الفصل الثالث

أنظمة العد Counting System

النظام المألوف لنا من دراستنا في مراحل التعليم الأولية هو النظام العشري في هذا الصل سوف تتعرف علي أنظمة أخري تساعدك في معرفة كيف يتم تخزين البيانات داخل ذاكرة الحاسب. وكيف نتعامل معها.

بالانتهاء من هذا الفصل ستكتسب المعارف وتتدرب على المهارات التي تجعلك قادرا على فهم:

- النظام العشري
- النظام الثنائي
- النظام السداسي عشر "الستعشري"
- التحويل بين أنظمة العد

النظام العشري Decimal System:

نستخدم في النظام العشري عشرة أرقام للتعبير عن مقادير معينة وهي : ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩.

فإذا أردنا مثلا أن نعبر عن مقدار صحيح محصور بين ٠ و ٩، استخدمنا خانة واحدة، فإن كان المقدار أكبر، احتجنا إلي زيادة عدد الخانات.

وإذا أردنا أن نعبر عن مقدار كسري، احتجنا إلي استخدام النقطة العشرية وعدد خانات علي يمينها بحسب الحاجة.

مثال ١ : العدد الكسري $\frac{9}{2}$ يمثل في النظام العشري بالعدد 4.5.

فاحتجنا إلي خانة واحدة علي يمين النقطة العشرية.

ولهذا فيمكن أن نقول بأن النظام العشري هو نظام ذو أوزان بمعني أن كل خانة لها وزن معين. فأوزان الخانات علي يسار النقطة العشرية هي علي الترتيب:

1 (10^0) 10 (10^1) 100 (10^2) 1000(10^3) 10000(10^4)......

بينما أوزان الخانات علي يمين النقطة العشرية هي علي الترتيب:

0.1 (10^{-1}) 0.01 (10^{-2}) 0.001 (10^{-3}) 0.0001 (10^{-4}) 0.00001 (10^{-5}).......

مثال ٢:

$$124 = (4 \times 1) + (2 \times 10) + (1 \times 100) = (4 \times 10^0) + (2 \times 10^1) + (1 \times 10^2)$$

$$0.0563 = (5 \times 0.1) + (6 \times 0.01) + (3 \times 0.001) = (5 \times 10^{-1}) + (6 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$$

$$124.563 = (1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (4 \times 10^0) + (5 \times 10^{-1}) + (6 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$$

ولهذا فإن تمثيل الأعداد في النظام العشري يكون باستخدام قوى العدد ١٠ (أي ١٠ أس عدد صحيح).

النظام الثنائي: *Binary System*

إن النظام الثنائي أساسي في الإلكترونيات الرقمية وكذلك أنظمة الترميز الرقمية الأخرى كالنظام السداسي عشر ونظام الأسكي (ASCII). وقبل أن نشرح أنظمة العدد أرى من المفيد أن نبدأ بمقدمة ضرورية عن النظام الثنائي باعتباره الأساسي في تمثيل البيانات داخل ذاكرة الحاسب ولأنه النظام الذي تستخدمه الشفرة الأمريكية القياسية لتبادل المعلومات.

النظام الثنائي (Binary System) نظام الأساس فيه اثنين لأنه يشتمل على عددين فقط هما صفر وواحد. بعكس النظام العشري المألوف لنا من دراستنا لعلم الحساب في المراحل الأولية من التعليم والذى يعتمد على الأساس عشرة لأن أعداده عددها عشرة وهى: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 وتذكر معي أن الرقم 999 في النظام العشري يتكون من ثلاثة أعداد : الأول في خانة الآحاد والثاني في خانة العشرات والثالث في خانة المئات. ولذلك فإن التسعة الموجودة في أقصى اليمين معناها تسعة في عشرة أس صفر (010×9) أي تسعة في واحد أي تسعة. والتسعة التي تليها معناها تسعة في عشرة أس واحد (110×9) أي تسعون. أما التسعة الأخيرة فمعناها تسعة في عشرة أس اثنين (210×9) أي تسعمائة. وينطق الرقم تسعمائة وتسعة وتسعون انظر شكل التالي. ورغم أن هذا المثال واضح لنا جميعا إلا أنى قصدت من ورائه إلى توضيح فكرة النظام الثنائي الغير معروف بمقارنته بالنظام المعروف.

٩	٩	٩	الرقــم العشــري
مئــات	عشرات	آحاد	القيمة المكانية للعدد
١٠^٢	١٠^١	١٠ صفر	القوة

يتم الحصول على الرقم ٩٩٩ فى النظام العشري المعروف بتخصيص قيمة لكل خانة حسب ترتيبها داخل الرقم.

وفى النظام الثنائي تأخذ "البتس" داخل البايت القيم التالية من اليمين إلى اليسار 1-2-4-8-16-32-64-128. وترقم "البت" داخل "البايت" من صفر إلى سبعة ويخصص "للبت" الموجودة فى أقصى اليمين الرقم صفر. والتي تليها الرقم واحد. . . وهكذا حتى تصل إلى "البت" الموجودة فى أقصى اليسار فيكون رقمها هو سبعة. انظر شكل التالي وسنشرح فيما يلى كيفية تمثيل الأرقام والحروف والرموز باستخدام هذه الشفرة.

7	6	5	4	3	2	1	0	رقم البت البتس قد تكون
○	○	○	○	○	○	○	○	في حالة ON أو OFF
128	64	32	16	8	4	2	1	القيمة المكانية للعدد

لكل "بت" داخل "البايت" قيمة تستمد من ترتيبها داخل "البايت" تبعاً للنظام الثنائى الذى يعتمد على الأساس ٢.

النظام الثنائي هو طريقة أخري لتمثيل الأعداد نستخدم فيه الأرقام ٠ و١ فقط. ومثل النظام العشري، يكون لكل خانة وزن معين كقوة للعدد ٢ (أي ٢ أس عدد صحيح).

فيكون للخانات علي يسار النقطة الثنائية الأوزان التالية علي الترتيب:

$$1(2^0) \quad 2(2^1) \quad 4(2^2) \quad 8(2^3) \quad 16(2^4) \quad \cdots$$

بينما أوزان الخانات علي يمين النقطة الثنائية هي علي الترتيب:

$$0.5(2^{-1}) \quad 0.25(2^{-2}) \quad 0.125(2^{-3}) \quad 0.0625(2^{-4}) \quad 0.015625(2^{-5})$$

مثال ٣: مثل الأعداد الصحيحة من ٠ إلي ١٥ في النظام الثنائي.

الحل

النظام العشري	النظام الثنائي
0	0000
1	0001
2	0100
3	1100
4	0010
5	1010
6	0110
7	1110
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

من هذا المثال، نلاحظ بأننا استخدمنا خانة واحدة في أول الأمر ثم لما استنفذنا الخانة الأولى استخدمنا خانة ثانية وهكذا بالتدريج إلي أن نصل في الأخير إلي العدد 1111.

مثال ٤ : حول الأعداد التالية من النظام الثنائي إلي النظام العشري:

1) 1101101 2) 0.1011 3) 10.111

الحل:

$$1)\quad 1101101 = (1\times 2^0) + (0\times 2^1) + (1\times 2^2) + (1\times 2^3) + (0\times 2^4) + (1\times 2^5) + (1\times 2^6) = 1+0+4+8+0+32+64 = 109$$

$$2)\quad 0.1011 = (1\times 2^{-1}) + (0\times 2^{-2}) + (1\times 2^{-3}) + (1\times 2^{-4}) = 0.5+0+0.125+0.0625 = 0.6875$$

$$3)\quad 10.111 = (1\times 2^1) + (0\times 2^0) + (1\times 2^{-2}) + (1\times 2^{-3}) = 2+0+0.5+0.125+0.0625 = 2.6875$$

قاعدة التحويل لعدد صحيح من النظام العشري إلي النظام الثنائي

١) نقسم العدد علي ٢ فنتحصل علي باقِ هو رقم الخانة الأولى ابتداء من اليمين.

٢) نقسم ناتج القسمة السابقة علي ٢ فنتحصل علي باقِ هو رقم الخانة الثانية ابتداء من اليمين.

٣) وهكذا ونتوقف عندما نتحصل علي ناتج قسمة هو (صفر).

مثال ٥ : حول الأعداد التالية من النظام العشري إلي النظام الثنائي:

$$1)\ 12 \quad 2)\ 19 \quad 3)\ 45$$

الحل:

١) نقوم بالقسمة علي ٢ ونحتفظ بالبواقي إلي أن يصبح الناتج صفرا:

$\frac{12}{2} = 6$ والباقي هو 0

$\frac{6}{2} = 3$ والباقي هو 0

$\frac{3}{2} = 1$ والباقي هو 1

$\frac{1}{2} = 0$ والباقي هو 1

إذن 12 يكتب في النظام الثنائي :1100

وهو الرقم الثنائي المقابل للرقم العشري الموجود في الجدول السابق وبتحليله نقول:

$$12 = 8 + 4 + 5 + 5$$

٢) نقوم بالقسمة علي ٢ ونحتفظ بالباقي إلي أن يصبح الناتج صفرا:

$\frac{19}{2} = 9$ والباقي هو 1

$\frac{9}{2} = 4$ والباقي هو 1

$\frac{4}{2} = 2$ والباقي هو 0

$\frac{2}{2} = 1$ والباقي هو 0

$\frac{1}{2} = 0$ والباقي هو 1

إذن ١٩ يكتب في النظام الثنائي 10011 وبتحليل هذا الرقم نحصل علي

$$19 = 16 + \emptyset + \emptyset + 2 + 1$$

٣) نقوم بالقسمة علي ٢ ونحتفظ بالبواقي إلي أن يصبح الناتج صفرا:

$\frac{45}{2} = 22$ والباقي هو 1

$\frac{22}{2} = 11$ والباقي هو 0

$\frac{11}{2} = 5$ والباقي هو 1

$\frac{5}{2} = 2$ والباقي هو 1

$\frac{2}{2} = 1$ والباقي هو 0

$\frac{1}{2} = 0$ والباقي هو 1

إذن 45 يكتب في النظام الثنائي 101101 وبتحليل هذا الرقم نحصل علي

$$45 = 32 + 5 + 8 + 4 + 5 + 1$$

قاعدة التحويل لعدد كسري من النظام العشري إلي النظام الثنائي:

نجزئ العدد الكسري إلي جزئين: جزء صحيح ونحوله كما هو موضح سابقاً، وجزء كسري ونحوله كما يلي:

١) نضرب العدد في ٢ فنتحصل علي ناتج متكون من جزء صحيح، وهو رقم الخانة الأولي ابتداء من اليسار بعد النقطة الثنائية، وجزء كسري .....

٢) نضرب الجزء الكسري من ناتج الضرب السابق في ٢ فنتحصل علي ناتج مكون من جزء صحيح، وهو رقم الخانة الثانية ابتداء من اليسار بعد النقطة الثنائية، وجزء كسري...

٣) وهكذا نتوقف عندما نتحصل علي جزء كسري لناتج الضرب هو (صفر).

مثال ٦: حول الأعداد التالية من النظام العشري إلي النظام الثنائي:

$$1)\ 0.625 \qquad 2)\ 12.3125$$

الحل:

١) نقوم بالضرب في ٢ ونحتفظ بالأجزاء الصحيحة إلي أن يصبح الجزء الكسري للناتج صفرا:

$0.625 \times 2 = 1.25$ والجزء الصحيح للناتج هو 1

$0.25 \times 2 = 0.5$ والجزء الصحيح للناتج هو 0

$0.5 \times 2 = 1.0$ والجزء الصحيح للناتج هو 1

نتوقف لأن الجزء الكسري للناتج هو (صفر).

إذن العدد 0.625 يكتب في النظام الثنائي: 0.101

٢) نجزئ العدد إلي جزئيين: الجزء الصحيح وهو 12 ، والجزء الكسري وهو 0.3125.

قد مر معنا في الفقرة ١ من المثال السابق بأن العدد 12 يكتب في النظام الثنائي 1100.

إذن بقي العدد 0.3125: نقوم بالضرب في ٢ ونحتفظ بالأجزاء الصحيحة إلي أن يصبح الجزء الكسري للناتج صفرا:

$0.3125 \times 2 = 0.625$ والجزء الصحيح للناتج هو 0

$0.625 \times 2 = 1.25$ والجزء الصحيح للناتج هو 1

$0.25 \times 2 = 0.5$ والجزء الصحيح للناتج هو 0

$0.5 \times 2 = 1.0$ والجزء الصحيح للناتج هو 0

نتوقف لأن الجزء الكسري للناتج هو (صفر).

إذن العدد 0.3125 يكتب في النظام الثنائي: 0.0101.

ومنه فالعدد 12.3125 يكتب في النظام الثنائي: 1100.0101.

النظام السداسي عشر "الستعشري"

النظام السداسي عشر Hexadecimal هو طريقة أخري لتمثيل الأعداد نستخدم فيه سته عشر رقماً هي:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

وتكون أوزان الخانات هي قوي 16 (أي 16 أس عدد صحيح).

ومن فوائده: تسهيل قراءة الأعداد الممثلة في النظام الثنائي.

يوضح الجدول التالي القيم الموافقة في كل من النظام العشري والثنائي لأرقام السادس عشر:

النظام العشري	النظام الثنائي	السداسي عشر
0	0000	0
1	0001	1
2	0100	2
3	1100	3

4	0010	4
5	1010	5
6	0110	6
7	1110	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

قاعدة التحويل لعدد صحيح من النظام الثنائي إلي النظام السداسي عشر

١) نضيف أصفارا علي اليسار حتي يصبح عدد الخانات مضاعفا لـ ٤.

٢) نقسم العدد إلي مجموعات متكونة من ٤ خانات ابتداء من اليمين.

٣) نحوّل الأعداد التالية من النظام الثنائي إلي النظام السداسي عشر.

مثال: حوّل الأعداد التالية من النظام الثنائي إلي النظام السداسي عشر:

$1)\ 1100101001010111 \qquad 2)\ 111111000101101001$

الحل:

$$1)\ 1100101001010111 = 1100\ \ 1010\ \ 0101\ \ 0111$$
$$= CA57_{16}$$
$$2)\ 111111000101101001 = 11\ \ 1111\ \ 0001\ \ 0110\ 1001$$
$$= 0011\ \ 1111\ \ 0001\ \ 0110\ \ 1001 = 3F169_{16}$$

قاعدة التحويل لعدد صحيح من النظام السداسي عشر إلي النظام الثنائي:

١) نحوّل كل رقم إلي الرقم الموافق ذي 4 خانات.

٢) نحذف الأصفار علي اليسار إن لم نحتج إليها.

مثال: حوّل الأعداد التالية من النظام السداسي عشر إلي النظام الثنائي:

$1)10A4_{16} \quad 2)\ CF8E_{16} \quad 3)\ 9742_{16}$

الحل:

$$1)10A4_{16} = 0001\ \ 0000\ \ 1010\ \ \ 0100 = 1000010100100$$
$$2)\ CF8E_{16} = 1100\ \ \ 1111\ 1000\ \ 1110$$
$$= 1100111110001110$$
$$3)\ \ 9742_{16} = 1001\ \ \ 0111\ 0100\ \ 0100$$
$$= 1001011101000010$$

أما بالنسبة للتحويل من النظام السادس عشر إلي النظام العشري والعكس فيمكن استخدام طريقة مماثلة لما رأيناه في حالة النظام الثنائي أو المرور عن طريق النظام الثنائي.

$1)\ 1c_{16} \quad 2)\ A85_{16}$

الحل:

$$1)\ 1c_{16} = 0001\ \ \ 1100 = 11100 = 2^2 + 2^3 + 2^4 = 28$$
$$2)\ A85_{16} = 1010\ \ 1000\ \ 0101 = 101010000101$$
$$= 2^0 + 2^2 + 2^7 + 2^9 + 2^{11} = 2693$$

طريقة أخري للحل:

$$1)\ 1c_{16} = (1 \times 16^1) + (12 \times 16^0) = 16 + 12 = 28$$
$$2)\ A85_{16} = (10 \times 16^2) + (8 \times 16^1) + (5 \times 16^0)$$
$$= 2560 + 128 + 5 = 2693$$

مثال: حوّل العدد التالي من النظام العشري إلي النظام السداسي عشر: 650

نقوم بالقسمة علي 16 ونحتفظ بالبواقي إلي أن يصبح الناتج صفرا:

$$A = 10 \text{ والباقي هو } \frac{650}{16} = 40$$

$$8 \text{ والباقي هو } \frac{40}{16} = 2$$

$$2 \text{ والباقي هو } \frac{2}{16} = 0$$

إذن 650 يكتب في النظام السداسي عشر: $28A_{16}$