الباب الخامس

انتقال الحرارة بالحمل

Chapter Five

Heat Transfer
By
Convection

5.0 مقدمة Introduction

إن الحمل هو انتقال الحرارة بواسطة حركة الكتلة لمائع مثل الهواء أو الماء عندما يجبر مائع ساخن على التحرك بعيدا عن مصدر الحرارة حاملا معه الطاقة الحرارية.يظهر الحمل فوق سطح ساخن بسبب تمدد الهواء حيث يصبح أقل كثافة ويرتفع وفقا لذلك.الماء الساخن يرتفع بنفس الطريقة حيث يصبح أقل كثافة من الماء البارد مما يسبب حدوث تيارات الحمل التي تنقل الطاقة.

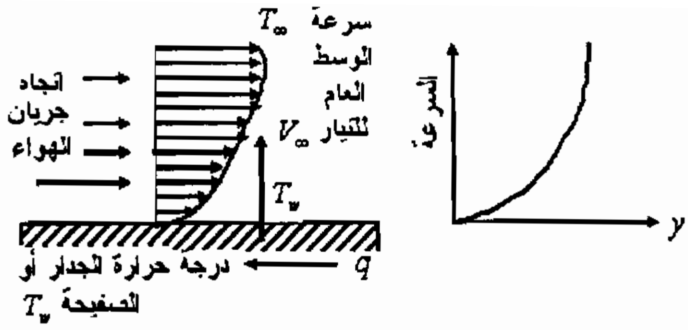
من المعلوم منطقيا أنه إذا تم وضع صفيحة معدنية ساخنة في تيار هوائي يقوم بتوليد برودة فإن هذا المعدن سيبرد بسرعة أكبر من المعدن الموضوع في تيار هوائي ساكن.

من ذلك يتبين أن معدل انتقال الحرارة بالحمل في الحالة الأولى أكبر من معدل انتقال الحرارة بالحمل في الحالة الثانية لذلك يمكن تصنيف الحمل إلى نوعين هما:-

1- الحمل الطبيعي Natural Convection
2- الحمل القسري أو الإجباري Forced Convection

ودائما تكون معدلات انتقال الحرارة في حالة الحمل القسري أكبر من معدلات انتقال الحرارة في حالة الحمل الطبيعي.

الشكل 5 – 1 يوضح صفيحة ساخنة موضوعة في تيار هوائي وأن هذا الشكل يمثل صورة مكبرة جدا لطبقات الهواء الملاصقة للجدار أو سطح الصفيحة.



الشكل 5 - 1

ولحساب معدل انتقال الحرارة بالحمل نستخدم القانون التالي والذي يسمى بقانون نيوتن للتبريد.

$$\boxed{q = h\,A(T_w - T_\infty) \quad (1-5)}$$

حيث أن:

q = معدل انتقال الحرارة بالحمل ووحداتها W.

A = المساحة السطحية ووحداتها m^2.

h = معامل انتقال الحرارة بالحمل ووحداته $W/m^2.°C$

T_∞ = درجة حرارة الوسط العام.

T_w = درجة حرارة الجدار.

علماً أن معامل انتقال الحرارة h يتغير مع درجة الحرارة أي أن:-

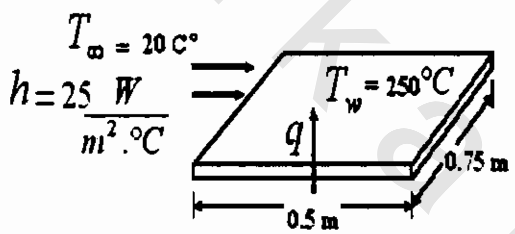
$$h = f(\rho, C_p, \mu)$$

مثال 5 – 1: تيار هوائي عند درجة حرارة 20 C° يجري على صفيحة أبعادها 75 X 20 سم وبدرجة حــرارة 250 °C.فإذا علمت أن معامل انتقال الحرارة بالحمل يساوي $25\,W/m^2.°C$.أحسب معدل انتقال الحرارة بالحمل المفقودة من الصفيحة.

الحل:

إن معادلة انتقال الحرارة بالحمل من الصفيحة هي:

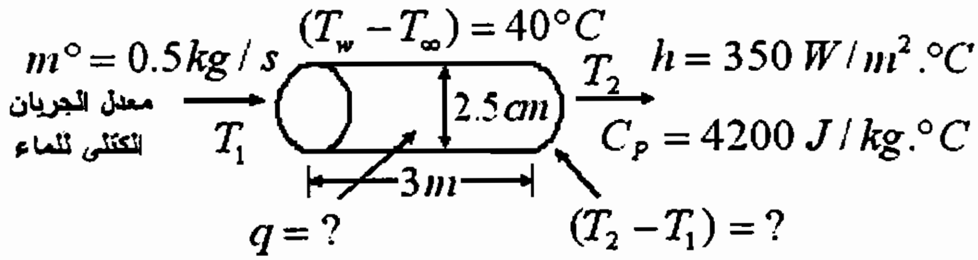
$$q = h\,A(T_w - T_\infty)$$



$$\because q = h\,A(T_w - T_\infty)$$
$$\therefore\ q = (25)(0.5)(0.75)(250-50)$$
$$\therefore\ q = 2156\,W$$

مثال 5–2: مـــاء يجري بمعدل جريـــان كتلي مساوي إلى 0.5 كجم / ثانية في أنبوب بقطر 2.5 سم وبطول 3 سم.تم تســـليط فيض حراري ثابت على جدران الأنبوب بحيث كان الفرق بين درجة حرارة الجدار والماء في أي نقطة وعلى طول الأنبوب مساويا إلى 40 م°.فإذا علمت أن معامل انتقال الحرارة للماء يساوي $350\,W/m^2.°C$ والحرارة النوعية للماء $C_p = 4200\,J/kg.°C$.
أحســب كمية الحرارة المفقودة من الجدار ومقدار الارتفاع الحاصل في درجة حرارة الماء نتيجة لمروره في هذا الأنبوب.

الحل:



الحرارة المفقودة بالحمل يمكن حسابها من المعادلة التالية:-

$$q = h\,A(T_w - T_\infty)$$

إن المساحة السطحية للأسطوانة أو الأنبوب هي $2\pi d L$ وعلى هذا الأساس فإن الحرارة المفقودة تحسب كما يلي:-

$$q = (350)(\pi)(0.025)(3)(40)$$
$$\therefore q = 3298.67\ W$$

إن الحرارة المفقودة = الحرارة المكتسبة = $3298.67\ W$ أو أن:-

$$q = m°\,C_P\,(T_2 - T_1)$$

وهذا يعني أن:

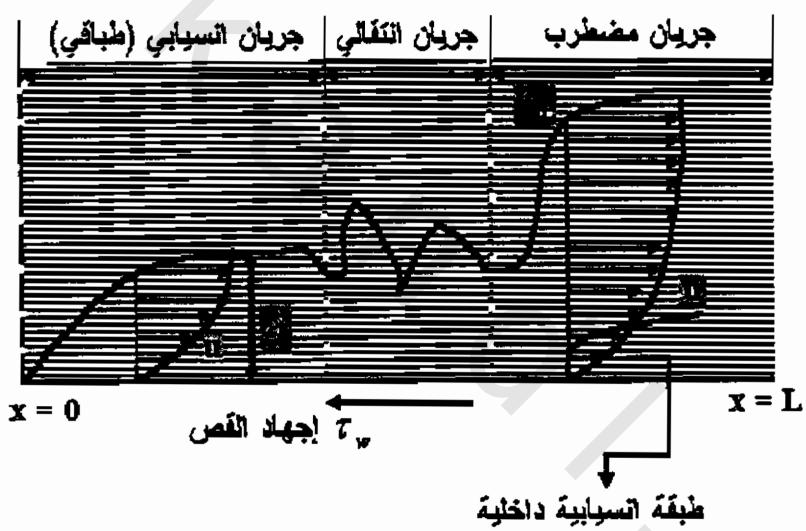
$$T_2 - T_1 = \frac{q}{m°.C_P} = \frac{3298.67}{(0.5)(4200)} = 1.571\ °C$$

2.5 الطبقة الهيدروديناميكية Hydrodynamic Layer

إن موضوع الحمل يبحث في الأساس الطرق المختلفة لحساب قيم معاملات انتقال الحرارة لمختلف الأنظمة ذات الأشكال الهندسية المختلفة.ولنأخذ على سبيل المثال الشكل التالي(5 – 2) والذي يمثل جريان مائع معين سواء كان غاز أو سائل على سطح صفيحة مستوية.

تعرف الطبقة الهيدروديناميكية وفي بعض المراجع الطبقة الحدية أو ما يصطلح على تسميته بألـ (Boundary Layer) بأنه تلك الطبقة التي يحدث فيها تدرج في السرعة باتجاه المحور وهذا يعني أن:-

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \qquad (2-5)$$



الشكل (5 - 2) الطبقة الهيدروديناميكية

أو:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (3-5)$$

حيث أن: u_∞ = سرعة الوسط العام وهي ثابتة وتدعى أيضا السرعة في التيـــار الحر.

u = سرعة الطبقة وهي متغيرة.

τ_w = إجهاد القص عند الجدار.

δ = سمك الطبقة الحدية أو المتاخمة.

μ = ثابت وتـــدعى باللزوجـــة الديناميكيـــة dynamic viscosity

وتقاس بوحدات $(\frac{kg}{m.\sec})$ أو $(\frac{N.Sec}{m^2})$ أو $(\frac{Ib}{ft.\sec})$.

إن المعادلة(5 – 3) تبين بأنه كلما كان إجهاد القص عاليا، كلما كان تدرج السرعة باتجاه المحور أعلى.

3.5 ظاهرة جريان الموائع Fluid Flow Phenomenon

يمكن تصنيف حركة أو تدفق الموائع إلى تدفق لزج viscous flow وتدفق غير لزج non – viscous flow وأيضا إلى طباقي ومضطرب ويمكـــن أن يكـــون التدفق قابلا للانضغاط compressible أو غير قابل للانضغاط.

إن العالم رينولدز Reynolds هو أول من أدرك أن هناك سرعة حرجة والتـــي عندها يتغير القانون الذي يربط كل من الفقد في طاقة الـــضغط والـــسرعة فـــي الأنابيب من خلال تجربته الشهيرة(المسار الملون Colored Path) واستنتج منها أن هناك قيمة معينة للســـرعة أطلق عليها السرعة الحرجة Critical Velocity والتي يكون الجريان رقائقي Laminar في السرع الأقل من تلك السرعة الحرجة

ومضطربا Turbulent في السرع الأعلى منها وأستطاع أن يعمم تلــك النتــائج على شكل رقم عديم الوحدات Dimensionless وقد أطلق على هذا الرقم عــدد رينولدز Reynolds Number , N_{Re} وهو الذي تمثله المعادلة التالية:-

$$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} \qquad (4-5)$$

حيث أن: N_{Re} = عدد رينولدز عديم الوحدات.

ρ = كثافة المائع بوحدات(kg/m^3) أو(gm/cm^3) أو(Ib/ft^3)

d = قطر الأنبوب بوحدات m أو cm أو ft .

$\bar{u}$ = متوسط سرعة المائع على طول مقطع الأنبوب(m/sec).

μ = لزوجة المائع ($\frac{kg}{m.\sec}$) أو($\frac{Ib}{ft.\sec}$).

إن عدد رينولدز هو المعيار الذي يحدد من خلاله نوعية الجريان هل هو انسيابي أم مضطرب ويعرف عدد رينولدز بأنه " النسبة بين قوة القصور الذاتي إلى قــوة القص اللزج المؤثرة على الحجم ".

وحيث أن قوة القصور الذاتي = الكتلة x العجلة (mass x acceleration)

أما قوة القص اللزج = إجهاد القص x المساحة (Shear Stress x Area).

$$\therefore N_{Re} = \frac{Inertia\ Force}{Viscous\ Shear\ force} = \frac{\rho.L^2.u^2}{\mu.L.u} = \frac{\rho.u.L}{\mu}$$

وعلى أساس عدد رينولدز يمكن تقسيم الجريان إلى:

1.3.5 الجريان الرقائقي أو الانسيابي الطبقي Laminar Flow

عندما تكون قيمة عدد رينولدز صغيرة ($2100 > N_{Re}$) يكون المائع متحركا بانزلاق رقائقي ذات سمك متناهي في الصغر بالنسبة إلى الطبقات المجـاورة أي أن الجسيمات تتحرك في مسارات محددة وملحوظة فنلاحظ أن جميـع جزيئـات المائع تبدأ في الانسياب بسرعة منتظمة واحدة وذلك لأنها كانت في حالة السكون ولكن الطبقة المتاخمة لجدار الأنبوب تظل السرعة فيها مساوية لسرعة الجدار أي أن:(u = صفر) وبعدها يحدث التدفق الانسيابي للسائل القريب من جدار الأنبوب وتبقى جميع ظروفه ثابتة مع الزمن.

2.3.5 الجريان الانتقالي من الانسيابي إلى المضطرب
Transition from Laminar Flow to Turbulent Flow

وهي حالة الانتقال من الجريان الانسيابي أو الطبقي إلى الجريان المضطرب وفي هذه الحالة يكون عدد رينولدز في المدى($4000 > N_{Re} > 2100$).تسمى السرعة التي يتحول عندها الجريان بالسرعة الحرجة ويدعى عدد رينولدز المحسوب عند تلك السرعة بعدد رينولدز الحرج Critical Reynolds Number.

3.3.5 الجريان الدوّامي أو المضطرب Eddy or Turbulent Flow

يتميز هذا النوع من الجريان بأن حركة الجسيمات فيه غير منتظمة بشكل كبير وتحدث دوامات وحركة خلط شديد في المائع أثناء الجريان وتكون قـوى القـص

غير كافية لإزالة تأثير أي انحراف في الوضع الأول لحركة الجسيم وتكون القيمة العددية لعدد رينولدز في مدى أكبر من 4000 ($N_{Re} > 4000$).وهناك أنواع أخرى من الجريان داخل الأنابيب هي:

A - الجريان المنتظم Uniform Flow

وفي هذا النوع من الجريان تكون فيه السرعة للنقاط المتناظرة في القطاعات المختلفة من المجرى أو التيار متساوية وكذلك منحني توزيع السرعة وأيضا متوسط السرعة أي أن السرعة تكون ثابتة على طول المجرى.

B - الجريان غير المنتظم Non – Uniform Flow

في هذا النوع يكون قطاع المجرى متغيرا من موقع لآخر والتصرف ثابت وبالتالي سوف تتغير السرعة من قطاع لآخر وعند ذلك ينتج هذا النوع من الجريان.

C - الجريان المستقر Steady Flow

في هذا النوع لا تتغير السرعة في المقطع الواحد مع مرور الزمن ومثال على هذا النوع من الجريان إناء فيه فتحة جانبية(orifice) وارتفاع السائل فيه ثابت عند مستوى معين.

D - الجريان غير المستقر Unsteady Flow

في هذا النوع تكون السرعة للموائع داخل الأنابيب غير ثابتة مع الزمن ومثال على ذلك حالة تفريغ إناء به سائل بواسطة فتحة جانبية.

4.5 الطبقة المتاخمة والجريان في الأنابيب

Boundary Layer and Flow inside Pipes

تبدأ الطبقة المتاخمة الحدية بالنشـــوء أولا والتي قد تتحول إلى طبقة متاخمة مضطربة حســب تــأثير قوى اللزوجة وقوى القصور الــذاتي وإذا كان الجريان طباقيا في الأنبوب، فستبقى الطبقة المتاخمة من النوع الطباقي أما إذا كـــان عـــدد رينـولدز يــزيد عن 2100 فســتتحول إلى طبقة مضطربة وبعد اكتمال الطبقة المتاخمة تثبت ظروف الجريان فيكون تام التكـــوين Fully Developed Flow والذي يتضمن ويوصف بمنحني سرعة معين ويعتمد شكل المنحني علـــى نـــوع الجريان فمثلا قد يكون منحني قطع مكافئ للجريان الانسيابي.ونظريا يعد البعـــد الذي تتكامل عنده الطبقة المتاخمة مســـاويا إلى 120 مرة بقدر قطر الأنبوب أي (120 d) في حالة الجريان الانســيابي و(60 d) في حـــالة الجريان المضطرب ويسمى هذا البعد بطول المدخل Entry Length حيث تبلغ السرعة عنده 99 % من السرعة القصوى في نقطة على امتداد خط مركز الأنبوب وكما موضح فـــي الشكل(5 – 4).

الشكل (5 - 4)

تطور جريان الطبقة الحدية في الأنابيب

ولتحديد نوع الطبقة على سطح مستوي يجب حساب عدد رينولدز كما يلي:–

$$N_{\mathrm{Re}x} = \frac{u_\infty \; x}{\gamma} = \frac{\rho \; u_\infty \; x}{\mu} \qquad (5-5)$$

حيث أن γ = اللزوجة الكينماتيكية = $\frac{\mu}{\rho}$ و N_{Rex} = رقم رينولدز علـــى ســطح مستوي.

يمكن اعتبار الجريان على السطح المستوي انسيابي إذا كان رقم رينولدز أصغر من القيمة 5×10^5 ومضطربا إذا كان رقم رينولدزN_{Rex} أكبر من 5×10^5 أما في حالة الجريان داخل الأنابيب والقنوات المغلقة فإن الأمر سيكون بالشكل التالي:

$$N_{\mathrm{Re}d} = \frac{\rho \; \bar{u} d}{\mu} \qquad (6-5)$$

حيث أن N_{Red} = عدد رينولدز داخل الأنبوب أو القناة و $\bar{u}$ متوسط سرعة جريان المائع داخل الأنبوب.أما كتلة الجريان داخل الأنبوب فيمكن حسابها مــن معادلـــة الاستمرارية بالشكل التالي:-

$$m^\circ = \rho \bar{u} \; A \qquad (7-5)$$

حيث أن m° = كتلة الجريان للمائع بوحدات (كجم / ثانية) أو (باوند / ثانية).

5.5 متوسط السرعة ومعادلة الطاقة الميكانيكية
Mean Velocity and Mechanical Energy Equation

إن بعض الأشكال البسيطة من المعادلات التفاضلية الخاصة بجريان الموائع قد تم دراستها في ميكانيكا الموائع سابقا وهناك معادلات وصفت سلوك الموائع خلال جريانها في مختلف الأنابيب والقنوات ومعادلة Navier – Stokes هي المعادلة الأكثر شيوعا للموائع ذات الكثافة واللزوجة الثابتة.إن الموازنة المادية تعطي علاقة مهمة خاصة بالجريان خلال أنبوب معين حيث أن حدوث ذلك الجريان لا يمكن أن يقع عبر جدار الأنبوب لذلك فإن الجريان الكتلي إلى الأنبوب خلال زمن محدد يجب أن يكون مساويا لمعدل الجريان الكتلي خارج الأنبوب.وإذا كان الجريان خلال أنبوب يقع جزئيا أو كليا خلال الطبقة الحدية التي تتواجد فيها إجهادات القص فإن السرعة الموقعية سوف تتغير من نقطة لأخرى وخلال مساحة مقطعية معينة كما يوضح ذلك الشكل(5-5) ولهذا يكون من المهم التفريق بين السرعة الموقعية Local Velocity ومتوسط السرعة Mean Velocity وإذا تم تسخين المائع فإن كثافته ستتغير أيضا من نقطة لأخرى خلال المقطع الواحد.

الشكل (5 - 5)

جريان المائع خلال أنبوب متغير من حيث مساحة المقطع

ومن أعلاه نستنتج أن:

$$\frac{\rho_a\, u_a}{\rho_b\, u_b} = \frac{S_b}{S_a} = \left(\frac{d_b}{d_a}\right)^2 \qquad (7-5)$$

أما سرعة الجريان الكتلي G فتحسب من المعادلة التالية:

$$\bar{u}\,\rho = \frac{m^\circ}{S} \qquad (8-5)$$

والتي تقاس في النظام العالمي بوحدات ($kg / m^2.sec$) وفي النظام الإنجليزي تقاس بوحدات ($Ib / ft^2.sec$).إن G لا تعتمد على درجة الحرارة والضغط عندما يكون الجريان مستقر والمقطع المساحي ثابت.

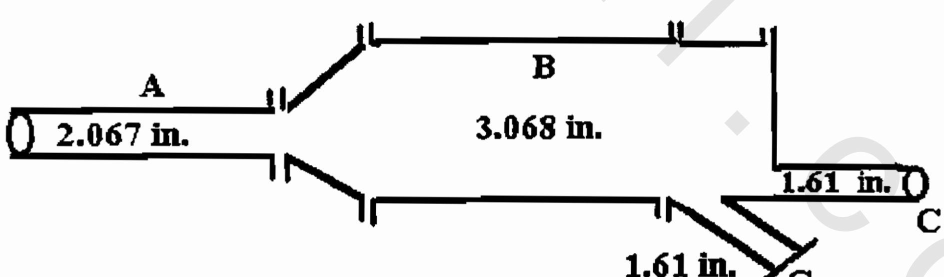
مثال 5 – 3: يجري بترول خام ذو كثافة نوعية 0.887 عند درجة حرارة 60° F خلال المقطع المبين في الشــكل أدناه.إن قطر الأنبوب A هو .in 2.067 وقطر الأنبوب B هو .in 3.068 وقطر الأنبوب C هو.in 1.61 معدل الجريان الحجمي للبترول داخل الأنابيب الثلاثة ثابت ويساوي 30 gal /min.أحسب ما يلي:

1 – كتلة الجريان خلال كل أنبوب.

2 – متوسط سرعة الجريان الخطية خلال كل أنبوب.

3 – سرعة الجريان الكتلية خلال كل أنبوب.

الحل:



(1) المساحة المقطعية للأنبوب A = $\frac{\pi}{4}\left(\frac{2.067}{12}\right)^2$ = 0.0233 قدم مربع.

المساحة المقطعية للأنبوب B = $\frac{\pi}{4}\left(\frac{3.068}{12}\right)^2$ = 0.0513 قدم مربع.

المساحة المقطعية للأنبوب C = $\frac{\pi}{4}\left(\frac{1.61}{12}\right)^2$ = 0.01414 قدم مربع.

كثافة المائع ρ = الكثافة النوعية للمائع x كثافة الماء عند نفس درجة الحرارة

وبما أن كثافة الماء عند درجة حرارة 60 ° F = 62.37 Ib / ft^3

إذن كثافة البترول = 0.887 x 62.37 = 55.3 باوند / قدم مكعب.

وبما أن كل قدم مكعب = 7.48 جالون.

إذن نحسب معدل الجريان الحجمي للمائع داخل الأنبوب Q بالشكل التالي:-

$$Q = \frac{(30)\,(60)}{7.48} = 240\ \frac{ft^3}{hr}$$

كتلة الجريان خلال الأنابيب هي: m° = (240.7) (55.3) = 13300 باوند/ساعة

وهذه ثـــابتة بنفس المقدار في كل من الأنبوبين A و B.أما في الأنبوب C فيوجد منه مقطعان في الشـــكل ولذلك فإن كتلة الجريـــان خلال كل من الأنبوبين C هي نصف كتلة الجريان في الأنابيب الأخرى.

أي أن كتلة الجريان خلال الأنبوب C = $\frac{13300}{2}$ = 6650 باوند/ساعة.

(2) نحسب متوسط السرعة خلال كل أنبوب بالطريقة التالية:

$$\bar{u}_a = \frac{(240.7)}{(3600)(0.0233)} = 2.87\ \frac{ft}{sec}$$

$$\bar{u}_b = \frac{(240.7)}{(3600)(0.0513)} = 1.3\ \frac{ft}{sec}$$

$$\bar{u}_c = \frac{(240.7)}{(3600)(0.01414)(2)} = 2.36\ \frac{ft}{sec}$$

(3) يمكن حساب سرعة الجريان الكتلي خلال الأنابيب A , B و C كما يلي:-

$$G_A = \frac{(13300)}{(0.0233)} = 571000 \frac{Ib}{hr.ft^2} \quad , \quad G_B = \frac{(13300)}{(0.0513)} = \frac{Ib}{hr.ft^2}$$

$$G_C = \frac{(6650)}{(0.01414)} = \frac{Ib}{hr.ft^2}$$

بالعودة إلى المعادلة العامة للطاقة الميكانيكية(معادلة Bernoulli) نجد أن:-

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{g}{g_C} z_a + \frac{\bar{u}_a^2}{2g_C} = \frac{P_b}{\rho} + \frac{g}{g_C} z_b + \frac{\bar{u}_b^2}{2g_C} + h_f \qquad (9-5)$$

حيث أن: P_a و P_b هما الضغوط في النقطتين a و b على التوالي بوحدات $(\frac{Ib_f}{ft^2})$ أو $(\frac{N}{m^2})$.

z_a و z_b = الارتفاع عن مستوى سطح الأرض في النقطتين a , b على التوالي(م) أو(قدم).

g = عجلة الجاذبية الأرضية بوحدات $(\frac{ft}{\sec^2})$ أو $(\frac{m}{\sec^2})$.

g_c = معامل التناسب لقانون نيوتن للحركة = $32.174 \frac{Ib_m.ft}{Ib_f.\sec^2}$ أو 1.

$\bar{u}_a , \bar{u}_b$ = متوسط السرعة عند النقطتين a , b بوحدات$(\frac{m}{\sec})$ أو $(\frac{ft}{\sec})$.

h_f = الخسائر الناجمة عن الاحتكاك بوحدات $(\frac{Ib_f - ft}{Ib_m})$ أو $(\frac{J}{kg})$.

1.5.5 عمل المضخة في معادلة برنوللي
Pump Work in Bernoulli's Equation

تعمل المضخة على زيادة الطاقة الميكانيكية للمائع الجاري وإبقاء معدل الجريان ثابتا وتزويده بالطاقة الحركية المطلوبة وتساهم أيضا في تقليل الخسائر الناجمة عن الاحتكاك وفي بعض الحالات إنشاء طاقة الوضع(Potential Energy).
وعلى هذا الأساس تعدل المعادلة(5 – 9) لتصبح بالشكل التالي:

$$\frac{P_a}{\rho}+\frac{g}{g_C}z_a+\frac{\bar{u}_a^2}{2g_C}+\eta\, W_P=\frac{P_b}{\rho}+\frac{g}{g_C}z_b+\frac{\bar{u}_b^2}{2g_C}+h_f \qquad (10-5)$$

حيث أن η هي كفاءة المضخة و W_P هو الشغل المنجز($\frac{lb_f-ft}{lb_m}$) أو($\frac{J}{kg}$).

2.5.5 معامل الاحتكاك Friction Factor

يشار إليه بالرمز f ويعرف بأنه النسبة بين إجهاد القص إلى حاصل ضرب الكثافة في السرعة القصوى أي أن:

$$\text{معامل الاحتكاك}=f=\frac{\text{إجهاد القص}}{(\text{السرعة القصوى})\,(\text{الكثافة})}=\frac{2g_c\,\tau}{\rho\,\bar{u}} \qquad (11-5)$$

ومن العوامل المؤثرة على معامل الاحتكاك:-

1- الخصائص الفيزيائية للمائع مثل اللزوجة والكثافة وسرعة ونمط الجريان.

2- نوع مادة الأنبوب أو القناة Pipe Material.

3- قطر الأنبوب الناقل للمائع Pipe Diameter.

4- تأثير خشونة الأنبوب Pipe Roughness.

5- تأثير التوصيلات أو الوصلات بين الأنابيب.

ويمكن حساب قيمة معامل الاحتكاك بالعودة إلى الأشكال الخاصة بالعلاقة بين عدد رينولدز ومعامل الاحتكاك.لقد قام العالمان Stanton و Pannel بقياس هبوط الضغط الناتج عن الاحتكاك لعدد من الموائع التي تجري في أنابيب مختلفة الأقطار وقد تبين أن هناك علاقة بين معامل الاحتكاك وعدد رينولدز في مناطق الجريان المختلفة وقد وجد أنه في منطقة الجريان الانسيابي أن معامل الاحتكاك هو دالة لعدد رينولدز وفي منطقة الجريان المضطرب أن معامل الاحتكاك هو دالة لعدد رينولدز والخشونة النسبية للأنبوب كما يوضحها الشكل(5 – 6)في نهاية الباب الخامس ويمكن الإستعاضة عن الأشكال بمعادلات خاصة للحالات التالية:

لجميع أنواع الأنابيب في حالة الجريان الانسيابي أو الطبقي فإن معامل الاحتكاك يحسب من العلاقة التالية:

$$f = \frac{16}{N_{\mathrm{Re}}} \qquad , \quad N_{\mathrm{Re}} < 2100 \quad (12-5)$$

وفي حالة الجريان المضطرب يمكن حساب قيمة معامل الاحتكاك من العلاقة:

للأنابيب الحديدية الملساء:-

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2.5\ln\left(N_{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{f}{8}}\right) + 1.75 \quad (13-5)$$

وللأنابيب الحديدية الخشنة يمكن حساب معامل الاحتكاك من العلاقات:-

$$f = 0.0014 + \frac{0.125}{N_{\mathrm{Re}}^{0.32}} \quad (14-5)$$

والتي تستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى (3,000 – 3,000,000) و:

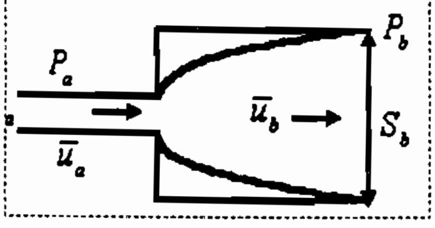
$$f = 0.046\ N_{\mathrm{Re}}^{-0.2} \qquad (15-5)$$

والتي تستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى (50,000 – 1,000,000).

3.5.5 الخسائر في الاحتكاك نتيجة التوسع أو الانقباض في الأنابيب.
Friction loss Due to Expansion or Contraction in Pipes

إذا تغير المقطع المساحي لأنبوب أو قناة فجأة فسوف ينفصل المائع الجاري عن جدار القناة ويكون على شكل نقطة خلال المقطع (الأكبر مثلا) حيث تتوسع تلك النقطة لتملأ كامل مساحة المقطع للأنبوب أو القناة الأكبر.إن الفراغ بين نفثة التوسع وجدار الأنبوب أو القناة سوف تملأ من خلال خصائص الحركة الدوامية وسينتج عن هذا نوع من الاحتكاك كما موضح في الشكل أدناه.

إن الخسائر في الاحتكاك نتيجة توسع فجائي h_{fe} تتناسب مع انحدار السرعة للمائع خلال القناة الصغيرة ويمكن التعبير عنه بالصورة التالية:

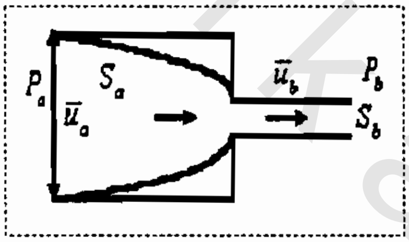


$$h_{fe} = K_e \frac{\bar{u}_a^2}{2g_c} \qquad (16-5)$$

حيث أن K_e = ثابت التناسب ويسمى معامل خسارة الاحتكاك نتيجة التوسع و $\bar{u}_a$ متوسط السرعة خلال المقطع الصغير.يحسب K_e من المعادلة التالية:-

$$K_e = \left(1 - \frac{S_a}{S_b}\right)^2 \qquad (17-5)$$

حيث أن S_a هي مساحة المقطع الصغير و S_b مساحة المقطع الكبير.
أما في حالة الانقباض فإن المعادلة (5 - 17) تصبح:



$$h_{fc} = K_c \frac{\bar{u}_b^2}{2g_c} \qquad (18-5)$$

حيث أن h_{fc} تمثل الخسائر في الاحتكاك نتيجة الانقباض في الأنبوب أو القناة و K_c هو معامل الخسائر في الاحتكاك نتيجة الانقباض ويحسب من المعادلة التالية في حالة الجريان المضطرب:-

$$K_c = 0.4\left(1 - \frac{S_b}{S_a}\right) \qquad (19-5)$$

أما في حالة الجريان الانسيابي فإن قيمة K_c هي أقل من 0.1.

وفي حالة وجود توصيلات أو ملحقات مع الأنابيب مثـل الأكـواع Elbows أو الصمامات Valves أو الوصلات الثلاثيةTees فإن معادلة الخسارة في الاحتكاك سوف تكتب بالشكل التالي:-

$$h_{ff} = K_f \frac{\bar{u}_a^2}{2g_c} \qquad (20-5)$$

حيث أن h_{ff} هي الخسائر في الاحتكاك نتيجة التوصيلات Fittings و K_f معامل الخسارة في الاحتكاك للتوصيلة ويتم حسابه من الجدول(5 – 1) أدناه.

وعلى هذا الأساس تعدّل المعادلة العامة للطاقة الميكانيكية لتصبح بالصورة التالية:

$$\frac{P_a - P_b}{\rho} + \frac{g}{g_c}(z_a - z_b) + \eta\, W_p = \left(4\,C_f \frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f\right)\frac{\bar{u}^2}{2\,g_c} \qquad (21-5)$$

جدول (5 - 1) قيم K_f لتوصيلات الأنابيب

قيمة K_f	نوع الملحق أو التوصيلة	
	الأسم الأجنبي	الأسم العربي
10.0	Globe Valve	صمام كروي
0.2	Gate Valve	صمام بوابة
1.8	Tee	وصلة ثلاثية
0.9	Elbow 90 °	كوع ° 90
0.4	Elbow 45 °	كوع ° 45

أما قيمة الخسائر الكلية في الاحتكاك فتحسب من المعادلة التالية:-

$$h_f = \left(4\,C_f\,\frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f \right) \frac{\bar{u}^2}{2\,g_c} \qquad (22-5)$$

<u>مثال 5 – 4</u>: تم تصريف بترول خام كثافته $928\ kg/m^3$ ولزوجة $4 \times 10^{-3} \frac{kg}{m.s}$ من قعر خزان مفتوح للجو. إن عمق السائل داخل الخزان فوق خط التصريف 6 m وقطر أنبوب التصريف 3.068 .in وطوله 45 m ويحتوي على 2 صمام بوابة وكوع واحد °90. يتم التصريف إلى مستودع ينخفض بمقدار 9 m عن خط سحب الخزان. أحسب معدل الجريان الحجمي للبترول المتدفق خلال أنبوب التصريف مقدرا بالمتر المكعب لكل ساعة.

<u>الحل</u>: من الجدول(5 – 1) نوجد قيم K_f للتوصيلات الموجودة في المسألة وكما يلي $\therefore \sum K_f = 0.9 + 2\,(0.2) = 1.3$ وبالعودة إلى معادلة الطاقة الميكانيكية نجد أن $\frac{\bar{u}_b^2}{2} + h_f = g\,(z_a - z_b) = 9.80665\,[6-(-9)] = 147.1\,\frac{m^2}{\sec^2}$

نلاحظ هنا عدم وجود مضخة وأن السرعة الأولية للمائع هي صفر وبما أن الخزانين مفتوحان للجو لذلك لن توجد الصيغ الخاصة بالضغوط وحيث أن قيمة g_c في نظام الوحدات العالمي هي 1 لذلك تختصر المعادلة(5 – 9) إلى الصيغة أعلاه.

ولعدم وجود توسع في المجرى فلا توجد خسائر في الاحتكاك نتيجة ذلك ولأن المائع الجاري لا يدخل إلى حيز فراغ أكبر لذلك فإن K_e = صفر و $K_c = 0.4$ و ذلك لأن النسبة بين المساحتين(S_b / S_a) صغير جدا(S_a أكبر بكثير من S_b).

$$d = \frac{3.068}{12} = 0.256\ ft = 0.0779\ m$$

$$\therefore h_f = \left(4\,C_f\,\frac{L}{d} + K_e + K_c + \sum K_f\right)\frac{\bar{u}^2}{2\,g_c}$$

$$= \left(\frac{(4)\,(45)\,C_f}{(0.0779)} + 0.4 + 1.3\right)\frac{\bar{u}_b^2}{2} = \left(2311\ f + 1.7\right)\frac{\bar{u}_b^2}{2} \quad (I)$$

وبتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة الطاقة الميكانيكية المختصرة نحصل على

$$\therefore \frac{\bar{u}_b^2}{2} + (2311\,C_f + 1.7)\,\frac{\bar{u}_b^2}{2} = 147.1$$

$$\frac{\bar{u}_b^2}{2}(1 + 2311\,C_f + 1.7) = 147.1 \Rightarrow \therefore \bar{u}_b^2 = \frac{294.2}{2311\,C_f + 2.7} \quad (II)$$

إن عدد رينولدز يحسب من المعادلة التالية:-

$$N_{\mathrm{Re}} = \frac{(0.0779)\,(928)\,\bar{u}_b}{(0.004)} = 18073\ \bar{u}_b \qquad (III)$$

لأن الأنبوب أملس وعدد رينولدز غير معروف فإن قيمة ثابت الخشونة k يساوي 0.00015 لذلك قيمة معامل الخشونة $\frac{k}{d} = \frac{(0.3048)(0.00015)}{(0.0779)} = 0.00059$.

إن حل المعادلتين (II) و(III) يكون بطريقة الخطأ والـصواب Trial & Error وذلك بفرض قيمة لمتوسط السرعة $\bar{u}_b$ وتعويضها في المعادلة(III) وحساب قيمة

عدد رينولدز ثم استخراج قيمة C_f من الشكل(5 – 6) وتعويضها في المعادلة(II) وحساب قيمة $\bar{u}_b$ المعدلة وهكذا لغاية الوصول إلى القيمة الصحيحة لـ $\bar{u}_b$ والحسابات ملخصة في الجدول أدناه.

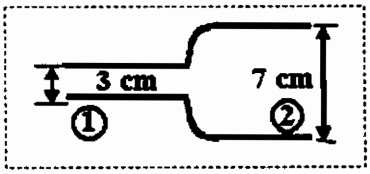
$\bar{u}_b$ المعدلة	معامل الاحتكاك C_f	$N_{\mathrm{Re}}\ x10^{-4}$	$\bar{u}_b$ المفترضة
4.34	0.0056	7.23	4.00
4.37	0.0055	7.84	4.34
4.37	0.0055	7.4	4.37

إن معدل الجريان الحجمي للبترول على هذا الأساس يساوي:-

$$75\,\frac{m^3}{\sec} = (0.00447\ m^2)(3600\,\frac{\sec}{hr})(4.37\,\frac{m}{\sec}) = Q$$

<u>مثال 5 – 5</u> : ماء عند درجة حرارة 20 °C وبمعدل جريان كتلي 8 kg/s يجري خلال أنبوب ذو توسع مفاجئ كما موضح في الشكل فإذا كان قطر الأنبوب لجهة التخصر هو 3 cm وفي جهة التوسع 7 cm أحسب مقدار الزيادة في الضغط الاستاتيكي بين التوسع والتخصر(الانقباض) علما أن كثافة الماء $1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

<u>الحل:</u>



مساحة المقطع الصغير(S_1) تحسب كما يلي:

$$S_1 = \frac{\pi}{4}d_1^2 = \frac{\pi\,(0.03)^2}{4} = 7.069\ x10^{-4}\,m^2$$

ومساحة المقطع الكبير أو (التوسع) (S_2) تحسب كما يلي:

$$S_2 = \frac{\pi}{4}d_2^2 = \frac{\pi\,(0.07)^2}{4} = 3.848\ x10^{-3}\,m^2$$

إن معادلة برنوللي لهذه الحالة هي: $\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{1}{2}(\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2)$

ولإيجاد السرعة في كل من التوسع والتخصر نستخدم معادلة الاستمرارية وهي:

$$m^\circ = \rho \bar{u} S \quad \Rightarrow \therefore \bar{u} = \frac{m^\circ}{\rho S}$$

$$\therefore \bar{u}_1 = \frac{8}{(1000)(7.069 \times 10^{-4})} = 11.32 \; m/\sec$$

وعليه فإن:-

$$\therefore \bar{u}_2 = \frac{8}{(1000)(3.484 \times 10^{-3})} = 2.079 \; m/\sec$$

$$\therefore \frac{P_1 - P_2}{(1000)} = \frac{1}{2}\left[(11.32)^2 - (2.079)^2\right]$$

$$\therefore P_1 - P_2 = (1000)\left(\frac{1}{2}\right)\left[(11.32)^2 - (2.079)^2\right] = 61{,}910 \; \frac{KN}{m^2} = 61910 \; Kpa$$

6.5 المعادلات المستخدمة في الطبقة المتاخمة على سطح صحيفة مستوية
Equations Used in Boundary Layer on Flat Plate

إن السرعة داخل الطبقة المتاخمة يمكن حسابها من المعادلة التالية:-

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \qquad (23-5)$$

حيث أن y يمثل الارتفاع العمودي و δ هو سمك الطبقة الحدية.

ويمكن حساب سمك الطبقة المتخمة الانسيابية عند أي نقطة على سطح الصفيحة المستوية باستخدام المعادلة التالية:-

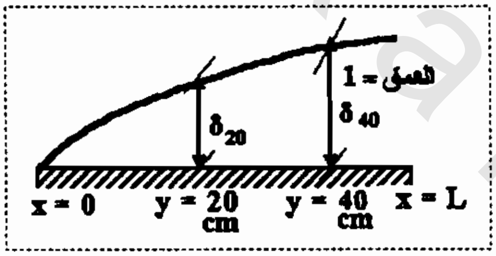
$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{N_{\mathrm{Re}\,x}^{0.5}} = 4.64\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{-0.5} \qquad (24-5)$$

حيث أن x يمثل البعد عن السطح.

<u>مثال 5 – 6</u>:هواء عند درجة حرارة 27 °C وضغط 1 atm يجري على سطح صفيحة مستوية بسرعة مساوية لـ 2 m / sec.

A- أحسب سمك الطبقة المتاخمة عند مسافة 20 cm وعند مسافة 40 cm من حافة الصفيحة.

B- أحسب معدل الجريان الكتلي الداخل للطبقة المتاخمة بين النقطتين 20 – 40 سم علما أن لزوجة الهواء عند درجة حرارة 27°C هي $\mu = 1.85 \times 10^{-5} \frac{kg}{m.\sec}$ وأن عمق الصفيحة يساوي 1 m.



<u>الحل</u>:

(A) باستخدام المعادلة (5 – 24):

$$\frac{\delta}{x} = 4.64\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{-0.5}$$

$$N_{\mathrm{Re}\,x} = \frac{\rho\, u_\infty\, x}{\mu}$$

ولغرض إيجاد كثافة الهواء نستخدم قانون الغاز المثالي $PV = nRT$.

درجة حرارة الهواء المطلقة = 27 + 273 = 300 °K ومن قانون الغاز المثالي

نجد أن: $P = \frac{n}{V}RT = \frac{W/\overline{M}}{V}RT = \frac{\rho}{\overline{M}}RT \Rightarrow \therefore\ \rho = \frac{P\overline{M}}{RT}$ حيث أن

$\overline{M}$ هو متوسط الوزن الجزيئي الجرامي للهواء ويمكن التعويض عن الوزن الجزيئي للهواء بتضمينه في ثابت الغاز العام R وبالشكل التالي:

$$R = 8.3145 \frac{k\,J}{kg\ mole.°K} \rightarrow \overline{R} = \frac{R}{\overline{\overline{M}}} = \frac{8.3145}{29} = 0.287 \frac{k\,J}{kg.°K}$$

$$\therefore \rho = \frac{P}{\overline{R}\,T} \quad , \because \overline{R} = 0.287 \frac{k\,J}{kg.°K} = 287 \frac{J}{kg.°K}$$

$$\therefore \rho = \frac{1.013\,x10^{5}}{(287)(300)} = 1.177 \frac{kg}{m^3}$$

ملاحظة:

$$1\ atm = 14.7\ psia = 14.7 \frac{lb_f}{in.^2} = 76\,cm\,Hg = 760\,mm\,Hg$$

$$1\ bar = 1 \frac{kg}{cm^2} = 1.013\,x10^{5}\,Pa = 1.013\,x10^{5} \frac{N}{m^2}$$

$$N_{Re\,x} = \frac{(1.177)(2)(0.2)}{(1.85\,x10^{-5})} = 27580$$

عند النقطة x = 20 cm فإن:

$$\therefore \delta_{20} = \frac{(4.64)(0.2)}{\sqrt{27580}} = 0.00559\ m$$

ونلاحظ هنا أن الجريان انسيابي لأن قيمة عدد رينولدز أقل من 5×10^5.

$$N_{Re\,x} = \frac{(1.177)(2)(0.4)}{(1.85\,x10^{-5})} = 55160$$

عند النقطة x = 40 cm فإن:

$$\therefore \delta_{20} = \frac{(4.64)(0.4)}{\sqrt{55160}} = 0.007\ m$$

(B) نحسب كتلة الجريان $m°$ من القانون التالي: $m° = \rho \int_0^{\delta} u\,dy$

وحيث أن توزيع السرعة داخل الطبقة المتاخمة تمثله المعادلة:

$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{3}{2}}$ إذن بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أن:

$$\therefore\ m^\circ = \int_0^\delta \rho\, u_\infty \left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right] dy$$

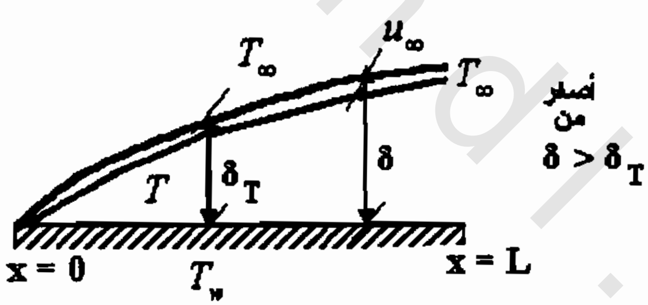
$$\therefore m^\circ = \rho\, u_\infty \left[\frac{3}{4}\left(\frac{y^2}{\delta}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{y^4}{\delta^3}\right)\right]_0^\delta$$

$$\therefore m^\circ = \rho\, u_\infty \left[\frac{3}{4}\delta - \frac{1}{8}\delta\right] = \rho\, u_\infty\, \delta \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) = \frac{5}{8}\rho\, u_\infty\, \delta$$

$$\therefore net\ \ m^\circ = \frac{5}{8}\rho\, u_\infty [\delta_{40} - \delta_{20}] = \frac{5}{8}(1.177)(2)(0.007 - 0.00559)$$

$$= 3.4\, x 10^{-3}\ kg/\sec$$

<u>ملاحظة</u> :في حالة وجود فرق بين درجة حرارة المائع والصفيحة المستوية فسوف تتكون طبقة متاخمة أخرى ساندة للطبقة المتاخمة الحرارية وغالبا ما يكون سـمك الطبقة المتاخمة الحرارية أقل من سمك الطبقة المتاخمة الهيدروديناميكية.



يمكن حساب درجة الحرارة داخل الطبقة المتاخمة الحرارية باستخدام القانون:

$$\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 \qquad (25-5)$$

وإذا تم فرض أن: $\theta = T - T_w$ وأن $\theta_0 = T_\infty - T_w$ تصبح المعادلة أعلاه كما يلي

$$\frac{\theta}{\theta_0}=\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 \qquad (26-5)$$

في بعض الأنظمة قد يبدأ تسخين الصفيحة بعد مسافة معينة من مقدمة الــصفيحة وهذا يعني أن تكوّن الطبقة المتاخمة الحرارية سيتأخر عن تكوّن الطبقة المتاخمــة الهيدروديناميكية على فرض أن نقطة بداية التسخين مساوي لــ x_o.

ويمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة الحرارية في هذه الحالة من القانون التالي:

$$\sigma=\frac{St}{\delta}=0.98\ N_{Pr}^{\ -\frac{1}{3}}\left[1-\left(\frac{x_o}{x}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{1}{3}} \qquad (27-5)$$

حيث أن N_{pr} يمثل عدد Prandtl ويساوي $N_{Pr}=\frac{C_P\,\mu}{k}$ و Cp الحرارة النوعية للمائع و μ هي اللزوجة الديناميكية للمائع و k هي الموصلية الحرارية للمادة.

في حالة تسخين الصفيحة من المقدمة تستخدم نفس المعادلة أعلاه على افتــراض أن x_o = صفر فتصبح المعادلة (5 – 27) بالشكل التالي:-

$$\sigma=\frac{St}{\delta}=0.98\,N_{Pr}^{\ -\frac{1}{3}} \qquad (28-5)$$

ويمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل لمثل هذه الطبقة باستخدام المعادلة:

$$N_{ux}=0.332\ N_{Pr}^{\ \frac{1}{3}}\,N_{Re}^{\frac{1}{2}}\left[1-\left(\frac{x_o}{x}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{-\frac{1}{3}} \qquad (29-5)$$

حيث أن N_{ux} هو عدد نسلت Nusselt = $N_{ux} = \frac{h_x x}{k}$ و h_x هو معامل انتقال الحرارة بالحمل عند النقطة x التي تمثل البعد عن السطح وإذا كانت الصفيحة مسخنة من البداية فيمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من القانون التالي:

$$N_{ux} = 0.332 \; N_{Pr}^{\frac{1}{3}} \, N_{Re}^{\frac{1}{2}} \qquad (30-5)$$

ويتم استخدام المعادلة (5 – 29) عندما تكون قيم عدد برانتدل أكبر من 0.6 وأصغر من 50 وكذلك لقيم عدد رينولدز N_{Rex} أقل من 5×10^5 ونلاحظ من المعادلتين أعلاه أن قيم h المحسوبة في كلتا المعادلتين هي قيم h الموضحة عند نقطة h.

ولحساب متوسط معامل انتقال الحرارة لطول معين تستخدم العلاقة التالية:-

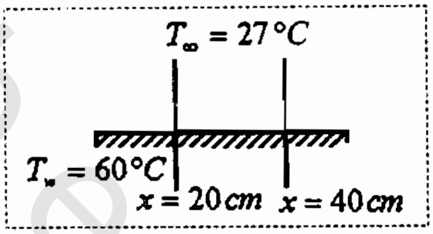
$$\bar{N}_{uL} = 2\, N_{u\,x=L} \quad (31-5) \quad , \quad \bar{N}_{uL} = \frac{\bar{h}_L . L}{k} \quad (32-5)$$

$$\therefore \bar{h}_L = 2\, h_x$$

<u>مثال 5- 7</u> : هواء عند درجة حرارة 27 °C وضغط جوي 1 atm يجري على صفيحة مستوية بسرعة مساوية لـ 2 m / sec.على فرض أن الصفيحة مسخنة بالكامل عند درجة حرارة 60 °C أحسب معامل انتقال الحرارة بالحمل للـ 20 سم الأولى من الصفيحة وألـ 40 cm الأولى من الصفيحة وأحسب الحرارة المفقودة في كلا الحالتين إذا علمت أن اللزوجة الديناميكية للهواء هي $\gamma = 17.36 \, x 10^{-6} \frac{m}{s}$

وأن معامل التوصيل الحراري له هو $k_{air} = 0.0275 \dfrac{W}{m.°C}$ وأن عدد برانتدل في هذه الحالة هو 0.7 والسعة الحرارية للهواء هي $C_{P\,air} = 1.006 \dfrac{k\,J}{kg.°C}$.

<u>الحل</u>: عند عدم ذكر مقدار العمق تعتبر قيمته 1m.



لإيجاد h_x من N_{ux} نقوم بتطبيق شروط المعادلة $N_{ux} = 0.332\ N_{Pr}^{\frac{1}{3}} N_{Re\,x}^{\frac{1}{2}}$ على أن يكون: $N_{Re\,x} < 5\,x10^5$ وعدد برانتدل $0.6 < N_{Pr} < 50$ ولإيجاد N_{Rex}:

$$\left(N_{Re\,x}\right)_{x=20} = \frac{u_\infty\,x}{\gamma} = \frac{(2)(0.2)}{(17.36\,x10^{-6})} = 23041 < 5\,x10^5$$

إذن الجريان انسيابي وعلى أساس ذلك فإن عدد نسلت سيكون:

$$\left(N_{ux}\right)_{x=20} = 0.332\,N_{Re\,x}^{\frac{1}{2}}\,N_{Pr}^{\frac{1}{3}} = (0.332)(23041)^{\frac{1}{2}}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 44.74$$

$$\left(\overline{N}_u\right)_{L=20} = 2\,(N_u)_{x=20} = (2)(44.74) = 89.48$$

$$\because \left(\overline{N}_u\right)_{L=20} = \frac{\overline{h}_L\,L}{k} \Rightarrow \therefore\ \overline{h}_L = \frac{k}{L}\left(\overline{N}_u\right)_{L=20} = \frac{(0.0275)(89.48)}{(0.2)} = 12.3\,\frac{W}{m^2.°C}$$

إن كمية الحرارة المفقودة عند طول = 20 سم يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$q = \overline{h}\ A\,(T_w - T_\infty) = (12.3)(0.2)(1)(60-27) = 81.2\ W$$

وعندما يكون البعد عن السطح هو 40 cm تتبع نفس الخطوات في الحل:

$$\left(N_{Re\,x}\right)_{x=40} = \frac{u_\infty\,x}{\gamma} = \frac{(2)(0.4)}{(17.36\,x10^{-6})} = 46082 < 5\,x10^5$$

أي أن الجريان انسيابي أيضا وعلى هذا الأساس تطبق نفس المعادلات أعلاه:

$$(N_{ux})_{x=40} = 0.332\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{\frac{1}{2}}\, N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}} = (0.332)(46082)^{\frac{1}{2}}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 63.28$$

$$\therefore (h_x)_{x=40} = \frac{k}{x}(N_u)_{x=40} = \frac{(0.0275)(63.28)}{(0.4)} = 4.35\,\frac{W}{m^2.°C}$$

$$\therefore \left(\bar{h}_L\right)_{L=40} = 2\,(h_x)_{x=40} = (2)(4.35) = 8.7\,\frac{W}{m^2.°C}$$

$$\therefore q = \bar{h}\,A(T_w - T_\infty) = (8.7)(0.4)(1)(60-27) = 114.84\,W$$

ملاحظة: تستخدم المعادلة(5 – 30) في حالة ثبوت درجة حرارة الصفيحة.أما في حالة عدم ثبوت درجة حرارة السطح الساخن وعند ثبوت الفيض الحراري المسلط على السطح يمكن استخدام المعادلات التالية لحساب معامل انتقال الحرارة فإذا كانت درجة حرارة السطح غير ثابتة والفيض الحراري ثابت تستخدم المعادلة أدناه لحساب معامل انتقال الحرارة.

$$N_{ux} = \frac{h_x\,x}{k} = 0.453\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{\frac{1}{2}}\, N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}} \qquad (33-5)$$

إن المعادلة أعلاه تصلح للحالات التي يكون فيها عدد رينولدز أقل من 5×10^{5} وعدد برانتدل في المدى بين (0.6 – 50) وفي حالة عدم تطبيق الشروط المذكورة على الحالة المعنية يمكن استعمال المعادلة التالية:

$$N_{ux} = \frac{h_x\,x}{k} = \frac{0.3387\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{\frac{1}{2}}\, N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\dfrac{0.0468}{N_{\mathrm{Pr}}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \qquad (34-5)$$

حيث أن درجة حرارة الجدار T_w ثابتة.إن شروط استخدام المعادلة أعلاه هي أن يكون حاصل ضرب عدد رينولدز في عدد برانتدل أكبر من100 وتكون قيمة عدد رينولدز أقل من 5×10^{5} أي أن الظروف هي:-

$N_{Rex} < 5 \times 10^5$ و $(N_{Pr} \times N_{Rex} > 100)$ أي أن الجريان يكون انسيابيا.

أما في حالة ثبوت الفيض الحراري وعدم تطابق الشروط المذكورة أعلاه على الحالة أي $(N_{Rex} > 5 \times 10^5)$ و $(N_{Pr} \times N_{Rex} < 100)$ فتستخدم المعادلة التالية

$$N_{ux} = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.4637\, N_{\mathrm{Re}x}^{\frac{1}{2}}\, N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0.0207}{N_{\mathrm{Pr}}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \qquad (35-5)$$

<u>مثال 5 – 8</u>: زيت محركات عند درجة 20 °C يجري على صفيحة مستوية ذات مساحة $20\ cm^2$ وبسرعة 1.2 m / sec.تم تسخين هذه الصفيحة بحيث وصلت إلى درجة حرارة ثابتة مقدارها 60°C.أحسب الحرارة المفقودة بالحمل من هذه الصفيحة إذا علمت أن كثافة الزيت تساوي $875\ kg / m^3$ وأن معامل التوصيل الحراري للهواء 0.144 W/m.°C واللزوجة الديناميكية للهواء $0.00024\ m^2/s$ وأن قيمة عدد برانتدل هي 2870 ؟

<u>الحل</u>: سوف نحسب قيمة N_{Rex} مع عدم ذكر الأبعاد لأن المساحة معروفة لدينا وبفرض أن العمق هو 1 m يمكن حساب البعد ويساوي 20 cm.

$$N_{\mathrm{Re}x} = \frac{u_\infty L}{\gamma} = \frac{(1.2)(0.2)}{(0.00024)} = 1000 < 5 x 10^5$$

$$\because (N_{\mathrm{Re}x})(N_{\mathrm{Pr}}) = (1000)(2870) = 2870000 > 100$$

وفي هذه الحالة نطبق المعادلة(5 – 34) بالشكل التالي:-

$$N_{ux} = \frac{0.3387\, N_{\mathrm{Re}x}^{\frac{1}{2}}\, N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0.0468}{N_{\mathrm{Pr}}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} = \frac{(0.3387)(1000)^{\frac{1}{2}}(2870)^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0.0468}{2870}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} = 152.2$$

وعلى هذا الأساس فإن معامل انتقال الحرارة الفردي يحسب كما يلي:-

$$h_x = \frac{k}{x} N_{ux} = \frac{(0.144)(152.2)}{(0.2)} = 109.6 \frac{W}{m^2.°C}$$

$$\overline{h}_L = 2\,h_x = (2)(109.6) = 219.2 \frac{W}{m^2.°C}$$

$$\therefore\ q = \overline{h}_L A (T_w - T_\infty) = (219.2)(20\,x10^{-4})(60-20) = 17.536\ W$$

7.5 العلاقة بين انتقال الحرارة والاحتكاك في الموائع

Relation between Heat transfer and Friction in Fluids

<u>أولا</u> : الجريان الانسيابي أو الطبقي Laminar Flow

يمكن التعبير عن إجهاد القص للجدار نتيجة الاحتكاك عند السطوح الخشنة بالقانون التالي:-

$$\tau_w = C_f \frac{\rho u_\infty^2}{2} \qquad (36-5)$$

حيث أن τ_w هو إجهاد القص للجدار و C_f هو معامل الاحتكاك.كذلك يمكن حساب إجهاد القص عند الجدار من القانون التالي:

$$\tau_w = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{wall} \qquad (37-5)$$

وبما أن السرعة في الجريان الانسيابي تحسب من المعادلة التالية:-

$$\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \Rightarrow \therefore u=u_\infty\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]$$

وهذا يعني أن:

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}=\frac{d}{dy}\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]$$

وعند التعويض بالظروف الحدية نستنتج أن:-

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}=\frac{3\,u_\infty}{2\,\delta} \qquad (38-5)$$

وعند تعويض المعادلة(5 – 38) في المعادلة(5 – 37) نحصل على:-

$$\tau_w=\frac{3}{2}\frac{\mu\,u_\infty}{\delta} \qquad (39-5)$$

وللحصول على العلاقة بين إجهاد القص والأعداد عديمة الوحدات نستبدل قيمة δ في المعادلة أعلاه بما يعادلها من المعادلة (5 – 24) فنحصل على العلاقة التالية:

$$\tau_w=\frac{3}{2}\mu\frac{u_\infty}{4.64\,x\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-0.5}}=\frac{3}{2}\mu\frac{u_\infty}{4.64}\left(\frac{u_\infty}{\gamma\,x}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (40-5)$$

وبتعويض المعادلة(5 – 40) في المعادلة(5 – 36) وترتيبها نحصل على:-

$$\frac{C_f\,x}{2}=\frac{3}{2}\frac{\mu u_\infty}{4.64}\left(\frac{u_\infty}{\gamma x}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\rho u_\infty^2}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-0.5} \qquad (41-5)$$

أي أن:

$$\boxed{\frac{C_f\,x}{2}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}} \qquad (42-5)}$$

وبالعودة إلى المعادلة (5 – 30) نجـد أن: $N_{u\,x}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{\frac{1}{2}}\,N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{1}{3}}$ وعنـد قسمة هذه المعادلة على المقدار ($N_{Rex}\,N_{Pr}$) سوف نحصل على:-

$$\frac{N_{u\,x}}{N_{\mathrm{Re}\,x}\,N_{\mathrm{Pr}}}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}}\,N_{\mathrm{Pr}}^{-\frac{2}{3}}$$

$$\therefore \frac{\dfrac{h_x\,\cancel{x}}{\cancel{k}}}{\dfrac{C_p\,\cancel{\mu}}{\cancel{k}}\,\dfrac{\rho u_\infty\,\cancel{x}}{\cancel{\mu}}}=\frac{h_x}{\rho\,C_p\,u_\infty}=(N_{St})_x=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}}\,N_{\mathrm{Pr}}^{-\frac{2}{3}}$$

أو ما يعرف بعدد ستانتون

$$\therefore \text{Stanton Number}=(N_{St})_x=0.323\frac{N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}}}{N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{2}{3}}}\Rightarrow\therefore (N_{St})_x\,N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{2}{3}}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}}$$

إذن العلاقة هي:

$$N_{stx}\,N_{\mathrm{Pr}}^{\frac{2}{3}}=0.323\,N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}} \qquad (43-5)$$

بمقارنة المعادلة(5 – 42) مع المعادلة(5 – 43) نستنتج أن:-

$$N_{stx}\, N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = \frac{C_f\, x}{2} \qquad (44-5)$$

إن شروط تطبيق المعادلة أعلاه هي أن تكون قيمة عدد برانتدل بـــين(0.6 – 50) وقيمة عدد رينولدز أقل من 5 x 10 ^{5}.

<u>ثانيا</u>: في حالة الجريان المضطرب Turbulent Flow

يمكن حساب معامل الاحتكاك للجريان المضطرب عند نقطة معينة من القـــوانين التالية:-

$$C_{f\,x} = 0.0592\, N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{5}} \qquad (45-5)$$

حيث أن عدد رينولدز أكبر من 5 x 10 ^{5} وأقل من 1 x 10 ^{7}.

وعندما تكون قيمة عدد رينولدز أكبر من 1 x 10 ^{7} وأقل من 1 x 10 ^{9} تـــستخدم المعادلة التالية:-

$$C_{f\,x} = 0.37\left[Log\, N_{\mathrm{Re}\,x}\right]^{-2.584} \qquad (46-5)$$

ويمكن حساب متوسط معامل الاحتكاك لكل السطح المستوي باستعمال المعادلة:

$$\overline{C}_{f\,x} = 0.074\, N_{\mathrm{Re}\,L}^{-0.2} - \frac{A}{N_{\mathrm{Re}\,L}} \qquad (47-5)$$

حيث أن N_{ReL} تمثل عدد رينولدز في نهاية الصفيحة عند البعد $x = L$ أما N_{Rec} فتمثل عدد رينولدز الحرجCritical Reynolds Number.إن المعادلة(5 – 47) تستعمل عندما تكون قيم N_{ReL} أكبر من قيم N_{Rec} وأصغر من 1×10^7.

عندما يكون الجريان عند نهاية الصفيحة مضطربا فإن هناك احتمال أن يكون هذا جزءا من جريان انسيابي في مقدمة تلك الصفيحة أما إذا كان ذلك في نهاية الجريان الانسيابي فإن جميع الجريان على الصفيحة هو انسيابي.عندما تكون قيمة عدد رينولدز أكبر من العدد الحرج وأصغر من 1×10^9 تستخدم المعادلة التالية:

$$\overline{C}_{fx} = \frac{0.455}{[Log\, N_{ReL}]^{2.584}} - \frac{A}{N_{ReL}} \qquad (48-5)$$

وكما هو واضح فإن قيمة الثابت A تعتمد على قيمة عدد رينولدز الحرج والتي يبينها الجدول(5 – 2).

جدول (5 – 2)

قيم الثابت A مقابل عدد رينولدز الحرج

عدد رينولدز الحرج N_{Rec}	3×10^5	5×10^5	1×10^6	3×10^6
قيمة الثابت A	1055	1742	3340	8940

وبتطبيق العلاقة التي تم الحصول عليها والتي تربط بين معامل الاحتكاك وانتقال الحرارة وهي المعادلة (5 – 44) وتعويضها في المعادلات السابقة نستطيع أن نحصل على علاقات بالشكل التالي:-

$$\frac{C_{fx}}{2} = N_{st}.N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.0296 N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{5}} \qquad (49-5)$$

تستخدم المعادلة أعلاه عندما تكون قيمة عدد رينولدز بين (5 x 10⁵ – 1 x 10⁷)

$$\frac{C_{fx}}{2} = N_{St}\, N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.185\left[\log N_{\mathrm{Re}\,x}\right]^{-2.854} \qquad (50-5)$$

وهذه تستخدم عندما تكون قيمة عدد رينولدز بين (1 x 10⁷ – 1 x 10⁹).
ولإيجاد متوسط معامل انتقال الحرارة لكلا المنطقتين الانسيابية والمضطربة يمكن أن نستخدم المعادلة التالية:–

$$\overline{N}_{St}.N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = \frac{\overline{C}_f}{2} \qquad (51-5)$$

وكذلك نستطيع حسابها من المعادلة التالية:–

$$\overline{N}_{St}.N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.037\, N_{\mathrm{Re}L}^{-\frac{1}{5}} - 871\, N_{\mathrm{Re}L}^{-1} \qquad (52-5)$$

حيث متوسط عدد ستانتون يحسب من المعادلة التالية:

$$\overline{N}_{St} = \frac{\overline{N}_u}{N_{\mathrm{Re}L}.N_{\Pr}} \qquad (52-5)$$

$$\therefore \overline{N}_u = \frac{\overline{h}.L}{k} = N_{\Pr}^{\frac{1}{3}}\left(0.037\, N_{\mathrm{Re}L}^{0.8} - 871\right) \qquad (53-5)$$

وهذه تستخدم عندما يكون عدد رينولدز في المدى بين($1 \times 10^{5} - 1 \times 10^{7}$).

ويمكن حساب معامل انتقال الحرارة المتوسط للجزء الانسيابي والمضطرب سوية من المعادلة التالية:-

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\left(\int_{0}^{x_{critical}} (h_x)_{Laminar} \, .dx + \int_{x_{critical}}^{L} (h_x)_{Turbulent} \, .dx\right) \qquad (54-5)$$

وبتعويض المعادلتين التاليتين في المعادلة(5 – 54) نستطيع حساب متوسط القيمة لمعامل انتقال الحرارة h.

للجريان الانسيابي
$$1 - N_{Stx} \, . N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.332 \, N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{2}}$$

للجريان المضطرب
$$2 - N_{Stx} \, . N_{\Pr}^{\frac{2}{3}} = 0.0296 \, N_{\mathrm{Re}\,x}^{-\frac{1}{5}}$$

على أن تكون قيمة عدد رينولدز أقل من ($N_{\mathrm{Re}\,x} < 1 x 10^{7}$)

أما في حالة كون عدد رينولدز أعلى من هذا الرقم فيمكن استخدام المعادلة التالية لإيجاد متوسط معامل انتقال الحرارة للمنظومة:-

$$\bar{N}_{uL} = \frac{\bar{h}.L}{k} = \left[0.228 \, N_{\mathrm{Re}L} \left(Log \, N_{\mathrm{Re}L}\right)^{-2.584} - 871\right] N_{\Pr}^{\frac{1}{3}} \qquad (55-5)$$

وتستعمل عندما يكون عدد رينولدز في المدى($1 \times 10^{7} - 1 \times 10^{9}$).

ويمكن استخدام المعادلات التالية لحساب متوسط معامل انتقال الحرارة للسوائل فقط والتي تعطي نتائج أفضل من المعادلات أعلاه.

$$\overline{N}_{uL} = 0.036\, N_{\mathrm{Pr}}^{0.43}\left[N_{\mathrm{Re}L}^{0.8} - 9200\right]\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad (56-5)$$

حيث أن:

μ_∞ = لزوجة المائع أو السائل في التيار الحر عند درجة حرارة التيار الحر T_∞

μ_w = لزوجة المائع أو السائل عند درجة حرارة الجدار أو الطبقة المتاخمة.

أما شروط تطبيق هذا المعادلة فهي:

1- تصلح للسوائل فقط.

2- يجب أن تكون النسبة $\frac{\mu_\infty}{\mu_w}$ في المدى بين (2.6 – 3.5).

3 – يجب أن تكون قيمة عدد برانتدل (N_{Pr}) في المدى بين (0.7 – 380).

ملاحظة:إن المعادلات السابقة تستخدم جميعها عند ثبوت درجة حرارة الجدار أي عندما (T_w = constant).

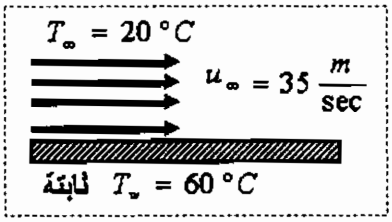
أما في حالة ثبوت الفيض الحراري على الجدار فيمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقة التالية:

$$N_{ux}\Big|_{\text{فيض ثابت}} = 1.04\, N_{ux}\Big|_{T_w\ \text{درجة حرارة جدار ثابتة}} \qquad (57-5)$$

والمثال التالي يوضح تلك الحالة.

مثال 5 -9:هواء عند درجة حرارة 20 °C وضغط 1atm يجري على صفيحة مستوية بسرعة 35 m / sec.كان طول الصفيحة 75 cm وكانت عند درجة

حرارة ثابتة مساوية إلى 60 °C وكان عمق الصفيحة 1m.أحسب كمية الحـــرارة المفقودة بطريقة الحمل من هذه الصفيحة.



الحل:

إن متوسط درجة حرارة الطبقة أو الغشاء هو:

$$T_f = \frac{T_\infty + T_w}{2} = \frac{20+60}{2} = 40\,°C$$

إن الخواص الفيزيائية للهواء نحصل عليها من المراجع المختلفة عنـــد متوســـط درجة الحرارة أي درجة حرارة الغشاء وهي:-

$$\mu_{air} = 1.96\,x\,10^{-5}\frac{kg}{m.\sec} \qquad N_{\Pr} = 0.7$$

$$k_{air} = 0.02723\frac{W}{m.°C} \qquad C_{Pair} = 1.007\frac{kJ}{kg.°C}$$

من قانون الغاز المثالي نستنتج الكثافة:-

$$\rho_{\ air} = \frac{P}{\overline{R}_{air}\,T} = \frac{(1.013x10^5)}{(287)(313)} = 1.128\frac{kg}{m^3}$$

$$\therefore N_{ReL} = \frac{\rho\,\overline{u}_\infty\,L}{\mu} = \frac{(1.128)(35)(0.75)}{(1.906\,x\,10^{-5})} = 1.553\,x\,10^6$$

وحيث أن عدد رينولدز أكبر من 5 x 10 ^{5} إذن الجريان هو مضطرب.ولإيجـــاد متوسط عدد نسلت $(\overline{N}_{uL})$ نستخدم المعادلة(5 – 43) وبالشكل التالي:

$$\overline{N}_{uL} = \frac{\overline{h}.L}{k} = N_{\Pr}^{\frac{1}{3}}\left[0.0337 N_{\mathrm{Re}L}^{0.8} - 871\right] = 2180$$

$$\therefore \overline{h} = \frac{\overline{N}_{uL}.k}{L} = \frac{(2180)(0.02723)}{(0.75)} = 79.1\frac{W}{m^2.°C}$$

$$\therefore q = \overline{h}\,A(T_w - T_\infty) = (79.1)(0.75)(60-20) = 2373\,W$$

8.5 الطبقة المتاخمة المضطربة Turbulent Boundary Layer

إن العلاقة بين السرعة داخل الطبقة المتاخمة المضطربة وسمك تلك الطبقة تمثلها المعادلة التالية:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} \qquad (58-5)$$

وبشكل عام هناك حالتين يمكن معالجتها كل عل حدة:

أولاً: إذا كانت الطبقة المتاخمة مضطربة بالكامل من البداية إلى النهاية فيمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة عند أي نقطة داخلها من القانون التالي:-

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 N_{\mathrm{Re}x}^{-\frac{1}{5}} \qquad (59-5)$$

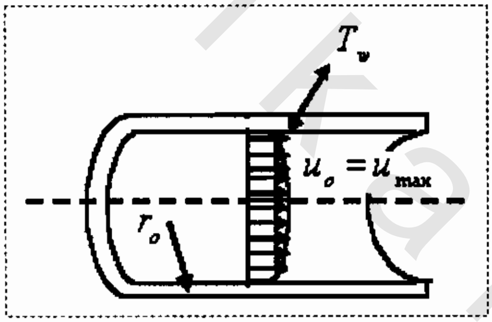
ثانياً: أما إذا كانت الطبقة المتاخمة في البداية هي طبقة انسيابية ثم تليها المنطقة المضطربة فيمكن حساب سمك الطبقة المتاخمة للمنطقة المضطربة من القانون التالي:-

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 N_{\text{Rex}}^{-\frac{1}{5}} - \frac{10256}{N_{\text{Rex}}} \qquad (60-5)$$

وهذه المعادلة تطبق عندما يكون عدد رينولدز في المدى($5 \times 10^5 - 1 \times 10^7$).

9.5 انتقال الحرارة داخل أنبوب في حالتي الجريان الانسيابي والمضطرب
Heat Transfer inside Pipe in Laminar and Turbulent Flows

<u>أولاً</u>: الشكل التالي يمثل منظومة جريان داخل أنبوب وكان الجريان انسيابي.



$$u = \frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dx}(r^2 - r_o^2) \qquad (61-5)$$

حيث أن u تمثل السرعة داخل الأنبوب

حيث أن: $u_o = -\frac{r_o^2}{4\mu}\frac{dP}{dx}$ $\qquad (62-5)$

u_o تمثل السرعة عند المركز r_o.

وبقسمة المعادلة(5 – 61) على المعادلة(5 – 62) نحصل على:-

$$\frac{u}{u_o} = 1 - \frac{r^2}{r_o^2} \qquad (63-5)$$

حيث إن u_o هي السرعة عند مركز الأنبوب r_o أما u فتمثل السرعة عند أي نصف قطر r ويمكن حساب متوسط درجة الحرارة ومعامل انتقال الحرارة للأنابيب في حالة الجريان الانسيابي من العلاقة التالية:-

$$h\,d = \frac{48}{11}\frac{k}{d_o} \qquad (64-5)$$

$$N_u\,d = \frac{h\,d_o}{k} = 4.364 \qquad (65-5)$$

حيث أن h هو معامل انتقال الحرارة و d هو قطر الأنبوب.

<u>ثانياً</u>: يمكن حساب معامل انتقال الحرارة لمثل هذا النوع من الجريان أي الجريان المضطرب وللغازات التي تكون فيها قيمة عدد برانتدل تقارب الواحد أو تـــساوي الواحد ($N_{Pr} = 1.0$) باستخدام المعادلة التالية:-

$$N_{St} = \frac{h}{\rho\, C_p\, u_m} = \frac{N_u}{N_{\mathrm{Re}\,d} . N_{Pe}} = \frac{f}{8} \qquad (66-5)$$

حيث أن f يمثل معامل الاحتكاك في حـــالة الجريان المضطرب، u_m هو متوســـط ســـرعة جريان المائع. إن المعادلة أعلاه تطبق فقط للغازات ويمكن حساب معامل الاحتكاك من القانون التالي:-

$$f = 0.316\, N_{\mathrm{Re}\,d}^{-0.25} \qquad (67-5)$$

بشرط أن يكون عدد رينولدز أقل أو يساوي 2×10^5. وبتعويض المعادلة أعـــلاه في المعادلة(5 – 66) وإعادة ترتيب المعادلة الناتجة نحصل على:-

$$N_{ud} = 0.0395\, N_{\mathrm{Re}\,d}^{0.75} \qquad (68-5)$$

إن المعادلتين(5 – 66) و(5 – 68) تستخدم للغازات التي يساوي عـــدد برانتـــدل فيها الواحد الصحيح أي($N_{Pr} = 1.0$).

أما في حالة السوائل والغازات التي لا يساوي عدد برانتدل فيها الواحد الصحيح فيمكن استعمال المعادلة التالية:-

$$N_{u\,d} = 0.023\, N_{\mathrm{Re}\,d}^{0.8}\, N_{\mathrm{Pr}}^{0.4} \qquad (69-5)$$

10.5 تماثل رينولدز وتماثل تايلور – برانتدل المطوّر
Reynolds Analogy and Taylor – Prandtl Modified Analogy

إن أول تماثل ميز بين سلوك انتقال الزخم Momentum والطاقة Energy تـــم من قبل العالم رينولدز وقد افترض هذا العالِم أن الميكانيكية التي يتم بهـــا انتقـــال الزخم مشابهة للميكانيكية التي يتم بها انتقال الحرارة والكتلة وأن هذا الافتـــراض يصلح لحالة الجريان الانســـيابي لمائع يجري على ســـطح مســـتوي وأن توزيع كل من السرعة خلال الطبقة المتاخمة يمكن أن يرتبطا بالشكل التالي:-

$$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A} = \frac{\delta}{\delta_C} \qquad (70-5)$$

حيث أن N_{Sc} يمثل عدد شميدت Schmidt Number لانتقال الكتلة وهو عـــدد عديم الوحدات ويساوي $N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A}$ حيث أن ρ تمثل الكثافة وμ تمثل اللزوجـــة أما D_A فتمثل معامل الانتشار الكتلي للمادةA و δ_c تمثل السمك الحـــرج للطبقـــة المتاخمة وللجريان الانسيابي فإن معادلة توزيع التركيز داخل الطبقة المتاخمة هي

$$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{A\infty} - C_{AS}} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \qquad (71-5)$$

حيث أن C_A هو تركيز المادة A داخل الطبقة المتاخمة وC_{AS} يمثل تركيز المادة A عند السطح المستوي أما $C_{A\infty}$ فتمثل تركيز المادة A في التيار الحر.

وبأخذ التفاضل للتركيز C_A بالنسبة لـــy في المعادلة (5 – 71) نحصل على:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}}\left(\frac{\partial C_A}{\partial y}\right) = \frac{3}{2\delta} - \frac{3y^2}{2\delta^3} \qquad (72-5)$$

المعادلة الأخيرة تمثل تغير التركيز عند أي نقطة داخل الطبقة المتاخمة.إن سرعة المادة A عند أي بعد y داخل الطبقة المتاخمة تحسب وفق المعادلة(5 – 23)

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

وعند أخذ تفاضل السرعة u نسبة للبعد y نحصل على الصيغة التالية:-

$$\frac{1}{u_\infty}\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2\delta} - \frac{3}{2}\frac{y^2}{\delta^3} \qquad (73-5)$$

ونلاحظ أن الطرف الأيمن في كل من المعادلتين(5 – 72) و(5 – 73) هو نفسه لذا نساوي المعادلتين فنحصل على ما يلي:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \frac{\partial C_A}{\partial y} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} \qquad (74-5)$$

وعند السطح أي عندما تكون قيمة y مساوية للصفر تكتب المعادلة أعلاه كما يلي

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \left.\frac{\partial C_A}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{1}{u_\infty} \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (75-5)$$

إن معادلة انتقال الكتلة للمادة A داخل الطبقة المتاخمة يمكن كتابتها كما يلي:

$$N_A = -D_A \left.\frac{\partial C_A}{\partial y}\right|_{y=0} = k_C (C_{AS} - C_{A\infty}) \qquad (76-5)$$

حيث أن N_A يمثل الفيض المولاري لانتقال الكتلة للمادة A أما k_c فيمثل معامل انتقال الكتلة بالحمل للمادة A.وعند ذلك نستنتج من المعادلة(5 – 76) أن:-

$$\frac{1}{C_{A\infty} - C_{AS}} \left.\frac{\partial C_A}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{k_c}{D_A} \qquad (77-5)$$

وبمساواة المعادلة(5 – 77) مع المعادلة(5 – 75) نحصل على:-

$$\therefore \frac{k_c}{D_A} = \frac{1}{u_\infty} \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (78-5)$$

وعندما يكون سمك الطبقة المتاخمة مساويا للسمك الحرج تصبح قيمة عدد شميدت مساوية للواحد الصحيح أي أن:-

$$at\ \delta = \delta_C \quad \Rightarrow \therefore N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A} = \frac{\delta}{\delta_C} = 1.0$$

$$\therefore D_A = \frac{\mu}{\rho} \qquad (79-5)$$

وبتعويض المعادلة (5 – 79) في المعادلة (5 – 78) نحصل على الصيغة التالية:

$$\frac{\rho k_c}{\mu} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} \qquad (80-5)$$

إن قوة القص Shear Force عند السطح (τ_0) تحسب من القانون التالي:

$$-\mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\tau_o \qquad (81-5)$$

وبتعويض المعادلة(5 – 81) في المعادلة (5 – 80) نحصل على ما يلي:-

$$\rho k_c = \frac{(-\tau_o)}{u_\infty} \qquad (82-5)$$

ومن معلوماتنا السابقة في ميكانيكا الموائع فإن معامل الاحتكاك داخل الطبقة المتاخمة C_f يرتبط مع انحدار السرعة داخل الطبقة بالعلاقة التالية:

$$C_f = \frac{-\tau_o}{(\rho u_\infty^2/2)} = \frac{2\mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}}{\rho u_\infty^2} \qquad (83-5)$$

$$\therefore -\tau_o = \frac{C_f\,\rho u_\infty^2}{2} \qquad (84-5)$$

وبتعويض المعادلة (5 – 84) في المعادلة (5 – 82) نحصل على:-

$$\cancel{\rho} k_c = \frac{1}{\cancel{u_\infty}} \cdot \frac{C_f\,\cancel{\rho} u_\infty^{\cancel{2}}}{2} \qquad (85-5)$$

$$\therefore \frac{k_c}{u} = \frac{C_f}{2} \qquad (86-5)$$

إن المعادلة (5 – 86) تمثل ما يدعى بتماثل رينولدز البسيط وإذا تم التعويض عن معامل انـتقال الكتلة k_c في المعادلـة الأخيـرة بالمفردات المعروفة في انتقـال الحرارة فسوف نحصل على علاقة بالشكل التالي:-

$$N_{St} = \frac{h}{\rho\, C_p\, u} = 0.032\, N_{Re}^{-.025} \qquad (87-5)$$

وهو ما يعرف بتماثل رينولدز Reynolds Analogy وقد طوّرت هذه العلاقة كي تصلح لجميع الحالات مثل الجريان فوق السطوح والأنابيب وسـميت بتماثـل تايلور – برانتدل المطور Modified Taylor - Prandtl وتكتب بالشكل التالي:

$$N_{St} = \frac{h}{\rho\, C_p\, u} = \frac{0.032\, N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2\, N_{Re}^{-0.125} (N_{Pr} - 1)} \qquad (88-5)$$

وبموجب تماثلي رينولدز وتيلور – برانتدل يمكن حساب مقدار الارتفاع في درجة حرارة المائع الجاري على سطح أو خلال أنبوب من المعادلة التالية:-

$$\ln \frac{T_w - T_o}{T_w - T} = 4.N_{St}.\frac{L}{d} = \frac{4\, h\, L}{\rho\, C_p\, u\, d} \qquad (89-5)$$

حيث أن N_{St} تمثل عدد ستانتون لانتقال الحرارة و h هو معامل انتقال الحرارة بالحمل و L تمثل طول الأنبوب أو السطح أما d فتمثل قطر الأنبوب.والجدول رقم(5 – 3) يبين العلاقات الأساسية بين الأعداد عديمة الوحدات في كل من انتقال الحرارة والكتلة.

<u>مثال 5 – 10</u>: أحسب مقدار الارتفاع في درجة حرارة ماء يمر بسرعة مقدارها 3.5 m / sec خلال أنبوب حديدي أملس قطره 25 mm وطوله 6 m علماً أن الماء يدخل بدرجة حرارة 300 °k ودرجة حرارة جدار الأنبوب 330 ° k وأن كثافة الماء هي $1000\ kg / m^3$ والحرارة النوعية للماء 4180 J/kg.°K أما لزوجة الماء فهي 7×10^{-4} kg/m.sec وأن معامل التوصيل الحراري للماء يساوي 0.65 W/m. °k مستخدما ما يلي:

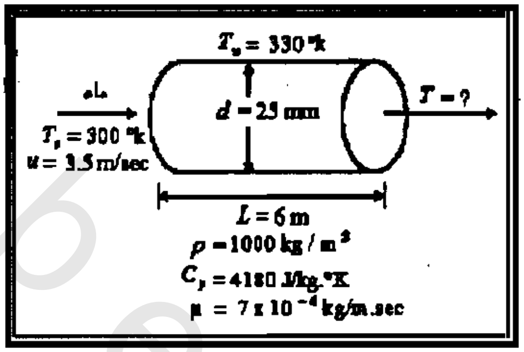
a) تماثل رينولدز

b) تماثل تايلور – برانتدل المطوّر

<u>الحل</u>: إن الحالة موضحة في الشكل التالي المجاور

a) نوجد عدد رينولدز أولا:

$$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} = \frac{(1000)(3.5)(0.025)}{7 x 10^{-4}} = 1.25 x 10^5$$



ثم نحسب عدد برانتدل N_{Pr}:

$$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{(4180)(7 x 10^{-4})}{0.65} = 4.5$$

نحسب بعد ذلك عدد ستانتون :

$$N_{St} = 0.032\, N_{Re}^{-0.25}$$
$$= 0.032 \left[1.25 x 10^5\right]^{-0.25}$$
$$= 1.702 x 10^{-3}$$

نعوض في المعادلة (5 – 89) فنحصل على درجة حرارة الماء الخارج.

$$\ln \frac{T_w - T}{T_w - T_o} = 4.N_{St}.\frac{L}{d} = (4)(1.702\ x\ 10^{-3})\frac{(6)}{(0.025)}$$

$$\therefore \ln \frac{330 - 300}{330 - T} = 1.634 \Rightarrow \therefore \frac{330 - 300}{330 - T} = 5.124 \Rightarrow \therefore\ T = 324.2°K$$

وهذا يعني أن الارتفاع في درجة حرارة الماء ΔT = 324.2 - 300 = 24.2 °K

(b) باستخدام تماثل تايلور – برانتدل المطوّر نستخدم المعادلة(5 - 88) لحساب عدد ستانتون لانتقال الحرارة.

$$N_{St} = \frac{h}{\rho\ C_p\ u} = \frac{0.032\ N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2\,N_{Re}^{-0.125}\,(N_{Pr} - 1)}$$

$$N_{St} = \frac{0.032\ (1.25\ x\ 10^5)^{-0.25}}{1 + \left[2\,(1.25\ x\ 10^5)^{-0.125}\right](4.5 - 1)} = 6.51\ x\ 10^{-4}$$

$$\therefore \ln \frac{330-300}{330-T} = \frac{(4)(6)(6.51 \times 10^{-4})}{(0.025)} = 0.625$$

$$\therefore \frac{330-300}{330-T} = 1.87 \Rightarrow \therefore \quad T = 314\,^{\circ}K$$

$$\therefore \Delta T = 314 - 300 = 14\,^{\circ}K$$

جدول (5 - 3) العلاقات بين الأعداد عديمة الوحدات

ت	Heat Transfer انتقال الحرارة		Mass Transfer انتقال الكتلة	
	أسم العدد عديم الوحدات	الصيغة الرياضية	أسم العدد عديم الوحدات	الصيغة الرياضية
1	الانحدار في درجة الحرارة	$\frac{T-T_W}{T_\infty - T_W}$	الانحدار في التركيز	$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{A\infty} - C_{AS}}$
2	عدد رينولدز	$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} l}{\mu}$	عدد رينولدز	$N_{Re} = \frac{\rho \bar{u} l}{\mu}$
3	عدد برانتدل	$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{\mu}$	عدد شميدت	$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_A}$
4	عدد نسلت	$N_u = \frac{hl}{k}$	عدد شيروود	$N_{Sh} = \frac{k_c l}{D_A}$
5	عدد Peclect	$N_{Pe} = \frac{lu}{\alpha} = \frac{C_p l \bar{u} \rho}{k}$	عدد Peclect	$N_{Pe} = \frac{l\bar{u}}{D_A}$
6	عدد ستانتون	$N_{St} = \frac{h}{\rho C_p \bar{u}}$	عدد ستانتون	$N_{St} = \frac{k_c}{\bar{u}}$

مثال 5 – 11: ينساب ماء بسرعة مقدارها 4 m / sec خلال أنبوب حديدي أملس قطره 25 mm أحسب معامل انتقال الحرارة للماء المنساب خلال الأنبوب إذا علمت أن كثافته $1000\ kg/m^3$ ولزوجته 7×10^{-4} kg/m.s وأن الحرارة النوعية للماء هي 4180 J/kg.°K وأن الموصلية الحرارية للماء 0.6 W/m. °K باستخدام كل من: (a) تماثل رينولدز (b) تماثل تايلور – برانتدل المطوّر

الحل:

(a) نحسب عدد رينولدز N_{Re} - $\frac{(0.025)(4)(1000)}{(7 \, x \, 10^{-4})} = 1.43 \, x \, 10^{5}$

ثم نحسب عدد برانتدل بالشكل التالي:

$$N_{Pr} = \frac{C_P \mu}{k} = \frac{(4180)(7 \, x \, 10^{-4})}{0.6} = 4.88$$

ثم نحسب عدد ستانتون بعد ذلك

$$N_{St} = 0.032 \, N_{Re}^{-0.25} = 0.032 \left[1.43 \, x \, 10^{5}\right]^{-0.25} = 1.646 \, x \, 10^{-3}$$

وبما أن عدد ستانتون هو دالة لمعامل انتقال الحرارة إذن:

$$N_{St} = 1.646 \, x \, 10^{-3} = \frac{h}{\rho \, C_P \, \bar{u}} = \frac{h}{(1000)(4180)(4)}$$

$$\therefore h = (1000)(4180)(4)(1.646 \, x \, 10^{-3}) = 27520 \frac{W}{m^2 . ^\circ K} = 27.5 \frac{kW}{m^2 . ^\circ K}$$

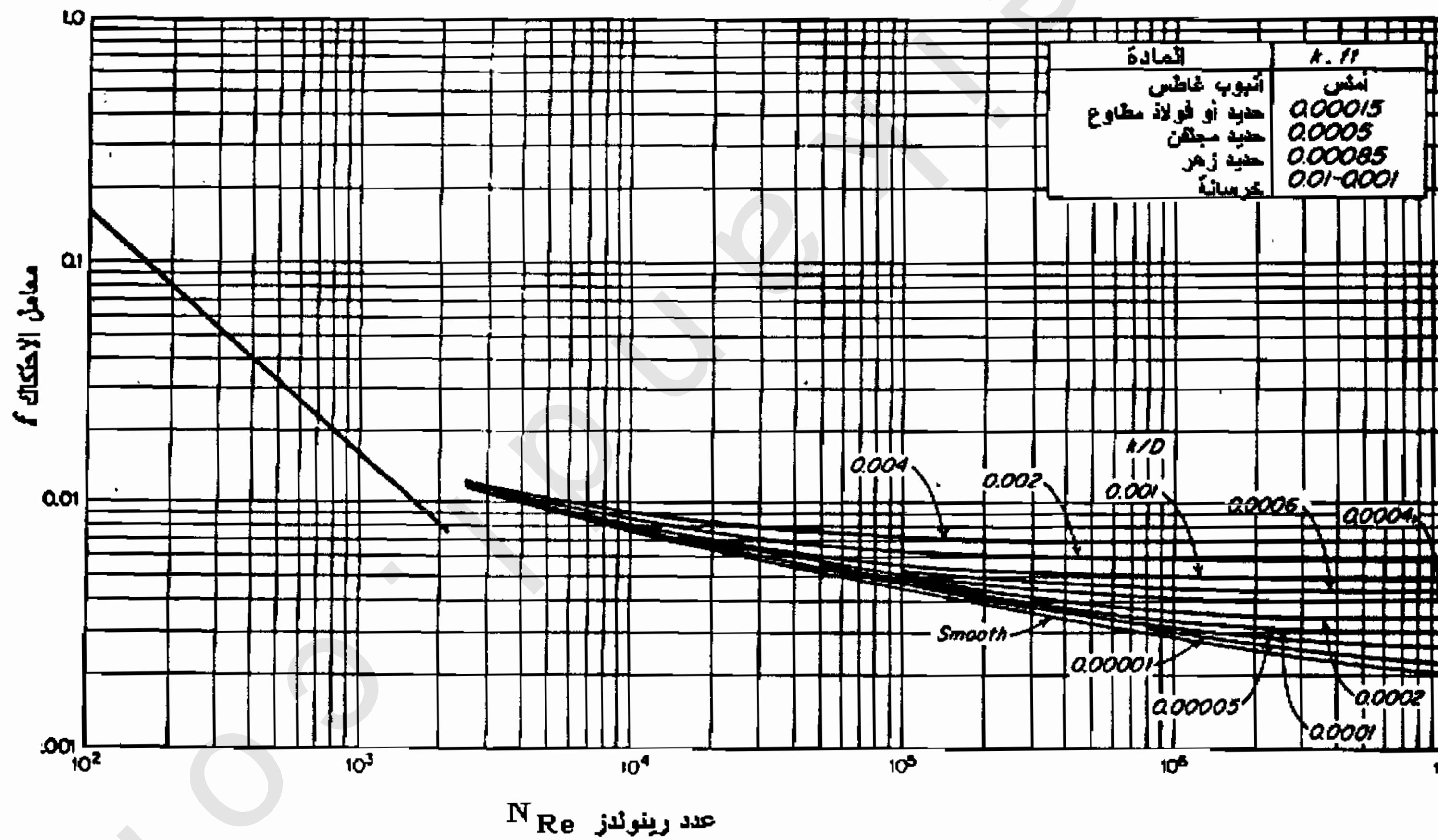
(b) بموجب تماثل تايلور – برانتدل المطوّر تستخدم المعادلة(5 – 88)

$$N_{St} = \frac{h}{\rho \, C_p \, u} = \frac{0.032 \, N_{Re}^{-0.25}}{1 + 2 \, N_{Re}^{-0.125} (N_{Pr} - 1)}$$

$$\therefore \frac{h}{(1000)(4180)(4)} = \frac{0.032 (1.43 \, x \, 10^{5})^{-0.25}}{1 + \left[2 (1.43 \, x \, 10^{5})^{-0.125}\right] (4.88 - 1)}$$

$$\therefore \frac{h}{(1000)(4180)(4)} = 5.963 \, x \, 10^{-4}$$

$$\therefore h = (1000)(4180)(4)(5.963 \, x \, 10^{-4}) = 9971 \frac{W}{m^2 . ^\circ K} = 9.98 \frac{kW}{m^2 . ^\circ K}$$



الشكل (5 - 6) العلاقة بين معامل الاحتكاك وعدد رينولدز

11.5 تمارين في الباب الخامس

س1:إن تسخين زيت الغاز وزيت الذرة في أنبوب بقطر داخلي قدره 0.662 in. والخارجي 0.84 in. قد وجد أنه يتبع المعادلة التالية:

$$\frac{hd}{k} = 0.0115\ N_{Re}^{0.90} N_{Pr}^{1/3}$$

ومن المطلوب تدوير 5000 Ib/hr من زيت الغاز ذو الكثافة 47.35 Ib/ft^3 ومن المطلوب تسخين الزيت من درجة حرارة 110 °F إلى درجة حــرارة 130 °F أحسب قيمة معامل انتقال الحرارة داخل الأنبوب إذا علمت أن لزوجة زيت الغاز **عند متوسط درجة حرارة الأنبوب** 2.416 x 10 $^{-4}$ Ib/ft.s وأن الحرارة النوعية للزيت 0.5 Btu/Ib.°F أما الموصلية الحرارية له فهي 0.076 Btu/hr.ft.° F ثم أحسب بعد ذلك الحرارة المفقودة من الزيت خلال الأنبوب لوحدة الطول.

س2:من المطلوب تسخين زيت محركات خفيف والمدرجة مواصفاته في الجدول أدناه من درجة حــرارة 150 °F إلى درجة حرارة 250 °F في أنبوب حديــدي قطره الداخلي 0.364 in. وطوله 15 ft.إن درجة حرارة جدار الأنبوب 350 °F أحسب كمية الزيت المطلوب تسخينها في الأنبوب ومعامل انتقال الحرارة بالحمل للزيت إذا علمت أن عدد نسلت يرتبط مع المتغيرات الباقية بالعلاقة التالية:

$$N_u = \frac{hd}{k} = 2\left(\frac{m^\circ C_P}{kL}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

حيث أن m° هي كتلة الجريان بوحدات Ib/hr و k هو معامل التوصيل الحراري و μ هي لزوجة الزيت و μ_w هي لزوجة الجدار أما L فهو طول الأنبوب بالقدم.

درجة الحرارة °F	اللزوجة cP	الموصلية الحرارية k Btu /hr.ft.°F	الحرارة النوعية C_P Btu /Ib.°F
150	6.0		
250	3.3	0.082	0.48
350	1.37		

س3: هواء بضغط 1atm يمر من خلال أنبوب حديدي أفقي قطره .in 2.067 مزود بغلاف مسخن ببخار الماء.إن سرعة الهواء داخل الأنبوب 1.5 ft/s ودرجة حرارة دخوله 68 °F.درجة حرارة جدار الأنبوب 220 °F فإذا كانت درجة حرارة الهواء الخارج 188 ° F،كم هو طول الأنبوب المطلوب لتسخين الهواء لهذه الدرجة الحرارية ؟وكم هي قيمة معامل انتقال الحرارة بالحمل داخل الأنبوب علما أن الخواص الفيزيائية للهواء مدرجة في الجدول أدناه عند متوسط درجة الحرارة داخل الأنبوب.استخدم تماثل تايلور – برانتدل المطوّر.

(**ملاحظة** : يمكن استخدام نفس المعادلة المعطاة في المسألة السابقة)

درجة الحرارة °F	قيمة k Btu /hr.ft.°F	قيمة C_P Btu/Ib.°F	الكثافة ρ Ib / ft^3	اللزوجة μ cP
68	——	——	0.0753	——
128	0.0163	0.25	——	0.019
220	——	——	——	0.021

س4: ينساب ماء على حافة سطح مستوي صلب بسرعة 3 m / s.أفرض أن الجريان داخل الطبقة المتاخمة هو جريان انسيابي وأن سرعة الماء داخل الطبقة المتاخمة تتبع العلاقة $u = a + by + cy^2 + dy^3$ حيث أن a, b , c , d ثوابت عند أي موقع x و y يمثل البعد عن السطح،أوجد العلاقة u بين السرعة والبعد داخل الطبقة المتاخمة y وإذا علمت أن كثافة الماء هي $1\ gm/cm^3$ ولزوجة الماء هي 1×10^{-3} gm/cm .s فأحسب سمك الطبقة المتاخمة δ عند مسافة 7.5 ملم عن حافة السطح إذا علمت أن سمك الطبقة المتاخمة يتغير مع المسافة عن حافة السطح وفق العلاقة التالية $\frac{\delta}{x} = 4.64\, N_{Rex}^{-0.5}$ حيث أن N_{Rex} يمثل عدد رينولدز داخل الطبقة المتاخمة وأن السرعة في التيار الحر هي u_∞. إن الظروف الحدية

لحل هذه المسألة هي:

$$at\ y=0 \qquad u=0$$

$$at\ y=\delta \qquad u=u_\infty$$

$$at\ y=\delta \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta}=0$$

س5: يجري ماء بسرعة 4.0 m/s خلال أنبوب حديدي أملس قطره 50 mm وطوله 8 m.درجة حرارة دخول الماء 290 °K أما درجة حرارة جدار الأنبوب فهي 340 °K والمطلوب هو حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل والارتفاع في درجة حرارة الماء الخارج من الأنبوب باستخدام:(a) تماثل رينولدز (b) تماثل تايلور – برانتدل المطوّر

علما أن الخواص الفيزيائية للماء عند متوسط درجة حرارة الأنبوب مدرجة أدناه

C_P J/kg.°K	μ اللزوجة m .N. s /m^2	ρ الكثافة kg / m^3	k W / m.°K	الخاصية
4200	0.8	1000	0.6	القيمة

س6:تقوم مضخة طرد مركزي بضخ محلول ملحي من قاع خزان تجهيز إلى خزان آخر مفتوحان للجو.الفرق بين مستوى الخزانين 150 قدم وطول الأنبوب المستقيم الرابط بينهما هو 600 قدم وقطره الداخلي 4.026 أنج.إن معدل الجريان الحجمي للمحلول الملحي هو 400 جالون/دقيقة ويحتوي خط الجريان على عدد 2 صمام بوابة وعدد 3 صمام كروي وعدد 4 كوع 90° وعدد 4 وصلة ثلاثية.كم هي كلفة الطاقة لتشغيل هذه المضخة لفترة عمل 24 ساعة يومياً ؟ علما أن كثافة المحلول الملحي 73.52 باوند/قدم مكعب ولزوجته 1.2 cP وكلفة الطاقة 400 $ للسنة على أساس 300 يوم عمل للسنة الواحدة.يمكن اعتبار أن كفاءة المضخة **هي** 60 %.أستفد من الجدول الموجود في أدناه لمعرفة قيم k_f لمختلف التوصيلات الأنبوبية.

نوع التوصيلة	صمام بوابة	صمام كروي	كوع 90 °	وصلة ثلاثية
قيمة k_f	0.2	10.0	0.9	1.8

س7:يتم تسخين زيت عند درجة حرارة 50 °F في أنبوب أفقي قطره الداخلي 2.067 in. وطوله 60 ft.إن درجة حرارة السطح لأنبوب 120 °F وكان معدل جريان الزيت 150 جالون لكل ساعة عند درجة حرارة الدخول.كم هي درجة حرارة الزيت الخارج من الأنبوب وبعد الخلط ؟ وكم هو متوسط معامل انتقال الحرارة ؟ مواصفات الزيت مدرجة في الجدول التالي:

الخاصية الفيزيائية	عند 60 °F	عند 120 °F
الكثافة النوعية عند درجة حرارة 60 °F/60 °F	0.79	0.74
معامل التوصيل الحراري Btu / hr. ft. °F	0.072	0.074
اللزوجة cP	18	8
الحرارة النوعية Btu / lb . °F	0.75	0.75

س8:ينساب زيت خلال أنبوب حديدي قطره الداخلي 75 mm بسرعة 1 m/s.و قد تم تسخين الأنبوب من الخارج ببخار ماء ومعامل انتقال الحرارة الخارجي 11 $kW/m^2.°C$.في نقطة على محور الأنبوب،كانت درجة حرارة الزيت 50 °C وكانت كثافته 800 kg/m^3 وكانت اللزوجة 2.1 cP وكانت الموصلية الحرارية له 0.135 W/m.°C وحرارته النوعية 2.17 J/g.°C.كم معامل انتقال الحرارة بالحمل عند تلك النقطة على أساس المساحة الداخلية للأنبوب ؟ وإذا كانت درجة حرارة البخار 120°C كم هو الفيض الحراري عند هذه النقطة ؟

س9:ضخ زيت من مستودع مفتوح للجو إلى قمة برج امتصاص يعمل عند ضغط 50 psig عن طريق مضخة كفائتها 40 %.الفرق بين ارتفاع السائل في الخزانين هو 20 ft وتتم عملية الضخ في أنبوب قطره الداخلي 3.068 in. وطوله المستقيم 150 ft ويحتوي 4 كوع 90° و3 صمام بوابة و2 وصلة ثلاثية.معدل الجريان

الحجمي للزيت 50 جالون/دقيقة وكثافته $54\ Ib/ft^3$ ولزوجته 15 cP. أحسب القدرة الحصانية للمضخة وأستعن بالجدول رقم (5 - 1) لحساب قيم الثوابت.

س10:بخار ماء عند درجة حرارة 403 °K يجهز لأنبوب قطره الخارجي 25 ملم.أحسب الفقد الحراري إلى المحيط الخارجي لكل متر من الأنبوب علماً أن درجة حرارة المحيط الخارجي هي 293 °K على فرض أن هناك انحدار مهمل في درجة الحرارة خلال جدران الأنبوب.إن معامل انتقال الحرارة الفردي للأنبوب h إلى المحيط الخارجي يعطى بالمعادلة $h = 1.22\left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{0.25} \quad \frac{W}{m.°K}$

حيث أن d هو القطر الخارجي للأنبوب بالمتر وΔT هو الفرق بدرجة الحرارة بالكلفن بين سطح الأنبوب الخارجي والمحيط.ثم عزل الأنبوب بعد ذلك بطبقة عازلة سمكها 50 mm و معامل توصيلها الحراري هو 0.1 W /m.° K فإذا كان معامل انتقال الحرارة الخارجي للأنبوب يعطى بواسطة نفس المعادلة أعلاه ،كم هي نسبة الانخفاض في الفقد الحراري ؟

س11:جدار مستوي معرض لدرجة حرارة الجو ومقدارها 38 ° C.إن الجدار مغطى بطبقة من عازل سمكها 2.5 cm وتبلغ موصليته 1.4 W / m .°C وكانت درجة حرارة على الجانب الداخلي للعازل 315 ° C والحرارة المفقودة من الجدار إلى المحيط الخارجي هي بطريقة الحمل.أحسب قيمة معامل انتقال الحرارة بالحمل والذي يجب أن يحافظ على درجة حرارة السطح الخارجي عند 41° C.

س12:افرض أن هناك جدار يسخن من أحد جوانبه بالحمل ويبرد بالحمل أيضاً في الجانب الآخر.بيّن أن معدل انتقال الحرارة خلال الجدار يمكن الحصول عليه من المعادلة التالية $q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\Delta x}{k A} + \frac{1}{h_2 A}}$ حيث أن T_1 وT_2 هما درجات الحرارة للمائع على جانبي الجدار وh_1 و h_2 هي معاملات انتقال الحرارة المقابلة أما k فهو معامل التوصيل الحراري للعازل.