

الباب الثالث

القص

(Shear)

- 1.3 مقدمة .
- 2.3 الأجهادات عند القص .
- 3.3 تحديد الانفعالات الناشئة عن أجهادات القص .
- 4.3 العلاقة بين ثوابت المرونة الثلاثة μ, G, E وطاقة الوضع عند القص .
- 5.3 تطبيقات وأمثلة محلولة .
- 6.3 تمارين .

3.1 مقدمة

من المعروف أنه عندما يتعرض أى جزء من أجزاء أى منشئ إلى تأثير قوة خارجية أو مجموعة من القوى الخارجية ، فإن ذلك يؤدي إلى ظهور ما يسمى بالقوى الداخلية " مؤثرات الأجهاد الداخلي " في المقاطع المختلفة من هذا الجزء أو ذلك ، وهذه القوى الداخلية عبارة عن القوى عمودية ، وقوى القص ، وعزوم انحناء ، وعزوم التواء ، وعادةً تلك القوى يتولد عنها أجهادات عمودية (Normal Stresses) ويرمز لها بالرمز (σ) ، وأجهادات قص (Shear Stresses) ويرمز لها بالرمز (τ) وغيرها .

إذا أثرت في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما قوة عرضية فقط ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فإن حالة أجهاد الجزء هذه تسمى بإجهاد القص (Shearing Stress) ، وفي هذه الحالة ، تؤثر في المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحدها التي تعتبر بمثابة القوة العرضية . لذا يطلق عادةً على القوة التي تؤثر على امتداد مستوى يمر خلال الجسم بقوة القص (Shearing Force) وسوف نرسم لها في هذا الكتاب بالرمز (Q) ، كما يرمز لها في بعض المراجع بالرمز (F_s) . وقد أشرنا في الباب السابق إلى أن القوة العرضية أي قوة القص ، تظهر في نفس الوقت إلى جانب عزم الانحناء ، والقوة الطولية ، بحيث تؤثر الأجهادات العمودية والأجهادات المماسية معاً في المقاطع المختلفة .

أما إذا كانت الأجهادات المماسية أكبر بكثير من الأجهادات العمودية ، فإنه في هذه الحالة يمكن إجراء الحسابات والتصميم بالنسبة للأجهادات القص . وعادةً يطلق على قوة القص مقسومة على المساحة المؤثرة عليها بإجهاد القص (Shearing Stress) ، وسوف نقوم بدراسة أجهادات القص المباشرة وتأثيراتها في هذا الباب بالتفصيل .

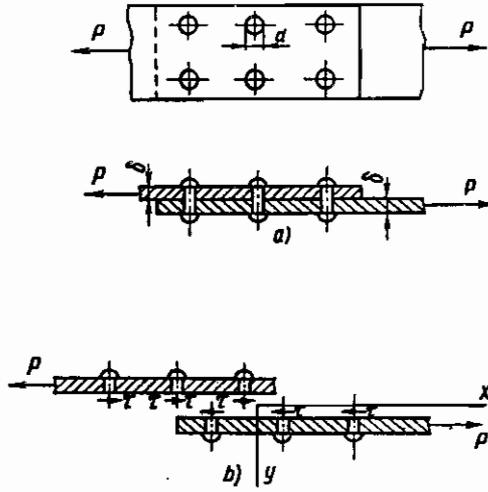
2.3 الأجهادات عند القص

أشرنا سابقاً أنه إذا أثرت قوة عرضية فقط في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فإن حالة إجهاد هذا الجزء هذه تسمى بالقص (Shear) . في هذه الحالة ، تؤثر في المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحدها التي تعتبر بمثابة القوة العرضية .

وعادةً تظهر القوة العرضية (Shearing Force) في أكثر المسائل العملية في نفس الوقت مع عزم الانحناء (Bending Moment) والقوة الطولية (Longitudinal Force) ، بحيث تؤثر الأجهادات العمودية والمماسية عادةً في المقاطع معاً . ولكن إذا كانت الأجهادات المماسية أكبر بكثير من الأجهادات العمودية ، عندئذ يمكن إجراء عملية التصميم والحسابات المختلفة بالنسبة للأجهادات القص فقط .

ويعتبر حساب ربط وصل البرشامات والمسامير واللحام مثال على هذه الحسابات المبسطة ، والذي أظهر التطبيق العملي بأنه صحيح بدرجة كبيرة ، ويبين الشكل (a. 1-3) وصل لوحين بواسطة البرشام (Rivet) - وصلة تراكب ، ونتيجة لعملية البرشمة يتكون الرأس الثاني للبرشامة والذي عادة ما يسمى بالقفل . أما الشكل (b. 1-3) فيظهر صورة الانهيار الممكن للربط البرشمي . ويبين أن انهيار الربط يحدث نتيجة لقص البرشامات في تلامس الألواح .

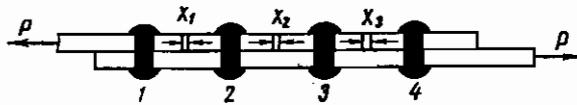
وكما أشرنا أن الأجهادات المماسية تؤثر على مستوى قص البرشامات ، ولتحديد مقدار هذه الأجهادات يجب علينا أولاً قبل كل شيء معرفة كيفية توزيع القوة P بين البرشامات بصورة منفردة . ولهذا يجب اعتبار الربط البرشمي أي " الربط بالبرشام " مجموعة غير محددة استاتيكيًا .



الشكل (1-3)

ويمكن اعتبار الشروط الواجب توافرها بين البرشامات في لوح واحد من الألواح مجهولة كما يبين الشكل (2-3) ، وبمساواة الازاحات في أماكن مقطع الألواح للصفر ، فأننا نحصل على معادلات التشوهات الضرورية لتحديد القوى المجهولة .

وعند تحديد القوى في الألواح ، فأننا نحصل على قوى القص (Shearing Forces) في البرشامات والتي هي عبارة عن الفرق بين القوى المجاورة للبرشام ، فمثلاً قوى القص في البرشامة الثانية تساوي $Q_2 = X_2 - X_1$ وبنفس الطريقة نحصل قوى القص في البرشامات الأخرى كما يبين الشكل (2-3) .



الشكل (2-3)

2.3 الأجهادات عند القص

أشرنا سابقاً أنه إذا أثرت قوة عرضية فقط في المقطع العرضي لجزء من أجزاء منشئ ما ، وكانت القوى الداخلية الأخرى تساوي صفراً ، فإن حالة إجهاد هذا الجزء هذه تسمى بالقص (Shear) . في هذه الحالة ، تؤثر في المقطع العرضي الأجهادات المماسية وحدها التي تعتبر بمثابة القوة العرضية .

وعادةً تظهر القوة العرضية (Shearing Force) في أكثر المسائل العملية في نفس الوقت مع عزم الانحناء (Bending Moment) والقوة الطولية (Longitudinal Force) ، بحيث تؤثر الأجهادات العمودية والمماسية عادةً في المقاطع معاً . ولكن إذا كانت الأجهادات المماسية أكبر بكثير من الأجهادات العمودية ، عندئذ يمكن إجراء عملية التصميم والحسابات المختلفة بالنسبة للأجهادات القص فقط .

ويعتبر حساب ربط وصل البرشامات والمسامير واللحام مثال على هذه الحسابات المبسطة ، والذي أظهر التطبيق العملي بأنه صحيح بدرجة كبيرة ، ويبين الشكل (a. 1-3) وصل لوحين بواسطة البرشام (Rivet) - وصلة تراكب ، ونتيجة لعملية البرشمة يتكون الرأس الثاني للبرشامة والذي عادة ما يسمى بالقافل . أما الشكل (b. 1-3) فيظهر صورة الانهيار الممكن للربط البرشمي . ويبين أن انهيار الربط يحدث نتيجة لقص البرشامات في تلامس الألواح .

وكما أشرنا أن الأجهادات المماسية تؤثر على مستوى قص البرشامات ، ولتحديد مقدار هذه الأجهادات يجب علينا أولاً قبل كل شيء معرفة كيفية توزيع القوة P بين البرشامات بصورة منفردة . ولهذا يجب اعتبار الربط البرشمي أي " الربط بالبرشام " مجموعة غير محددة استاتيكيًا .

وتعتبر الأجهادات المماسية في مستوى القص موزعة بصورة منتظمة ، مع العلم إن الأبحاث التجريبية أظهرت أن هذه الأجهادات لا تكون موزعة توزيعاً منتظماً . ولكن عملياً يصعب الحل النظري الدقيق لهذه المسألة ، طالما كانت هناك فراغات بين البرشامات والألواح ، وقوى الاحتكاك بين الألواح .

وعند صناعة البرشامات تستخدم عادةً أنواع الفولاذ الأكثر لدونة ، ولهذا فإن عدم الانتظام في توزيع الأجهادات المماسية يزول نتيجة لظهور التشوهات اللدنة قبل لحظة الانهيار . أن اعتبار توزيع الأجهادات المماسية في مقطع البرشامة منتظماً يجعل من السهل الحصول على مقدارها .

وبوضع شروط ومعادلات التوازن لقسم المفصل المقطوع وليكن مثلاً الأعلى والمبين الشكل (1-3 ، b) فنحصل على :

$$\begin{aligned} \Sigma X \rightarrow + &= 0 \\ - P + n \tau A &= 0 \end{aligned}$$

ومن هنا نحصل على الأجهادات المماسية حيث :

$$\tau = \frac{P}{nA} \dots\dots\dots(2-3)$$

حيث :

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

هي مساحة القطع العرضي للبرشامة ذات القطر d . وبما أن $Q = \frac{P}{n}$ حسب العلاقة (1-3) نحصل من (2-3) على صيغة للإجهاد القص (Shearing Stress) حيث :

$$\tau = \frac{Q}{A} \dots\dots\dots(3-3)$$

ومن العلاقة (3-3) يمكن تعريف أجهاد القص بأنه حاصل قسمة قوة القص Q على المساحة المؤثرة عليها A ، وكما أشرنا سابقاً يرمز له بالرمز τ .

وبشكل عام فإن شروط مقاومة القص في البرشامات تكون بالشكل الآتي :

$$\tau = \frac{P}{nA} = \frac{Q}{A} \leq [\tau_{sh}] \dots\dots\dots(4-3)$$

حيث أن :

τ_{sh} - إجهاد القص المسموح به .

ومن الصيغة (4-3) يمكن تحديد العدد اللازم من البرشامات حيث :

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau_{sh}]} \dots\dots\dots(5-3)$$

وفيوصلات التي تكون برشاماتها مزدوجة أو مضاعفة القص نضع المجموع الكلي لمستويات القص المبرشمة الواقعة في جهة واحدة من الوصلة محل n في العلاقة (4-3) .

وعادة ما يثبت مقدار أجهادات القص عن طريق التجارب لكي يوضح تأثير عدم انتظام توزيع الأجهادات على متانة الربط بالإضافة إلى تأثير قوى الاحتكاك والفراغات وما إلى ذلك ، وعند القيام بحساب البرشامات تستعمل العلاقة التالية :

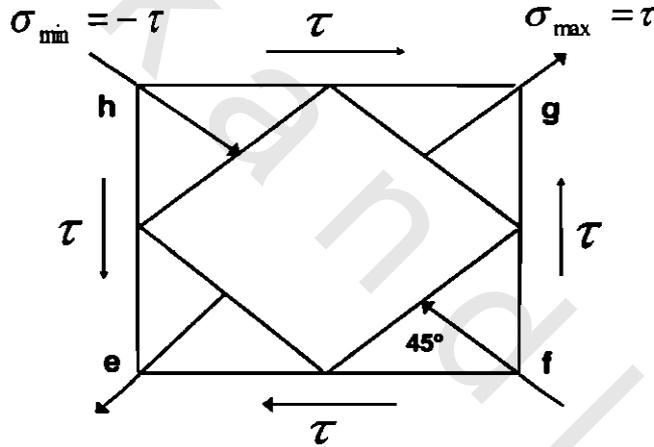
$$[\tau_{sh}] = \frac{0.6}{0.8} [\sigma_t]$$

حيث $[\sigma_t]$ هو الأجهاد المسموح به عند الشد .

ولقد أثبتت الدراسات والتجارب العلمية أن المواد اللبيفية مثل مادة الخشب والتي تعتبر مادة غير متجانسة ومتباينة الخواص تظهر مقاومة قليلة للقص الذي يحدث باتجاه الألياف . فمثلاً عند قص الصنوبر مثلاً باتجاه الألياف تستعمل العلاقة التالية :

$$[\tau_{sh}] = 0.1[\sigma_t]$$

ولا تؤثر الأجهادات المماسية على مساحتي القص hg و ef فقط بل وعلى المساحتين gf و eh العموديتين على المساحتين السابقتين ، وهذا ما يستنتج من قانون ترافق الأجهادات المماسية كما يبين الشكل (3-3) .



الشكل (3-3)

وفي المقاطع المائلة تؤثر الأجهادات العمودية والمماسية ، وكما أوضحنا في الباب السابق أن الأجهادات العمودية العظمى تؤثر في المساحات الرئيسية ، ويمكن تحديد مقدارها واتجاهاتها بواسطة العلاقات التي تم عرضها في الباب السابق وهي :

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau^2} \dots\dots\dots(6-3)$$

$$\tan 2\theta_0 = \frac{2\tau}{\sigma_{\beta} - \sigma_{\alpha}} \dots\dots\dots(7-3)$$

وبما أن الأجهادات العمودية في حالتنا تساوي الصفر أي أن $(\sigma_{\alpha} = \sigma_{\beta} = 0)$ ، لذا فأنتنا نحصل من الصيغة (7-3) على :

$$\tan 2\theta_0 = \infty$$

وذلك يعني أن المساحات الرئيسية تنحرف عن اتجاه مساحات القص بزواوية $\theta_0 = 45^\circ$. أن الأجهادات الرئيسية المحددة بواسطة العلاقة (6-3) في حالة القص تعطى حسب العلاقة التالية :

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \pm \tau \dots\dots\dots(8-3)$$

أي أنها تساوي الأجهادات المماسية التي تؤثر على مستوى القص من حيث المقدار ، وهنا يكون إجهاد شد رئيسي واحد ، والثاني إجهاد ضغط كما هو مبين في الشكل (3-3) . وبما أن كلاً من الأجهادين الرئيسيين لا يساوي صفرًا فإن القص يعتبر حالة خاصة من حالات الأجهاد الثنائي المحور وهذا ما تم شرحه في الباب السابق .

وعدا حساب القَطْش فعند تصميم الوصلات المبرمشة؛ يحسب أيضا التهصر ، ويتأكد من أجهادات عل مساحات التلامس بين الألواح المربوطة

والبرشامات ويبين الشكل (3-1. a) ، مساقط مساحات التهصر على مستوى الرسم بخطوط عريضة . وتؤخذ مساحة تهصر برشامة واحدة مساوية $A_{cr} = d\delta$.

وتعتبر أجهادات التهصر منتظمة التوزيع على مساحة التهصر ، وأن شروط المتانة عند التهصر يعبر عنها بالعلاقة :

$$\sigma_{cr} = \frac{P}{n' A_{cr}} \leq [\sigma_{cr}] \quad \dots\dots\dots(9-3)$$

حيث :

$[\sigma_{cr}]$ - الأجهاد المسموح به عند التهصر .
 n' - عدد البرشامات .

وفي حالة الثقوب المستحدثة بواسطة الثاقب أو بواسطة الضغط ، والموسعة بعد ذلك ، يستخدم الشرط التالي $[\sigma_{cr}] = 2[\sigma]$. ومن الصيغة (3-9) يمكن تحديد عدد البرشامات اللازمة حسب شروط المتانة عند التهصر :

$$n' \geq \frac{P}{d\delta(\sigma_{cr})} \quad \dots\dots\dots(10-3)$$

ومن المقدارين n و n' نختار المقدار الأكبر .

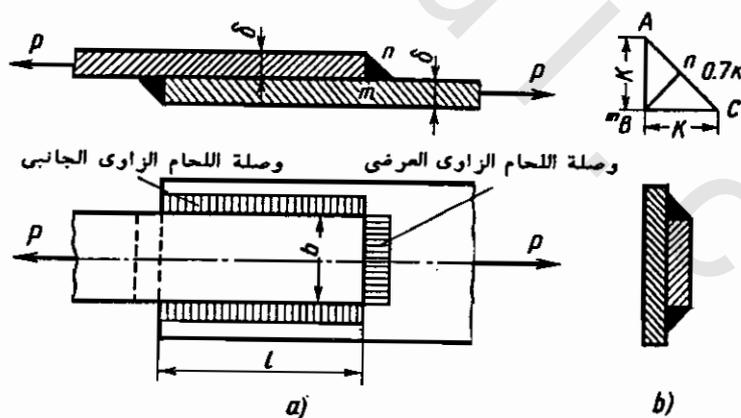
في السنوات الأخيرة وبفضل نتائج التقدم في طرق اللحام المختلفة تم استبدال الكثير من الوصلات المبرشمة بوصلات ملحومة في أواني الضغط

وفي الروابط الإنشائية وغيرها . ويمكن تصميم الوصلات الملحومة باستخدام العلاقة :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

والشكل (a.4-3) يبين وصلة تراكب لوحين بواسطة اللحام الزاوي العرضي والجانبي . وعند تصميم اللحام الزاوي العرضي والجانبي ، نعتبر أن المقطع الخطر في اللحام ينطبق مع المستوى الذي يمر بالمنصف mn للزاوية القائمة ABC كما يبين الشكل (b.4-3) ، وبالتالي فإن مساحة المقطع الخطر في كل لحام زاوي عرضي تساوي (0.7k . b) ، ولكل لحام زاوي جانبي تساوي (0.7k . L) ، حيث أن k هنا هي قاعدة اللحام .

والشكل (4-3) يبين أن قاعدة اللحام تساوي سمك اللوحة العليا δ ، وتعتبر أجهادات القص موزعة بانتظام على مساحة المقطع الخطر .



الشكل (4-3)

في اللحام الزاوي العرضي تحدد عادةً الحمولة المسموح بها حسب العلاقة التالية :

$$[P_r] = 0.7k.b.[\tau_w] \dots\dots\dots(11-3)$$

حيث أن :

τ_w : هو أجهاد القص المسموح به لذلك النوع من اللحام .

أما في اللحام الزاوي الجانبي فان الحمولة المسموح بها تحدد حسب العلاقة التالية :

$$[P_s] = 0.7k.l.[\tau_w] \dots\dots\dots(12-3)$$

وبشكل عام من أجل أن يكون اللحام قوياً يجب ألا تكون المقاومة الكلية المسموح بها لذلك اللحام ، أقل من القوة المؤثرة على الوصلة أي المفصل أي يجب تحقق الشرط التالي :

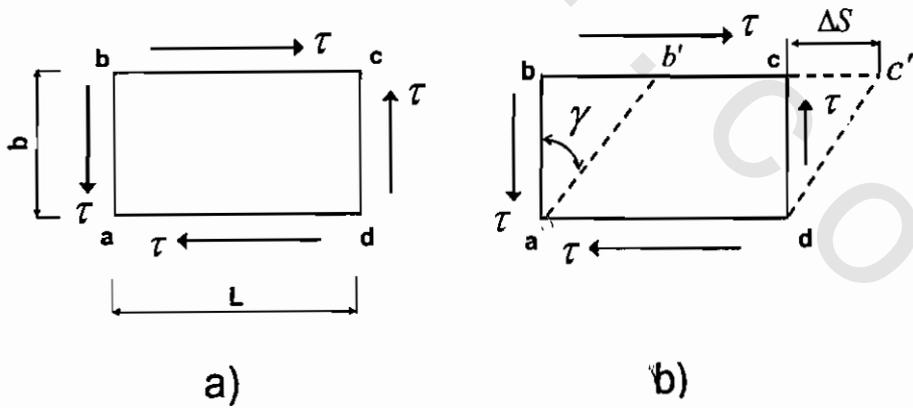
$$2[P_s] + 2[P_r] \geq P \dots\dots\dots(13-2)$$

وباستخدام المعادلات السابقة وإعطاء أبعاد k يمكننا تحديد طول وصلة اللحام الضرورية . أن أنواع الوصلات المبرشمة والملحومة في الوقت الحاضر متنوعة ومتعددة جداً وتدرس بالتفصيل في مواضيع ومراجع خاصة اخرى .

2.3 تحديد الانفعالات الناشئة عن أجهادات القص

لتحديد الانفعالات التي تظهر عند تأثير قوة القص (Shearing Force) نقوم بدراسة انفعال في جزء مستطيل مستوى قُطع من جسم مصمت $abcd$ ، والذي تؤثر عليه أجهادات قص τ في الاتجاهات المبينة في الشكل (a.5-3) . واضح من الشكل أنه لا توجد أجهادات عمودية تؤثر على العنصر ، حيث يفترض أن أوجه المستطيل الموازية للصفحة خالية من أية حملات ، لذا فإن أطوال أضلاع المستطيل الأصلية لن تتغير عندما تصل قيمة أجهادات القص للقيمة τ .

بالرغم من ذلك سوف يكون انحراف عن الزوايا القائمة الأصلية للمستطيل ، وبعد هذا الانحراف الناتج عن أجهادات القص يأخذ العنصر المستطيل الشكل المبين في الشكل (b.5-3) . أن المقدار $cc' = \Delta S$ يسمى القص التام . وتسمى النسبة $\tan \gamma = \frac{\Delta S}{l}$ تسمى القص النسبي ، ونظراً لقلّة الانفعالات يمكن اعتبار $\tan \gamma \approx \gamma$ ، وتسمى هذه الزاوية بزواوية القص ، لذا فإن انفعال القص يعرف على أنه التغير في زاوية جزء العنصر المستطيل ويرمز له عادة بالرمز γ .



الشكل (5-3)

وقد أظهرت التجارب بأنه لدى الكثير من المواد حتى حدود معينة من التحميل علاقة خطية بين الأجهادات والانفعالات عند القص حيث أن :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \dots\dots\dots(12-3)$$

وهذه العلاقة تعبر عن قانون هوك لحالة القص .

ويطلق على النسبة بين أجهاد القص (Shearing Stress) τ إلى انفعال القص (Shear Strain) γ بمعامل القص " معامل المرونة من الدرجة الثانية " وأحياناً يسمى بمعامل القص (Shear Modulus) ويرمز له بالرمز G ، وهو يبين قابلية المادة على مقاومة انفعالات القص ، ويعطى حسب التعريف السابق بالعلاقة التالية :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \dots\dots\dots(13-3)$$

وحدات قياس معامل القص G هي نفس وحدات أجهاد القص N/m^2 ، حيث أن وحدات قياس انفعال القص لا بعدية . وعموماً وبمعرفة γ يمكن الحصول على القص التام فمن الشكل (b.5-3) نجد أن :

$$\Delta S = \gamma a = \frac{\tau a}{G} = \frac{Qa}{GA} \dots\dots\dots(14-3)$$

حيث :

Q - القوة المؤثرة على الوجه bc .

A - مساحة هذا الوجه مع اعتبار أن أجهادات القص موزعة بانتظام على مساحات تأثيرها . أن العلاقة الخطية بين τ و γ تبقى سارية المفعول ما دامت أجهادات القص لا تتجاوز الحد التناسبي عند القص .

4.3 العلاقة بين ثوابت المرونة الثلاثة μ, G, E وطاقة الوضع عند القص .

لتوضيح العلاقة بين ثوابت المرونة الثلاثة وهي معامل المرونة (Modulus of Elasticity) ، ومعامل القص (Shear Modulus) ، معامل أو نسبة بواسون (Poisson's Ratio) نقوم بحساب طاقة الوضع في حالة القص ، ولتسهيل حساب ذلك نفترض أن إحدى أوجه المستطيل المبين في الشكل (a.5-3) ثابت وليكن الوجه ad للمستطيل ، وفي هذه الحالة يكون شغل القوة Q المؤثرة على الوجه bc مساوياً لطاقة الوضع حيث :

$$W = \frac{Q\Delta S}{2} = \frac{Q^2 a}{2GA} \dots\dots\dots(14 - 3)$$

نجد طاقة الوضع النوعية والتي هي عبارة طاقة الوضع المنسوبة إلى وحدة حجم المادة حيث :

$$u = \frac{W}{V} = \frac{Q^2 a}{2GA^2 a} = \frac{\tau^2}{2G} \dots\dots\dots (15 - 3)$$

وذلك لأن :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

$$V = Aa$$

كما يمكن حساب طاقة الوضع باعتبارها شغل الأجهادات العمودية الرئيسية المبينة في الشكل (3-3) ، ومن العلاقة الخاصة بحالة الأجهاد السطحي والتي تم عرضها في الباب السابق وباستخدام قانون هوك العام فأنها تعطى على الشكل التالي :

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \dots\dots\dots (16-3)$$

ومن هذه العلاقة وكحالة خاصة ، إذا اعتبرنا أحد الأجهادات الرئيسية يساوي الصفر ، فإنه من السهل الحصول على صيغة لحالة الأجهاد السطحي . لذا في حالة الأجهاد السطحي الذي يعتبر قصاً صرفاً نفرض أن $\sigma_2 = 0$ حيث نحصل على :

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3) \dots\dots\dots (17-3)$$

ولكن الأجهادات الرئيسية متساوية $\sigma_1 = \tau$ و $\sigma_3 = -\tau$ أنن :

$$u = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E} \dots\dots\dots (18-3)$$

وكما هو معروف بأن مقدار الطاقة لا يجب أن يتعلق باتجاه أضلاع المستطيل (المادة) ، لذا فإنه بمساواة الإطراف اليمنى للمعادلتين (15-3) و (18-3) نحصل على :

$$\frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau^2(1+\mu)}{E}$$

ومن هنا نستطيع أن نحدد العلاقة الهامة بين معامل القص G ومعامل المرونة من الدرجة الأولى E حيث :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \dots\dots\dots (19-3)$$

وتتطابق هذه العلاقة النظرية بين معامل القص ومعامل الشد E بشكل جيد مع العلاقة التجريبية . فمثلاً بالنسبة للفولاذ وباستخدام $E=2 \times 10^6$, $\mu=0.3$ نجد معامل القص للفولاذ من العلاقة (3-18) حيث :

$$G = \frac{2 \times 10^6}{2(1+0.3)} \approx 8 \times 10^5 \text{ Kg / cm}^2$$

أما إذا استخدمنا القيمة النظرية لمعامل بواسون والتي تساوي $\mu=0.25$ فإننا نحصل من المعادلة (3-18) على معامل القص للفولاذ $G = 8.4 \times 10^6$ وهذا ما يبين التطابق الجيد ما بين العلاقة النظرية والتجريبية بشكل عام .

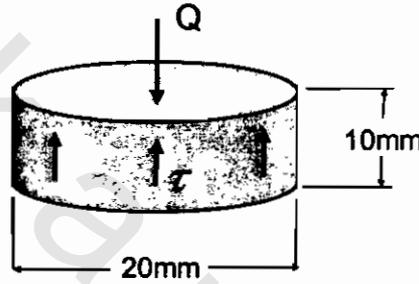
5.3 تطبيقات وأمثلة محلولة

سنقوم بعرض بعض التطبيقات والأمثلة الهامة والمتعلقة بتأثير أجهادات القص وبذات عند تصميم الوصلات المبرشمة والملحومة ، فمثلاً عند تصنيع الأنواع المختلفة من أواني الضغط يتطلب ذلك عادةً وصلة أو أكثر وهذه الوصلات كما أشرنا سابقاً أما أن تكون مبرشمة أو ملحومة وذلك حسب مادة الإناء وظروف استخدامه وفي جميع الحالات المطلوب يكون وصلة متينة مانعة للتسرب ، وعادةً يتطلب تصميم وصلة مبرشمة لإناء ضغط الاختيار المناسب لسمك الصفيحة وقطر مسمار البرشام ، وخطوة مسمار البرشام لتكون مقاومة الوصلة متساوية لكل أنواع الانهيار . والأمثلة التالية سوف توضح بعض هذه التطبيقات .

مثال (1-3)

تستخدم قضبان التسليح في منشآت البناء من فولاذ له مقاومة قص قصوى مقدارها 310MPa . إذا كان المطلوب حفر ثقب خلال لوح سمكه 10mm مصنوع من الفولاذ المذكور أعلاه ، كما يبين الشكل (6-3) . أوجد ما يلي :

- (1) القوة اللازمة لحفر ثقب قطره 20mm .
- (2) انفعال القص عند حافة الثقب عندما يكون أجهاد القص يساوي 200MPa .



الشكل (6-3)

الحل :

نفرض أن القص منتظم على السطح الاسطواني ، لذا يمكن إيجاد القوة اللازمة لحفر ثقب قطره 200mm حسب العلاقة (3-3) نجد أن :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

هنا المساحة A هي مساحة المقطع العرضي للثقب المراد حفره وتساوي :

$$A = \pi dt$$

ومن هنا نجد :

$$310 \times 10^6 = \frac{Q}{\pi (20) \times (10) \times (10^{-6})}$$

ومنه نجد أن القوة اللازمة لعمل النقب المطلوب تساوي :

$$Q = 194.8 \text{ KN}$$

ولتحديد انفعال القص γ عندما يساوي أجهاد القص $\tau = 200 \text{ MPa}$ نستخدم العلاقة (2-3) حيث :

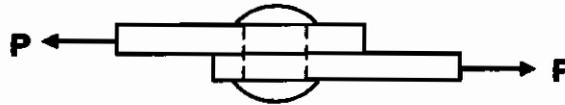
$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

ومنه نجد أن γ تساوي :

$$\begin{aligned} \frac{200 \times 10^6}{85 \times 10^9} &= 0.00235 \\ &= 235 \times 10^{-5} \text{ rad} \end{aligned}$$

مثال (2-3)

الشكل (7-3) يبين مسمار برشام واحد لوصول لوحين . أحسب أجهاد القص المتوسط الناشئ في المسمار ، إذا علمت أن قطر المسمار يساوي 300mm والقوة Q تساوي 45KN .



الشكل (7-3)

الحل :

أجهاد القص في المسمار يعطى حسب العلاقة (3-3) كما يلي :

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

حيث أن A هي مساحة المقطع المستعرض للمسمار وتعطى كما يلي :

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

وحيث أنه عادةً ما يكون ثقب المسمار أكبر في القطر بمقدار 1.5mm عن المسمار فإنه يفترض عادةً أن المسمار يملأ الحفرة كلها وبالتالي فإن إجهاد القص يعطى في هذه الحالة حسب العلاقة (3-3) حيث :

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{Q}{A} \\ &= \frac{45 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} (30 + 1.5)^2} \\ &= 57.7 \text{ MPa}\end{aligned}$$

◆ مثال (3-3)

الشكل (8-3) يبين لوحين لهما نفس المقطع وسمكه 16mm مغطيان بلوحي تغطية . المطلوب تصميم وصلة مبرشمة للوحين ، إذا كانت $P = 60 \text{ t}$ ، والإجهاد المسموح بها عند الشد $[\sigma_t] = 1600 \text{ Kg / cm}^2$ ، وإجهاد القص المسموح به $[\tau_{sh}] = 1000 \text{ kg / cm}^2$ ، والإجهاد المسموح به عند التهصر $[\sigma_{cr}] = 3200 \text{ kg / cm}^2$.

الحل :

واضح أن البرشام في هذه الحالة يكون مزدوج القص ، ولذلك فإن الوصلة حتى تنهار يجب أن تقص كل برشامة بمستويين . فإذا اعتبرنا قطر البرشامة $d = 20mm$ ، فإننا نستطيع تحديد عدد مستويات القص الضرورية أي يمكن تحديد العدد اللازم من البرشامات ذات القص المفرد بواسطة العلاقة (3-5) حيث :

$$n = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau_{sh}]}$$
$$= \frac{60 \times 10^3 \times 4}{3.14 \times 2^2 \times 1000}$$
$$= 17.4$$

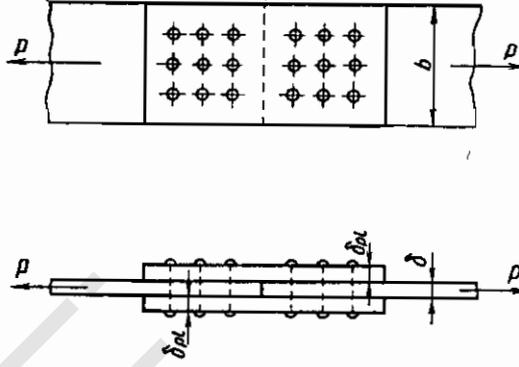
وبما أن البرشام مزدوج القص كما اشرنا في بداية الحل ، أذا نضع المجموع الكلي لمستويات القص المبرشمة الواقعة في جهة واحدة من الوصلة محل n في العلاقة (3-4) حيث :

$$\tau = \frac{P}{nA} = \frac{Q}{A} \leq [\tau_{sh}]$$

أنن يجب علينا أخذ 9 برشامات ، حيث أن عدد البرشامات عند التهمر يعطى حسب العلاقة (3-10) :

$$n' = \frac{P}{\delta d [\sigma_{cr}]}$$
$$= \frac{60 \times 10^3}{1.6 \times 2 \times 3200}$$
$$= 5.86 \approx 6$$

وقد أشرنا سابقاً بأن حساب القص هو الحساب الذي يعتمد نهائياً عند تصميم الوصلات المبرشمة . لذا نأخذ 9 برشامات على كل من جانبي الوصلة في ثلاثة خطوط وفي كل خط ثلاثة برشامات كما يبين الشكل (8-3) .



الشكل (8-3)

واعتماداً على حساب الشد نقوم باختيار مقطع اللوح A حيث :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{P}{\sigma_t} \\
 &= \frac{60 \times 10^3}{1600} \\
 &= 37.5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

ومنه نجد أنه عندما يكون سمك اللوح $\delta = 16 \text{ mm}$ ، فإن عرضه :

$$b_1 = \frac{A}{\delta} = \frac{37.5}{1.6} = 23.5 \text{ cm}$$

ويجب علينا هنا إضافة عرض الثقوب ($3d = 6cm$) إلى هذا العرض وعندها يصبح العرض الكلي للوح $b = 23.5 + 6 = 29.5 cm$. وهذا العرض يكفي لاستيعاب ثلاثة برشامات ، حيث أن المسافة بين مراكز البرشامات تكون عادة مساوية $3d$. أن سمك كل لوح تغطية δ_{pl} يجب أن يكون أكثر من نصف سمك اللوح ويمكن هنا اعتبار $\delta_{pl} = 0.8 cm$.

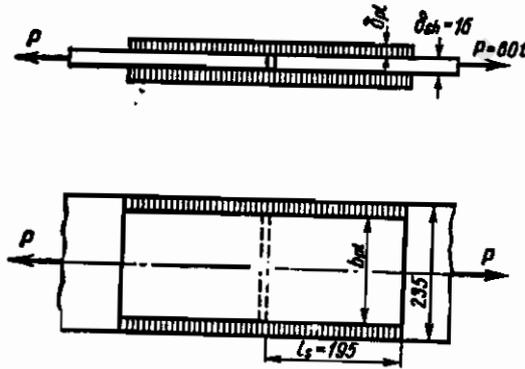
مثال (3-4)

باستخدام معطيات المثال السابق ، المطلوب تصميم وصلة ملحومة كما هو مبين في الشكل (3-9) ، إذا علمت أن إجهاد القص المسموح به لذلك النوع من اللحام يساوي $[\tau_w] = 1100 Kg / cm^2$.

الحل :

يجب ترك مكان لوضع اللحام الزاوي لذلك نحمل عرض لوح التغطية اقل من عرض اللوح b_{sh} إلى حد معين ما حيث :

$$b_{pl} = b_{sh} - 2\delta = 235 - 32 = 203 mm$$



الشكل (3-9)

وكما أشرنا في الأمثلة السابقة ، وبناءً على شروط المتانة فإن مساحة المقطع العرضي للوحي التغطية يجب أن لا تكون أقل من مساحة المقطع العرضي للوح ، أي يجب تحقق الشرط التالي :

$$2b_{pl} \cdot \delta_{pl} \geq A_{sh}$$

ومن هنا نستطيع إيجاد سمك لوح التغطية حيث :

$$\delta_{pl} \geq \frac{1.6 \times 23.5}{2 \times 20.3} = 0.92 \text{ cm}$$

نأخذ $\delta_{pl} = 10 \text{ mm}$ ، ونقوم بتحديد الطول العملي الضروري للحام الزاوي الجانبي l_s من الشرط المبين في العلاقة (12-3) حيث :

$$[P_s] = 0.7k \cdot l \cdot [\tau_w]$$

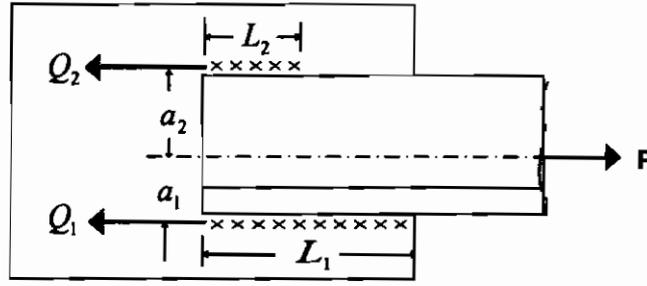
$$1100 \times 4 \times 0.7l_s \geq 60 \times 10^3$$

ومن هنا نجد :

$$l_s = 19.5 \text{ cm}$$

مثال (5-4)

الشكل (10-3) قضيب من الفولاذ معرض لقوة شد $P = 470 \text{ KN}$ ، وإبعاد مقطعه $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ ، ملحوم على صفيحة بواسطة وصلتين " درزتين " على الجانبين معرضتان لحالة قص مباشرة ، إذا علمت أن أضيق مقطع للدرزة أو ما يسمى بعنق الدرزة يساوي $t = 9 \text{ mm}$ ، وإجهاد القص المسموح به للدرزة هو $[\tau_w] = 95 \text{ N/mm}^2$. أوجد الطول اللازم للدرزتين l_1 ، l_2 .



الشكل (10-3)

الحل :

واضح من الشكل (10-3) أن خط اتجاه قوة الشد P يمر من خلال مركز المقطع المحدد بالمسافتين $a_1 = 41.4mm$ ، $a_2 = 108.6mm$ ، وكما هو معروف ولموازنة القوة يجب أن يكون اتجاه القوة P متطابقاً مع اتجاه محصلة القوتين في الدرزتين . فإذا كانت القوتين هما Q_1 ، Q_2 فان شروط الاتزان تكون كما يلي :

$$Q_1 + Q_2 = P$$

$$Q_1 a_1 = Q_2 a_2$$

وبالتعويض عن القيم العددية في الشروط السابقة نجد أن $Q_2 = 130KN$ ، $Q_1 = 240KN$ ، وحيث أن مقاومة كل ملليمتر من طول الدرزة هو :

$$q = 9 \times 95 = 855N/mm$$

ومنه نستطيع إيجاد الطول اللازم الدرزتين :

$$l_1 = \frac{340 \times 1000}{855}$$

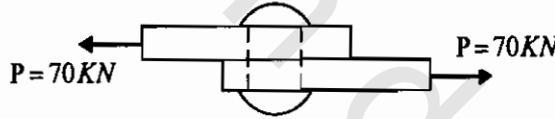
$$l_2 = \frac{130 \times 1000}{855}$$

6.3 تمارين

س1 : أحسب معامل القص G لمادتين المطاط والخرسانة إذا علمت أن معامل المرونة ونسبة بواسون لمادة المطاط ($E=2.1N/mm^2$ ، $\mu=0.5$) ولمادة الخرسانة ($E=14.3N/mm^2$ ، $\mu=0.1$) .

س2 : أوجد انفعال القص في قطعة من الفولاذ المستخدم في المباني المنشآت البنائية إذا علمت أن معامل القص يساوي $80GN/m^2$ وإجهاد القص في قطعة الفولاذ يساوي $150 MPa$.

س3 : تم استخدام مسمار برشام واحد قطره $25mm$ لوصل لوحين كما يبين الشكل (11-3) . إذا علمت أن قوة الشد $P = 70 KN$. أحسب إجهاد القص المتوسط الناشئ في المسمار .

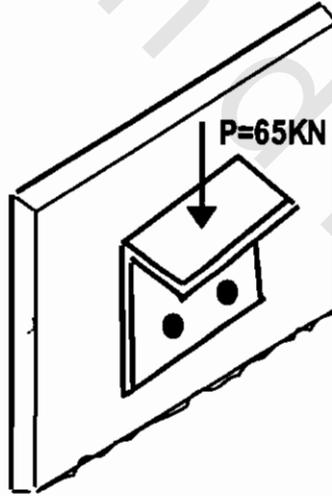


الشكل (11-3)

س4 : تعرضت أنبوبة فولاذية قصيرة مغلقة من الطرفين ذات جدار رقيق متوسط قطرها $70mm$ ، وسمك جدارها $0.5mm$ ، لضغط غاز داخلي مقداره $3.5 N/mm^2$. أحسب قوة الانضغاط المحورية الخارجية P الواجب تسليطها عند طرفي الأنبوبة لجعل جدارها معرضاً لحالة قص صرف .

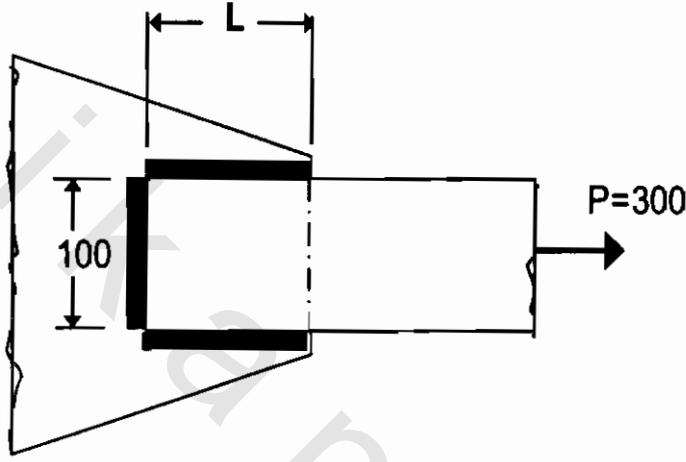
س5 : تم استخدام متقاب دائري قطره 25mm في ثقب حفرة خلال لوح من الفولاذ سمكه 15mm . احسب إجهاد القص الأفقي الذي ينتج في معدن الفولاذ لو كانت القوة اللازمة لدفع المتقاب خلال الفولاذ تساوي 32KN .

س6 : في كثير من الأحيان تستخدم الزوايا الماسكة من الصلب في عمليات البناء والإنشاء وذلك لنقل الحمولات من العتبات الأفقية إلى الأعمدة الراسية ، فإذا كان رد فعل العتبة أو الكمره على الزاوية يساوي قوة تؤثر إلى الأسفل مقدارها 65KN كما يبين الشكل (3-12) ، وكانت هذه الزاوية مثبتة من خلال مسماري برشام قطر كل منهما 25mm يعملان على مقاومة هذه القوة . احسب إجهاد القص المتوسط في كل مسمار برشام مع افتراض أن مسمار البرشام يملأ فجوة قطرها اكبر من قطر المسمار بمقدار 1.5mm كما ورد في حل الأمثلة في البند السابق .



الشكل (3-12)

س7: صحيفة من الصلب سمكها 15mm وعرضها 10mm مثبتة على صحيفة أخرى بواسطة ثلاث درزات من الحام كما يبين الشكل (3-13) إذا علمت أن حمولة الشد $P = 300\text{KN}$ ، وإجهاد القص المسموح به $\tau_w = 95\text{N/mm}^2$ ، وإجهاد الاشتغال للدرزة هو $\sigma_w = 116\text{N/mm}^2$.
 أحسب الطول اللازم l لكل من الدرزتين الجانبيتين .



الشكل (3-13)