac{\text{كتلة الكيلو مول}}{\text{عدد الذرات في الكيلو مول}}$$

$$= \frac{202(kg.Kmol^{-1})}{6.02 \times 10^{26} (Kmol^{-1})}$$

إذاً يمكن حساب عدد ذرات الزئبق على النحو الآتي :

$$\frac{\text{كتلة قطرة الزئبق}}{\text{كتلة الذرة الواحدة}} = \frac{7.1 \times 10^{-6}\, kg}{3.36 \times 10^{-25}\, kg} = 2.1 \times 10^{19}$$

مسألة (14.5) *Problem*

كرتان كتلة كل منهما $(m_1 = m_2 = 100\, kg)$، تم تعليقهما بحيث أنّ المسافة الفاصلة بين مركزي كتلتيهما $(1.0\, m)$. أوجد مقدار قوة جذب كل من الكرتين على **الأخرى** $(G = 6.673 \times 10^{-11} N\, m^2 kg^{-2})$.

الحل *Solution*

$$F = -\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = 6.673 \times 10^{-11} (N\,m^2 kg^{-2}) \frac{100(kg)\,100(kg)}{(1\,m)^2}$$

$$= 6.673 \times 10^{-7}\,N$$

وهذا ما يؤكد مجدداً أن قوى الجذب بين الأجسام صغيرة جداً، لكن هذا لا ينفي وجودها.

ملاحظة : هذه الظاهرة الطبيعية هي منشأ اكتشاف وجود الجاذبية الأرضية التي دونها نيوتن سنة (1687) للميلاد عندما لفت انتباهه سقوط ثمرة التفاح تلقائياً دون أن تمتد إليها يد في حديقة منزله.

مسألة (14.6) *Problem*

استخدم قانون الجذب العام لنيوتن لتحديد كتلة الأرض، ثم أوجد معدل كثافة الأرض إذا علمت أن :

تسارع الجاذبية الأرضية :	$g = 9.8\,(m/s^2)$
نصف قطر الأرض :	$R = 6.37 \times 10^6\,(m)$
ثابت الجذب العام :	$G = 6.673 \times 10^{-11} (N\,m^2 kg^{-2})$

الحل *Solution*

إنّ وزن جسم ما على سطح الأرض يساوي :

$$W = m\,g$$

$$W = G\frac{m\,M}{R^2}$$

حيث إنّ (m) كتلة الجسم مقاسة بالكيلو غرام، (g) تسارع الجاذبية الأرضية، (M) كتلة الأرض مقاسة بالكيلو غرام، (R) نصف قطر الأرض مقاساً بالأمتار.

$$m\,g = G\frac{m\,M}{R^2}$$

$$M = \frac{g\,R^2}{G}$$

$$M = \frac{9.8(m/s^2)(6.37 \times 10^6\,m)^2}{(6.673 \times 10^{-11}\,N\,m^2.kg^{-2})}$$

$$= 5.97 \times 10^{24}\,kg$$

أما كثافة الأرض فيمكن حسابها من المعادلة الآتية، باعتبار أن الأرض كروية :

$$\rho = \frac{M}{V}$$

حيث إنّ :

$$V = \frac{4}{3}\pi\,R^3$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)\frac{22}{7}(6.37 \times 10^6\,m)^3$$

$$= 1.083 \times 10^{-21}\,m^3$$

$$\rho = \frac{5.97 \times 10^{24}\,(kg)}{1.083 \times 10^{21}\,m^3}$$

$$= 5.514 \times 10^3\,(kg.m^{-3})$$

ومن المعلوم أن كثافة قشرة الأرض تساوي ($2.7 \times 10^3(kg.m^{-3})$) وهذا ما يؤكد أن باطن الأرض يحتوي على مواد كثافتها أعلى من متوسط الكثافة ($5.514 \times 10^3(kg.m^{-3})$) .

مسألة (14.7) *Problem*

قضيب معدني مرن طوله ($4.0\ m$) ومساحة مقطعه ($1.5\ cm^2$) يستطيل مسافة مقدارها ($7.0 \times 10^{-2}\,cm$) بفعل تأثير ثقل كتلته ($330\ kg$) يتدلى من طرف القضيب، أوجد الانفعال والإجهاد، ثم احسب معامل يونغ لهذا المعدن.

الحل *Solution*

نحن نعلم بأن معامل يونغ يساوي :

$$Y = \frac{\text{الإجهاد}\ (Stress)}{\text{الانفعال}\ (Strain)}$$

$$stress = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{(330\,kg)(9.8\,m.s^{-2})}{(1.5\times 10^{-4}\,m^2)} = 2.16\times 10^{7}\,Pa$$

الانفعال :

$$strain = \frac{\Delta L}{L}$$

$$= \frac{(7.0\times 10^{-4}\,m)}{(4.0\,m)}$$

$$= 1.75\times 10^{-4}$$

$$Y = \frac{2.16\times 10^{7}\,Pa}{1.75\times 10^{-4}} = 1.23\times 10^{11}\,Pa$$

مسألة (14.8) *Problem*

قوتان متوازيتان ومتضادتان قيمة كل منهما $(5\times 10^{3}\,N)$ تؤثران بشكل متناسب على وجهي مكعب من الصلب طول ضلعه $(30\ cm)$ انظر الشكل (14.1).

أوجد مقدار زاوية القص (ϕ) النسبية، إذا كانت قيمة معامل يونغ القصية N تساوي $(8.3\times 10^{10}\,Pa)$.

الحل *Solution*

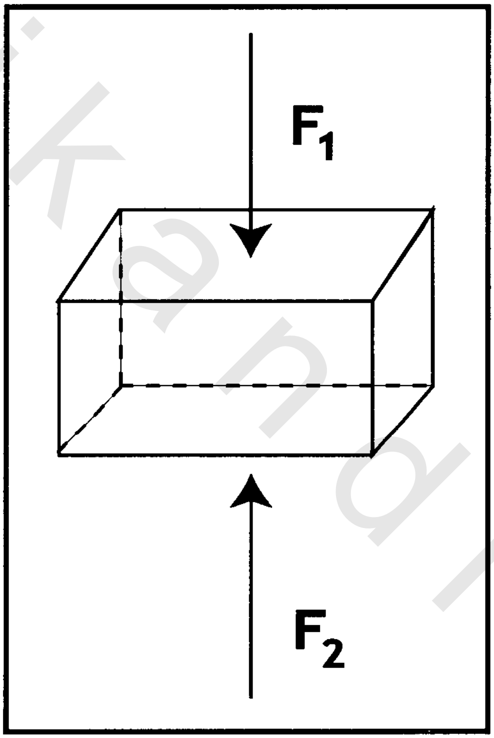
زاوية القص النسبية هنا هي التي تحدثها القوة الأولى بالنسبة للقوة الثانية. ويمكن إيجادها من العلاقة الرياضية التي تعبّر عن معامل يونغ في الحالة القصّية (N) :

$$N = \frac{F(N)/A(m^2)}{\phi}$$

$$\therefore \quad \phi = \frac{(5\times 10^3 N)/(90\times 10^{-4} m^2)}{(8.3\times 10^{10} Pa)}$$

$$= 6.69\times 10^{-60}$$

وهي صغيرة جداً .



شكل (14.1)، المسألة (14.8)

مسألة (14.9) *Problem*

معامل يونغ للنحاس ($Y = 1.1\times 10^{11} Pa$)، أوجد مقدار استطالة سلك من النحاس طوله ($4.0\, m$) ونصف قطره ($2.0\, mm$) التي تنتج عن تأثير كتلة مقدارها ($5.0\, kg$) معلقة في طرفه الحر.

Solution الحل

معامل يونغ في حالة الاستطالة هو (Y) :

$$Y = 1.1\times 10^{11}\,Pa = \frac{(5.0\,kg)(9.8\,m.s^{-2})/\left(\frac{22}{7}\right)(2\times 10^{-3}\,m)^2}{\Delta L/(4.0\,m)}$$

$$\Delta L = \frac{1225\times 10^{4}\times 4}{1.1\times 10^{11}} = 4.45\times 10^{-3}\,m$$

مسألة (14.10) Problem

أثرت قوة مقدارها $(4\times 10^{4}\,N)$ على سلك مصنوع من مادة معدنية، قطره $(4\,mm)$ وطوله الابتدائي $(4.0\,m)$ فأحدثت فيه استطالة مقدارها $(5\times 10^{-3}\,m)$ أوجد كلاً من: الإجهاد، الانفعال، ومعامل يونغ .

Solution الحل

$$\text{الإجهاد} = stress = \frac{F}{A} = \frac{4\times 10^{4}\,N}{(2\times 10^{-3})^2\,\frac{22}{7}}$$

$$\text{الانفعال} = strain = \frac{\Delta L}{L} = \frac{5\times 10^{3}\,m}{4.0\,m} = 1.25\times 10^{-3}$$

$$Y = \frac{stress}{strain} = \frac{3.2\times 10^{9}\,Pa}{1.25\times 10^{-3}}$$

$$= 2.5\times 10^{12}\,Pa$$

مسألة (14.11) Problem

سلك مصنوع من النحاس نصف قطره $(2.5\times 10^{-3}\,m)$، استطال بمقدار $(30\,\%)$ من طوله الأصلي. كم هو مقدار القوة التي أحدثت هذه الاستطالة، يبلغ معامل يونغ $(9.0\times 10^{10}\,Pa)$ للنحاس.

Solution الحل

$$\Delta L = 0.3\,L \quad , \quad A = \pi r^2 = 1.96 \times 10^{-5}\, m^2$$

$$Y = (9.0 \times 10^{10}\, Pa) = \frac{F(N)/A(m^2)}{\Delta L / L}$$

$$= \frac{F(N)\,L}{A(m^2)\Delta L}$$

$$= \frac{F(N)}{1.96 \times 10^{-5}(m^2)\,0.3\,L}$$

$$F(N) = 9 \times 10^{10}(Pa)1.96 \times 10^{-5}(m^2)0.3$$

$$= 5.3 \times 10^5\, N$$

Problem (14.12) مسألة

أثر ضغط مقداره $(1.4 \times 10^6\, Pa)$ على حجم من الزئبق مقداره $(1600 \times 10^{-6}\, m^3)$، أوجد مقدار النقص في حجم الزئبق إذا كان معامل يونغ يساوي $(2.8 \times 10^{10}\, Pa)$.

Solution الحل

في الحالة الحجمية، معامل يونغ يساوي (B) :

$$B = \frac{F(N)/A(m^2)}{\Delta V(m^3)/V(m^3)}$$

$$B = \frac{F}{A}\,\frac{V}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{F\,V}{B\,A} = \frac{V\,P}{B}$$

ذلك أنّ :

$$Pressure \text{ الضغط } = \frac{F}{A}$$

$$\Delta V = \frac{(1600 \times 10^{-6}\, m^3)(1.4 \times 10^6\, Pa)}{(2.8 \times 10^{10}\, Pa)}$$

$$= 8 \times 10^{-6}\, m^3 = 8\, cm^3$$

مسألة Problem (14.13)

عمود من الماء ارتفاعه $(30\ cm)$، أوجد قيمة الضغط الذي يحدثه هذا العمود على قعر الإناء الذي يحتويه، كثافة الماء تساوي $(1000\ kg/m^3)$.

الحل Solution

$$P_h = \rho\, g\, h$$

$$h = 300\ cm = 3.0\ m$$

$$g = 9.8\ m/s^2$$

$$P_h = (1000\ kg.m^{-3})(9.8\ m.s^{-2})(3.0\ m)$$

$$= 29400\ (Pa)$$

$$P = P_h + P_0 = 29400\ (Pa) + 1.013 \times 10^5\ (P)$$

$$= 130.7 \times 10^3\ (Pa)$$

ملاحظة : لاحظ هنا أن (P_0) هو عبارة عن الضغط الجوي.

مسألة Problem (14.14)

يبلغ الوزن المقاس لتاج مصنوع من معدن كتلته $(3.0\ kg)$ ومغمور في الماء $(W' = 26\ N)$، أوجد كثافة المادة التي صنع منها التاج.

الحل Solution

الوزن الحقيقي للتاج : $W = mg = (3\ kg)(9.8\ m/s^2) = 29.4 N$

قوة الطفو : $F_b = W - W' = \rho_f \ g V$

حيث (V) هي حجم الجسم وتساوي حجم الماء المزاح. ولكن وزن الجسم.

$W = \rho_f \ g V$

حيث (ρ) هي كثافة المادة التي صنع منها التاج، (ρ_f) هي كثافة الماء.

$$\frac{W}{F_b} = \frac{\rho g V}{\rho_f g V}$$

$$F_b = W\left(\frac{\rho_f}{\rho}\right)$$

$$W\left(\frac{\rho_f}{\rho}\right) = W - W'$$

$$\rho = \rho_f\left(\frac{W}{W - W'}\right)$$

$$= \frac{(10^{-3} kg.m^{-3})(29.4 \ N)}{3.4 \ N}$$

$$\rho = 8.6 \times 10^3 kg.m^{-3}$$

وهي مقاربة جداً لكثافة النحاس.

مسألة (14.15) *Problem*

جسم صلب يبلغ حجمه ($300 \ m^3$) مغمور في سائل كثافته تساوي ($1600 kg.m^{-3}$)

أوجد مقدار قوة الطفو المؤثرة على هذا الجسم.

***Solution* الحل**

قوة الطفو : $F_b = W - W' = \rho_f \ g V$

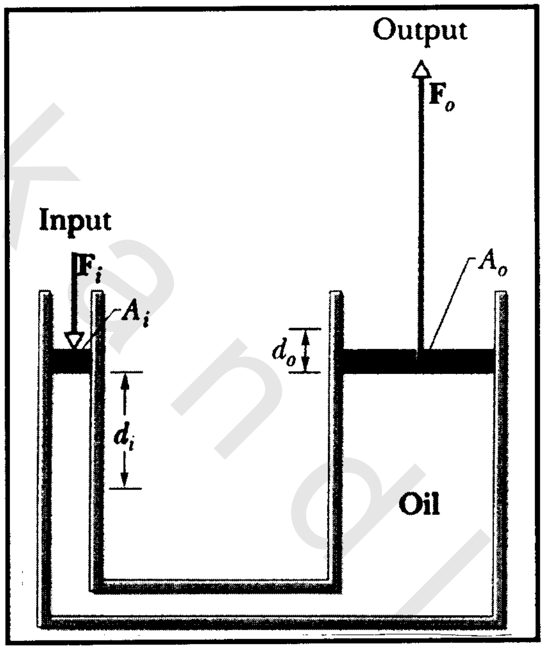
$$= (1600 \ kg.m^{-3})(9.8 \ m.s^2)(300 \ m^3) = 47.1 \times 10^5 \ N$$

Problem (14.16) مسألة

في الشكل (14.2) يبلغ مقدار القوة المؤثرة على المكبس الصغير (F_1) $(200\ N)$، وتبلغ المساحة (A_1) $(0.25\ m^2)$.

أوجد المساحة المطلوبة على المكبس الكبير (A_2) للحصول على قوة (F_2) تساوي $(1000\ N)$.

Solution الحل



شكل (14.2)، المسألة (14.16)

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1\ A_1 = F_2\ A_2$$

$$A_2 = \frac{F_2 A_1}{F_1}$$

$$= \frac{(1000\ N)(0.25 m^2)}{(200\ N)} = \frac{(250\ N.m^2)}{(200\ N)} = 1.25\ m^2$$

مسألة (14.17) *Problem*

سلك أفقي دائري الشكل قطر دائرته $(8.0\ cm)$ غمر في عينة من زيت خام فكانت القوة المضافة نتيجة التوتر السطحي واللازمة لشد السلك الدائري خارج السائل تساوي $(92 \times 10^{-4}\ N)$.

أوجد مقدار التوتر السطحي لهذا السائل.

الحل *Solution*

$$T_s = \frac{F}{l}$$

محيط الدائرة (l) هو عبارة عن :

$$l = \pi\ D = \left(\frac{22}{7}\right)(8 \times 10^{-2}\ m)$$

$$= 251 \times 10^{-3}\ m$$

$$T_s = \frac{(92 \times 10^{-4}\ N)}{2(251 \times 10^{-3}\ m)} = 183 \times 10^{-4}\ N\ m^{-1}$$

مسألة (14.18) *Problem*

قطعة من أنبوبة زجاجية قطرها الخارجي $(4.0\ cm)$، وقطرها الداخلي $(3.5\ cm)$ تستقر رأسياً وأحد طرفيها منغمس في الماء. أوجد مقدار قوة الشد نحو الداخل الواقع على الأنبوبة والناشئ عن التوتر السطحي، إذا علمت أن التوتر السطحي للماء يساوي $(74 \times 10^{-3}\ N\ m^{-1})$.

الحل *Solution*

$$T_s = \frac{F}{l}$$

$$F = T_s\ l$$

الطول الكلي للتلامس :

$$l = (4.0\times 10^{-2} + 3.5\times 10^{-2})\left(\frac{22}{7}\right)$$

$$= 235.6\times 10^{-3}\, m$$

$$T_s = 74\times 10^{-3}\, N.m^{-1}$$

$$F = 74\times 10^{-3}(N.m^{-1})(235\times 10^{-3})(m)$$

$$= 174.4\times 10^{-4}\, N$$

مسألة (14.19) *Problem*

فقاعة من الصابون قطرها $(2.0cm)$، يبلغ التوتر السطحي لمحلول الصابون $(25\ dyne.cm^{-1})$.

أوجد مقدار الشغل المبذول ضد قوى التوتر السطحي لتكوين هذه الفقاعة.

الحل *Solution*

$$W = T_s\ A$$

$$A = 2\times 4\,\pi\, r^2$$

$$= 2\times\left(\frac{22}{7}\right)(1\times 10^{-2}\, m)^2$$

$$= 2.52\times 10^{-3}\, m^2$$

$$T_s = 25\times 10^{-3}\, N.m^{-1}$$

$$W = 25\times 10^{-3}(N.m^{-1})2.52\times 10^{-3}(m^2)$$

$$= 6.3\times 10^{-5}\, Joule$$

Problem (14.20) مسألة

فقاعة من الصابون نصف قطرها الدائري يساوي($3.0\ cm$)، ومقدار التوتر السطحي لها يساوي ($0.105\ Nm^{-1}$)، أوجد مقدار الزيادة في الضغط داخل الفقاعة.

Solution الحل

$$P_T = \frac{4\,T_s}{r}$$

$$T_s = 0.105(N.m^{-1})$$

$$= 3.0 \times 10^{-2}\, m$$

$$P_T = \frac{4\,(0.105\ N.m^{-1})}{(3.10^{-2}\, m)}$$

$$= 14.0\,(N.m^{-2}) = 14.0\,(Pa)$$

ملاحظة : $1\,(N.m^{-2}) = 1\,(Pascal)$

Problem (14.21) مسألة

أنبوب شعري زجاجي نصف قطره الداخلي ($2 \times 10^{-3} m$) موضوع بشكل عمودي في وعاء زئبقي.

أوجد مقدار انخفاض الزئبق خلال هذه الأنبوبة الشعرية إذا كان الشد السطحي يساوي($49 \times 10^{-2}\ N.m^{-1}$) وقيمة الكثافة النسبية للزئبق (13.6)، بينما تبلغ زاوية التلامس ($135°$) .

Solution الحل

$$T_s = \frac{1}{2\,Cos(\theta)}\rho\, g\, r\, h$$

$$\theta = 135°, Cos\,(\theta) = -0.707$$

$$\rho_r = 13.6 = \frac{\rho}{1000}$$

$$\rho = (13.6)(1000) = 13600\ kg.m^{-3}$$

$$r = 2 \times 10^{-3}\ m$$

$$h = \frac{T_s\ (2\ Cos\ (\theta))}{\rho\ g\ r}$$

$$= \frac{49 \times 10^{-2} (N.m^{-1})\ 2(-0.707)}{13600\ (kg.m^{-3})(9.8 m.s^{-2}) 2 \times 10^{-3}\ m}$$

$$h = -2.6 \times 10^{-3}\ m$$

$$h = -2.6\ mm$$

مسألة (14.22) *Problem*

أنبوبة شعرية نصف قطرها الداخلي ($25 \times 10^{-5}\ m$) غمرت في وعاء من الماء يبلغ توتره السطحي ($72 \times 10^{-3}\ N.m^{-1}$).

أوجد مقدار ارتفاع الماء في الأنبوبة الشعرية.

الحل *Solution*

من المسألة السابقة (14.21) رأينا الارتفاع (h) يمكن التعبير عنه بالمعادلة :

$$h = \frac{2\ T_s Cos(\theta)}{\rho\ g\ r}$$

$$T_s = 72 \times 10^{-3} (N.m^{-1})$$

$$\theta = 0, Cos(\theta) = 1$$

$$r = 25 \times 1^{-5} (m)$$

$$\rho = 1000\ (kg.m^{-3})$$

$$g = 9.8 \times m.s^{-2}$$

$$h = \frac{2 \times (72 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})(1)}{(1000\, kg.m^{-3})(9.8 m.s^{-2})(25 \times 10^{-3}\, m)}$$

$$= 0.0587 m = 5.87\, cm$$

مسألة (14.23) *Problem*

تعتبر الشجرة مجموعة من الأنابيب الشعرية يبلغ متوسط نصف قطر الواحد منها $(2.5 \times 10^{-5}\, m)$.

أوجد أقصى ارتفاع يمكن أن تصله عصارة المادة الغذائية للنبات عند درجة الحرارة $(50^{\circ} C)$، حيث تقترب في طبيعتها من الماء عند درجة الحرارة هذه، علماً بأن الشد السطحي الموافق هو $(67.9 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})$.

الحل *Solution*

$$h = \frac{2\, T_s\, Cos(\theta)}{\rho\, g\, r}$$

$$T_s = 67.9 \times 10^{-3}\, N.m^{-1}$$

$$\theta = 0 \quad , \quad Cos(0) = 1$$

$$\rho = 10^3\, kg.m^{-3}$$

$$g = 9.8 m.s^{-2}$$

$$r = 2.5 \times 10^{-5}\, m$$

$$h = \frac{2 \times (67.9 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})(1)}{(10\, kg.m^{-3})(9.8 m.s^{-2})(2.5 \times 10^{-3}\, m)}$$

$$= 0.554\, m$$

$$= 55.4\, cm$$

Problem (14.24) مسألة

تبلغ لزوجة الماء $(0.81\ cP)$ عند درجة الحرارة $(30^\circ C)$.

أوجد كمية الماء التي تنساب في الثانية الواحدة (Q) خلال أنبوبة شعرية طولها $(20\ cm)$ ونصف قطرها $(0.15\ cm)$. إذا كان فرق الضغط عبر الأنبوبة $(P_1 - P_2 = 3\ mm\ Hg)$.

Solution الحل

$$L = 0.2\ m$$

$$R = 0.15 \times 10^{-2}\ m$$

$$\eta = 0.801\ c\rho = 0.801 \times 10^{-3}\ N.\sec.m^{-2}$$

$$(P_1 - P_2) = 3.0\ mm\ Hg = \left(\frac{3.0}{76}\right)(1.01 \times 10^5\ N.m^{-2})$$

$$Q = \frac{\Pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L}$$

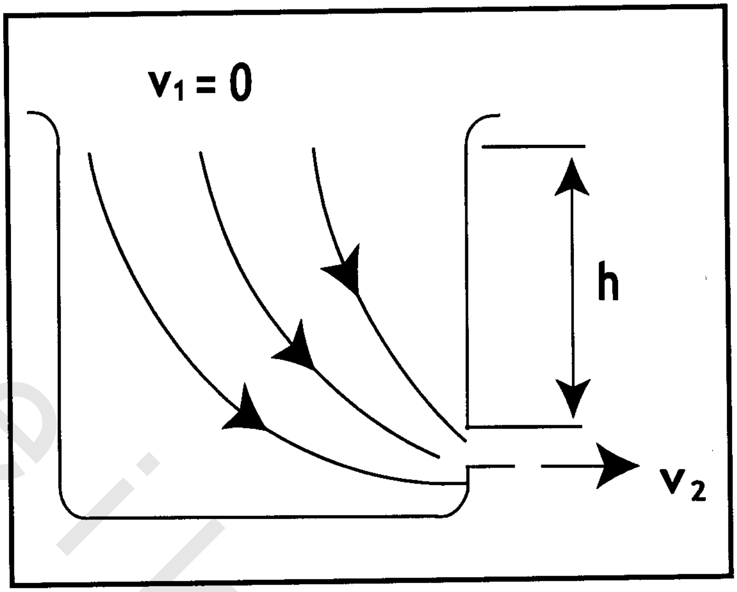
$$= \frac{(3.14)(0.15 \times 10^{-2}\ m)\left(\frac{3.0}{76}\right)(1.01 \times 10^{-5}\ N.m^{-2})}{(8)(0.2\ m)(0.801 \times 10^{-3}\ N.m^{-2})}$$

$$= 5.0 \times 10^5\ m^3.s^{-1} = 50\ cm^3.\sec^{-1}$$

Problem (14.25) مسألة

يتسرب الماء من فتحة صغيرة في أسفل خزان ماء كبير، انظر الشكل (14.3)، تقع هذه الفتحة على عمق (h).

أوجد سرعة تسرب الماء.



شكل (14.3)، المسألة (14.25)

يتسرب الماء من فتحة الخزان، كمل لو كان يسقط من ارتفاع (*h*)

الحل *Solution*

بما أن الخزان كبير جداً، فإن السرعة الابتدائية على سطح الخزان سوف تكون مساوية للصفر، والضغط عند السطح وعند الفتحة التي يتسرب منها الماء هو عبارة عن الضغط الجوي، وهكذا نجد أن معادلة برنولي تأخذ الشكل الآتي :

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1$$

$$P_1 = P_2 = P$$

$$h_2 = h$$

$$h_1 = 0$$

$$v_1 = 0$$

$$\therefore \quad \left(\frac{1}{2}\right)\rho v_2^2 = \rho g h \qquad\qquad v_2 = \sqrt{2g h}$$

المسألة (14.26) *Problem*

حجم كتلة من الكحول الإيثيلي مقدارها $(19 \times 10^{-2}\,kg)$ يساوي $(24 \times 10^{-5}\,m^3)$،

أوجد مقدار كل من :

1- الكثافة.

2- الكثافة النسبية للكحول الإيثيلي .

الحل *Solution*

مقدار كتلة الكحول الإيثيلي : $(m = 19.0 \times 10^{-2}\,kg)$

حجم كتلة الكحول الإيثيلي : $(V = 24.0 \times 10^{-5}\,m^3)$

1- كثافة الكحول الإيثيلي : هي عبارة عن كتلة وحدة الحجوم، ونعبّر عنها رياضياً بالمعادلة :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$= \frac{(19.0 \times 10^{-2}\,kg)}{(24.0 \times 10^{-5}\,m^3)} = 7.92 \times 10^2\ (kg/m^3)$$

2- الكثافة النسبية : هي عبارة عن كثافة المادة مقسومة على كثافة الماء، ونحن نعلم بأن كثافة الماء تساوي :

$$\rho_w = 1000\,kg/m^3$$

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{(7.92 \times 10^2\,kg/m^3)}{(1000\,kg/m^3)}$$

$$= 0.792$$

المسألة (14.27) *Problem*

تبلغ الكثافة النسبية لرابع كلوريد الكاربون (1.6).

أوجد حجم كتلة منه تبلغ قيمتها $(20.0\,kg)$.

الحل Solution

الكثافة النسبية لرابع كلوريد الكربون :

$$\frac{\rho}{\rho_w} = 1.6$$

$$\frac{\rho}{(1000\ kg/m^3)} = 1.6$$

$$\rho = 1.6 \times 10^3 (kg/m^3)$$

أما حجم الكتلة التي تساوي $(20.0\ kg)$ فيمكننا إيجاده من المعادلة العامة للكثافة :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{(20.0\ kg)}{(1.6 \times 10^3 kg/m^3)} = 1.25 \times 10^{-2} (m^3)$$

المسألة (14.28) Problem

تبلغ الكثافة النسبية للألومنيوم (2.7).
أوجد كتلة قطعة من الألومنيوم حجمها $(1.5\ m^3)$.

الحل Solution

الكثافة النسبية للألمنيوم :

$$\frac{\rho}{\rho_w} = 2.7 = \frac{\rho}{1000\ kg/m^3}$$

$$\rho = 2.7 \times (1000\ kg/m^3) = 2.7 \times 10^3 (kg/m^3)$$

أما كتلة حجم من الألمنيوم مقداره $(V = 1.5\ m^3)$ فيمكننا إيجادها من القانون العام للكثافة :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow$$

$$m = \rho V = (2.7 \times 10^3 kg/m^3)(1.5 m^3) = 4050\ (kg).$$

المسألة (14.29) Problem

تبلغ كتلة ذرة الهيدروجين $(1.66 \times 10^{-21}\,kg)$.

أوجد عدد ذرات الهيدروجين في كتلة مقدارها $(2 \times 10^{-3}\,kg)$ من الهيدروجين.

الحل Solution

كتلة ذرة الهيدروجين الواحدة تساوي : $(1.66 \times 10^{-21}\,kg)$

عدد ذرات الهيدروجين في كتلة مقدارها : $(2.0 \times 10^{-3}\,kg)$ يساوي :

$$n = \frac{\text{الكتلة الكلية}}{\text{كتلة الذرة الواحدة}}$$

$$= \frac{(2.0 \times 10^{-3}\,kg)}{(1.66 \times 10^{-21}\,kg)} = 1.2 \times 10^{18}\,atom$$

مسألة (14.30) Problem

كتلة كرتين من النحاس $(20.0\,kg)$ و $(30.0\,kg)$ على التوالي، تفصلهما عن بعضهما مسافة قدرها $(2.0\,m)$ وذلك بين مركزيهما.

أوجد مقدار قوة التجاذب بين الكرتين.

الحل Solution

كتلة الكرة الأولى : $(m_1 = 20.0\,kg)$

كتلة الكرة الثانية : $(m_2 = 30.0\,kg)$

المسافة الفاصلة بين مركزيهما : $(r = 2.0\,m)$

مقدار قوة التجاذب : $F_G = ?$

هذا سؤال مباشر على قانون الجذب العام لنيوتن ونحتاج الرجوع إلى جدول الثوابت الفيزيائية لمعرفة مقدار الثابت (G) :

$$(G = 6.673 \times 10^{-11}\,N\,m^2.kg^{-2})$$

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$= (6.673 \times 10^{-11}\, N\, m^2 . kg^{-2})\frac{(20.0\, kg)(30.0\, kg)}{(2.0\, m)^2}$$

$$= 1.001 \times 10^{-10}\, N$$

ونلاحظ هنا مدى صغر قوة التجاذب هذه .

مسألة (14.31) *Problem*

تعتبر الأرض على وجه التقريب كروية، نصف قطرها $(6.4 \times 10^6\, m)$.

أوجد كتلة الأرض إذا علمت أن مقدار التعجيل الأرضي يساوي $(9.8\, m.s^{-2})$.

الحل *Solution*

نصف قطر الأرض : $(r = 6.4 \times 10^6\, m)$

مقدار التعجيل للأرض : $(g = 9.8\, m.s^{-2})$

أوجد مقدار كتلة الأرض : $M = ?$

إنَّ مقدار تسارع الجاذبية $(9.8\, m.s^{-2})$ على سطح الأرض، أي أنَّ مقدار الارتفاع عن سطح الأرض $(h = 0)$، وباستخدام القانون العام لهذا الغرض نجد أنَّ :

$$g = G\frac{M}{(r+h)^2}$$

حيث : (G) هو ثابت التجاذب العام لنيوتن، (M) كتلة الأرض، (r) نصف قطرها.

$$9.8\, m.s^{-2} = 6.673 \times 10^{11}\, N\, m^2 . kg^{-2}\, \frac{(M)kg}{(6.4 \times 10^6\, m)^2}$$

$$M(kg) = \frac{(9.8\, m.s^{-2})(6.4 \times 10^6\, m)^2}{6.673 \times 10^{-11}\, N\, m^2 . kg^{-2}}$$

$$= 6.02 \times 10^{24}\, kg = 6.02 \times 10^{21}\, ton.$$

Problem (14.32) مسألة

استخدم النتيجة التي حصلت عليها في المسألة (14.31) عن كتلة الأرض، وذلك لحساب قوة التجاذب بين الأرض والقمر إذا علمت أن كتلة القمر تساوي $(7.35\times 10^{22}\,kg)$ والمسافة الفاصلة بينهما $(3.84\times 10^{8}\,m)$.

Solution الحل

كتلة الأرض تساوي : $(M_{earth}=6.02\times 10^{24}\,kg)$

كتلة القمر تساوي : $(M_{moon}=7.35\times 10^{22}\,kg)$

المسافة الفاصلة بينهما : $(r=3.84\times 10^{8}\,m)$

بتطبيق قانون الجذب العام لنيوتن نجد أنَّ :

$$F_G=G\frac{M_{earth}M_{moon}}{r^2}$$

$$=6.673\times 10^{-11}\,N\,m^2.kg^{-2}\,\frac{(6.02\times 10^{24}\,kg)(7.35\times 10^{22}\,kg)}{(3.84\times 10^{8}\,m)^2}$$

$$=2.002\times 10^{20}\,N$$

ونلاحظ هنا مدى كبر مقدار الجاذبية بين كل من الأرض والقمر .

Problem (14.33) مسألة

تبلغ كتلة $(1000\,cm^3)$ من الحليب العادي *Whole milk* $(1.032\,kg)$ وتبلغ نسبة الدهن فيه (4%) من الحجم الكلي.

أوجد كثافة الحليب الخالي من الدهون إذا علمت أن كثافة المتر المكعب منه تساوي $(865\,kg.m^{-3})$.

Solution الحل

حجم الحليب : $(V_{mixed}\,1000\,cm^3)$

كتلة الحليب : $(m=1.032\,kg)$

نسبة الدهن : $4\,\%$

كثافة الحليب الخالي من الدهون : $(\rho = 865\ kg.m^{-3})$

من الواضح أنّ حجم الحليب الممزوج بالدهن يساوي :

$$V_{mixed} = 1000\ cm^3 = 1000 \times 10^{-6}\ m^3$$

$$= 1 \times 10^{-3}\ m^3$$

يمكننا معرفة حجم الحليب الصافي على النحو الآتي :

$$V_{mixed} = 1 \times 10^{-3}\ m^3$$

حجم المادة الدهنية :

$$V_{lipid} = \frac{(V_{mixed}) \times (4.0)}{100}$$

$$= \frac{(1 \times 10^{-3}\ m^3)(4.0)}{100} = 4.0 \times 10^{-5}\ m^3$$

$$V_{net} = V_{mixed} - V_{lipid} = 9.6 \times 10^{-4}\ m^3$$

$$\rho = \frac{m_{net}}{V_{net}}$$

$$m_{net} = \rho V_{net} = (865\ kg.m^{-3})(9.6 \times 10^{-4}\ m^3)$$

$$= 0.8304\ kg.$$

أما كتلة المواد الدهنية فهي :

$$m_{lipid} = m - m_{net}$$

$$= 1.032\ kg - 0.8304\ kg = 0.2016\ kg.$$

Problem (14.34) مسألة

قضيب من الحديد الصلب طوله ($2.0\ m$) مثبت من نهايته العليا بشكل عمودي، أما نهايته السفلى فتحتوي على ثقل معلق قدره $(1000\ N)$.

أوجد مقدار استطالة القضيب، علماً بأن نصف قطره يساوي $(2.5 \times 10^{-3}\ m)$، ومعامل يونغ للحديد الصلب يساوي $(2.2 \times 10^{11}\ N.m^{-2})$.

Solution الحل

طول القضيب المعدني :	$(L = 2.0\ m)$
مقدار الثقل المعلق :	$(F = W = 1000\ N)$
نصف قطر القضيب :	$(r = 2.5 \times 10^{-3}\ m)$
معامل يونغ :	$(Y = 2.2 \times 10^{11}\ N.m^{-2})$
مقدار استطالة القضيب :	$\Delta L = ?$

نحن نعلم من خلال المعادلة الرياضية لمعامل يونغ ما يلي :

$$Y = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$Y = \frac{(F / A)}{(\Delta L / L)}$$

$$\therefore \quad Y\left(\frac{\Delta L}{L}\right) = \left(\frac{F}{A}\right)$$

$$Y\,\Delta L A = FL$$

$$\therefore \quad \Delta L = \frac{FL}{YA}$$

أما المساحة (A) فهي عبارة عن مساحة دائرة نصف قطرها (r)

$$\therefore \quad A = \pi r^2 = \pi (2.5 \times 10^{-3}\ m)^2 = 1.96 \times 10^{-5}\ m^2$$

$$\Delta L=\frac{(1000N)(2.0\,m)}{(2.2\times10^{11}N.m^{-2})(1.96\times10^{-5}m^{2})}=4.63\times10^{-3}m.$$

مسألة **Problem (14.35)**

قضيب من الحديد على شكل إسطوانة دائرية نصف قطرها $(3.0\times10^{-3}m)$، مثبت من نهايته العليا بينما نهايته السفلى تحتوي على ثقل معلق قدره $(3000\,N)$، أدى إلى إحداث استطالة مقدارها $(0.5\,mm)$.

أوجد مقدار معامل يونغ لهذا النوع من الحديد، إذا كان طول القضيب $(3.0\,m)$.

الحل **Solution**

نصف قطر القضيب المعدني :	$(r=3.0\times10^{-3}m)$
مقدار الثقل المعلق :	$(F=W=3000\,N)$
مقدار الاستطالة :	$(\Delta L=0.5\,mm=0.5\times10^{-3}m)$
طول القضيب المعدني :	$(L=3.0\,m)$
معامل يونغ :	$(Y=?)$

نحن نعلم بأنّ معامل يونغ :

$$Y=\frac{(F/A)}{(\Delta L/L)}$$

$$=\frac{FL}{A\,\Delta L}$$

$$A=\pi\,r^{2}=\pi(3.0\times10^{-3}m)^{2}=2.83\times10^{-5}m^{2}$$

$$Y=\frac{(3000\,N)(3.0\,m)}{(2.83\times10^{-5}m^{2})(0.5\times10^{-3}m)}=6.37\times10^{11}N.m^{-2}$$

مسألة (14.36) *Problem*

قضيب معدني مرن طوله $(8.0\ m)$ ونصف قطره $(2\times10^{-3}\ mm)$ مثبت من نهايته العليا بينما نهايته السفلى تحتوي على ثقل معلق كتلته $(250\ kg)$، أحدث في القضيب استطالة مقدارها $(5.0\ mm)$.

أوجد : 1- الإجهاد.

2- الانفعال.

3- معامل يونغ للمرونة.

الحل *Solution*

طول القضيب المعدني :	$(L = 8.0\ m)$
نصف قطره :	$(r = 2\times10^{-3}\ mm)$
مقدار كتلة الثقل المعلق :	$(m = 250\ kg)$
مقدار الاستطالة :	$(\Delta L = 5.0\ mm)$

1- الإجهاد :

$$Stress = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{mg}{\pi r^2}$$

$$= \frac{(250\ kg)(9.8\ m.s^{-2})}{\pi(2\times10^{-6}\ m)^2} = 1.95\times10^{14}\ N.m^{-2}$$

2- الانفعال :

$$Strain = \frac{\Delta L}{L}$$

$$= \frac{(5.0\times10^{-3}\ m)}{(8.0\ m)} = 6.25\times10^{-4}$$

3- معامل يونغ :

$$Y = \frac{Stress(\text{الإجهاد})}{Strain(\text{الانفعال})}$$

$$Y = \frac{1.95 \times 10^{14}\ N.m^{-2}}{6.25 \times 10^{-4}} = 3.12 \times 10^{17}\ N.m^{-2}$$

مسألة (14.37) *Problem*

إذا كان الارتفاع العمودي لجسم إنسان يساوي $(80 \times 10^{-2}\ m)$، أوجد قيمة الضغط اللازم كي يرتفع الدم من القلب إلى أعلى نقطة في الرأس. علماً بأن كثافة الدم تساوي $(1.2 \times 10^{-3}\ kg.m^{-3})$، كما يمكن إهمال قوة الاحتكاك.

الحل *Solution*

الارتفاع العمودي للجسم : $(h = 80 \times 10^{-2}\ m)$

كثافة الدم : $(\rho_{blood} = 1.2 \times 10^{+3}\ kg.m^{-3})$

مقدار الضغط المطلوب : $(P = ?)$

إن الضغط الذي ينتج عن انتقال الدم إلى أعلى نقطة في رأس الإنسان هو :

$$P_h = \rho\, g\, h$$

حيث : (g) هي مقدار تسارع الجاذبية الأرضية، (ρ) كثافة الدم، (h) الارتفاع المطلوب.

$$P_h = (1.2 \times 10^{+3}\ kg.m^{-3})(9.8\ m.s^{-2})(80 \times 10^{-2}\ m)$$

$$= 9.408 \times 10^{+3}\ N.m^{-2}$$

$$= 9.408 \times 10^{+3}\ Pa$$

ومن المعلوم لدينا بأن الضغط الجوي عموماً يساوي :

$$1\ atm = 1.01 \times 10^{5}\ Pa = 76\ cm - Hg$$

أي إنّ الضغط (P_h) هو أقل من الضغط الجوي، ولهذا لا بد من إضافة هذا المقدار على مقدار الضغط الجوي كي نتعرف على مقدار الضغط الذي يجب أن يتوفر للقلب حتى يصل الدم إلى أعلى نقطة في الرأس.

مسألة (14.38) *Problem*

حوض من الماء على شكل إسطواني دائري ارتفاعه $(5.0\ m)$ ونصف قطر قاعدته $(1.5\ m)$، أوجد :

1- الضغط المؤثر على قعر الإناء.

2- الضغط عند نقطة تبعد مسافة $(3.0\ m)$ عن سطح الخزان السفلي.

3- القوة الكلية المؤثرة على قعر الخزان .

4- القوة المؤثرة عند نقطة تبعد $(3.0\ m)$ عن سطح الخزان السفلي.

الحل *Solution*

ارتفاع الحوض المائي : $(h = 5.0\ m)$

نصف قطر قاعدته الدائرية : $(r = 1.5\ m)$

كثافة الماء هي : $(\rho = 1.0 \times 10^3\ kg.m^{-3})$

1- الضغط المؤثر على قعر الإناء، من التعريف العام للضغط :

$$P_h = \frac{F}{A}$$

ولكن القوة (F) هي عبارة عن :

$$F = mg = \rho V\ g$$

أما حجم الإناء فهو حجم إسطوانة دائرية :

$$V = (\pi\ r^2)h$$

$$= (\pi\ (1.5\ m)^2)(5.0\ m)$$

$$= 35.34\ m^3$$

$$F = (1.0 \times 10^3 \, kg.m^{-3})(35.34 \, m^2)(9.8 \, m.s^{-2})$$

$$= 3.46 \times 10^5 \, N$$

$$A = \pi \, r^2 = \pi \, (1.5 \, m)^2 = 7.07 \, m^2$$

$$P_h = \frac{3.46 \times 10^5 \, N}{7.07 \, m^2} = 44.9 \times 10^4 \, N.m^{-2}$$

$$P = P_0 + P_h = 1.01 \times 10^5 \, N.m^{-2} + 4.9 \times 10^4 \, N.m^{-2}$$

$$= 1.5 \times 10^5 \, N.m^{-2}$$

2- الضغط عند نقطة تبعد ($3.0 \, m$) عن سطح الخزان :

$$P_2 = \rho \, g \, h = (1.0 \times 10^3 \, kg.m^{-3})(9.8 \, m.s^{-2})(2.0 \, m)$$

$$= 1.96 \times 10^4 = N.m^{-2}$$

$$P = P_0 + P_2 = 1.01 \times 10^5 \, N.m^{-2} + 1.96 \times 10^4 \, N.m^{-2}$$

$$= 1.2 \times 10^5 \, N.m^{-2}$$

3- القوة الكلية هي ما أوجدناه في المطلوب الأول من هذه المسألة :

$$F = 3.46 \times 10^5 \, N$$

4- القوة عند نقطة تبعد ($3.0 \, m$) عن سطح الخزان السفلي، هذا يعني أنّ :

$$h = 2.0 \, m$$

$$F = mg = \rho \, g \, V$$

$$V = (\pi \, r^2) h = \pi \, (1.5 \, m)^2 (2.0 \, m)$$

$$= 14.14 \, m^3$$

$$F = (1.0 \times 10^3\,kg.m^{-3})(9.8\,m.s^{-2})(14.14\,m^3)$$

$$= 13.85 \times 10^4\,N$$

$$= 1.385 \times 10^5\,N$$

مسألة (14.39) *Problem*

خزان على شكل متوازي أضلاع، قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ($2.0\ m$)، يحتوي على كمية من الزئبق ارتفاعها عن سطح الخزان السفلي ($50 \times 10^{-2}\,m$)، تليها كمية من الماء ارتفاعها عن سطح الزئبق العلوي ($80 \times 10^{-2}\,m$).

أوجد محصلة القوة المؤثرة على السطح السفلي للخزان.

الحل *Solution*

قاعدة مربعة طول ضلعها : $(a = 2.0\,m)$

ارتفاع الزئبق عن سطح الخزان السفلي : $(h_m = 50 \times 10^{-2}\,m)$

ارتفاع الماء عن سطح الزئبق العلوي : $(h_w = 80 \times 10^{-2}\,m)$

مقدار القوة المؤثرة على سطح الخزان السفلي : $(F_{total} = ?)$

من الواضح أنّ : $F_{total} = F_m + F_w$

حيث إنّ : (F_w) هي القوة الناشئة عن تأثير الماء.

(F_m) هي القوة الناشئة عن تأثير الزئبق.

$$F_w = m_w g$$

حيث إنّ : (m_w) كتلة كمية الماء، والتي يمكن حسابها على النحو الآتي :

$$m_w = \rho_w V_w$$

كثافة الماء : $(\rho_w = 1.0 \times 10^3\,kg.m^{-3})$

اما حجمه فهو عبارة عن حجم متوازي الأضلاع ذي القاعدة (a^2) والارتفاع (h_w):

$$V_w = (a^2)(h_w)$$

$$= (80 \times 10^{-2}\, m)(2.0\, m)^2$$

$$= 3.2\, m^3$$

$$m_w = (1.0 \times 10^3\, kg.m^3)(3.2\, m^3)$$

$$= 3.2 \times 10^3\, kg$$

$$F_w = (3.2 \times 10^3\, kg)(9.8\, m.s^{-2})$$

$$= 3.136 \times 10^3\, N$$

أما :

$$F_m = m_m\, g$$

$$m_m = \rho_m V_m$$

كثافة الزئبق (ρ_w) تساوي : $(13.6 \times 10^3\, kg.m^{-3})$

أما حجمه فهو عبارة عن حجم متوازي الأضلاع ذي القاعدة (a^2) والارتفاع (h_m):

$$V_m = (a^2)(h_m)$$

$$= (50 \times 10^{-2}\, m)(2.0\, m)^2 = 2.0\, m^3$$

$$m_m = (13.6 \times 10^3\, kg.m^{-3})(2.0\, m^3) = 2.72 \times 10^4\, kg$$

$$F_m = m_m\, g = 2.67 \times 10^5\, N$$

$$F_{total} = F_w + F_m$$

$$= 3.136 \times 10^3\, N + 2.67 \times 10^5\, N$$

$$= 2.7 \times 10^5\, N$$

Problem (14.40) مسألة

وعاء مكعب الشكل طول ضلعه $(40 \times 10^{-2}\, m)$، يحتوي على غاز محصور بداخله يبلغ ضغطه $(6.0\ atm)$.

أوجد محصلة القوة المؤثرة على جدار الوعاء، وذلك إذا علمت أن الضغط الخارجي يساوي $(1.0\ atm)$.

ملاحظة : $(1.0\ atm = 1.013 \times 10^5\, N/m^2)$.

Solution الحل

وعاء مكعب الشكل طول ضلعه : $(a = 40 \times 10^{-2}\, m)$

ضغط الغاز : $(P_g = 6.0\ atm)$

الضغط الخارجي : $(P = 1.013 \times 10^5\ ,\ Pa = 1.0\ atm)$

محصلة القوى المؤثرة على جدار الوعاء : $(P_{wall} = ?)$

من الواضح أنَّ جدار الوعاء ذي المساحة $A = (a^2)$:

$$A = (a^2) = (40 \times 10^{-2}\, m)^2$$

$$= 0.16\, m^2$$

يتعرض لتأثير قوتين، القوة الخارجية بفعل الضغط (P) وهي :

$$F_{ext} = P\, A$$

$$= (1.013 \times 10^5\, Pa)(0.16\, m^2)$$

$$= 1.621 \times 10^4\, N$$

والقوة الداخلية بفعل الضغط (P_g) وهي :

$$F_{\text{int}} = P_g\, A$$

$$= (6.0)(1.013 \times 10^5\, Pa)(0.16\, m^2)$$

$$= 9.723 \times 10^4\, N$$

$$F_{net} = 9.723 \times 10^4 N - 1.621 \times 10^4 N$$

$$= 8.1038 \times 10^4 N$$

مسألة Problem (14.41)

من المعروف أن عدد أفوكادرو يساوي : $N_A = 6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$

أوجد :

1- عدد الجزيئات الموجودة في $(5.0\ mol)$ من غاز الهيدروجين.

2- كتلة $(1.0\ mol)$ من غاز الهيدروجين.

الحل Solution

1- عدد الجزيئات الموجودة في $(5.0\ mol)$ من غاز الهيدروجين، حيث إن عدد أفوكادرو يساوي :

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$$

نحن نعلم بأنّ عدد المولات من هذا السؤال $(n = 5.0\ mol)$ وهو عبارة عن :

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{\text{عدد الجزيئات}}{\text{عدد أفوكادرو}}$$

$$\therefore\ N = n\, N_A$$

$$= (5\ mol)(6.022 \times 10^{23} mol^{-1})$$

$$= 3.01 \times 10^{24}$$

2- كتلة $(1.0\ mol)$ من غاز الهيدروجين : نحن نعلم بأنّ الكتلة المولرية للهيدروجين تساوي :

$$M = 1.00797\ g/mol$$

وعلى هذا تكون كتلة المول الواحد :

$$m = nM = (1.0\ mol)(1.00797\ g/mol) = 1.00797\ g$$

Problem (14.42) مسألة

جدار مساحته $(10^2 m)$ يخضع لتأثير ضغطين جانبيين الأول يساوي $(2.0\ atm)$ والثاني $(3.0\ atm)$.

أوجد مقدار القوة المؤثرة على هذا الجدار.

Solution الحل

مساحة الجدار : $(10\ m^2)$

الضغط الأول : $(P_1 = 2.0\ atm)$

الضغط الثاني : $(P_2 = 3.0\ atm)$

مقدار القوة المؤثرة على هذا الجدار : $(F = ?)$

من المعلوم أنَّ العلاقة بين كلٍّ من القوة والضغط والمساحة هي :

$$P = \frac{F}{A}$$

وعلى هذا تكون القوة الأولى :

$$F_1 = P_1\ A$$

$$= (2.0)(1.013 \times 10^5\ Pa)(10\ m^2)$$

$$= 2.026 \times 10^6\ N$$

أما القوة الثانية :

$$F_2 = P_2\ A$$

$$= (3)(1.013 \times 10^5\ Pa)(10\ m^2)$$

$$= 3.4 \times 10^6\ N$$

$$F_{net} = 3.4 \times 10^6\ N - 2.026 \times 10^6\ N$$

$$= 1.374 \times 10^6\ N$$

مسألة (14.43) *Problem*

فقاعة من الهواء صعدت من قعر بحيرة إلى سطحها فازداد حجمها بمقدار ثماني مرات، أوجد عمق البحيرة إذا كان الضغط الجوي يساوي ($76.4\ cmHg$) وبقيت درجة حرارة الهواء داخل الفقاعة ثابتة .

الحل *Solution*

حجم الفقاعة في قعر البحيرة : (V_1)

حجم الفقاعة على سطح البحيرة : $(V_2 = 8V_1)$

الضغط الجوي : $(P = 1.013\times 10^5\ Pa)$

عمق بحيرة الماء : $(h = ?)$

من المعادلة العامة للغازات : $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$P_1 = \rho\, g\, h + P$$

$$P_2 = P = 1.013\times 10^5\ Pa$$

$$\rho = 1.0\times 10^3\ kg.m^{-3}$$

$$g = 9.8\ m.s^{-2}$$

$$\therefore\ (\rho\, g\, h + P)\, V_1 = P\, V_2 = P\,(8.0\, V_1)$$

$$\rho\, g\, h + P\, V_1 = 8.0\, P\, V_1$$

$$\rho\, g\, h\, \cancel{V_1} = 8.0\, P\, V_1 - P\, V_1 = 7.0\, P \cancel{V_1}$$

$$\therefore\quad h = \frac{7.0\, P}{\rho\, g} = \frac{(1.013\times 10^5\ N.m^{-2})(7.0)}{(1.0\times 10^3\ kg.m^{-3})(9.8 m.s^{-2})}$$

$$= 72.36\ m$$

Problem (14.44) مسألة

تبلغ كثافة ماء البحر عند السطح ($1.02\times 10^{+3}\,kg\,m^{3}$)، أوجد كثافة ماء البحر عند القعر إذا كانت قيمة الضغط يساوي ($10^{8}\,N.m^{-2}$).

Solution الحل

كثافة ماء البحر عند السطح : $(\rho_s = 1.02\times 10^{3}\,kg.m^{-3})$

الضغط عند قاع البحر : $(P_B = 10^{9}\,dyne/cm^{2})$

كثافة ماء البحر عند القاع : $(\rho_B = ?)$

من الواضح أنّ الضغط عند سطح البحر يساوي الضغط الجوي ، وهو عبارة عن :

$$P_s = 1.013\times 10^{5}\,N.m^{-2}$$

وبتحويل الضغط الجوي عند القاع وفقاً للنظام القياسي الدولي (SI) نجد أنّ :

$$P_B = 10^{9}\,\frac{\cancel{dyne}}{cm^{2}}\,\frac{1\,N}{10\cancel{dyne}}\,\frac{1}{\cancel{cm^{2}}}\,\frac{1.0^{-4}\,\cancel{cm^{2}}}{1\,m^{2}}$$

$$= 1\times 10^{5}\,N/m^{2}$$

وعلى هذا الأساس فإن قاع البحر يتعرض لتأثير كلٍ من الضغط الجوي والضغط الناشئ عن الماء، أي أنّ :

$$P_{total} = P_s + P_B = (1.013\times 10^{5}\,N.m^{-2}) + (1\times 10^{5}\,N.m^{-2})$$

$$= 2.013\times 10^{5}\,N.m^{-2}$$

$$\therefore\ \frac{P_{total}}{\rho_B} = \frac{P_s}{\rho_s}$$

$$\rho_B = \frac{P_{total}\ \rho_s}{P_s} = \frac{(2.013\times 10^5\ N.m^{-2})(1.02\times 10^3\ kg.m^{-3})}{(1.013\times 10^5\ N.m^{-2})}$$

$$= 2.027\ kg.m^{-3}$$

Problem (14.45) مسألة

جسم وزنه في الهواء يساوي ($20.0\ N$)، ووزنه في الماء يساوي ($15.0\ N$)، أما وزنه في السائل فيساوي ($1200\ N$).

أوجد : 1- كثافة الجسم.

2- كثافة السائل.

Solution الحل

وزن الجسم في الهواء يساوي : $(W_{air} = 20.0\ N)$

وزن الجسم في الماء يساوي : $(W_{water} = 15.0\ N)$

وزن الجسم في السائل يساوي : $(W_{liquid} = 120.0\ N)$

1- كثافة الجسم :

إن العلاقة بين الوزن والكثافة لجسمين هي :

$$\frac{W_{air}}{W_{water}} = \frac{\rho_{in\ air}}{\rho_{in\ water}}$$

$$\frac{(20.0\ N)}{(15.0\ N)} = \frac{\rho_{in\ air}}{(1.0\times 10^3\ kg.m^{-3})}$$

$$\rho_{in\ air} = \frac{(20.0\ N)}{(15.0\ N)}(1.0\times 10^3\ kg.m^{-3})$$

$$= 1.33\times 10^3\ kg.m^{-3}$$

-2

$$\frac{W_{air}}{W_{liquid}} = \frac{\rho_{in\,air}}{\rho_{in\,liquid}}$$

$$\rho_{liquid} = \frac{(W_{liquid})}{(W_{air})}\rho_{liquid}$$

$$= \frac{(120.0\ N)}{(20.0\ N)} 1.33 \times 10^{3}\,kg.m^{-3}$$

$$= 7.90 \times 10^{3}\,kg.m^{-3}$$

مسألة **Problem (14.46)**

كرة مصنوعة من مادة الحديد كتلتها $(4.0\ kg)$ وكثافة الحديد تساوي $(7.79 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})$، معلقة بسلك بحيث تكون مغمورة في سائل تبلغ كثافته $(0.8 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})$، أوجد مقدار قوة الشد في السلك.

الحل **Solution**

كتلة الكرة الحديدية : $(m = 4.0\,kg)$

كثافة الحديد : $(\rho_{iron} = 7.79 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})$

كثافة السائل : $(\rho_{liquid} = 0.8 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})$

مقدار قوة الشد في السلك : $(F = ?)$

إنّ مقدار قوة الشد في السلك تساوي في المقدار وتعاكس في الاتجاه وزن الكرة الحديدية في السائل.

$$\frac{W_{air}}{W_{liquid}} = \frac{\rho_{iron}}{\rho_{liquid}}$$

$$W_{liquid} = \frac{\rho_{liquid}}{\rho_{iron}} W_{air}$$

$$= \frac{(0.8 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})}{(7.79 \times 10^{3}\,kg.m^{-3})}(4.0\,kg)(9.8\,m.s^{-2}) = 4.03\ N$$

مسألة (14.47) Problem

رجل سباح يعوم في الماء بحيث يمكننا أن نعتبر جسمه مغموراً كلياً، أوجد حجم هذا السباح إذا علمت أن وزنه يساوي ($700\ N$).

الحل Solution

كثافة الماء تساوي : $(1.0\times 10^3\,kg.m^{-3})$

وزن السباح في الماء يساوي : $(700\ N)$

حجم السباح : $(V=?)$

العلاقة بين كلّ من الحجم والكتلة والكثافة كما نعلم هي : $\rho=\dfrac{m}{V}$

وبما أن وزن السباح (W) يساوي :

$$W=700\ N=mg=(m)(9.8\ m.s^{-2})$$

$$m=\frac{(700\ N)}{(9.8\ m.s^{-2})}=71.43\ kg$$

$$V=\frac{m}{\rho}=\frac{(71.43\ kg)}{(1.0\times 10^{+3}\,kg.m^{-3})}$$

$$=71.43\times 10^{-3}\,m^3$$

ذلك أن وزن الجسم = وزن الماء المزاح بعد انغماره كلياً فيه.

كما يمكننا حلها مباشرة باستخدام قانون أرخميدس حول قوة الطفو :

$$F_b=\rho_{liquid}\,V\,g$$

$$V=\frac{F_b}{\rho_{liquid}\,g}=\frac{(700\ N)}{(1\times 10^3\,kg.m^{-3})(9.8\ m.s^{-2})}$$

$$=71.43\times 10^{-3}\,m^3$$

مسألة (14.48) *Problem*

علبة إسطوانية الشكل، تطفو عمودياً على سطح وعاء من الماء، قطرها يساوي $(16\times 10^{-2}\,m)$ وارتفاعها $(30\times 10^{-2}\,m)$، وضع في داخلها وزن مقداره $(4.0\,N)$، ما الذي تتوقعه، هل سيزداد الجزء المغمور من العلبة داخل الماء أم سيقل ؟

أوجد مقدار ذلك.

الحل *Solution*

قطر العلبة الإسطوانية : $(D = 16\times 10^{-2}\,m)$

ارتفاع العلبة الإسطوانية : $(L = 30\times 10^{-2}\,m)$

الوزن داخل العلبة : $(W = 4.0\,N)$

إنّ الضغط الناتج في هذه الحالة والذي بكل تأكيد سيجعل العلبة الإسطوانية تنغمر إلى أسفل يمكن إيجاده من المعادلة :

$$P_h = \frac{F_\perp}{A}$$

$$F_\perp = mg = 4.0\,N$$

أما المساحة التي تؤثر عليها هذه القوة فهي عبارة عن دائرة نصف قطرها $(r = \frac{D}{2})$.

$$A = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$= \pi\left(\frac{16\times 10^{-2}\,m}{2}\right)^2 = 0.02\,m^2$$

$$P_h = \frac{(4.0\,N)}{(0.02\,m^2)} = 198.9\,N.m^{-2}$$

من ناحية أخرى نحن نعلم بأنّ :

$$P_h = \rho\, g\, h$$

$$h = \frac{P_h}{\rho\, g} = \frac{(198.9\ N.m^{-2})}{(1.0 \times 10^3\ kg.m^{-3})(9.8\ m.s^{-2})}$$

$$h = 0.0203\ m$$

$$= 20.03\ cm$$

هذا هو العمق الذي ستغمره العلبة داخل الماء.

مسألة (14.49) *Problem*

رجل وزنه في الماء ($60.0\ N$)، يطفو في الماء على قطعة من الجليد، أوجد كلاً من كتلة وحجم قطعة الجليد.

***Solution* الحل**

وزن الرجل داخل الماء : $(600\ N)$

كتلة وحجم الجليد : $(m\,, V = ?)$

$$\frac{W_{water}}{W_{air}} = \frac{\rho_{water}}{\rho_{air}}$$

$$\rho_{air} = 1.293 \times 10^{+3}\ kg.m^{-3}$$

$$\rho_{water} = 1.0 \times 10^3\ kg.m^{-3}$$

$$W_{air} = \frac{(W_{water})(\rho_{air})}{\rho_{water}}$$

$$= \frac{(600\ N)(1.293 \times 10^3\ kg.m^{-3})}{(1.0 \times 10^3\ kg.m^{-3})}$$

$$= 775.0\ N$$

حتى يطفو الرجل فوق الماء يجب أن تكون قوة الطفو مساوية ومعاكسة لقوة وزنه في الهواء.

$$F = W = \rho_{water}\, g\, V$$

$$V = \frac{F}{\rho_{water}\, g}$$

$$= \frac{775.0\ N}{(1.0 \times 10^3\ kg.m^{-3})(9.8\ m.s^{-2})}$$

$$= 0.08\ m^3$$

$$m = \rho_{water}\, V = (1 \times 10^3\ kg.m^{-3})(0.08\ m^3)$$

$$= 80\ m^3$$

مسألة Problem (14.50)

سلك على شكل دائري أفقي مصنوع من مادة البلاتين طول محيطه يساوي $(16.0 \times 10^{-2}\ m)$ غمر في وعاء من الكحول.

أوجد مقدار التوتر السطحي (T_s) للكحول، إذا كانت القوة الإضافية الناشئة عن التوتر السطحي اللازمة لشد السلك خارج السائل تساوي $(7.72 \times 10^{-3}\ N)$.

الحل Solution

طول السلك الدائري المصنوع من البلاتين : $(\ell = 16.0 \times 10^{-2}\ m)$

القوة المضافة : $(F = 7.72 \times 10^{-3}\ N)$

مقدار التوتر السطحي : $(T_s = ?)$

هذا تطبيق مباشر على مفهوم التوتر السطحي، حيث نعلم بأن تعريف التوتر السطحي رياضياً هو :

$$T_s = \frac{F}{\ell}$$

$$T_s = \frac{7.72 \times 10^{-3}\ N}{16.0 \times 10^{-2}\ m} = 0.0483\ N.m^{-1}$$

مسألة (14.51) *Problem*

يبلغ التوتر السطحي لمحلول من الصابون $(32 \times 10^{-3}\, N\, m^{-1})$، **أوجد الشغل اللازم** بذله لتكوين فقاعة كروية الشكل من هذا المحلول قطرها $(30 \times 10^{-2}\, m)$.

ملاحظة : مساحة الكرة تساوي $(4\, \pi\, r^2)$.

الحل *Solution*

التوتر السطحي لمحلول الصابون : $(T_s = 32 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})$

قطر الفقاعة يساوي : $(D = 30 \times 10^{-2}\, m)$

الشغل المبذول : $(W = ?)$

نحن نعلم بأنّ العلاقة الرياضية بين الشغل المبذول والشد السطحي والمساحة هي :

$$W = T_s\, A$$

حيث (A) هي مساحة الفقاعة الكروية :

$$A = 4\, \pi\, r^2$$

$$r = \frac{D}{2}$$

$$A = 4\, \pi \left(\frac{30 \times 10^{-2}\, m}{2} \right)^2 = 0.283\, m^2$$

$$W = (32 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})(0.283\, m^2) = 9.04 \times 10^{-3}\, Joule$$

مسألة (14.52) *Problem*

قضيب مصنوع من الزجاج مستقر بشكل عمودي على سطح وعاء من الماء، أوجد مقدار الشد الناتج عن التوتر السطحي المؤثر على قضيب الزجاج، إذا علمت أن نصف قطره يساوي $(2 \times 10^{-2}\, m)$، وأن التوتر السطحي للماء يساوي $(7.5 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})$.

Solution الحل

التوتر السطحي للماء : $(T_s = 7.5 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})$

نصف قطر الأنبوب : $(r = 2 \times 10^{-2}\, m)$

مقدار قوة الشد : $(F = ?)$

نحن نعلم بأن العلاقة بين كلّ من قوة الشد (F) والتوتر السطحي (T_s) والمحيط المعرض لهذه القوة، هي :

$$T_s = \frac{F}{\ell}$$

$$F = T_s\, \ell$$

$$\ell = 2\,\pi\, r = 2\,\pi\,(2 \times 10^{-2}\, m)$$

$$= 0.126\, m$$

وهو طول المحيط المعرض لقوة الشد.

$$F = \frac{(7.5 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})}{(0.126\, m)}$$

$$= 5.97 \times 10^{-3}\, N$$

مسألة (14.53) *Problem*

أنبوبة زجاجية شعرية، غمر أحد طرفيها في وعاء من الماء عند درجة حرارة الغرفة. أوجد مقدار ارتفاع الماء خلال الأنبوبة الشعرية إذا علمت أن نصف القطر الداخلي لها يساوي $(12 \times 10^{-3}\, m)$، وأن الشد السطحي للماء هو $(72.0 \times 10^{-3}\, N\, m^{-1})$.

ملاحظة : درجة حرارة الغرفة تساوي $(20^{\circ} C)$.

Solution الحل

نصف القطر الداخلي للأنبوبة : $(r = 12 \times 10^{-3}\, m)$

التوتر السطحي للماء عند درجة الحرارة $(20^{o} C)$ هو : $(T_s = 72.0 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})$

مقدار ارتفاع الماء في الأنبوبة الشعرية : $(h = ?)$

نحن نعلم بأن العلاقة بين قوة التوتر السطحي (T_s) ومقدار ارتفاع الماء في الأنابيب الشعرية يمكننا أن نعبّر عنه بالعلاقة الرياضية :

$$h = \frac{T_s (2\cos\theta)}{\rho\, g\, r}$$

حيث (ρ) هي كثافة السائل، (g) تسارع الجاذبية الأرضية، (r) نصف قطر الأنبوب الداخلي، (θ) الزاوية التي يصنعها الشد السطحي مع جدار الأنبوبة الشعرية الخارجي.

وفي هذه الحالة $(\theta = 0^o)$

$$h = \frac{(72.0 \times 10^{-3}\, N.m^{-1})(2\cos(0))}{(1.0 \times 10^3\, kg.m^3)(9.8\, m.s^{-2})(12 \times 10^{-3}\, m)}$$

$$= 1.224 \times 10^{-3}\, m$$

$$= 1.224\, mm$$

مسألة (14.54) *Problem*

إذا كان الشد السطحي للبنزين يساوي $(28.9 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})$.

أوجد قطر الأنبوبة الشعرية التي يرتفع خلالها البنزين مسافة $(40 \times 10^{-2}\, m)$ وذلك في درجة حرارة الغرفة، إذا كانت زاوية التماس :

1- تساوي صفر.

2- تساوي (5°).

الحل *Solution*

الشد السطحي للبنزين : $(T_s = 28.9 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})$

مقدار ارتفاع البنزين : $(h = 40 \times 10^{-2}\, m)$

نصف قطر الأنبوب الداخلي : $(r = ?)$

كثافة البنزين : $(\rho = 0.9 \times 10^{-3}\, kg.m^{-3})$

-1
$$h = \frac{T_s\, 2\cos(\theta)}{\rho\, g\, r}$$

$$r = \frac{T_s\, 2\cos(\theta)}{h\, \rho\, g}$$

$$= \frac{(28.9 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})(\cos(0))(2)}{(40 \times 10^{-2}\, m)(0.9 \times 10^{+3}\, kg.m^{-3})(9.8\, m.s^{-2})}$$

$$= 1.638 \times 10^{-6}\, m$$

-2
$$r = \frac{T_s\, 2\cos(\theta)}{h\, \rho\, g}$$

$$= \frac{(28.9 \times 10^{-4}\, N.m^{-1})(\cos(5^o))(2)}{(40 \times 10^{-2}\, m)(0.9 \times 10^{3}\, kg.m^{-3})(9.8\, m.s^{-2})}$$

$$= 1.632 \times 10^{-6}\, m$$

وهكذا نجد بأنّ نصف القطر المغمور في البنزين كلّ مع ميلان الأنبوبة.

مسألة (14.55) *Problem*

تبلغ كثافة غاز النيتروجين عند الشروط القياسية من ضغط ودرجة حرارة $(1.25\, kg.m^{-3})$.

أوجد متوسط مربع سرعة جزيئات غاز النيتروجين.

ملاحظة : الشروط القياسية يكون الضغط فيها $(1.05 \times 10^{5}\, N.m^{-2})$ ودرجة الحرارة $(20^{\circ} C)$.

Solution الحل

كثافة غاز النيتروجين : $(\rho = 1.25 \times 10^{-3} kg.m^{-3})$

درجة الحرارة : $(T = 20°C)$

متوسط مربع سرعة الجزيئات : $(\bar{v}^2 = ?)$

من العلاقة الرياضية التي تربط بين الثابت العام للغازات (R) والكتلة المولرية (M) ودرجة الحرارة (T) نعلم بأنّ :

$$T = 20^o C + 273 = 293\ K$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3RT}{M}$$

$$= \frac{3(8.31\ J/mol.K)(293\ K)}{14.0067 \times 10^{-3} kg/mol}$$

$$= 5.215 \times 10^5 m^2/s^2$$

$$v_{rms} = 722.15\ m/s$$

مسألة (14.56) Problem

يبلغ متوسط طول المسار الحر لجزيئات غاز النيتروجين تحت الشروط القياسية $(8 \times 10^{-3} m)$، وكان عدد جزيئاته عند هذه الظروف $(2.4 \times 10^{25} mol.m^{-3})$، أوجد قطر جزيء النيتروجين.

Solution الحل

متوسط المسار الحر لغاز النيتروجين : $(\lambda = 8 \times 10^{-3} m)$

عدد جزيئات الغاز : $(N = 2.4 \times 10^{25} mol/m^3)$

قطر جزيء النيتروجين : $(d = ?)$

الشروط القياسية تعني : $(P = 1.01 \times 10^5 Pa)$

$(T = 300\ K)$

نحن نعلم بأن العلاقة بين متوسط المسار الحر لجزيئات الغاز (λ) وعدد الجزيئات (N) وحجم الغاز (V) وقطر جزيء الغاز (d)، يعبَّر عنها رياضياً بالمعادلة :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\, d^2 (N/V)}$$

ووفقاً للشروط القياسية يمكننا إيجاد حجم الغاز (V) من القانون العام للغازات :

$$PV = n\,R\,T$$

حيث (n) عدد المولات، (R) الثابت العام للغازات.

$$V = \frac{n\,R\,T}{P} = \frac{(1.0\ mol)(8.31\ J/mol.K)(300\ K)}{(1.01 \times 10^5\ Pa)}$$

$$= 2.47 \times 10^{-2}\ m$$

ولكننا نلاحظ أن المقدار (N/V) قد أعطي لنا من خلال نص المسألة.

$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\lambda\,\pi\,(N/V)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}(8 \times 10^{-3}\ m)(\pi)(2.4 \times 10^{25}\ mol/m^3)}$$

$$= 2.345 \times 10^{-24}\ m^2$$

$$d = 1.53 \times 10^{-12}\ m$$

مسألة (14.57) *Problem*

أوجد السرعة النهائية لذرة من التراب نصف قطرها $(10^{-5}\ m)$، وكثافتها $(2 \times 10^3\ kg\ m^{-3})$ في الهواء عند درجة الحرارة $(20^\circ C)$.

الحل Solution

باعتبار أن ذرات التراب جزيئات عالقة في الهواء، لهذا فإن متوسط الطاقة الحركية الانتقالية لها تساوي : $\left(\frac{3}{2}kT\right)$.

حيث (k) ثابت بولتزمان $= 1.38\times 10^{-23} J/K$

وهذه الطاقة تساوي متوسط الطاقة الحركية : $\frac{1}{2}m\bar{v}^2$

حيث تمثل (m) كتلة ذرة التراب والتي تساوي :

$$m = \rho V$$

$$= (2\times 10^{-3} kg.m^{-3})(\tfrac{4}{3}\pi\,(r^3))$$

$$= (2\times 10^{-3} kg.m^{-3})(\tfrac{4}{3}\pi\,(10^{-5} m)^3)$$

$$= 8.38\times 10^{-15} kg$$

$$\tfrac{3}{2}(1.38\times 10^{-23} J/K)(293\ K) = \tfrac{1}{2}(8.38\times 10^{-15} kg)\bar{v}^2$$

$$\bar{v}^2 = \left(\frac{1.213\times 10^{-2} J}{8.38\times 10^{-15} kg}\right) = 1.448\times 10^{-6} m^2/s^2$$

$$\bar{v} = 1.203\times 10^{-3} m/s$$

مسألة (14.58) Problem

يبلغ نصف القطر الداخلي لشريان أحد الكلاب $(4\times 10^{-3} m)$، حيث يتدفق الدم خلال هذا الشريان بمعدل $(10^{-6} m^3.s^{-1})$.

أوجد : 1- متوسط سرعة الدم وكذلك أقصى سرعة للدم خلال هذا الشريان.

2- تغير الضغط خلال $(0.1\ m)$ على طول هذا الشريان.

الحل Solution

نصف القطر الداخلي للشريان : $(R = 4 \times 10^{-3}\, m)$

معدل تدفق الدم : $(\overline{Q} = 10^{-6}\, m^3.s^{-1})$

1- إن متوسط سرعة الدم في هذه الحالة يعتمد على نصف القطر، أي بتعبير آخر يعتمد على المساحة التي يتدفق خلالها الدم. ونحن نعلم بأن معدل التدفق هنا يتضمن متوسط السرعة. أي أنَّ : $\overline{Q} = A\,\overline{v}$

ولكن المساحة (A) هي عبارة عن مساحة دائرة نصف قطرها هو نصف قطر الشريان الداخلي، أي أنَّ :

$$A = \pi R^2$$

$$= \pi\,(4 \times 10^{-3}\, m)^2$$

$$= 5.0265 \times 10^{-5}\, m^2$$

$$\overline{v} = \frac{\overline{Q}}{A} = \frac{(10^{-6}\, m^3.s^{-1})}{(5.0265 \times 10^{-5}\, m^2)}$$

$$= 0.1989\, m/s$$

$$= 19.89\, cm/s$$

وبما أن السرعة تعتمد على كلٍ من مساحة المقطع عكسياً ومعدل التدفق طردياً، وكذلك يعتبر معدل التدفق ثابتاً بينما مساحة المقطع متغيرة، إذاً نحصل على أقصى سرعة لتدفق الدم عندما تكون مساحة المقطع صغيرة جداً.

2- يمكننا أن نحسب تغير الضغط $(P_1 - P_2)$ خلال مسافة مقدارها $(0.1\, m)$ وذلك باستخدام طريقة العالم بوازيل، والتي تتلخص في المعادلة الرياضية :

$$\overline{Q} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\,\eta\, L}$$

حيث (η) هي لزوجة الدم عند درجة الحرارة $(37^{o}C)$ وهي تساوي :

$$\eta = 2.084 \times 10^{-3}\,\frac{N.s}{m^2}$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{(\bar{Q})(8\,\eta\,L)}{\pi\,R^4}$$

$$= \frac{(10^{-6}\,m^3.s^{-1})(8)(2.084 \times 10^{-3}\,N.s.m^{-2})(0.1\,m)}{\pi\,(4 \times 10^{-3}\,m)^4}$$

$$= 20.73\,N.m^{-2}$$

$$1.01 \times 10^5\,N.m^{-2} = 76\,cm.Hg$$

$$\Delta P = 20.73\,N.m^{-2} = x\,cm.Hg$$

$$\Delta P = x = \frac{(20.73\,N.m^{-2})(76\,cm.Hg)}{(1.01 \times 10^5\,N.m^{-2})}$$

$$= 0.0156\,cm.Hg$$

مسألة (14.59) *Problem*

خلال أنبوب نقل النفط الخام ذي مساحة المقطع الثابتة والمسار الأفقي ينخفض الضغط بين النقطتين فيه تبلغ المسافة بينهما $(1000\,m)$ بمقدار $(5.0N.m^{-2})$.

أوجد مقدار الفقدان في الطاقة للمتر المكعب الواحد من النفط ، خلال المتر الواحد.

الحل *Solution*

المسافة بين نقطتي انخفاض الضغط : $(1000\,m)$

مقدار انخفاض الضغط : $(5.0\,N.m^{-2})$

مقدار فقدان الطاقة للمتر المكعب الواحد من النفط = ؟

من الواضح أنّ : $\Delta P = 5.0\,\dfrac{N}{m^2}$

هو مقدار الانخفاض في الضغط وهو مقدار الانخفاض في الطاقة الكلية، وذلك خلال مسافة مقدارها $(1000\ m)$.

$$\frac{5.0\ N.m^{-2}}{1000\ m} = 5 \times 10^{-3}\ N.m^{-3}$$

هو مقدار الطاقة التي يتم فقدها خلال المتر المكعب الواحد من النفط في كل مسافة $(1.0\ m)$ يقطعها.

مسألة (14.60) *Problem*

ينساب الهواء فوق جناح الطائرة ذي المساحة (A) بسرعة (v_t) وينساب تحت الجناح بسرعة (v_u)، أثبت أن المقدار (L) لقوة الدفع إلى الأعلى المسلطة على الجناح تساوي :

$$L = \frac{1}{2}\rho\, A(v_t^2 - v_u^2)$$

حيث (ρ) هي كثافة الهواء.

الحل *Solution*

مساحة جناح الطائرة :	(A)
سرعة انسياب الهواء فوق جناح الطائرة :	(v_t)
سرعة انسياب الهواء تحت جناح الطائرة :	(v_u)
مقدار قوة الدفع إلى أعلى :	(L)
كثافة الهواء :	(ρ)

وبتطبيق معادلة برنولي على الجهتين فوق (top) وأسفل $(under)$ الجناح نجد أنّ :

$$P_t + \frac{1}{2}\rho\, v_t^2 + \rho\, g\, h_t = P_u + \frac{1}{2}\rho\, v_u^2 + \rho\, g\, h_u$$

$$\Rightarrow\ (P_u - P_t) = \frac{1}{2}\rho\,(v_t^2 - v_u^2) + \rho\, g\,(h_t - h_u)$$

وكما نعلم بأن قوة الدفع هي عبارة عن :

$$L = \Delta P\, A$$

$$L = (P_u - P_t)\, A = \frac{1}{2} \rho\, A\, (v_u^2 - v_t^2) + \rho\, g\, A\, (h_t - h_u)$$

وبملاحظة أن الطرف الثاني على الجهة اليمنى للمعادلة مضروباً بالمقدار $(h_t - h_u)$ وهو عبارة عن سماكة جناح الطائرة وهو مقدار ضئيل عند مقارنته مع الطرف الأول؛ لذا فإننا نستطيع التعبير عن قوة الدفع (L) على النحو المطلوب.

$$L \approx \frac{1}{2} \rho\, A\, (v_t^2 - v_u^2)$$