الفصل العاشر

الخطر:
تجنبه قياسه
والعائد المطلوب
على الاستثمار

RISK: AVERSION, MEASUREMENT, AND THE REQUIRED RATE OF RETURN

11

openkandl.com

obeikandl.com

الفصل الحادي عشر

الخطر: تجنبه، قياسه، والعائد المطلوب على الاستثمار

RISK: AVERSION, MEASUREMENT, AND THE REQUIRED RATE OF RETURN

مقدمة

يتميز عالم الاستثمارات الرأسمالية والمالية بعدم مقدرة المستثمر على تحديد العائد على الاستثمار بالتأكيد عند اتخاذ القرار. بالرغم من ذلك تقوم الشركات والأفراد بعمليات استثمارية على ضوء توقعاتهم المستقبلية. وتختلف العوائد الاستثمارية المتوقعة والمطلوبة بين فرص الاستثمار المتعددة بحسب درجات المخاطرة المتعلقة بكل منها، لأن معظم الأفراد ومديري الشركات يظهرون عدم محبة للمخاطر. لذلك فإنه من الضروري بالنسبة لهم تحديد خطر الاستثمار للتأكد من أن العائد المتوقع على الاستثمار يتناسب مع خطر الاستثمار.

سيبحث هذا الفصل حالات اتخاذ القرار في ظل درجات متفاوتة من المعرفة حول المستقبل ووجود اتجاهات مختلفة لدى الأفراد نحو الأخذ بمخاطر الاستثمار. وسيتم تعريف خطر الاستثمار بشكل عملي وتقديم طرق محددة لقياس الخطر لمشروع استثمار منفرد ولمجموعة مشاريع تؤلف حقيبة استثمارات. وأخيراً سيوضح هذا الفصل العلاقة ما بين العائد على الاستثمار وخطر الاستثمار في الأسواق المالية بصورة عامة.

حالات اتخاذ القرار

من الممكن تصنيف حالات اتخاذ القرار بحسب درجة المعرفة بنتائج القرار إلى ثلاث حالات هي: **التأكد Certainty**، **عدم التأكد Uncertainty**، **والخطر Risk**. وقد يكون مفيداً تعريف كل من هذه المفاهيم. **التأكد** هو حالة يؤدي فيها اتخاذ قرار إلى نتيجة واحدة ومعروفة. أي أن صاحب القرار يعرف النتيجة التي سيقود إليها قراره بالتأكيد. وتدعى هذه حالة **معرفة كاملة Perfect Knowledge** بالمستقبل. **الخطر** هو حالة يؤدي فيها اتخاذ قرار إلى واحدة من مجموعة نتائج ممكنة، وأن صاحب القرار يعرف **احتمالات Probabilities** حدوث كل من هذه النتائج. وتعتبر هذه حالة **معرفة جزئية Partial Knowledge** بالمستقبل. **عدم التأكد** هي حالة يؤدي فيها اتخاذ قرار إلى مجموعة من النتائج الممكنة، لكن احتمالات حدوث كل منها غير معروفة، كما أن أي تقدير للاحتمالات في هذه الحالة يكون غير ذي معنى. تصف هذه الحالة وضع **جهل كامل** بالمستقبل Complete Ignorance.

إن حالة اتخاذ القرار السائدة في عالم الأعمال والمال هي حالة الخطر. فالمدير في شركة لا يستطيع لسوء الحظ أن يتنبأ بالنتائج المترتبة على قراراته بدقة كاملة لأنه لا يستطيع أن يستقرىء ما سيحدث في المستقبل. ولكن لحسن الحظ هو ليس في حالة جهل كامل عما يمكن أن يحدث في المستقبل. ذلك أن المدير يستطيع بالاعتماد على خلفيته وخبراته ووسائل التنبؤ المتاحة له بالإضافة إلى تقديره للأمور Personal Judgement أن يقوم **بتقدير احتمالات شخصية** Subjective Probability Estimates للنتائج الممكنة للقرار الذي يتخذه. وتختلف هذه عن **الاحتمالات الموضوعية** Objective Probabilities التي يجري تحديدها باستعمال الأساليب العلمية والإحصائية. وبما أن حالة الخطر هي السائدة في عالم المال والأعمال، فإن مدراء الشركات والأفراد يقدمون على الاستثمارات عندما تكون أخطارها محسوبة Calculated Risks ولو أنهم يكرهون الخطر بصورة عامة.

نظرية المنفعة للخطر والمردود

إن معظم المستثمرين ومدراء الشركات يمكن تصنيفهم على أنهم **متجنبون للخطر** Risk - Avertors. أي أنهم يفضلون خطراً أقل على خطر أكثر إذا كانت الأشياء الأخرى

ثابتة. ويعني بالأشياء الأخرى هنا المراديد المتوقعة على الاستثمار. **ولتجنب الخطر** Risk Aversion - مضامين محددة بالنسبة لعلاقة المنفعة Utility Function بالنسبة للمال (أو الدخل أو الثروة). إنه يعني تناقص المنفعة الحدية للمال Diminishing Marginal Utility of Money عندما يزداد الدخل أو الثروة. أي أن كل دينار إضافي يعطي الفرد منفعة أقل من سابقه.

ويمكن التعبير عن علاقة المنفعة الكلية بمعادلة مربعة (من الدرجة الثانية) Quadratic ذات مشتق ثاني سلبي كما يلي:

$$U = a + b\,W - c\,W^2 \qquad (١١ - ١)$$

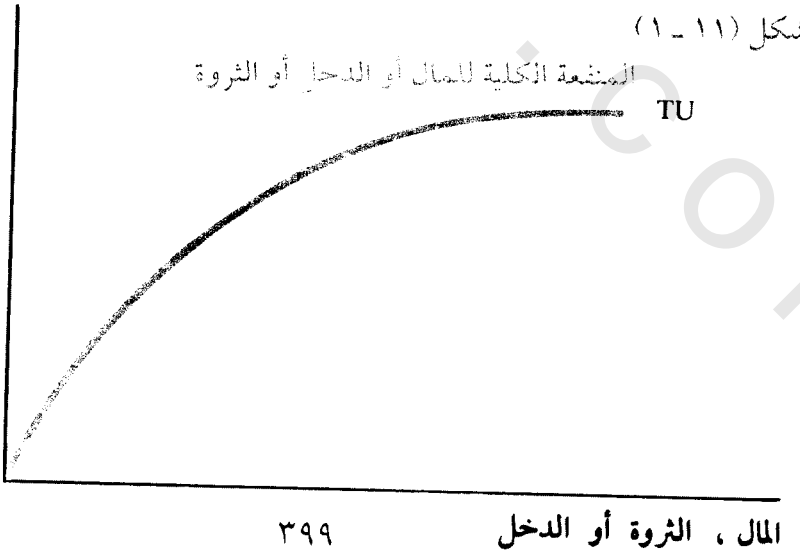
بحيث أن:

المنفعة الكلية $U = \text{Total Utility}$

الثروة $W = \text{Wealth}$

وترسم هذه المعادلة هندسياً كما في الشكل (١١ ـ ١) الذي يقيس الدخل أو الثروة على محوره الأفقي والمنفعة الكلية على محوره العامودي. يلاحظ هنا أنه عندما تزداد الثروة تزداد المنفعة الكلية للمال ولكن بمعدلات متناقصة. إن تحدب Curviture علاقة المنفعة الكلية يعني تناقص المنفعة الحدية. وكلما كان التحدب أكبر كان تناقص المنفعة الحدية أسرع.

الشكل (١١ ـ ١)



تمثل المنفعة الحدية للمال بالمشتق الأول لعلاقة المنفعة الكلية، ويعبر عنها كما يلي:

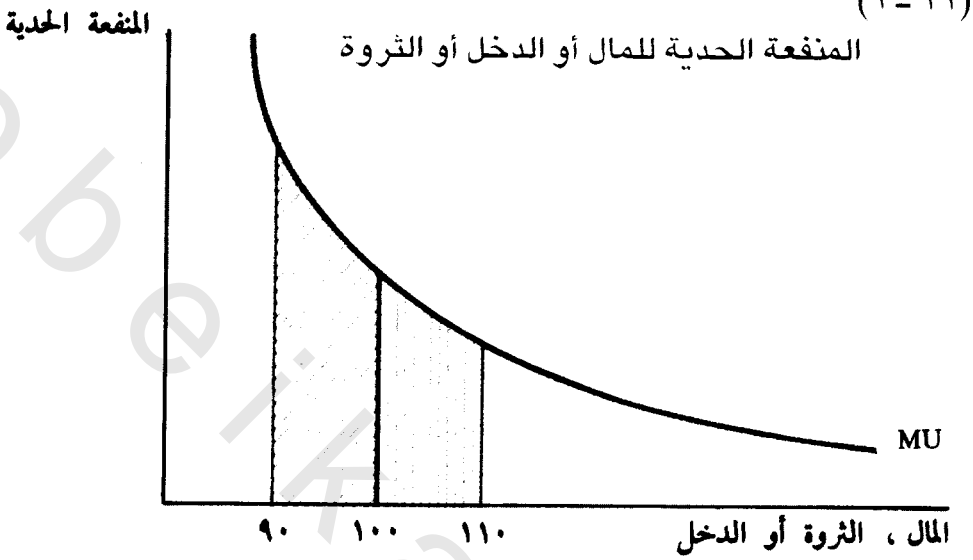
$$\frac{\partial U}{\partial W} = b - 2CW \qquad (٢-١١)$$

كذلك ترسم المنفعة الحدية كما في الشكل (١١ ـ ٢) الذي يقيس الثروة أو الدخل على المحور الأفقي والمنفعة الحدية على المحور العامودي. يلاحظ أن علاقة المنفعة الحدية تنحدر نحو الأسفل وإلى الجهة اليمنى عندما يزداد الدخل. ولإيضاح العلاقة بين تناقص المنفعة الحدية للمال وتجنب الخطر، من الممكن الرؤية على الشكل (١١ ـ ٢) أن المنفعة من دينار إضافي **أقل** من المنفعة المفقودة من خسارة دينار. لاحظ أن المساحة المظللة تحت علاقة المنفعة الحدية الناتجة عن زيادة الدخل إلى ١١٠ دينار **أقل من** المساحة المظللة تحت العلاقة والناتجة عن انخفاض الدخل إلى ٩٠ ديناراً. أي أن المنفعة التي يفقدها الفرد من خسارة دينار واحد أكبر من المنفعة التي يكسبها هذا الفرد من ربح دينار واحد. بكلام آخر، إن مثل هذا الفرد لن يقبل **برهان عادل** Fair Bet، **مثلاً**: ربح ٢٠٠ دينار أو خسارة ٢٠٠ دينار باحتمالات متساوية (٥٠ بالمئة)، لأن قيم الربح والخسارة واحتمالاتهما متساوية، أي أن **القيمة المتوقعة** Expected Value للرهان تساوي الصفر [(٢٠٠) ١/٢ + (ـ ٢٠٠) ١/٢]، ولأن خسارة الدينار تسبب ألماً أكثر من السعادة التي تنتج عن ربح الدينار. إن هذا الفرد سيقبل ويرحب **برهان لمصلحته** Favorable Bet، مثل ربح ٢٠٠ دينار أو خسارة ١٠٠ دينار باحتمالات متساوية، لأن القيمة المتوقعة لهذا الرهان موجبة وتساوي إلى ٥٠ ديناراً.

وتجب الإشارة إلى أن **لتجنب الخطر درجات** Degrees of Risk Aversion. فهناك أفراد يظهرون درجات عالية من تجنب الخطر كما أن هناك أفراداً آخرين يظهرون درجات منخفضة من تجنب الخطر. إن ما يحدد درجة تجنب الخطر عند الفرد هو حدة انحدار (أو ميل Slope علاقة المنفعة الحدية للمال. فكلما كان انحدار هذه العلاقة أشد (ميلها أكبر) كانت درجة تجنب الخطر أكبر، وبالعكس عندما تكون العلاقة مفلطحة (مستوية) Flat.

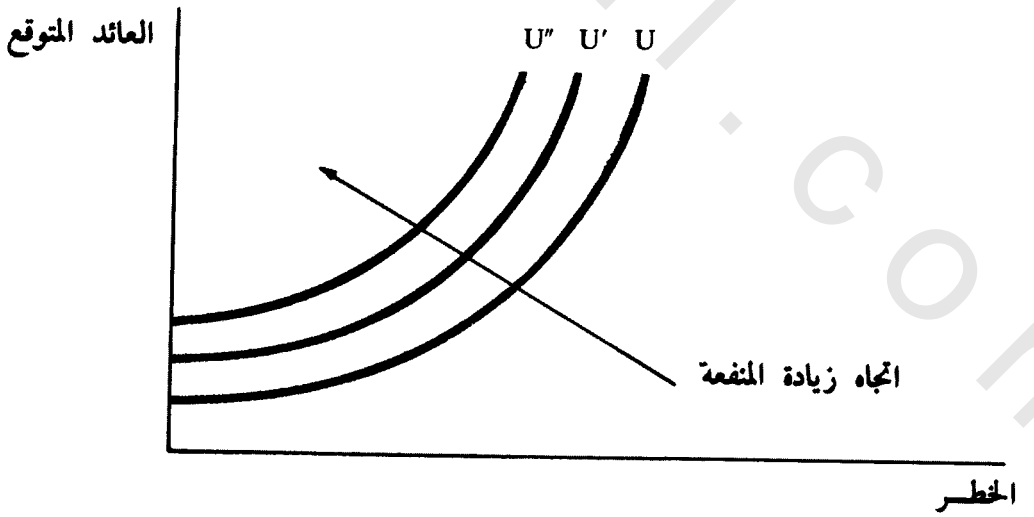
من الممكن الآن التعبير عن علاقة التفضيل بين الخطر والمردود (العائد) - Risk

الشكل (١١ ـ ٢)



الشكل (١١ ـ ٣)

علاقة التفضيل ما بين الخطر والمردود



Return Preference Function لشخص **متجنب للخطر** Risk Avertor كما في الشكل (١١ ـ ٣)، الذي يقيس العائد المتوقع على الاستثمار على محوره العامودي وخطر الاستثمار على المحور الأفقي. وكما هو متعارف عليه في نظرية المنفعة Utility Theory، فإنه يمكن التعبير عن علاقة تفضيل شخص معين بعائلة من منحنيات السواء Family of Indifference Curves. إن التحرك على واحد من هذه المنحنيات يوحي بأن الفرد يتطلب عائداً متوقعاً أكبر كلما ازداد خطر الاستثمار. أما بالنسبة للانتقال من منحنى إلى آخر، فيتبين من الشكل أن الفرد يفضل أن يكون على المنحنى الأعلى (" U مثلاً)، لأنه لأي مستوى خطر معين يكون العائد المتوقع أكبر بالمقارنة مع منحنيات السواء الأدنى. أي أن **اتجاه الزيادة** في المنفعة هو نحو اليسار والأعلى.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن هناك علاقات تفضيل أخرى بين الخطر والمردود فمثلاً **توجد علاقة تفضيل للمحب للخطر** Risk - Taker **أو المغامر** Plunger. وتتميز هذه العلاقة بتزايد المنفعة الحدية للمال بازدياد الدخل أو الثروة. أي أن المنفعة الناتجة عن ربح دينار أكبر من المنفعة المفقودة من خسارة دينار. إن شخصاً من هذا النوع يقبل بأن يلعب **رهاناً عادلاً**، بل إنه يذهب إلى أبعد من ذلك ويقبل **برهان خاسر** Unfavorable Bet، **مثل**: ربح ١٠٠ دينار أو خسارة ٢٠٠ دينار باحتمالات متساوية الذي تبلغ قيمته المتوقعة ـ ٥٠ ديناراً، لأن المنفعة الناتجة عن الربح أكبر من المنفعة المفقودة من الخسارة. إن مثل هذا الشخص يكون مستعداً للأخذ باستثمارات غير محسوبة المخاطر، كما يقْدِمُ على المغامرة بالاستثمار حتى عندما تكون احتمالات الخسارة أكبر من احتمالات الربح (مثل: المقامرة Gambling في الكازينو حيث تكون الاحتمالات ضد اللاعب). إن اللاعب في هذه الحالة يسعى وراء الاحتمال الصغير لتحقيق ربح كبير جداً.

كذلك هناك علاقة **تفضيل المحايد (أو غير المبالي) للخطر** Risk - Neutral (or Indifferent). إن المنفعة الحدية للمال بحسب هذه العلاقة تبقى ثابتة بازدياد الدخل أو الثروة. أي أن المنفعة الناتجة عن ربح دينار تساوي إلى المنفعة المفقودة من خسارة دينار. إن شخصاً من هذا النوع لا يبالي بخطر الاستثمار ولا يدخل الخطر في حساباته عندما يقدم على استثمار ما. فإذا ما واجه عدة فرص استثمار بعوائد مختلفة، فإنه يختار فرصة

الاستثمار التي تعظم العائد المتوقع ويستثمر فيها، كما أنه لا يرغب بتنويع حقيبة استثماراته لتخفيض خطر الحقيبة لأنه أساساً لا ينظر إلى خطر الاستثمار.

قياس العائد المتوقع والخطر

بما أن معظم المستثمرين ومدراء الشركات متجنبون للخطر، فإنه من المهم لهم أن يتمكنوا من قياس العائد والخطر لكل من فرص الاستثمار المتاحة، والمفاضلة بينها قبل اختيار بديل الاستثمار الأفضل. ولقياس الخطر سيتم تعريفه بشكل عملي. **يعرَّف خطر الاستثمار** بالتغيرُّ (التقلب) Variability في المردود (العائد) حول المردود المتوقع. فكلما كان التغير في المردود أكبر كان خطر الاستثمار أعلى، وبالعكس عندما يكون التغير في المردود صغيراً. إن هذا يتطلب معرفة التوزيع الاحتمالي لمعدلات المردود الممكنة Probability Distribution of Possible Rates of Return. وكلما كان تشتت Dispersion التوزيع الاحتمالي للمراديد الممكنة أوسع كان خطر الاستثمار أكبر. وكما هو معروف من الإحصاء، من الممكن التعرف على كامل التوزيع الاحتمالي إذا كان **طبيعياً** Normal Probability Distribution بحساب **القيمة المتوقعة** Expected Value **والانحراف المعياري** Standard Deviation باستعمال بعض القيم الممكنة (قيمتين على الأقل) للتوزيع الاحتمالي.

لتوضيح هذه المفاهيم، لنفترض أن هناك مشروعي استثمار (آ) و(ب) قيد الدراسة. وعوضاً من تقدير قيمة واحدة أكيدة للعائد على الاستثمار لكل منهما تم تقدير **عدة قيم ممكنة** للعائد حسب احتمالات التغير في الأوضاع الاقتصادية من الأسوأ إلى الأحسن. يقدم الجدول (١١ـ ١) حالات الوضع الاقتصادي الممكنة (States of Nature)، احتمالات حدوثها، والمراديد الممكنة لكل من المشروعين.

الجدول (١١ ـ ١)

توزيع احتمالي للمراديد الممكنة لمشروعي
استثمار في أوضاع اقتصادية مختلفة

حالة الاقتصاد	الاحتمال	عوائد المشروع (آ)	عوائد (المشروع (ب)
الأسوأ	٠,١٠	٠,٣٠	٠,٢٠
٢	٠,٢٠	٠,٣٥	٠,٣٠
٣	٠,٤٠	٠,٤٠	٠,٤٠
٤	٠,٢٠	٠,٤٥	٠,٥٠
الأحسن	٠,١٠	٠,٥٠	٠,٦٠

العائد المتوقع Expected Return

يحسب العائد المتوقع (أو القيمة المتوقعة للعائد) باستعمال المعادلة الآتية:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} r_i p_i \qquad (١١ ـ ٣)$$

بحيث أن:

$E(r)$ = القيمة المتوقعة للعائد

r_i = القيم التي يمكن أن يأخذها العائد

P_i = احتمالات حدوث كل من القيم الممكنة للعائد

والمعادلة هي عبارة عن ضرب كل قيمة ممكنة للعائد باحتمال حدوثها وجمع هذه القيم، للحصول على وسطي العائد المثقل بالاحتمالات. وبتطبيق هذه المعادلة يتبين أن العائد المتوقع لكل من المشروعين (آ) و (ب) يساوي إلى ٤٠ بالمئة وذلك كما يلي:

العائد المتوقع (آ) = (٠,٣٠) (٠,١٠) + (٠,٣٥) (٠,٢٠) + (٠,٤٠) (٠,٤٠)
+ (٠,٤٥) (٠,٢٠) + (٠,٥٠) (٠,١٠) = ٤٠ بالمئة

obeikandl.com

العائد المتوقع (ب) = (٠,٢٠) (٠,١٠) + (٠,٣٠) (٠,٢٠) + (٠,٤٠) (٠,٤٠) + (٠,٥٠) (٠,٢٠) + (٠,٦٠) (٠,١٠) = ٤٠ بالمئة.

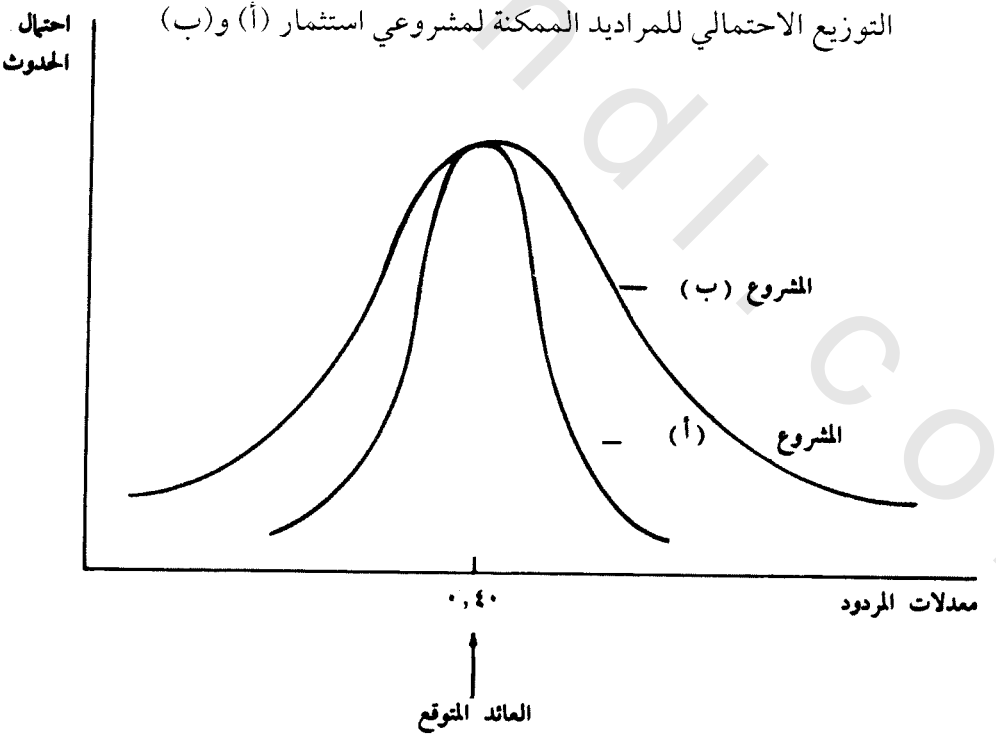
من الممكن رسم التوزيع الاحتمالي للمراديد الممكنة هندسياً كما في الشكل (١١ ـ ٤)، حيث يتم قياس معدل المردود الممكن على المحور الأفقي واحتمال الحدوث Probability of Occurrence على المحور العامودي.

الانحراف المعياري Standard Deviation

الانحراف المعياري هو مقياس التشتت لتوزيع احتمالي ويعبر عنه بالمعادلة الآتية:

$$\sigma_r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} [r_i - E(r)]^2 p_i} \qquad (١١ ـ ٤)$$

الشكل (١١ ـ ٤)
التوزيع الاحتمالي للمراديد الممكنة لمشروعي استثمار (أ) و(ب)



بحيث أن:

الانحراف المعياري Small Greek Sigma = σ_r

القيم التي يمكن أن يأخذها العائد = r_i

العائد المتوقع = $E(r)$

احتمال حدوث كل من العوائد الممكنة = P_i

وهي عبارة عن الجذر التربيعي للفروقات المربعة بين كل قيمة ممكنة والقيمة المتوقعة للعائد كل منها مضروب باحتمال حدوثه. وبتطبيق هذه المعادلة يمكن حساب الانحراف المعياري للعائد لكل من المشروعين، وذلك كما يلي:

الانحراف المعياري للمشروع (آ):

العائد الممكن ـ العائد المتوقع $E(r) - r_i$		الفرق $\triangle$	مربع الفرق × الاحتمال $\triangle^2 \times P_i$		حاصل الضرب
٠,٣٠ ـ ٠,٤٠	=	ـ ٠,١٠	٠,٠١٠٠ × ٠,١٠	=	٠,٠٠١٠
٠,٣٥ ـ ٠,٤٠	=	ـ ٠,٠٥	٠,٠٠٢٥ × ٠,٢٠	=	٠,٠٠٠٥
٠,٤٠ ـ ٠,٤٠	=	صفر	صفر × ٠,٤٠	=	صفر
٠,٤٥ ـ ٠,٤٠	=	+ ٠,٠٥	٠,٠٠٢٥ × ٠,٢٠	=	٠,٠٠٠٥
٠,٥٠ ـ ٠,٤٠	=	+ ٠,١٠	٠,٠١٠٠ × ٠,١٠	=	٠,٠٠١٠
الانحراف = Variance	=	σ^2 = المجموع		=	٠,٠٠٣٠٠
الانحراف المعياري = $\sqrt{\sigma^2}$	=	الجذر التربيعي للانحراف		=	٠,٠٥٤٧٧
الانحراف المعياري للمشروع (آ) = σ_A				=	٥,٤٨ بالمئة

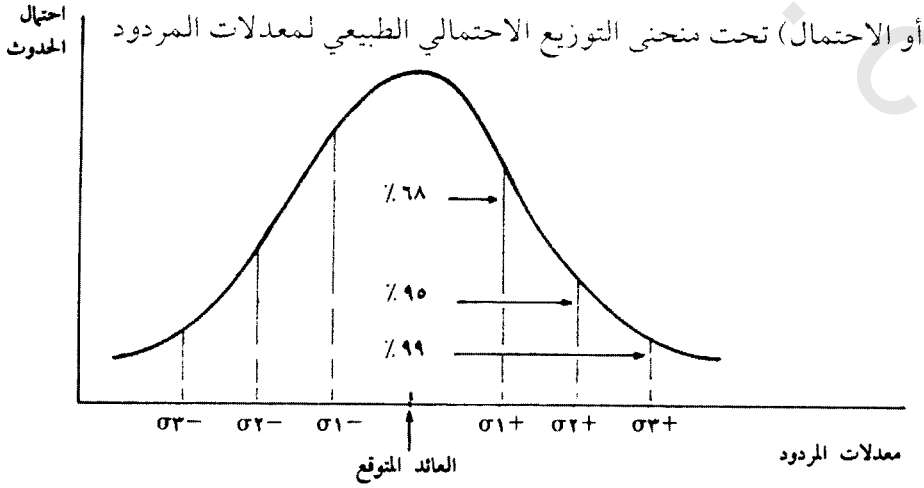
الانحراف المعياري للمشروع (ب):

٠,٢٠ ـ ٠,٤٠	=	ـ ٠,٢٠	٠,٠٤ × ٠,٢٠	=	٠,٠٠٤
٠,٣٠ ـ ٠,٤٠	=	ـ ٠,١٠	٠,٠١ × ٠,٢٠	=	٠,٠٠٢
٠,٤٠ ـ ٠,٤٠	=	صفر	صفر × ٠,٤٠	=	صفر
٠,٥٠ ـ ٠,٤٠	=	+ ٠,١٠	٠,٠١ × ٠,٢٠	=	٠,٠٠٢
٠,٦٠ ـ ٠,٤٠	=	+ ٠,٢٠	٠,٠٤ × ٠,١٠	=	٠,٠٠٤
الانحراف = Variance	=	σ^2 = المجموع		=	٠,٠١٢
الانحراف المعياري = $\sqrt{\sigma^2}$		= الجذر التربيعي للانحراف		=	٠,١١
الانحراف المعياري للمشروع (ب) = σ_B				=	١١ بالمئة

يلاحظ أن الانحراف المعياري للمشروع (ب) أكبر من الانحراف المعياري للمشروع (آ) ويساوي إلى الضعف تقريباً، أي أن المشروع (ب) أكثر خطراً من المشروع (آ). إن هذه النتيجة يمكن توقعها من تفحص الشكل (١١ ـ ٤) والجدول (١١ ـ ١). فمن الشكل الهندسي تمكن الملاحظة أن تشتت التوزيع الاحتمالي للمشروع (ب) أوسع من تشتت التوزيع الاحتمالي للمشروع (آ). كذلك يمكن من الجدول (١١ ـ ١) تحديد مدى Range التغير في القيم الممكنة للعائد وهي ٣٠ ـ ٥٠ بالمئة للمشروع (آ) و٢٠ ـ ٦٠ بالمئة للمشروع (ب)، أي أن مدى العوائد للمشروع (ب) أوسع من تلك للمشروع (آ). فإذا كان المطلوب اختيار واحد من هذين المشروعين، فإن الفرد المتجنب للخطر سيختار المشروع (آ) لأنه يعطي العائد المتوقع نفسه ولكن بدرجة خطر أقل.

وتجب الإضافة هنا إلى أن الانحراف المعياري مقياس مفيد لخطر الاستثمار لأنه يقدم معلومات عن مدى Range قيم العائد الممكنة واحتمالات وقوع العائد المحقق ضمنها. فبالنسبة لتوزيع احتمالي طبيعي Normal Probability Distribution، هناك احتمال ٦٨ بالمئة بأن يقع العائد المحقق على الاستثمار ما بين ناقص إلى زائد واحد انحراف معياري من القيمة المتوقعة، ذلك أن ٦٨ بالمئة من المساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي تقع ما بين هذين الحدين. ويرتفع هذا الاحتمال إلى ٩٥ بالمئة عند المدى زائد ناقص اثنين انحراف معياري، ويصل إلى ٩٩ بالمئة لزائد ناقص ثلاثة انحرافات معيارية، كما هو مبين في الشكل (١١ ـ ٥).

الشكل (١١ ـ ٥)
المساحة (أو الاحتمال) تحت منحنى التوزيع الاحتمالي الطبيعي لمعدلات المردود



ومن الممكن قياس عدد الانحرافات المعيارية (Z) من العائد المتوقع E (r) لأي عائد مطلوب (r) باستعمال المعادلة التالية:

$$Z = \frac{r - E(r)}{\sigma_r}$$

ويمكن حساب احتمال تحقق هذا العائد بالعودة إلى جدول المساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي المقدم في الجدول (F) في الملحق.

مثال: ما هو الاحتمال أن يحقق المشروع (آ) عائداً على الاستثمار يساوي إلى ٢٥ بالمئة؟

$$\text{تحسب قيمة } Z = \frac{٠,٤٠ - ٠,٢٥}{٠,٠٥٤٨} = \frac{-٠,١٥}{٠,٠٥٤٨} = -٢,٧٤$$

أي أن العائد ٢٥ بالمئة يقع على مسافة ٢,٧٤ انحراف معياري إلى يسار العائد المتوقع، وتمثل هذه مساحة ٠,٤٩٦٩ من التوزيع الاحتمالي. وقد تم الحصول على هذه النسبة بالعودة إلى نص الجدول (F) على صف ٢,٧ وعمود ٠,٠٤. ولتحديد احتمال الحصول على عائد ٢٥ بالمئة أو أكبر من المشروع (آ)، تضاف مساحة النصف الأيمن من التوزيع الاحتمالي والتي تساوي إلى ٠,٥٠ إلى المساحة المحسوبة سابقاً والموضحة في الشكل (١١ ـ ٦) فينتج:

٠,٥٠ + ٠,٤٩٦٩ = ٠,٩٩٦٩ = ٩٩,٧ بالمئة.

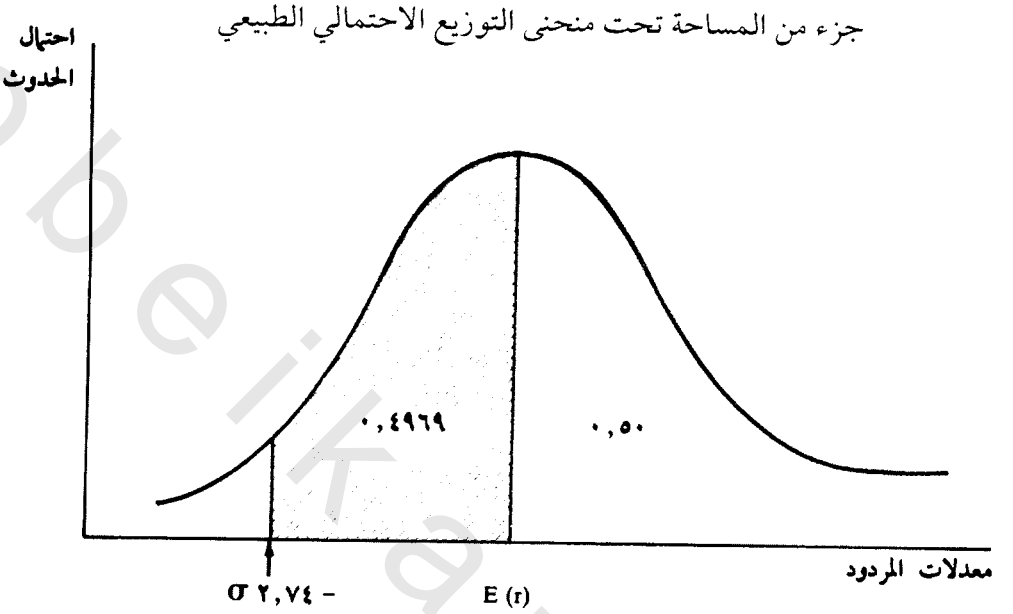
وهو احتمال كبير. أما احتمال الحصول على **عائد محقق أقل** من ٢٥ بالمئة فهو صغير جداً ويساوي إلى:

١,٠٠ ـ ٩٩,٧ = ٠,٣ بالمئة، أو ٠,٥٠ ـ ٠,٤٩٦٩ = ٠,٠٠٣١

أما احتمال تحقق عائد ٢٥ بالمئة **أو أكبر** من المشروع (ب) فيساوي إلى ٩١,٣ بالمئة حيث أن قيمة الـ (Z) تساوي ـ ١,٣٦. إن الاحتمال بأن لا يحقق المشروع (ب) عائداً ٢٥ بالمئة هو ٨,٧ بالمئة، أكبر بكثير من ٠,٣ بالمئة احتمال عدم تحقق العائد نفسه من المشروع (آ). إذن المشروع (ب) أكثر خطراً من المشروع (آ).

الشكل (١١ ـ ٦)

جزء من المساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي الطبيعي



معامل التغير Coefficient of Variation

يعتبر الانحراف المعياري مقياساً مطلقاً للخطر. فهو مفيد في التحليل المقارن لخطر فرصتين للاستثمار عندما تكون الأشياء الأخرى، أي العائد المتوقع، ثابتة. فمثلاً إذا كانت خصائص الخطر والمردود للمشروعين (آ) و(ب) كما يلي:

	المشروع (آ)	المشروع (ب)
العائد المتوقع (بالمئة)	١٠	١٠
الانحراف المعياري (بالمئة)	٥	١٠

فإنه من الواضح أن المشروع (ب) أكثر خطراً من المشروع (آ) لأن المشروعين يعدان بالعائد المتوقع عينه، لكن الانحراف المعياري لمردود المشروع (ب) ضعف الانحراف المعياري لمردود المشروع (آ). ولذلك فإن الشخص المتجنب للخطر سيفضل المشروع (آ) على المشروع (ب).

ولكن عندما يكون العائد المتوقع على فرص الاستثمار **مختلفاً** أيضاً، فإن الانحراف لن يكون كافياً لقياس الخطر، وسيكون هناك حاجة لمقياس نسبي للخطر. إن مثل هذا المقياس يدعى **معامل التغير** الذي يقيس الخطر لكل وحدة عائد متوقع، أو **ينمط الخطر لكل وحدة عائد على الاستثمار** Standardize Risk Per Unit of Return وذلك بتقسيم الانحراف المعياري للمردود على المردود (العائد) المتوقع لمشروع الاستثمار كما يلي:

$$CV = \frac{\sigma_r}{E(r)}$$

حيث أن:

معامل التغير $= CV$

الانحراف المعياري للمردود $= \sigma_r$

المردود المتوقع $= E(r)$

مثال: إذا كانت خصائص الخطر والمردود للمشروعين (آ) و(ب) هي كما يلي:

	المشروع (آ)	**المشروع (ب)**
العائد المتوقع (بالمئة)	٢٢	٣٠
الانحراف المعياري (بالمئة)	١٠	١٢
معامل التغير	٠,٤٥	٠,٤٠

قد يبدو لأول وهلة أن المشروع (ب) أكثر خطراً من المشروع (آ) لأن انحرافه المعياري أكبر. ولكن في الواقع الأمر ليس كذلك، لأن المشروع (ب) يعد بعائد متوقع أكبر أيضاً. لذلك فإنه من الضروري قياس الخطر النسبي لكل من المشروعين للتمكن من إجراء تحليل مقارن صحيح. وبحساب معامل التغير لكل من المشروعين، يتبيّن أن الخطر لوحدة العائد المتوقع للمشروع (ب) يساوي إلى ٠,٤٠ أصغر من ٠,٤٥ مثيلتها للمشروع (آ)، أي أن خطر المشروع (آ) النسبي أكبر من خطر المشروع (ب).

obeikandl.com

الخطر في مفهوم حقيبة (محفظة) الاستثمار Portfolio Risk

لقد تم حتى الآن بحث خطر الاستثمار لمشاريع الاستثمار عندما تكون منفردة. لكنه من الأهمية بمكان بحث خطر الاستثمار لمجموعة من الاستثمارات (أوراق مالية متنوعة مثلاً) عندما تشكل مع بعضها ما يسمى حقيبة (محفظة) استثمار Investment Portfolio. إن خطر حقيبة الاستثمار قد يكون **أصغر** أو **يساوي** أو **أكبر** من مجموع خطر الاستثمارات الفردية المكونة للحقيبة وذلك حسب **حجم وإشارة الانحراف المشترك لمراديد الاستثمارات** Covariance of Returns. ما هو **الانحراف المشترك** Cov وما هي أهميته؟

يقيس **الانحراف المشترك** الـ Covariance إلى أي مدى يتحرك متغيران عشوائيان Two Random Variables مع بعض في الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الانحراف المشترك لمتغيرين عشوائيين (A) و (B) إحصائياً كالقيمة المتوقعة لحاصل ضرب الفروقات بين كل قيمة ممكنة لـ A وقيمتها المتوقعة بالفروقات بين كل قيمة ممكنة لـ B وقيمتها المتوقعة، وذلك كما يلي:

$$Cov\,(A,B) = E\,[A_i - E(A)]\,[B_i - E(B)] \qquad (١١ - ٥ - آ)$$

ويمكن إعادة كتابة المعادلة (١١ ـ ٥ ـ آ) بالتعويض عن عاملة التوقعات (E) بما يساويها، كما يلي:

$$Cov\,(A, B) = \sum_{i=1}^{n} P_i \{[A_i - E(A)]\,[B_i - E(B)]\} \qquad (١١ - ٥ - ب)$$

حيث أن P_i تمثل **الاحتمال المشترك** Joint Probability لحدوث القيم الممكنة لـ A و B في آن معاً.

كذلك يمكن التعبير عن الانحراف المشترك الـ Cov باستعمال **مفهوم معامل الارتباط** Correlation Coefficient، وهو مفهوم إحصائي آخر يبين إلى أي مدى يتحرك (يرتبط) متغيران عشوائيان (المراديد من استثمارين مثلاً) مع بعض في الاتجاه نفسه. ويأخذ معامل الارتباط (ρ) بين متغيرين عشوائيين A,B قيماً تتراوح بين الواحد والناقص واحد، وذلك كما يلي:

$$-1 \leqslant \rho_{a,b} \leqslant +1$$

وتكون قيمة الـ cov في هذه الحالة مساوية إلى:

$$Cov\ (A,B) = \rho_{a.b}\ \sigma_a\ \sigma_b \qquad (١١ - ٦)$$

وتكون قيمة معامل الارتباط $P_{a.b}$ بالتالي تساوي إلى:

$$\rho_{a.b} = \frac{Cov\ (A, B)}{\sigma_a\ \sigma_b} \qquad (١١ - ٧)$$

أي أن معامل الارتباط للمراديد A,B يساوي إلى Cov (A,B) منمطاً Standardized بتقسيمه على حاصل ضرب الانحراف المعياري لكل من B و A.

وتنشأ أهمية الانحراف المشترك لـ Cov الكبرى من أنه يظهر في تعبير مقياس الخطر لحقيبة استثمار. ولإيضاح ذلك لنفترض أن هناك سهمين عاديين لشركتين مختلفتين A و B يرغب شخص بالاستثمار فيهما بنسب متساوية. كيف يتم قياس العائد المتوقع والخطر لحقيبة الاستثمار هذه؟ إن العائد المتوقع على حقيبة الاستثمار هو الوسطي المثقل للعوائد المتوقعة على الأسهم (الاستثمارات) الداخلة في الحقيبة كل منها مضروب بنسبة الاستثمار فيه، وذلك كما يلي:

$$E\ (R)_p = W_a\ \bar{R}_a + W_b\ \bar{R}_b \qquad (١١ - ٨)$$

حيث أن:

$E\ (R)_p$ = العائد المتوقع على حقيبة الاستثمار

W_a & W_b = نسب الاستثمار في كل من السهمين A و B

$\bar{R}_a$ = العائد المتوقع على الاستثمار في السهم A

$\bar{R}_b$ = العائد المتوقع على الاستثمار في السهم B

أما خطر حقيبة الاستثمار المؤلفة من السهمين A و B فيقاس كما يلي:

$$\sigma_P = \sqrt{W_a^2\ \sigma_a^2 + W_b^2\ \sigma_b^2 + 2\ W_a\ W_b\ Cov_{ab}} \qquad (١١ - ٩)$$

ويمكن التعويض عن الـ Cov بتعبير معامل الارتباط ρ الذي يساويه كالآتي:

$$\sigma_P = \sqrt{W_a^2\,\sigma_a^2 + W_b^2\,\sigma_b^2 + 2\,W_a\,W_b\,\rho_{a.b}\,\sigma_a\,\sigma_b} \qquad (١٠-١١)$$

يلاحظ مما تقدم أن الانحراف المشترك الـ Cov يدخل بصورة جوهرية في قياس خطر حقيبة الاستثمار، كما يتضح أن الاختيار الذكي للاستثمارات الداخلة في حقيبة الاستثمار يمكن أن يخفض من خطر الحقيبة. بالتحديد إن تنويع Diversification حقيبة الاستثمار باختيار استثمارات يكون معامل الارتباط Correlation Coefficient بين مراديدها أقل من الواحد يخفض خطر الحقيبة. ويكون خطر الحقيبة أصغر كلما كان الارتباط بين مراديد الاستثمارات المكونة لها أقل. ومن الممكن تمييز خمس حالات أساسية ممكنة لقيمة معامل الارتباط لمراديد استثمارين، وذلك كما يلي:

١ ـ ارتباط تام موجب بين المراديد Perfectly Positively Correlated Returns بحيث أن معامل الارتباط يساوي الواحد ($\rho = +1$). أي أن المراديد من الاستثمارين تتجه مع بعضها نحو الأعلى أو الأدنى في الاتجاه نفسه وبالنسبة نفسها.

٢ ـ ارتباط موجب بين المراديد Positively Correlated Returns، حيث يكون معامل الارتباط أكبر من الصفر ($\rho > 0$). أي أن المراديد من الاستثمارين تتجه مع بعضها في الاتجاه نفسه صعوداً وهبوطاً ولكن بنسب مختلفة.

٣ ـ لا يوجد ارتباط بين المراديد Non - correlated Returns لأن الاستثمارين مستقلين ولا توجد أية علاقة بينهما. في هذه الحالة تكون قيمة معامل الارتباط صفراً ($\rho = 0$).

٤ ـ ارتباط سلبي بين المراديد Negatively Correlated Returns، أي أنه عندما يرتفع المردود على الاستثمار الأول ينخفض المردود على الاستثمار الثاني ولكن ليس بالنسبة نفسها. ويكون معامل الارتباط أقل من الصفر ($\rho < 0$).

٥ ـ ارتباط تام سلبي بين المراديد Perfectly Negatively Correlated Returns، أي أنه عندما يرتفع المردود على الاستثمار الأول ينخفض المردود على الاستثمار الثاني وبالنسبة عينها. وتكون قيمة معامل الارتباط في هذه الحالة تساوي إلى الناقص الواحد ($\rho = -1$).

يلاحظ من معادلة خطر حقيبة الاستثمار المبينة أعلاه أنه عندما يكون معامل الارتباط بين المراديد لاستثمارين يساوي إلى + ١، فإنه لن يكون هناك أي تخفيض في خطر الحقيبة. ويمكن تخفيض خطر حقيبة الاستثمار قليلاً إذا تم اختيار استثمارين الارتباط بينهما موجب ولكنه أقل من الواحد، لأن قيمة ρ تكون كسراً مما يخفض قيمة التعبير الثالث في معادلة خطر حقيبة الاستثمار (١١ ـ ١٠). ويتم تخفيض خطر حقيبة الاستثمار أكثر إذا لم يكن هناك أي ارتباط بين الاستثمارين بحيث تصبح قيمة التعبير الثالث في المعادلة (١١ ـ ١٠) صفراً لأن معامل الارتباط يساوي إلى الصفر. ويمكن تخفيض خطر الحقيبة أكثر باختيار استثمارات ذات ارتباط سلبي. في هذه الحالة يطرح جزء من التعبير الثالث في المعادلة (١١ ـ ١٠) عوضاً من جمعه إليها، لأن قيمة معامل الارتباط تكون في هذه الحالة كسراً سلبياً. وأخيراً تتم الاستفادة القصوى من تنويع حقيبة الاستثمار باختيار استثمارين تكون مراديدهما ذات ارتباط تام سلبي، أي أن معامل الارتباط يساوي الناقص واحد. في هذه الحالة يطرح كامل التعبير الثالث من معادلة الخطر (١١ ـ ١٠)، ما يخفض خطر حقيبة الاستثمار إلى الحد الأدنى.

تجدر الإشارة هنا إلى أن معظم الاستثمارات مرتبطة ايجابياً مع بعضها من حيث أنها تتأثر كلها بالأوضاع الاقتصادية العامة، ولو بدرجات متفاوتة. لكن هذا لا يمنع وجود بعض فرص الاستثمار التي ترتبط مراديدها سلبياً مع بعضها البعض، كالاستثمار في الذهب وفي الدولار الأمريكي مثلاً. فعندما يتحسن سعر صرف الدولار تتراجع قيمة المعدن الأصفر، وبالعكس.

مثال: لنفترض أن هناك ثلاث فرص للاستثمار (أسهم عادية مثلاً) أ، ب، ج. وقد قام مستثمر بتقدير التوزيع الاحتمالي للعائد على كل من هذه الاستثمارات لثلاثة أوضاع اقتصادية ممكنة. إن هذه المعلومات مقدمة في الجدول (١١ ـ ٢). والمطلوب اختيار حقيبة الاستثمار المثلى المؤلفة من سهمين، مع الأخذ بعين الاعتبار أن نسب الاستثمار في السهمين **متساوية**.

جدول (١١ ـ ٢)
التوزيع الاحتمالي للمراديد الممكنة
لثلاث فرص استثمارية (بالمئة)

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	الاستثمار (أ)	الاستثمار (ب)	الاستثمار (ج)
اقتصاد بطيء	٢٠	ـ ٢٠	٥٠	ـ ١٥
اقتصاد طبيعي	٥٠	١٨	١٨	٢٠
اقتصاد ينمو	٣٠	٥٠	ـ ٢٠	١٠

لتحديد حقيبة الاستثمار المفضلة، يجب حساب العائد المتوقع وخطر العائد لكل حقيبة استثمار ممكنة مؤلفة من سهمين. في الواقع أن الأسهم الثلاثة الخاضعة للدراسة يمكن مزجها في **ثلاث** حقائب ممكنة هي (أ ب)، (أ ج) و (ب ج). وسيتم فيما يلي حساب العائد المتوقع وخطر العائد لكل من الاستثمارات (الأسهم) الثلاثة على حدة، ثم حساب الانحراف المشترك الـ Cov ومعامل الارتباط بين كل استثمارين، وأخيراً حساب العائد المتوقع وخطر العائد لكل حقيبة استثمار ممكنة. كل هذا حتى يتم في النهاية اختيار حقيبة الاستثمار المفضلة.

حساب العائد المتوقع لكل استثمار:

العائد المتوقع (أ) = (ـ ٠,٢٠) (٠,٢٠) + (٠,١٨) (٠,٥٠) + (٠,٥٠) (٠,٣٠)

= ـ ٠,٠٤ + ٠,٠٩ + ٠,١٥

= ٢٠ ٪

وبالطريقة نفسها يتم حساب العائد المتوقع لـ (ب) و (ج).

العائد المتوقع (ب) = ١٣ ٪

العائد المتوقع (ج) = ١٠ ٪

حساب الانحراف المعياري لكل استثمار:

الانحراف المعياري لعائد (أ):

العائد الممكن ـ العائد المتوقع	الفرق	مربع الفرق × الاحتمال	= حاصل الضرب
٠,٢٠ ـ ٠,٢٠	ـ ٠,٤٠	٠,١٦٠٠ × ٠,٢٠	= ٠,٠٣٢٠
٠,١٨ ـ ٠,٢٠	ـ ٠,٠٢	٠,٠٠٤٠ × ٠,٥٠	= ٠,٠٠٠٢
٠,٥٠ ـ ٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٠٩٠٠ × ٠,٣٠	= ٠,٠٢٧٠
	الانحراف = σ^2	= المجموع	= ٠,٠٥٩٢
	الانحراف المعياري	= $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	= ٠,٢٤٣٣

وبالطريقة نفسها يمكن حساب الانحراف المعياري لعائد (ب) و (ج).

الانحراف المعياري لعائد (ب) = ٠,٢٤٧٦

الانحراف المعياري لعائد (ج) = ٠,١٣٢٣

حساب الانحراف المشترك لكل استثمارين:

يحسب الانحراف المشترك Cov لمراديد الاستثمارين (أ، ب) كالآتي:

العائد الممكن (أ) ـ العائد المتوقع (أ)	العائد الممكن (ب) ـ العائد المتوقع (ب)	الاحتمال =	حاصل الضرب
٠,٢٠ ـ ٠,٢٠ = (ـ ٠,٤)	٠,٥٠ ـ ٠,١٣ = (٠,٣٧)	٠,٢٠	= ـ ٠,٠٢٩٦
٠,١٨ ـ ٠,٢٠ = (ـ ٠,٠٢)	٠,١٨ ـ ٠,١٣ = (٠,٠٥)	٠,٥٠	= ـ ٠,٠٠٠٥
٠,٥٠ ـ ٠,٢٠ = (٠,٣٠)	٠,٢٠ ـ ٠,١٣ = (ـ ٠,٣٣)	٠,٣٠	= ـ ٠,٠٢٩٧
	الانحراف المشترك = Cov (A, B) = المجموع		= ـ ٠,٠٥٩٨

وبالطريقة نفسها يمكن حساب الانحراف المشترك الـ Cov (أ، ج) و (ب، ج).

الانحراف المشترك Cov (أ، ج) = ٠,٠١٩

الانحراف المشترك Cov (ب، ج) = ٠,٠٢١

تجدر الملاحظة هنا أن الانحراف المشترك Cov (أ، ب) سالب. إن هذه ميزة هامة ومفيدة، لأنها تمكن من تخفيض خطر حقيبة الاستثمار بنسبة كبيرة بتنويع الحقيبة باستعمال هذين الاستثمارين (السهمين).

حساب معامل الارتباط لكل استثمارين

معامل الارتباط (أ،ب) $= \frac{Cov(a,b)}{\sigma_a \sigma_b} = \frac{-٠,٠٥٩٨}{(٠,٢٤٧٦)(٠,٢٤٣٣)} = -١$

معامل الارتباط (أ، ج) $= \frac{٠,٠١٩}{(٠,١٣٢٣)(٠,٢٤٣٣)} = ٠,٥٩$

معامل الارتباط (ب، ج) $= \frac{٠,٠٢١}{(٠,١٣٢٣)(٠,٢٤٧٦)} = ٠,٦٤$

هنا أيضاً تجب الملاحظة أن معامل الارتباط (أ، ب) يساوي إلى الـ (-١). إن هذا يمثل مبزة هامة وكبيرة، حيث يمكن تعظيم الاستفادة من تنويع حقيبة الاستثمار باستعمال السهمين (أ، ب)، وتخفيض خطر حقيبة الاستثمار إلى الحد الأدنى. وتبدو طبيعة هذا الارتباط واضحة من تفحص التوزيع الاحتمالي لمراديد المشروعين (أ) و (ب). ويلاحظ في هذا الصدد تكرر نفس قيم العائد الممكنة ولكن بشكل معكوس للمشروعين. فحينما يكون العائد للمشروع (أ) أعلى ما يمكن يكون العائد للمشروع (ب) أسوأ ما يمكن، وبالعكس.

حساب العائد المتوقع لحقائب الاستثمار الممكنة

العائد المتوقع على الحقيبة (أ، ب)

= (٠,٢٠) (٠,٥٠) + (٠,١٣) (٠,٥٠) = ١٦,٥ بالمئة

العائد المتوقع على الحقيبة (أ، ج)

= (٠,٢٠) (٠,٥٠) + (٠,١٠) (٠,٥٠) = ١٥ بالمئة

العائد المتوقع على الحقيبة (ب، ج)

= (٠,١٣) (٠,٥٠) + (٠,١٠) (٠,٥٠) = ١١,٥ بالمئة

obeikandl.com

حساب الانحراف المعياري لحقائب الاستثمار الممكنة

سيتم حساب الانحراف المعياري للحقيبة باستعمال الانحراف المشترك Cov الذي تم حسابه فيما سبق، مع العلم أنه يمكن أيضاً استعمال معامل الارتباط والحصول على النتائج عينها.

الانحراف المعياري للحقيبة (أ، ب) = الصفر =

$$\sqrt{(٠,٥٠)^{٢}(٠,٢٤٣٣)^{٢} + (٠,٥٠)^{٢}(٠,٢٤٧٦)^{٢} + (٠,٥٠)(٠,٥٠)(-٠,٠٥٩٨)(٠)}$$

الانحراف المعياري للحقيبة (أ، ج) = $\sqrt{٠,٠٢٨٦٨}$ = ٠,١٦٩ = ١٦,٩ بالمئة

الانحراف المعياري للحقيبة (ب، ج) = $\sqrt{٠,٠٣٠٢٠}$ = ٠,١٧٤ = ١٧,٤ بالمئة

يلاحظ هنا أن خطر حقيبة الاستثمار (أ، ب) قد خفض إلى الصفر بتأثير قوة تنويع الحقيبة Portfolio Diversification. وتعتبر هذه حالة خاصة يمكن الوصول إليها إذا ما تحقق شرطين هما:

١ ـ أن يكون معامل الارتباط لمراديد الاستثمارين تام سلبي، أي أن $\rho = -١$

٢ ـ أن تكون نسب (أوزان) الاستثمار في الاستثمارين متساوية.

لاختيار حقيبة الاستثمار المثلى يتوجب اجراء تحليل مقارن لخصائص الخطر والمردود لحقائب الاستثمار الثلاثة الممكنة. ولعلَّ أحسن طريقة لذلك هي تلخيص هذه النتائج كما في الجدول (١١ ـ ٣) التالي.

جدول (١١ ـ ٣): خصائص الخطر والمردود
لحقائب الاستثمار الثلاثة الممكنة (بالمئة)

	حقيبة استثمار (أ، ب)	حقيبة استثمار (أ، ج)	حقيبة استثمار (ب، ج)
العائد المتوقع	١٦,٥	١٥,٠	١١,٥
الانحراف المعياري	صفر	١٦,٩	١٧,٤

يتبين من تفحص الجدول أن حقيبة الاستثمار المثلى (المفضلة) هي الحقيبة (أ، ب) لأنها تعظم العائد المتوقع وتخفض الانحراف المعياري إلى الحد الأدنى (في هذه الحالة إلى الصفر). أما حقيبتا الاستثمار (أ، ج) و (ب، ج)، فتعتبران حقائب غير كفوءة Inefficient Portfolios لأنها تعد بعائد متوقع أقل ولكن بخطر أكبر من الحقيبة (أ، ب).

العائد المتوقع وخطر حقيبة مؤلفة من عدد N من الاستثمارات

يبقى أن نقدم طريقة قياس العائد المتوقع والخطر لحقيبة استثمار مؤلفة من أكثر من استثمارين (سهمين)، أي في الحالة العامة من عدد N من الاستثمارات. إن العائد المتوقع على حقيبة مؤلفة من عدد N من الاستثمارات هو عبارة عن الوسطي المثقل للعوائد المتوقعة لكل استثمار موزون بنسبة الاستثمار في كل منها، وذلك كما يلي:

$$E(R)_P = \sum_{i=1}^{N} W_i \bar{R}_i \qquad (١١-١١)$$

حيث أن:

العائد المتوقع على الحقيبة	$E(R)_p$	=
العائد المتوقع على كل استثمار (i)	R_i	=
نسبة (وزن) الاستثمار في السهم (i)	W_i	=
عدد الاستثمارات (أو الأسهم) في الحقيبة	N	=

ويجب أن يكون مجموع نسب (أوزان Weights) الاستثمار في الأسهم المؤلفة للحقيبة مساوياً إلى الواحد بالضرورة، كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1 \qquad (١١-١٢)$$

أما خطر حقيبة مؤلفة من عدد N من الاستثمارات فيقاس بالمعادلة الموسعة للانحراف المعياري الآتية:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} W_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N} W_i W_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} \qquad (١١ - ١٣)$$

بحيث أن:

W_i = النسبة المستثمرة في السهم (i)

W_j = النسبة المستثمرة في السهم (j)

ρ_{ij} = معامل الارتباط بين السهمين (i) و (j)

N = عدد الأسهم في حقيبة الاستثمار

يلاحظ من هذه المعادلة أنه عندما يكون عدد الأسهم يساوي الـ N، فإنه سيكون هناك عدد N من الانحرافات Variances (أي σ^2_i). أما عدد الانحرافات المشتركة Covariances (أي الـ $\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$) فيكون كبيراً جداً ويساوي إلى مربع عدد الأسهم في الحقيبة ناقص عدد الأسهم، أي $(N^2 - N)$. فمثلاً إذا كان عدد الأسهم في حقيبة الاستثمار ٢٠ سهماً مختلفاً، فإن عدد الانحرافات المشتركة يكون ٤٠٠ ـ ٢٠ = ٣٨٠. إن ذلك يجعل قياس خطر حقيبة الاستثمار معقداً ويتطلب الكثير من الوقت والجهد لعمل الحسابات.

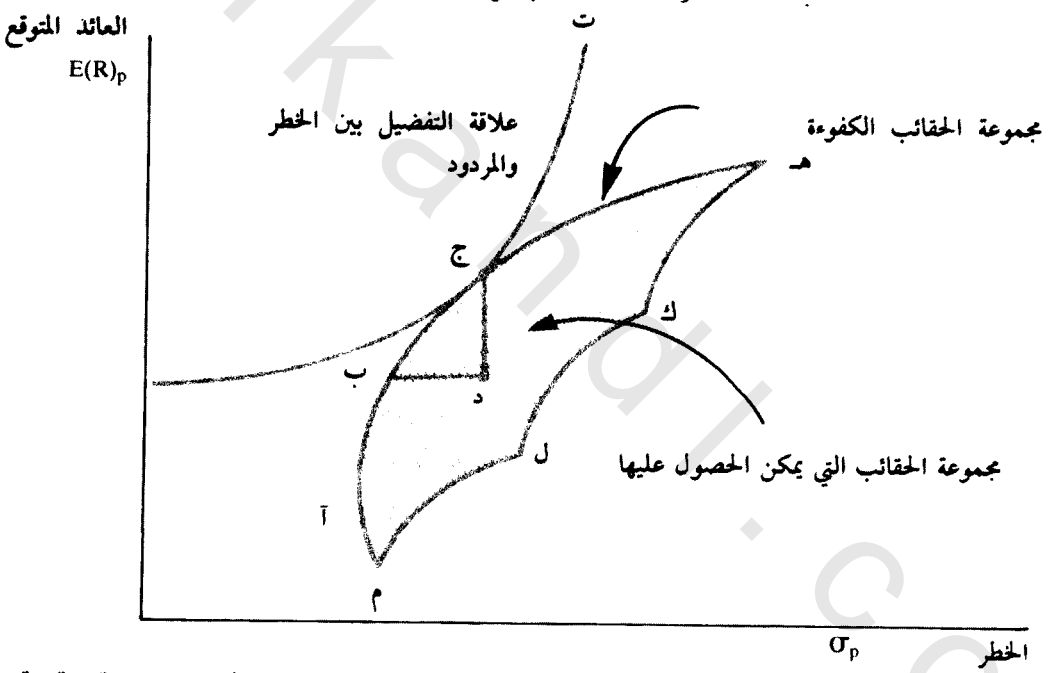
مجموعة حقائب الاستثمار الكفوءة واختيار الحقيبة المثلى

بافتراض وجود عدد كبير N من فرص الاستثمار (الأسهم)، فإنه يمكن الحصول على مزائج مختلفة من هذه الأسهم وتشكيل عدد كبير جداً من الحقائب الاستثمارية لكل منها عائدها المتوقع $E(R)_p$ وخطرها مقاساً بالانحراف المعياري σ_p وتدعى هذه المجموعة الافتراضية من الحقائب الممكنة **بمجموعة الحقائب التي يمكن الحصول عليها** Attainable Set of Portfolios. وقد تم توضيح هذه المجموعة بالمساحة المظللة من الشكل (١١ ـ ٧). إن كل نقطة في هذه المساحة تمثل حقيبة استثمارية بخصائص خطر وعائد مختلفة. إذا تفحصنا هذه الحقائب بدقة يتبين لنا أنها ليست على ذات الدرجة من الجاذبية الاستثمارية. فمن الواضح أن بعض هذه الحقائب تمتاز بخصائص للخطر والعائد تجعلها تتفوق على Dominate الحقائب الأخرى. فمثلاً إذا نظرنا إلى الحقيبة (د) داخل المجموعة التي يمكن الحصول عليها، نجد أن هناك حقيبتين (ج) و (ب) تقعان على الخط المنحني (حد

المجموعة Boundary of Set) وتتفوقان على الحقيبة (د). فالحقيبة (ج) لها ذات درجة خطر الحقيبة (د)، لكنها تعطي عائداً متوقعاً أكبر. أما الحقيبة (ب) فتعطي ذات العائد المتوقع كالحقيبة (د) ولكن بدرجة خطر أقل. إن مثل هذه الحقائب تقع على المنحني أ ب ج هـ وتدعى **مجموعة الحقائب الكفوءة** Efficient Portfolio Set. **ويمكن تعريف حقيبة الاستثمار الكفوءة بتلك التي تحقق أعلى عائد ممكن لمستوى خطر معين، أو تلك التي تخفض الخطر إلى الحد الأدنى لمستوى معين للعائد المتوقع.**

الشكل (١١ ـ ٧)

حقائب الاستثمار الممكنة، مجموعة الحقائب الكفوءة، والحقيبة المثلى



لقد طور الأستاذ الكبير هاري ماركويتز Harry Markowitz طريقة برمجة رقمية Integer Programming لتشكيل مجموعة الحقائب الكفوءة من بين عدد كبير من الحقائب الممكنة، وبذلك سهل كثيراً على المستثمر عملية اختيار حقيبة الاستثمار المثلى، فحصرها في هذه المجموعة فقط. ذلك أن الحقائب الاستثمارية التي تقع إلى يمين المنحني أ ب ج هـ تعتبر غير كفوءة. أما الحقائب الواقعة إلى يسار المنحني أ ب ج هـ، فإنه من

غير الممكن الحصول عليها Unattainable. وتعتمد حقيبة الاستثمار الأمثل على علاقة التفضيل ما بين الخطر والمردود العائدة للمستثمر، وتحدد بنقطة التماس بين منحني مجموعة الحقائب الكفوءة وأعلى منحني سواء Indifference Curve كما هو مبين في الشكل (١١ ـ ٧). وتختلف حقيبة الاستثمار المثلى من شخص إلى آخر بحسب ميل علاقة تفضيله للخطر والمردود، أي درجة تجنبه للخطر. فكلما كان المستثمر أقل تجنباً للخطر، كانت منحنيات السواء التي تمثل علاقة تفضيله أكثر تفلطحاً (انبساطاً) وكانت حقيبة الاستثمار الأمثل أقرب إلى الجزء الأعلى من المجموعة الكفوءة، أي أنها تمتاز بدرجة مخاطرة عالية وعائد متوقع عالٍ. وكلما كان المستثمر أكثر تجنبا للخطر، كانت منحنيات السواء الخاصة به ترتفع بحدة (ذات ميل كبير) وكانت حقيبة الاستثمار الأمثل أقرب إلى الجزء الأدنى من المجموعة الكفوءة، أي كانت تتميز بدرجة خطر منخفضة وعائد متوقع متدنٍّ.

نظرية حقيبة الاستثمار والتوازن في سوق الرأسمال

Protfolio Theory and Equilibrium in Capital Markets

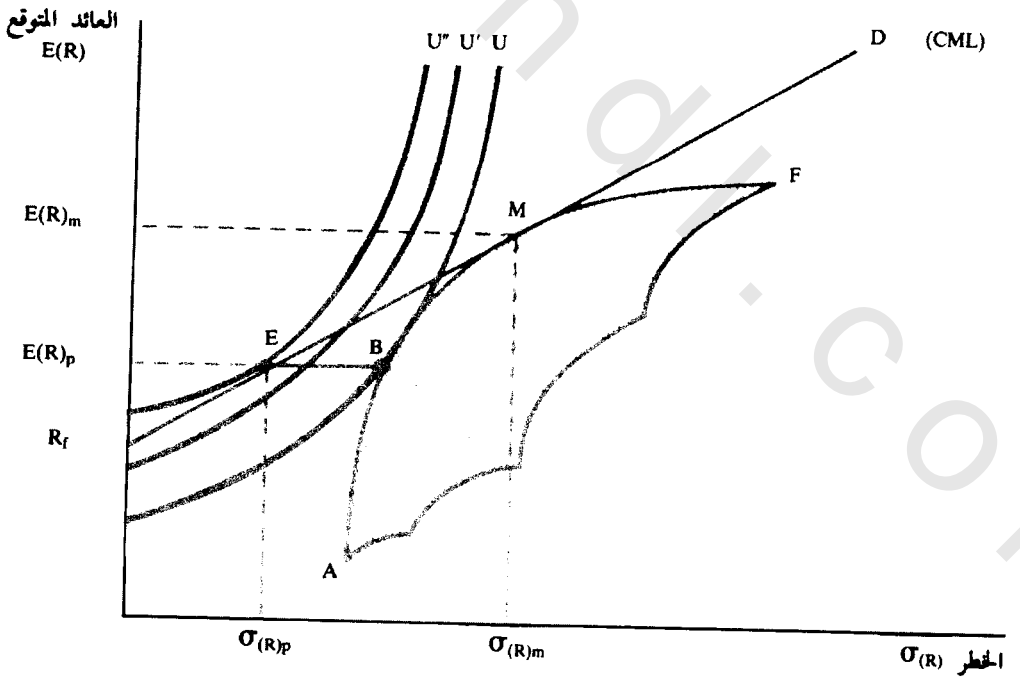
لقد تبين من التحليل المقدم أعلاه أن حقيبة الاستثمار المثلى تحدد بنقطة التماس بين مجموعة الحقائب الكفوءة وأعلى خط سواء، كالحقيبة (M) في الشكل (١١ ـ ٨). لكن المستثمر يستطيع أن يعمل أحسن من ذلك وينتقل إلى خط سواء أعلى إذا استثمر، بالإضافة إلى الحقيبة (M) التي تحتوي على الاستثمارات ذات الخطر Risky Assets، في أوراق مالية عديمة الخطر Risk Free Assets تحقق العائد R_F، كما هو مبين في الشكل (١١ ـ ٨). إن الجمع ما بين الاستثمار في أوراق مالية عديمة الخطر وحقيبة الاستثمارات الخطرة (M) تقدم للمستثمر مجموعة فرص استثمار جديدة تقع على الخط المستقيم الذي يبدأ من التقاطع R_F ويلامس مجموعة الحقائب الكفوءة عند النقطة M. إن حقائب الاستثمار الجديدة الواقعة على الخط R_f EMD تتفوق على مثيلاتها الواقعة على مجموعة الحقائب الكفوءة A B M F، باستثناء الحقيبة (M) المشتركة بين المجموعتين، لأنها تعطي عائداً متوقعاً أكبر لذات مستوى الخطر أو لأن خطرها أقل لذات مستوى العائد. بالتحديد إن المستثمر الممثل في مثالنا الهندسي بعائلة منحنيات السواء U U' U'' يستطيع استبدال حقيبة الاستثمار المثلى (B) الواقعة على خط السواء U بحقيبة الاستثمار المثلى (E) الأكثر

ميزة والواقعة على خط السواء "U الأعلى. فالعائد المتوقع على الحقيبتين (B) و (E) متساوٍ ويساوي إلى $E(R)_p$، لكن خطر الحقيبة (E) أقل بكثير من خطر الحقيبة (B)، كما هو مبين في الشكل (١١ ـ ٨). كذلك يستطيع المستثمر بالاقتراض Borrowing بذات معدل الفائدة على الإقراض R_F أن يصل إلى الحقائب الاستثمارية الواقعة على الجزء MD من خط مجموعة فرص الاستثمار الجديدة إذا كانت علاقة تفضيله تلامس هذا الخط في ذلك الجزء. بذلك يحصل على حقائب استثمارية بعائد متوقع أعلى من عائد الحقيبة (M) ولكن بخطر استثمار أعلى أيضاً بسبب رافعة التمويل.

يستنتج من التحليل المقدم مع الشكل (١١ ـ ٨) أن الحقائب الاستثمارية لكافة المستثمرين ستقع على الخط R_fEMD وبنسب متفاوتة من مزيج حقيبة الاستثمار الخطرة M

الشكل (١١ ـ ٨)

التوازن، حقيبة السوق، وخط السوق الرأسمال



والأوراق المالية العديمة الخطر. هذا يعني أن كافة المستثمرين في سوق الرأسمال سيقبلون على الاستثمار في الحقيبة (M) مما يؤدي إلى ارتفاع أسعار الاستثمارات (الأسهم) المؤلفة منها هذه الحقيبة وانخفاض عوائدها، بالمقارنة مع الأسهم الداخلة في الحقائب الاستثمارية الأخرى التي تنخفض أسعارها وترتفع عوائدها، مما يجعلها أكثر إغراءاً للاستثمار. إن هذا يؤدي إلى إعادة تكوين حقيبة الاستثمار (M) بإدخال أسهم جديدة فيها. وتستمر عملية التعديل Adjustment في الاستثمارات (الأسهم) المكونة للحقيبة (M) إلى أن يتم الوصول إلى التوازن Equilibrium في سوق الرأسمال. وبتحقق التوازن تصبح الحقيبة (M) شاملة لكل الاستثمارات (الأسهم) الكفوءة المتداولة في السوق، كل سهم بنسبة قيمته السوقية إلى اجمالي القيمة السوقية لكافة الأسهم. لذلك تدعى الحقيبة (M) **بحقيبة السوق** Market Portfolio لأنها تحتوي على كافة فرص الاستثمار الكفوءة المتاحة. إن العائد المتوقع على حقيبة السوق هو $E(R)_M$، وخطر العائد هو $\sigma_{(R)M}$.

خط سوق الرأسمال والعلاقة التوازنية بين الخطر والعائد

وبالعودة إلى الخط EMD R_F، موقع مجموعة حقائب الاستثمار الكفوءة الجديدة، فإنه يدعى أيضاً **خط سوق الرأسمال** Capital Market Line (CML)، ويمثل العلاقة بين العائد المتوقع والخطر لأية حقيبة استثمار كفوءة عندما يكون سوق الرأسمال في حالة التوازن. ويمكن التعبير عن هذا الخط بالمعادلة الخطية الآتية:

$$E(R)_p = R_F + \lambda \sigma_{(R)p} \qquad (١٤-١١)$$

وتقول هذه المعادلة بأن العائد المتوقع والمطلوب على الاستثمار في حقيبة كفوءة $E(R)_p$ يتألف من **العائد العديم الخطر** Risk Free Rate (R_F) زائد **علاوة للخطر**. وتتألف علاوة الخطر هذه بدورها من **سعر الخطر التوازني في سوق الرأسمال لوحدة الخطر** Lamda (λ) مضروبة بدرجة المخاطرة $\sigma(r)_p$ في حقيبة الاستثمار المرغوبة. إن سعر الخطر التوازني في سوق الرأسمال هو عبارة عن العائد الاضافي المطلوب من قبل المستثمرين في السوق لوحدة خطر، أي علاوة الخطر $(R_M - R_F)$ (أو الفارق بين العائد على الاستثمار في حقيبة السوق والأوراق المالية العديمة الخطر) منمطة Standardized بتقسيمها على خطر

عائد الاستثمار في حقيبة السوق $\sigma_{(R)M}$، وذلك كما يلي:

$$\lambda = \frac{E(R)_M - R_F}{\sigma_{(R)M}} \qquad (١١-١٥)$$

وتعكس λ المواقف تجاه الخطر Attitudes Toward Risk لدى مجموعة المستثمرين في سوق الرأسمال، وبالتالي درجة تجنبهم للخطر. ويجب التركيز هنا على أن العائد المتوقع $E(R)_p$ هو أيضاً العائد المطلوب Required Return من قبل مجموعة المستثمرين في السوق للاستثمار في حقيبة استثمار خطرة $(R)_p$.

خطر الاستثمار ونظرية توازن سوق الرأسمال: معامل بيتا Beta Coefficient

من الممكن الآن إعادة النظر في مقياس خطر مشروع الاستثمار (أو الورقة المالية) على ضوء نظرية التوازن في سوق الرأسمال وحقيبة السوق. فعوضاً عن قياس خطر الورقة المالية (السهم مثلاً) الداخلة في حقيبة استثمار بالانحراف المشترك بين عائدها وعوائد كل الأوراق المالية الأخرى الداخلة في الحقيبة (إن عدد هذه الـ Covs كبير ويصل إلى $N^2 - N$)، يمكن قياس خطر الورقة المالية بالانحراف المشترك بين عائدها والعائد على حقيبة السوق $Cov(R_i, R_M)$. وباستخدام العلاقة بين العائد المطلوب والخطر التي تم تطويرها أعلاه، يمكن التعبير عن العائد المتوقع على الورقة المالية $E(R)_i$ كعلاقة خطية من العائد العديم الخطر R_f مضافاً إليه سعر الخطر التوازني في سوق الرأسمال λ مضروباً بخطر الورقة المالية مقاساً بالانحراف المشترك بين عائدها وعائد حقيبة السوق $Cove\ (R_i, R_M)$ وذلك كما يلي:

$$E(R)_i = R_f + \lambda\, Cov\,(R_i, R_M) \qquad (١١-١٦)$$

بحيث أن:

$$\lambda = \frac{R_m - R_f}{\sigma^2_m} \qquad (١١-١٧)$$

تبين المعادلة (١١ ـ ١٧) أن سعر الخطر التوازني في السوق هو عبارة عن علاوة

الخطر السوقية منمطة بتقسيمها على خطر عائد السوق مقاساً بانحراف Var عائد السوق.

كطريقة بديلة، من الممكن تنميط $Cove\ (R_i, R_m)$ عوضاً عن علاوة الخطر في السوق $(R_m - R_f)$ وذلك بتقسيم الأول على انحراف عائد السوق σ^2_m. إن الناتج هو **معامل بيتا Beta Coefficient** (β_i) الهام جداً الذي يقيس درجة تقلب Volatility العائد على الاستثمار لورقة مالية مع العائد على حقيبة السوق، ويساوي إلى المعادلة الآتية:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma^2_m} \qquad (١١ - ١٨)$$

تعتبر بيتا (β_i) مقياساً لخطر الاستثمار في مشروع استثمار (أو ورقة مالية). فإذا كانت بيتا أكبر من واحد فهذا يعني أن المراديد على المشروع (الورقة المالية) تتقلب أكثر من التقلبات في مراديد حقيبة السوق، أي أن الاستثمار في المشروع (الورقة المالية) أكثر خطراً من الاستثمار في حقيبة السوق. أما إذا كانت بيتا أقل من الواحد، فهذا يعني أن تقلب مراديد المشروع (الورقة المالية) أقل من تقلب مراديد حقيبة السوق، أي أن الاستثمار في المشروع (الورقة المالية) أقل خطراً من الاستثمار في حقيبة السوق. وإذا كانت بيتا تساوي إلى الواحد، فإن مراديد المشروع (الورقة المالية) تتقلب بذات درجة تقلب مراديد حقيبة السوق، أي أن خطر الاستثمارين متساوٍ.

وبالعودة إلى علاقة الخطر والعائد في السوق، من الممكن الآن التعبير عن العائد المتوقع والمطلوب $E(R)_i$ على الاستثمار في ورقة مالية في سوق الرأسمال بمعادلة خطية تتألف من العائد العديم الخطر (R_f) زائد علاوة للخطر تساوي إلى علاوة الخطر السوقية $(R_m - R_f)$ مضروبة بمعامل بيتا (β_i) الذي يقيس درجة خطر الوزقة المالية. وذلك كما يلي:

$$E(R)_i = R_f + (R_m - R_f)\,\beta_i \qquad (١١ - ١٩)$$

إن هذه المعادلة مرسومة في الشكل (١١ ـ ٩) كخط مستقيم يسمى **خط سوق الأوراق المالية** Security Market Line (SML). يوضح هذا الخط العلاقة التوازنية في

سوق الأوراق المالية بين العائد المتوقع والمطلوب على الأوراق المالية وخطر الاستثمار فيها ممثلاً بمعامل بيتا. بالتحديد، يلاحظ أن العائد المتوقع والمطلوب على الاستثمار في الورقة المالية (i) يتزايد بازدياد خطر الورقة المالية حسب مقياس بيتا لأن مجموعة المستثمرين في الأسواق المالية متجنبين للخطر. وعندما تكون بيتا مساوية إلى الواحد، فإن العائد المتوقع على الورقة المالية يكون مساوياً إلى العائد المتوقع على حقيبة السوق.

ولعلّه من المفيد الإشارة إلى أنه من الممكن حساب بيتا لأية ورقة مالية باستعمال احصائيات تاريخية للعائد على الورقة المالية وعلى حقيبة السوق التي يمكن أن تكون مؤشر أسعار أسهم، وباستخدام طريقة التحليل الانحداري Regression Analysis. ويتكون نموذج الانحدار من العائد على الورقة المالية للفترة $r_{it}(t)$ كالعامل المعتمد Dependent Variable، والعائد على حقيبة السوق للفترة عينها r_{mt} كالعامل المستقل Independent Variable وذلك كما يلي:

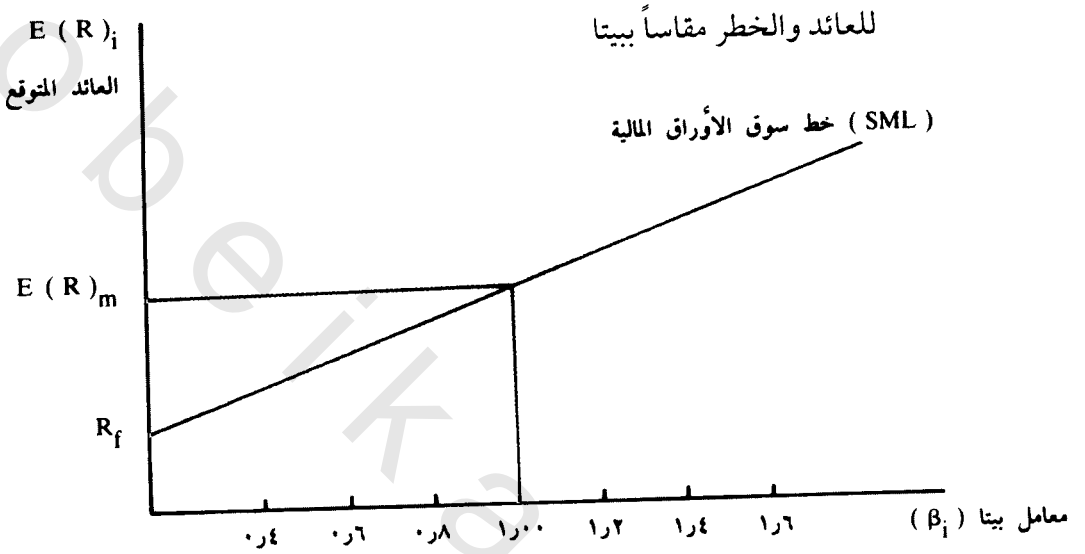
$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + E_{it} \qquad (٢٠ - ١١)$$

وتسمى هذه بمعادلة **خط خصائص الورقة المالية** Security Characteristics Line.

ويمكن التعبير عن المعادلة (١١ ـ ٢٠) بعلاقة خطية كما في الشكل (١١ ـ ١٠) الذي يقيس محوره العامودي العائد على الورقة المالية r_{it} ويقيس محوره الأفقي العائد على حقيبة السوق r_{mt}. يمثل تقاطع خط خصائص الورقة المالية مع المحور العامودي α_i تقديراً Estimate للعائد على الورقة المالية عندما يكون السوق جامداً (أي لا يوجد تحرك في الأسعار)، ويكون العائد على حقيبة السوق يساوي الصفر. ويمثل ميل الخط تقديراً احصائياً لقيمة مقياس **بيتا**. فكلما كان ميل الخط أكبر كانت قيمة معامل بيتا أكبر، وكان خطر الاستثمار في الورقة المالية أعلى. وبالعكس إذا كان ميل الخط صغيراً، فإن قيمة معامل بيتا تكون صغيرة ويكون خطر الاستثمار في الورقة المالية أدنى. وبحساب العائد المتوقع $E(R_i)$ ومعامل بيتا β_i لعدد كبير جداً من الأوراق المالية المتداولة في السوق، ثم باستعمال طريقة التحليل الانحداري يمكن تقدير **خط سوق الأوراق المالية (SML)** في الشكل (١١ ـ ٩)، حيث يكون ميل الخط مساوياً إلى علاوة الخطر السوقية $(R_m - R_f)$، وحيث أن تقاطع الخط يمثل تقديراً احصائياً لمعدل الفائدة العديم الخطر، وذلك بحسب المعادلة (١١ ـ ١٩).

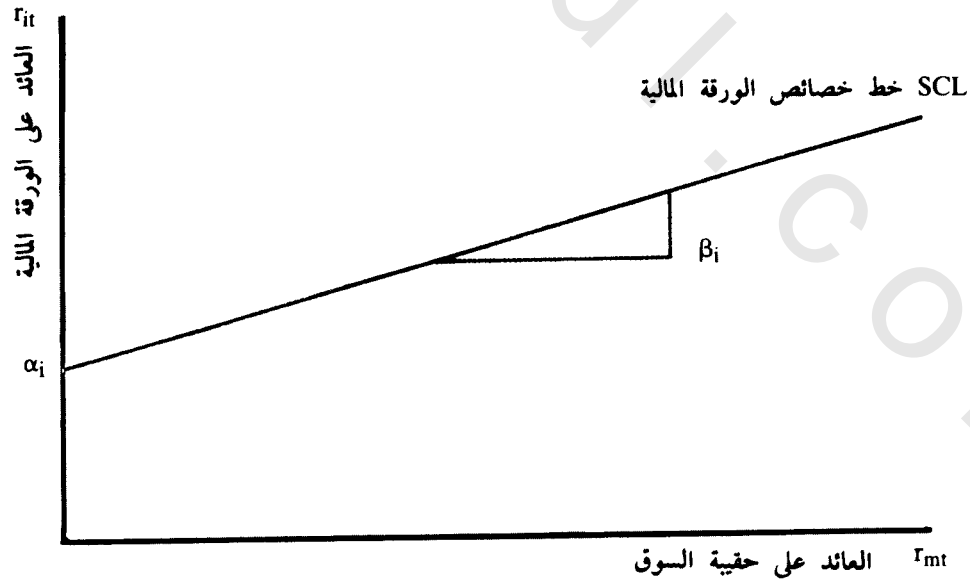
الشكل (١١ ـ ٩)

خط سوق الأوراق المالية
للعائد والخطر مقاساً ببيتا



الشكل (١١ ـ ١٠)

خط خصائص الورقة المالية



تطبيقات خطر الاستثمار وقياسه على الحاسبات الشخصية

يعتبر موضوع قياس العائد على الاستثمار وخطر الاستثمار من مواضيع إدارة التمويل ذات التطبيقات الواسعة على الكومبيوتر، نظراً للطبيعة الرياضية للمقاييس. فقد قدم هذا الفصل عدداً كبيراً من المعادلات الإحصائية لقياس العائد المتوقع والانحراف والانحراف المعياري للعائد لمشروع استثمار واحد. كذلك تم تقديم معادلات احصائية ورياضية بدرجات متزايدة من التعقيد لقياس العائد والخطر لحقيبة استثمارات تتألف من مشروعي استثمار (وهي أقل تعقيداً) ومن ثم لعدد كبير من الاستثمارات (وهي الأكثر تعقيداً) باستعمال الانحراف المشترك ومعامل الارتباط. إن استعمال الحاسبات الشخصية لعمل حسابات العائد والخطر لمشروع استثمار أو لحقيبة استثمار وحساب معاملات البيتا للأسهم ليس فقط أسهل وأسرع، بل يتميز بالدقة في النتائج وفي تجنب تكرار الحسابات المعقدة. فببرمجة المعادلات المذكورة على جداول الكترونية للوتس ٣ ـ ٢ ـ ١ أو أكسل يمكن تكرار الحسابات لأي مشروع أو حقيبة استثمار بإدخال المعلومات الخاصة بكل منها.

كذلك تسهل الكومبيوتر كثيراً عملية القيام بتحليلات الحساسية لمشروع الاستثمار. ففي مثل هذه الدراسات يتم أولاً هيكلة دراسة الجدوى على برنامج جداول الكترونية للمجموعة الأساسية من أرقام المبيعات (سعر وكمية) والتكاليف (ثابتة ومتغيرة)، وتحسب صافي القيمة الحالية ومعدل المردود الداخلي وفترة الاسترداد للمشروع. بعد ذلك تجري عملية فحص إلى أي مدى تتأثر ربحية المشروع إذا انخفضت المبيعات وارتفعت التكاليف ضمن حدود ضيقة أو واسعة بحسب هدف التحليل. ويكفي في هذا الصدد إدخال القيمة الجديدة للمتغير (سعر البيع، كمية البيع، عنصر أو مجموعة عناصر التكلفة المراد تغييرها) أو لمجموعة من المتغيرات في آن حتى يمكن معرفة تأثير التغير في قيم هذه المتغيرات على معايير ربحية المشروع فوراً وبضغطة على لوحة مفاتيح الكومبيوتر. ويمكن إعادة هذه العملية لعدد كبير من القيم الممكنة للمتغيرات للحصول على عدد كبير من السيناريوهات، أو على توزيع احتمالي للنتائج الممكنة للمشروع.

ملخص

بين هذا الفصل أن عالم المال والأعمال يتميز بالخطر وأن معظم المدراء الماليين والمستثمرين ورجال الأعمال متجنبين للخطر ولو بدرجات متفاوتة. لذلك عند الإقدام على استثمار ما، فإن أول ما يتبادر إلى ذهن هؤلاء هو العائد المتوقع والخطر. وقد تم تقديم الطرق الاحصائية لقياس القيمة المتوقعة والانحراف المعياري. وبما أن الانحراف المعياري هو مقياس مطلق للخطر، فقد اقترح استعمال معامل التغير كمقياس نسبي للخطر. كذلك تبين أن هناك بعداً آخر لخطر مشروع الاستثمار، وهو الخطر الاضافي الذي ينتج عن مشروع الاستثمار عند ضمه إلى مشاريع أخرى في حقيبة استثمار واحدة. إن هذا الخطر الاضافي ينتج عن طبيعة الارتباط بين المردود على هذا المشروع والمراديد على المشاريع الأخرى. ومن الممكن في هذا المجال تخفيض خطر حقيبة الاستثمار باختيار الاستثمارات التي يكون معامل الارتباط بين مراديدها أقل من الـ + ١. أما الاستفادة القصوى من تنويع حقيبة الاستثمارات فيتم الحصول عليها عندما تكون قيمة معامل الارتباط ـ ١. وهنا أيضاً تم تقديم الطرق الاحصائية لقياس العائد المتوقع والانحراف المعياري لحقيبة استثمارات تتألف من استثمارين ومن عدد N من الاستثمارات.

وأوضح هذا الفصل كيف أن الأستاذ ماركويتز Markowitz طور نظرية حقيبة الاستثمار وكيف أن الأستاذين شارب Sharpe ولينتنر Lintner وغيرهما طوروا نظرية الحقيبة أكثر لتمثل التوازن في سوق الرأسمال وبالتالي العلاقة بين العائد المتوقع على حقيبة الاستثمار وخطر حقيبة الاستثمار. وباستعمال هذا الاطار في التحليل تم تطوير مقياس أكثر تقدماً وأسهل قياساً لخطر الاستثمار هو **معامل بيتا**. وتقيس بيتا درجة التغير في مراديد الاستثمار بالمقارنة مع التغير في مراديد حقيبة السوق. يتم استعمال بيتا على نطاق واسع في عمليات الاستثمار في الأسهم، حيث تقوم بيوت الوساطة في الأوراق المالية في الولايات المتحدة بحسابها بشكل مستمر ونشرها كمعلومات مفيدة للمستثمرين عند اتخاذ قرارات توظيف أموالهم في أوراق مالية.

مسائل على (الفصل ١١): قياس الخطر

١١ ـ ١ ـ قامت شركة الزجاج بتقدير وسطي العائد على الاستثمار لمشروع رأسمالي جديد لكل من السنوات الخمس المقبلة كما يلي:

السنة	وسطي العائد على الاستثمار
١٩٩٠	١٠ بالمئة
١٩٩١	١٧
١٩٩٢	٢٤
١٩٩٣	٢٠
١٩٩٤	١٤

المطلوب

أ ـ ما هو العائد المتوقع على مشروع الاستثمار؟
ب ـ ما هو انحراف العائد؟
جـ ـ ما هو الانحراف المعياري للعائد؟
د ـ ما هو معامل التغير؟

١١ ـ ٢ ـ إن المراديد الممكنة للشركتين (أ) و (ب) موزعة كالتالي:

حالات الطبيعة	الاحتمال	مراديد الشركة (أ)	مراديد الشركة (ب)
١	٠,١	ـ٠,٠٥	ـ٠,١٠
٢	٠,٤	٠,١٠	٠,١٥
٣	٠,٣	٠,٢٥	٠,١٠
٤	٠,٢	٠,٣٠	٠,١٨

إن حجم الاستثمارات في الشركة (أ) يقدر بـ ٧٥ مليون دينار، وهو يمثل ثلاثة أضعاف الاستثمارات في الشركة (ب).

obeikandl.com

بافتراض أن الشركتين (أ) و (ب) ستندمجان لتشكلا شركة (د). إن حصة كل شركة (أ) و (ب) من موجودات الشركة الجديدة يساوي إلى نسبة موجودات كل منهما إلى اجمالي موجودات الشركة الجديدة.

المطلوب

أ ـ احسب العائد المتوقع والانحراف المعياري لكل من الشركتين (أ) و (ب) قبل الدمج.

ب ـ احسب الانحراف المشترك Cov (A, B)، ومعامل الارتباط $\rho_{a.b}$ بين مراديد الشركتين (أ) و (ب) قبل الدمج.

ج ـ احسب العائد المتوقع للشركة الجديدة (د).

د ـ احسب الانحراف المعياري لعائد الشركة الجديدة (د).

١١ ـ ٣ ـ تقوم شركة الرازي للأدوية بتحليل المراديد المتوقعة من مشروعي استثمار بديلين (انتقاء أحدهم يؤدي إلى رفض الآخر تلقائياً) بحياة سنة واحدة لكل منهما.

إن التوزيع الاحتمالي للتدفق النقدي لكل منهما هو كما يلي:

المشروع الأول		المشروع الثاني	
احتمال	صافي التدفق النقدي	احتمال	صافي التدفق النقدي
٠,١٥	٢٠٠ دينار	٠,٠٥	٢٠٠ دينار
٠,٣٥	٤٠٠	٠,٤٥	٤٠٠
٠,٣٠	٥٠٠	٠,٤٠	٥٠٠
٠,٢٠	٧٠٠	٠,١٠	٧٠٠

المطلوب

أ ـ أي المشروعين يفضل إذا كان صاحب القرار متجنباً للخطر مع العلم أن كل العوامل الأخرى المتعلقة بالمشروعين هي ذاتها؟

ادعم جوابك بعمل حسابات الوسطي، الانحراف المعياري ومعامل التغير لكل من المشروعين.

ب ـ على افتراض أن التدفق النقدي للمشروع الثاني تغيّر إلى ما يلي:

احتمال	صافي التدفق النقدي
٠,٠٥	٣٠٠ دينار
٠,٤٥	٦٠٠
٠,٤٠	٨٠٠
٠,١٠	٩٠٠

كيف يؤثر ذلك على اختيارك لأحد المشروعين؟

١١ ـ ٤ ـ تخطط شركة التصنيع الوطنية للاستثمار في مشروعين مستقلين لكي تخفض الخطر الإجمالي عن طريق تنويع حقيبة استثماراتها.

لدى الشركة ثلاثة مشاريع استثمار مقترحة، ولدينا المعلومات التالية عن كل مشروع:

	مشروع (١)	مشروع (٢)	مشروع (٣)
الانحراف المعياري	٦ ٪	٤ ٪	٥ ٪
معدل المردود	١٢ ٪	٩ ٪	١٠ ٪

المطلوب

أ ـ احسب الانحراف المعياري لحقيبة الاستثمارات التي تعطي أقل خطر إذا كانت معاملات الارتباط للمشاريع كما يلي:

$\rho_{١,٢} = ٠,٧$ ، $\rho_{٢,٣} = ٠,٥$ ، $\rho_{١,٣} = ٠,٤$

وإن الاستثمار في كل مشروع يشكل ٥٠٪ من مجموع الاستثمار.

ب ـ ما هو خطر حقيبة الاستثمار في حال استثمار ١٠٠٪ في المشروع الأول؟

ج ـ إذا استثمرنا في المشروعين (١) و (٢) بنسبة ٢٥٪ و ٧٥٪ على التوالي، أي حقيبة تختار؟

د - كيف توزع استثمارك إذا كان المردود المتوقع من المشروع الثاني أصبح ١٢٪؟

١١ - ٥ - تقوم شركة التصنيع الزراعي بدراسة مشروع استثمار يكلف ١,٨٠٠ دينار ويتوقع أن يكون التدفق النقدي الصافي السنوي منه ٦٠٠ دينار لمدة خمس سنوات. يقدر معامل بيتا للمشروع ب ١,٨، كما أن معدل الفائدة العديم الخطر ٦ بالمئة، وعلاوة الخطر في السوق ٥ بالمئة.

المطلوب

أ - ماذا يجب أن يكون الحد الأدنى للعائد على الاستثمار المطلوب لهذا المشروع بعد أخذ خطر المشروع بعين الاعتبار؟

ب - هل يجب قبول الاستثمار في المشروع أو رفضه؟

١١ - ٦ - باستعمال موديل محاكاة كالذي بحث في نص الفصل، استطاعت شركة تصنيع وتوزيع منتجات العنب أن تقدر صافي القيمة الحالية المتوقعة لمشروع استثماري جديد بـ ١,٤ مليون دينار. كذلك تم تقدير الانحراف المعياري لصافي القيمة الحالية بـ ٨٠٠,٠٠٠ دينار.

المطلوب

أ - ما هو الاحتمال أن يحقق المشروع صافي قيمة حالية سالبة؟

ب - ما هو الاحتمال أن يحقق المشروع صافي قيمة حالية أكبر من ٣ مليون دينار؟

١١ - ٧ - تقوم شركة تصنيع وتسويق الأعلاف بدراسة مشروعي استثمار بديلين واحد يحل محل الآخر. فيما يلي خصائص الخطر والمردود لكل من المشروعين:

	المشروع (١)	المشروع (٢)
العائد المتوقع	٠,١٥	٠,١٨
الانحراف المعياري	٠,٥٠	٠,٧٥
معامل التغير	٣,٣٣	٤,١٧
معامل بيتا	١,٨٠	١,٤٠

يقدر معدل الفائدة العديم الخطر بـ ١٠ بالمئة والعائد المتوقع على حقيبة سوق الرأسمال بـ ١٤ بالمئة.

المطلوب

أ ـ أي من المشروعين يجب اختياره إذا كانت الشركة تعتمد خط سوق الأوراق المالية (SML) في التحليل؟

ب ـ بافتراض أن الشركة قد طورت معادلة للتعديل لخطر المشروع تعتمد على معامل التغير كالتالي:

العائد المطلوب على الاستثمار = معدل الفائدة العديم الخطر + (٠,٠٢) معامل التغير

أي من المشروعين يجب اختياره في هذه الحالة؟

١١ ـ ٨ ـ ترغب شركة الألبان والأجبان العربية الاستثمار في مشروعين من ثلاثة مشاريع استثمارية مقترحة. مقدم فيما يلي صافي القيمة الحالية المتوقعة والانحراف المعياري لكل مشروع:

	المشروع ١	المشروع ٢	المشروع ٣
صافي القيمة الحالية المتوقعة (دينار)	١٠,٠٠٠	٨,٠٠٠	٦,٠٠٠
الانحراف المعياري (دينار)	٤,٠٠٠	٣,٠٠٠	٤,٠٠٠

فيما يلي معاملات الارتباط لكل مجموعة (مزيج) مشروعين ممكنة:

$\rho_{٢,١} = ٠,٦٠$

$\rho_{٣,١} = ٠,٤٠$

$\rho_{٣,٢} = ٠,٥٠$

المطلوب

في أي مشروعين يجب على الشركة أن تستثمر؟

١١ - ٩ - إن التوزيع الاحتمالي لصافي القيم الحالية الممكنة لمشروع استثمار رأسمالي له قيمة متوقعة ٢٠,٠٠٠ دينار وانحراف معياري ١٠,٠٠٠ دينار. على افتراض أن التوزيع الاحتمالي طبيعي، احسب احتمال الحصول على صافي قيمة حالية تساوي إلى الصفر أو أقل، تساوي إلى أكثر من ٣٠,٠٠٠ دينار، وتساوي إلى أقل من ٥,٠٠٠ دينار.

١١ - ١٠ - يوجد لدى الشركة العربية المتحدة للكبريت عدة مشاريع استثمار رأسمالي مقترحة. يقدم الجدول التالي تكلفة الاستثمار الرأسمالي، صافي القيمة الحالية المتوقعة، والانحراف المعياري لكل من هذه المشاريع. لقد تم خصم المشاريع باستعمال معدل الخصم العديم الخطر، كما أن التوزيعات الاحتمالية لصافي القيمة الحالية طبيعية.

المشروع	تكلفة الاستثمار الرأسمالي (دينار)	صافي القيمة الحالية (دينار)	الانحراف المعياري (دينار)
أ	١٠٠,٠٠٠	١٠,٠٠٠	٢٠,٠٠٠
ب	٥٠,٠٠٠	١٠,٠٠٠	٣٠,٠٠٠
جـ	٢٠٠,٠٠٠	٢٥,٠٠٠	١٠,٠٠٠
د	١٠,٠٠٠	٥,٠٠٠	١٠,٠٠٠
هـ	٥٠٠,٠٠٠	٧٥,٠٠٠	٧٥,٠٠٠

المطلوب

أ - احسب معامل التغير لهذه المشاريع وحدد فيما إذا كان هناك مشاريع أفضل من غيرها، بغض النظر عن اختلافات الحجم.

ب - هل يجوز التغاضي عن اختلافات الحجم؟

ج - ما هو احتمال أن يحقق كل من هذه المشاريع صافي قيمة حالية أكبر من أو مساوية إلى الصفر؟

د ـ ما هو المشروع الأكثر خطراً والمشروع الأقل خطراً؟

هـ ـ أين يجب أن تستثمر الشركة؟ ولماذا؟

١١ ـ ١١ ـ فيما يلي معلومات عن معدل المردود على مشروعي استثمار تحت أربعة أوضاع اقتصادية ممكنة:

الوضع الاقتصادي	احتمال حدوثه	العائد على حقيبة سوق الأسهم	معدل المردود على مشروع (أ)	معدل المردود على مشروع (ب)
١	٠,١٠	ـ٠,٣٠	ـ٠,٤٠	ـ٠,٤٠
٢	٠,٢٠	ـ٠,١٠	ـ٠,٢٠	ـ٠,٢٠
٣	٠,٣٠	٠,١٠	صفر	٠,٦٠
٤	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٧٠	صفر

إن تكلفة الاستثمار الرأسمالي في كل من المشروعين متساوية.

المطلوب

أ ـ احسب القيم المتوقعة، الانحرافات، والانحرافات المعيارية.

ب ـ احسب الانحرافات المشتركة ومعاملات الارتباط للمشروع (١) مع حقيبة سوق الأسهم، للمشروع (ب) مع حقيبة سوق الأسهم، للمشروعين (آ) و (ب).

جـ ـ أنشىء ثلاث حقائب للاستثمار(١) و (٢) (٣) من المشروعين (آ) و (ب) بحيث تكون أوزان الاستثمار في المشروعين كما يلي:

	مشروع (آ)	مشروع (ب)
حقيبة (١)	٠,٢٥	٠,٧٥
حقيبة (٢)	٠,٤٠	٠,٦٠
حقيبة (٣)	٠,٧٥	٠,٢٥

obeikandl.com

واحسب العائد المتوقع على حقيبة الاستثمار وخطر حقيبة الاستثمار. أي حقيبة استثمار تختار؟ لماذا؟

د ـ إذا كان معدل الفائدة العديم الخطر ٤ بالمئة، احسب معدل المردود المطلوب باستعمال نموذج خط الأوراق المالية في السوق. أي حقيبة استثمار تختار؟ لماذا؟

obeikandl.com