الباب الثاني

الأســـئلة

obeikandl.com

obeikandl.com

٢-١ أسئلة في الجبر

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عدد الأزواج المرتبة (أ، ب) المكونة من عددين حقيقيين يحققان

$$\frac{١}{ب}+\frac{١}{أ}=\frac{١}{أ+ب}$$

هو:

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

السـؤال الثاني:

$$= {}^{٣}(١-ن٢)+\cdots+{}^{٣}٣+{}^{٣}١$$

أ) $ن^{٢}(٢ن^{٢}-١)$
ب) $ن^{٢}(ن^{٢}+١)$
ج) $\frac{ن^{٢}(٢ن^{٢}-١)}{٢}$
د) $\frac{ن^{٣}(٢ن^{٣}-١)}{٨}$
هـ) $٢ن^{٢}(ن^{٢}-١)$

السـؤال الثالث:

إذا كانت جميع جذور المعادلة التكعيبية

$$س^{٣}+ب\,س^{٢}+جـ\,س+ر=٠$$

حقيقية وتقع في الفترة (-٢ ، ٠)، فإن

أ) $٢٦>ب+جـ+ر>٤٠$
ب) $٠>ب+جـ+ر>٢٦$
ج) $-٢>ب+جـ+ر>٠$
د) $-٢٣>ب+جـ+ر>-٢$
هـ) $-٤٠>ب+جـ+ر>-٢٣$

obeikandl.com

السـؤال الرابع:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين تحقق المعادلة
س ص + ٣ س − ٧ ص = − ٥

هو

أ) ٢
ب) ٤
ج) ٦
د) ٨
هـ) ١٠

السـؤال الخامس:

عدد الثلاثيات (س،ص،ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق

س(١ − ص^{٢})(١ − ع^{٢}) + ص(١ − س^{٢})(١ − ع^{٢}) + ع(١ − س^{٢})(١ − ص^{٢}) = ٤ س ص ع

= ٤(س + ص + ع)

هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) لانهائي

السـؤال السادس:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س وَ ص يحققان المتباينة
|س| + |ص| ≥ ١٠٠

هو

أ) ١٩٨٠١
ب) ٢٠٢٠١
ج) ٤٠١
د) ١٠١
هـ) ٥١

obeikandl.com

السـؤال السابع:

إذا كان أ≠٠ عدداً حقيقياً، فإن عدد الثلاثيات (س، ص، ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق المعادلات

$$\begin{aligned} س^{٢} + ص^{٢} - ٢ع^{٢} &= ١٢أ^{٢} \\ س + ص + ٢ع &= ٤(أ^{٢} + ١) \\ ع^{٢} - س ص &= أ^{٢} \end{aligned}$$

هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

السـؤال الثامن:

$$\sqrt{٣٤ - ٢٤\sqrt{٢}} =$$

أ) $-٥\sqrt{٢}$
ب) $+٥\sqrt{٢}$
ج) $-٤+٣\sqrt{٢}$
د) $٤-٣\sqrt{٢}$
هـ) ٣

السـؤال التاسع:

عند صف جميع الأعداد الصحيحة الموجبة كما يلي

٠٩٨٧٦٥٤٣٢١ ١١ ٢١ ٣١ ٤١ ٥١ ...

فإن الرقم الذي يحتل الخانة ٢٠٦٧٨٨ من اليمين هو

أ) ٣
ب) ٤
ج) ٥
د) ٦
هـ) ٧

obeikandl.com

السـؤال العاشر:

عدد الثلاثيات $(أ، ب، جـ)$ المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$(١+\frac{١}{أ})(١+\frac{١}{ب})(١+\frac{١}{جـ})=٢$$

هو

أ) ٣
ب) ٥
ج) ٢٧
د) ٣٠
هـ) لا نهائي

السـؤال الحادي عشر:

عدد كثيرات الحدود ك(س) التي تحقق

ك(س+ص)−ك(س−ص)=٤س ص

لجميع قيم س، ص ∈ ح، وتحقق الشرط ك(٠)=١ هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٣
هـ) لانهائي

السـؤال الثاني عشر:

عدد الخماسيات المرتبة $(أ، ب، جـ، ر، هـ)$ المكونة من أعداد حقيقية موجبة تحقق المعادلات

$أ+ب=جـ^{٢}$ ، $ب+جـ=ر^{٢}$ ، $جـ+ر=هـ^{٢}$ ، $ر+هـ=أ^{٢}$ ، $هـ+أ=ب^{٢}$

هو

أ) ٠
ب) ١
ج) ١٢٠
د) ٢٤٠
هـ) لا نهائي

obeikandl.com

السـؤال الثالث عشر:

أكبر قيمة للدالة

$و(س،ص)=س^{٢}ص-ص^{٢}س$ ، حيث $٠\leq س\leq ١$ وَ $٠\leq ص\leq ١$

هي:

أ) $\frac{١}{٦}$

ب) $\frac{١}{٤}$

ج) $\frac{١}{٣}$

د) $\frac{١}{٢}$

هـ) $\frac{٢}{٣}$

السـؤال الرابع عشر:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س وَ ص يحققان المعادلة

$(٣س^{٢}+ص^{٢}-٤ص-١٧)^{٣}-(٢س^{٢}+٢ص^{٢}-٤ص-٦)^{٣}=(س^{٢}-ص^{٢}-١١)^{٣}$

هو

أ) ٤

ب) ٦

ج) ٨

د) ١٠

هـ) ١٢

السـؤال الخامس عشر:

عرف المتتابعة $\{س_{ن} \mid ن\leq ١\}$ كما يلي:

$س_{١}=١٦$ وَ $س_{ن+١}=س_{ن}+٨ن+١٢$، $\forall ن\leq ٢$

إذا كان $\sum_{ن=١}^{\infty}\frac{١}{ن^{٢}}=\frac{ط^{٢}}{٦}$، فإن $\sum_{ن=١}^{\infty}\frac{١}{س_{ن+١}}=$

obeikandl.com

أ) $\frac{ط^{٢}}{٢}$

ب) $\frac{ط^{٢}}{٣}$

ج) $\frac{ط^{٢}-١}{٣}$

د) $\frac{ط^{٢}-٦}{٢٤}$

هـ) $\frac{ط^{٢}-٢}{١٢}$

السـؤال السادس عشر:

عرف المتتابعة $\{س_ن \mid ن \geq ١\}$ كما يلي:

$س_١ = ٢$ وَ $س_{ن+١} = \frac{س_ن^{٤}+٩}{١٠ س_ن}$، $\forall ن \geq ١$

إذا كانت $ن \geq ٢$، فإن

أ) $٠,٨ < س_ن \geq ٠,٩$

ب) $٠,٩ < س_ن \geq ١,٢٥$

ج) $١,٢٥ < س_ن \geq ١,٥$

د) $١,٥ < س_ن \geq ١,٧٥$

هـ) $١,٧٥ < س_ن \geq ٢$

السـؤال السابع عشر:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين حقيقيين س وَ ص يحققان

$س + ص = ١$

$س^{٥} + ص^{٥} = ٣١$

هو

أ) ٠

ب) ١

ج) ٢

د) ٤

هـ) ٦

obeikandl.com

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السـؤال الثامن عشر:

لتكن د(س) دالة تحقق

$$د(ن+١)=(-١)^{ن+١}\,ن-٢د(ن)،\ \forall ن\geq ١$$

إذا كانت د(١٠١)=د(١)، فإن $\sum_{ن=١}^{١٠٠}\left(ن+د(ن)\right)$=

السـؤال التاسع عشر:

إذا كان ن = ل^{٢} مربعاً كاملاً مكوناً من أربع خانات، بحيث يكون الرقمان في الخانتين الأولى والثانية متساويين، والرقمان في الخانتين الثالثة والرابعة متساويين، فإن ل =

السـؤال العشرون:

لتكن د:ك ← ك دالة تحقق الشروط التالية:

١) د(ن+١) > د(ن)، ∀ن ∈ ك.

٢) د(ن+د(م)) = د(ن)+د(م)+١، ∀ن،م ∈ ك.

أوجد د(٩٩٨).

السـؤال الواحد والعشرون:

عدد الأعداد الصحيحة ك بحيث توجد دالة د:ط ← ص تحقق د(٢) ≠ ٠ والشرط التالي

$$د(٢ن)=د(٢)+د(ن)+ك\,د(٢٠١٠٤٠٨)(ن،٢))$$

السـؤال الثاني والعشرون:

إذا كانت أ،ب،جـ جذور المعادلة س^{٣} − س − ١ = ٠، فإن

$$\frac{١-أ}{١+أ}+\frac{١-ب}{١+ب}+\frac{١-جـ}{١+جـ}=$$

obeikandl.com

السـؤال الثالث والعشرون:

إذا كانت الأعداد الحقيقية الموجبة أ،ب،جـ،د تحقق المعادلتين:

$$أ+ب+جـ+د=١٢$$

$$أ ب جـ د=٢٧+أ ب+أ جـ+أ د+ب جـ+ب د+جـ د$$

فإن $أ ب جـ د=$

السـؤال الرابع والعشرون:

عرّف

$$د(س)=\lfloor س \rfloor+\lfloor ٠,١ \times س \rfloor+\lfloor ٠,٠١ \times س \rfloor$$

أوجد عدداً صحيحاً موجباً ن بحيث

١) لا يوجد لأي من للمعادلتين $د(س)=ن$ وَ $د(س)=ن+١$ أي حل

٢) يوجد للمعادلتين $د(س)=ن-١$ وَ $د(س)=ن+٢$، كل على حدة، حل واحد على الأقل.

obeikandl.com

أسئلة نصية

السـؤال الخامس والعشرون:

أثبت أنه لأية أعداد حقيقية موجبة $أ_١، ...، أ_ن، ب_١، ...، ب_ن$:

$$(أ_١ \times ... \times أ_ن)^{\frac{١}{ن}} + (ب_١ \times ... \times ب_ن)^{\frac{١}{ن}} \leq ((أ_١ + ب_١) \times ... \times (أ_ن + ب_ن))^{\frac{١}{ن}}$$

السـؤال السادس والعشرون:

لتكن $\{س_١، ...، س_ن\}$، حيث $ن \geq ٢$، مجموعة من الأعداد الحقيقية الموجبة. أثبت أن

$$\sum_{ك=١}^{ن} ك س_ك \geq \binom{ن}{٢} + \sum_{ك=١}^{ن} س_ك$$

السـؤال السابع والعشرون:

ليكن $ن$ عدداً صحيحاً موجباً، ولتبدأ بالمتتابعة $١، \frac{١}{٢}، ...، \frac{١}{ن}$، لتكوّن متتابعة جديدة عدد عناصرها $ن-١$ تحسب حدودها كما يلي:

الحد الأول هو الوسط الحسابي للحدين الأول والثاني في المتتابعة أعلاه، والحد الثاني هو الوسط الحسابي للحدين الثاني والثالث في المتتابعة أعلاه، وهكذا لتحصل على المتتابعة

$$\frac{٣}{٤}، \frac{٥}{١٢}، ...، \frac{ن^٢ - ١}{ن^٢(ن-١)}$$

استمر بتكوين متتابعات جديدة بحيث يكون الحد العام ذو الترتيب $ل$ في أية متتابعة جديدة مساوياً للوسط الحسابي للحد ذي الترتيب $ل$، والحد ذي الترتيب $ل+١$ في المتتابعة التي سبقتها مباشرة.

أثبت أن العدد ؟ الذي نحصل عليه بعد تكرار هذه العملية $ن-١$ من المرات أقل من $\frac{٢}{ن}$.

obeikandl.com

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨١):

لتكن د(س،ص) دالة معرفة لجميع الأعداد الكلية س،ص، وتحقق المعادلات التالية

$$د(٠،ص)=ص+١$$
$$د(س+١،٠)=د(س،١)$$
$$د(س+١،ص+١)=د(س،د(س+١،ص))$$

أوجد د(١٩٨١،٤).

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٤):

أوجد جميع كثيرات الحدود ك(س) التي معاملاتها أعداد حقيقية وتحقق

$$ك(أ-ب)+ك(ب-جـ)+ك(جـ-أ)=٢ك(أ+ب+جـ)$$

لجميع الثلاثيات المرتبة (أ،ب،جـ) التي تحقق

$$أب+بجـ+جـأ=٠$$

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٤٢، الولايات المتحدة ٢٠٠١):

أثبت أنه لأية ثلاثة أعداد موجبة أ،ب،جـ :

$$\frac{أ}{\sqrt{أ^٢+٨بجـ}}+\frac{ب}{\sqrt{ب^٢+٨أجـ}}+\frac{جـ}{\sqrt{جـ^٢+٨أب}}\geq ١$$

obeikandl.com

٢-٢ أسئلة في نظرية الأعداد

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عدد القواسم الموجبة للعدد ١٩٦٠٠٠ هو

أ) ٦٠
ب) ٨٥
ج) ٧٠
د) ٨٠
هـ) ٧٢

السـؤال الثاني:

رقم الآحاد للعدد $٢١٣٧^{٢٠٠٩}$ يساوي

أ) ١
ب) ٣
ج) ٥
د) ٧
هـ) ٩

السـؤال الثالث:

عدد الأعداد الأولية التي يمكن كتابتها على الصورة ١٠٠٠١٠١٠١ هو

أ) لانهائي
ب) ٣
ج) ٢
د) ١
هـ) ٠

السـؤال الرابع:

الرقم في خانة آحاد العدد $٧^{٧^{٧}}$ هو

أ) ١
ب) ٣
ج) ٥
د) ٧
هـ) ٩

obeikandl.com

السـؤال الخامس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يكون ن^{٤} + ٤^{ن} عدداً أولياً هو

أ) لانهائي
ب) ٤
ج) ٣
د) ٢
هـ) ١

السـؤال السادس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يقبل العدد ا = ٢٩٠٣^{ن} − ٨٠٣^{ن} − ٤٦٤^{ن} + ٢٦١^{ن} القسمة على ٧ بدون باقي هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٧
د) ٢٧١
هـ) لانهائي

السـؤال السابع:

عدد كثيرات الحدود د(س) ∈ ص[س] التي تحقق الشرطين: د(٧) = ١١ وَ د(١١) = ١٣ يساوي

أ) ٠
ب) ١
ج) ٢
د) ٥
هـ) لانهائي

السـؤال الثامن:

القاسم المشترك الأعظم للعددين ١١٠٠٠١١١ (بتكرار الرقم واحد ٤٠ مرة)، والعدد ١٠٠٠١١ (بتكرار الرقم واحد ١٢ مرة) هو

أ) ١١
ب) ١١١
ج) ١١١١
د) ١١١١١
هـ) ١١١١١١

obeikandl.com

السـؤال التاسع:

لنفرض أن ن = ٢^(ن-١) (٢^ن − ١) وأن ٢^ن − ١ عدد أولي. مجموع القواسم الموجبة للعدد ن يساوي

أ) ن
ب) ٢ن
ج) ن^٢
د) ن + ١
هـ) ن^ن

السـؤال العاشر:

عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكوَّنة من عددين صحيحين س،ص يحققان

١٥س^٢ − ٧ص^٢ = ٩

هو

أ) ٠
ب) ٦
ج) ١٢
د) ١٨
هـ) لانهائي

السـؤال الحادي عشر:

عدد الأزواج المرتبة (أ، ب) المكونة من عددين أوليين يحققان أ^٢ − ٢ب^٢ = ١ هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) لانهائي

السـؤال الثاني عشر:

رقم الآحاد للعدد ن = ١! + ٢! + ٣! + ... + ٩٩! يساوي

أ) ٩
ب) ٨
ج) ٥
د) ٣
هـ) ٠

obeikandl.com

السـؤال الثالث عشر:

أوجد أصغر عدد صحيح ن بحيث لو قُسم على ١٠ لكان الباقي ٩، و لو قُسم على ٩ لكان الباقي ٨، ولو قُسم على ٨ لكان الباقي ٧، وهكذا نزولاً إلى قسمته على ٢ ليكون الباقي ١.

أ) ٥٩
ب) ٤١٩
ج) ١٢٥٩
د) ٢٥١٩
هـ) ١٥٩

السـؤال الرابع عشر:

ليكن أ عدداً أولياً. عدد الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$\frac{١}{س}+\frac{١}{ص}=\frac{١}{أ}$$

هو

أ) ١
ب) ٣
ج) أ−١
د) أ
هـ) أ+١

السـؤال الخامس عشر:

أوجد مجموع الأعداد الصحيحة الموجبة ن بحيث يكون ٢^ن قاسماً للعدد ٣^ن +١

أ) ٣
ب) ١
ج) ٦
د) ١٦
هـ) لانهائي

obeikandl.com

السـؤال السادس عشر:

عدد الثلاثيات المرتبة (أ،ب،جـ) المكوّنة من أعداد صحيحة موجبة أ،ب،جـ، بحيث تشكل هذه الأعداد متوالية هندسية، ويكون مجموعها ١١١، هو

أ) ١
ب) ٢
ج) ٣
د) ٤
هـ) ٥

السـؤال السابع عشر:

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة

$$س = \left\lfloor \frac{س}{٢} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٣} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٥} \right\rfloor$$

هو

أ) ١٠
ب) ٢٠
ج) ٣٠
د) ٤٠
هـ) لانهائي

obeikandl.com

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السـؤال الثامن عشر:

لنفرض أن ن وَ م عددان فرديان موجبان وأن ن > م. أكبر عدد صحيح يقسم جميع الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة ن^{٢} – م^{٢} هو

السـؤال التاسع عشر:

ما هو عدد الأعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن ١٠٠٠ وليست من مضاعفات أي من العددين ٥ وَ ٧؟

السـؤال العشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب ن بحيث يكون مجموع الأرقام في خانات العدد ٧ن أقل ما يمكن.

السـؤال الحادي والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب ن ≥ ٦ بحيث توجد مثلثات قائمة، باقي قسمة أطوال أضلاعها على ن يساوي ٤ وَ ٥ وَ ٦.

السـؤال الثاني والعشرون:

لتكن س = {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ...} مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة الموجبة. أوجد العنصر هـ في هذه المجوعة بحيث يكون هـ + ٤٣ أيضاً عنصراً في س.

السـؤال الثالث والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب بحيث لو حذفنا أول رقم منه على اليسار ينتج عدد يساوي حاصل قسمة العدد الأصلي على ٢٩.

السـؤال الرابع والعشرون:

أوجد أصغر عدد ن يحقق الشروط التالية:

(١) توجد ٣ قواسم أولية فقط للعدد ن
(٢) ٣٠ | ن
(٣) عدد قواسم ن هو ٢٤
(٤) عدد قواسم ن^{٢} هو ١٠٥
(٥) عدد قواسم ن^{٣} هو ٢٨٠

obeikandl.com

السـؤال الخامس والعشرون:

لأي عدد طبيعي ن نعرف الدالة

$$د(ن) = \left\lfloor \frac{ن+١}{٢} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{ن+٢}{٤} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{ن+٤}{٨} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{ن+٢^{ك}}{٢^{ك+١}} \right\rfloor + \cdots \quad (*)$$

حيث $\lfloor م \rfloor$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي م. أوجد د(٩٩٩).

السـؤال السادس والعشرون:

أوجد جميع الأعداد الأولية على صورة $ن^{٥} + ١$ والتي تقل عن $١٠^{١٩}$.

السـؤال السابع والعشرون:

أثبت أنه لا توجد أية ثلاثة أعداد صحيحة، بحيث يساوي باقي قسمة مجموع مربعاتها على ٨ العدد ٧.

obeikandl.com

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧١):

أثبت أن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة التي يمكن كتابتها على صورة $2^{ن} - 3$، حيث ن = ٢، ٣، ... تحتوي على مجموعة جزئية لانهائية كل عنصرين من عناصرها أوليان فيما بينهما.

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٩٨):

أوجد جميع الأزواج المرتبة (أ،ب) المكوّنة من عددين صحيحين موجبين أ وَ ب بحيث يقسم العدد $أب^{2} + ب + 7$ العدد $أ^{2} ب + أ + ب$.

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٦):

أوجد جميع الأزواج المرتبة (س،ص) المكونة من عددين صحيحين س،ص يحققان المعادلة

$$ص^{2} + 1 + 2^{س} = س^{(س+1)2}$$

obeikandl.com

٢-٣ أسئلة في التركيبات

أسئلة الاختيار من متعدد

السـؤال الأول:

عائلة مكونة من أب وأم وثلاثة أولاد ذكور وأربع بنات، تريد أن تصطف في صف واحد لأخذ صورة تذكارية، بحيث يقف الوالدان بجانب بعضهما بعضاً ولا تقف ابنتان بجانب بعضهما بعضاً. عدد الطرق الممكنة هو

أ) ٥٧٦٠
ب) ٢٨٨٠
ج) ١٤٤٠
د) ١١٥٢
هـ) ٢٤٠

السـؤال الثاني:

يحتوي كيس على مجموعة من الكرات مرقمة بالأعداد من ١ إلى ٢٠، بحيث يوجد كرة واحدة مرقمة بالعدد ١، وكرتان مرقمتان بالعدد ٢، ثلاث كرات مرقمة بالعدد ٣، وهكذا إلى عشرين كرة مرقمة بالعدد ٢٠. بدأنا بأخذ الكرات من الكيس بشكل عشوائي الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع أي منها. أقل عدد للكرات يمكن أخذه من الكيس لضمان الحصول على عشرة كرات تحمل نفس الرقم هو

ا) ٢٠٠
ب) ١٥٠
ج) ١٤٥
د) ١٦٠
هـ) ١٢٥

السـؤال الثالث:

لدينا ١٠ حبات من الخرز مرقمة بالأعداد $\{١، ٢، ٣، ...، ١٠\}$. عدد العقود الدائرية المختلفة التي يمكن عملها باستخدام ٥ من هذه الخرزات يساوي:

أ) ٣٠٢٤
ب) ١٥١٢٠
ج) $\frac{١٠!}{٢}$
د) $\frac{١٠!}{٥}$
هـ) ٦٠٤٨

obeikandl.com

السـؤال الرابع:

عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ثلاثة أعداد من المجموعة {١، ٢، ٣، ...، ١٠٠} بحيث يقبل مجموع الأعداد الثلاثة القسمة على ٣ هو

أ) ٥٣٩٢٢
ب) ٥٣٣٩٤
ج) ٥٢٣٠٥
د) ٥٣٣٩٠
هـ) ٢٧٢٨٠

السـؤال الخامس:

لنأخذ ١٠٠ خط مختلفٍ $ع_1, ع_2, ع_3, ...، ع_{100}$ في المستوى. جميع الخطوط التي على صورة $ع_{4ن}$ (أي $ع_4, ع_8, ع_{12}, ...، ع_{100}$) يوازي بعضها بعضاً، وجميع الخطوط التي على صورة $ع_{4ن-3}$ تمر بنقطة معينة أ. أكبر عدد ممكن لنقاط التقاطع بين أزواج الخطوط من المجموعة $\{ع_1, ع_2, ع_3, ...، ع_{100}\}$هو

أ) ٤٣٥١
ب) ٤٩٥٠
ج) ٢٧٧٥
د) ٤٩٠١
هـ) ٩٨٥١

السـؤال السادس:

قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين أ(١،١) وَ ب(٤٥١،١٢١). عدد النقاط على القطعة المستقيمة التي تصل بين أ وَ ب والتي إحداثياتها أعداد صحيحة يساوي

أ) ٢٩
ب) ٢٠
ج) ٢٥
د) ٤٠
هـ) ٣٠

السـؤال السابع:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٦ أرقام (أو خانات) كل خانة منها تحتوي على الرقم ١ أو ٢ أو ٣ بحيث يظهر كل واحد من هذه الأعداد الثلاثة مرة واحدة على الأقل هو

أ) ٥٤٠

obeikandl.com

ب) ٥٦٠
ج) ٥٣٧
د) ٥٣٤
هـ) ٥٥٠

السـؤال الثامن:

لدينا ١٠٠ خروف كل واحد منها عليه علامة واحدة على الأقل: حمراء أو صفراء أو زرقاء. ٣٨ خروفاً عليها علامات حمراء وَ ٤٠ خروفاً عليها علامات صفراء وَ ١٧ خروفاً عليها على الأقل علامتان حمراء وصفراء، وَ ١٠ خراف عليها على الأقل علامتان حمراء وزرقاء ، وَ ٢٣ خروفاً عليها على الأقل علامتان صفراء وزرقاء وَ ٧ خراف تحمل جميع العلامات. عدد الخراف التي تحمل علامة زرقاء يساوي

أ) ٣٩
ب) ٦٥
ج) ٦١
د) ٣١
هـ) ٤٠

السـؤال التاسع:

إذا كانت $ن = \left(٢^{-\frac{١}{٣٢}}+١\right)\left(٢^{-\frac{١}{١٦}}+١\right)\left(٢^{-\frac{١}{٨}}+١\right)\left(٢^{-\frac{١}{٤}}+١\right)\left(٢^{-\frac{١}{٢}}+١\right)$

فإن ن تساوي

أ) $١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}$

ب) $\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)^{-١}$

ج) $\frac{١}{٢}\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)$

د) $\frac{١}{٢}\left(١-٢^{-\frac{١}{٣٢}}\right)^{-١}$

هـ) $\frac{١}{٢}$

السـؤال العاشر

عدد الطرق التي يمكن بها توزيع ١٨ قلماً على ثلاث أولاد بحيث لا يأخذ أي منهم أكثر من ٩ أقلام يساوي

obeikandl.com

أ) ٦
ب) ٧٣
ج) ٥٥
د) ٦٠
هـ) ٦٤

السـؤال الحادي عشر:

عدد الطرق المختلفة لاختيار ٤ مدرسين من بين ١٥ مدرساً يجلسون حول طاولة مستديرة بشرط ألا نختار مدرسين متجاورين يساوي

أ) ٦٥٠
ب) ٤٧٠
ج) ٤٥٠
د) ٥٦٠
هـ) ٣٦٤

السـؤال الثاني عشر:

كُتبت الأعداد الفردية الموجبة على صورة مثلث كما يلي

					١					
				٧	٥	٣				
			١٧	١٥	١٣	١١	٩			
		٣١	٢٩	٢٧	٢٥	٢٣	٢١	١٩		
	٤٩	٤٧	٤٥	٤٣	٤١	٣٩	٣٧	٣٥	٣٣	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

بحيث يزيد عدد الأعداد في كل سطر عن سابقه بعددين، ويبدأ كل سطر بالعدد الفردي التالي للعدد الذي يحتل نهاية السطر الذي يسبقه مباشرة. العدد الأوسط في السطر العشرين هو

أ) ٦٥٩
ب) ٧٦١
ج) ٤٥٣
د) ٥٢٧
هـ) ٨٤٥

السـؤال الثالث عشر:

المتتابعة u_1 ، u_2 ، u_3 ، ... متتابعة تزايدية من الأعداد المكونة من مجموع القوى المختلفة للعدد ٣ وهي: ٣، ٩، ١٢، ٢٧، ٣٠، ٣٦، ٣٩، ... (لاحظ الحدود هي نفسها

obeikandi.com

$٣^{١}، ٣^{٢}، ٣^{٢}+٣^{١}، ٣^{٣}، ٣^{٣}+٣^{١}، ٣^{٣}+٣^{٢}، ٣^{٣}+٣^{٢}+٣^{١}، ...$).

ترتيب العدد $٣^{٨} = ٦٥٦١$ في هذه المتتابعة هو

أ) ١١٦
ب) ١٣٠
ج) ١٢٠
د) ١٦٠
هـ) ١٢٨

السـؤال الرابع عشر:

مجموع كل الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٤ أرقام (أو خانات) كل خانة منها تحتوي على أحد أرقام المجموعة $\{١،٢،٣،٤،٥\}$ بحيث يظهر كل من هذه الأرقام مرة واحدة على الأكثر هو

أ) ٣٩٩٩٦٠
ب) ٤٠٠٠٠٠
ج) ٣٦٠٠٠٠
د) ٤٦٠٠٠٠
هـ) ٣٩٩٦٦٠

السـؤال الخامس عشر:

عدد الأصفار في يمين العدد

$١٠٠٠! = ١٠٠٠ \times ٩٩٩ \times ... \times ٣ \times ٢ \times ١$

يساوي

أ) ٢٤٠
ب) ٢٣٠
ج) ٢٥٠
د) ٢٤٩
هـ) ٢٢٠

السـؤال السادس عشر:

نريد كتابة لوحات مختلفة، مثل لوحات السيارات، كل منها يحتوي على ١٠ حروف اختيرت فقط من الثلاثة حروف أ، ب، جـ بحيث يكون تكرار الحرف أ مساوياً لتكرار الحرف جـ. عدد اللوحات المختلفة يساوي

أ) ١١٠٧
ب) ١٢٦٠
ج) ٢٥٢

obeikandi.com

د) ٣١٥٠
هـ) ٨٩٥٣

مثال: ب ج أ ب ج أ ج ب

السـؤال السابع عشر:

في دوري التنس لإحدى المدارس سيلعب ن من المدرسين و٢ن من الطلاب بحيث يلعب كل لاعب مباراة واحدة فقط مع كل لاعب آخر، وفي كل مباراة يجب أن يفوز أحد المتسابقين (لا يسمح بالتعادل).
إذا كانت نسبة عدد المباريات التي فاز فيها المدرسون إلى تلك التي فاز فيها الطلاب تساوي $\frac{٧}{٥}$ فما قيمة العدد ن؟ الجواب هو

ا) ٢
ب) ٣
ج) ٦
د) ١٢
هـ) ٢٣

obeikandl.com

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السـؤال الثامن عشر:

إذا كان ثمة خلل في عدّاد قياس المسافة في سيارة ما، بحيث أن العدّاد لا يُظهر العدد ٤ بل تقفز قراءة العدّاد من ٣ إلى ٥ مباشرة في جميع خانات العدّاد، على سبيل المثال فإن قراءة العدّاد تقفز من ٠٠٠١٣٩ إلى ٠٠٠١٥٠ بعد أن تسير السيارة كيلومتراً واحداً. إذا كانت قراءة العداد الحالية هي ٠٠٠٣٠٠٠ فما ثلث المسافة الحقيقية التي قطعتها السيارة؟

السـؤال التاسع عشر

ارسم مربعاً طول ضلعه ١٢ سم، وقسّمه إلى ١٤٤ مربعاً، طول ضلع كلٍ منها ١ سم، عن طريق رسم خطوط أفقية وعمودية. أوجد عدد المربعات الموجودة في الشكل الناتج.

السـؤال العشرون:

إذا كان لدينا ١٠علب من عصير التفاح وَ٨ علب من عصير العنب وَ ٧ علب من عصير المانجو. أوجد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ١٥ علبة عصير من هذه العلب.

السـؤال الحادي والعشرون:

وُضعت نقطة على كل رأس من رؤوس المستطيل **ا ب ج ر**، كما وضعت نقطتان وثلاث نقاط، وأربع نقاط وخمس نقاط على الأضلاع **ا ب، ب ج، ج ر، ر ا**، على الترتيب. أوجد عدد المثلثات الحقيقية التي تقع رؤوسها على هذه النقاط.

السـؤال الثاني والعشرون:

أوجد عدد الطرق المختلفة لتعليق ٣ أعلام مختلفة على ٥ سواري ثابتة على جانب طريق مستقيم. (يمكن تعليق أكثر من علم على السارية الواحدة)

السـؤال الثالث والعشرون:

إذا كانت $ن$ تساوي مجموع أرقام الأعداد الموجودة في المتتابعة: ١،٢،٣،...،١٠٠٠٠. أوجد $ن - ١٨٠٠٠٠$.

السـؤال الرابع والعشرون:

لنأخذ المتتابعة التالية {١}، {٢،٣}، {٤،٥،٦}، {٧،٨،٩،١٠}، ... حيث تحتوي كل مجموعة على عنصر زيادة عن المجموعة السابقة وحيث تبدأ عناصرها بالعدد التالي للعنصر الأخير في المجموعة السابقة. على فرض أن $س_{ن}$ يمثل مجموع الأعداد في المجموعة $ن$، أوجد $س_{١٢}$ (أي أوجد مجموع الأعداد الموجودة في المجموعة ١٢ الثانية عشر).

أسئلة نصية

السـؤال الخامس والعشرون:

اخترنا خمسة أعداد من الجدول الآتي بشرط عدم اختيار عددين من نفس السطر أو من نفس العمود. أثبت أن الأعداد الخمسة هذه دائماً لها نفس المجموع.

١٣	١٠	٧	٤	١
٢٨	٢٥	٢٢	١٩	١٦
٤٣	٤٠	٣٧	٣٤	٣١
٥٨	٥٥	٥٢	٤٩	٤٦
٧٣	٧٠	٦٧	٦٤	٦١

السـؤال السادس والعشرون:

ما هو عدد الكلمات التي تحتوي على ٢ن حرفاً نصفها جـ والنصف الآخر ر وتحقق الخاصية التالية: عندما تقرأ من اليمين إلى اليسار فإن عدد حروف جـ عند أي مكان لا تقل عن عدد حروف ر.

السـؤال السابع والعشرون:

أوجد عدد الكلمات المكونة من ن حرفاً من حروف المجموعة س = {ا، ب، جـ، ر} وتحتوي على عدد زوجي من الحرف ر.

obeikandl.com

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

المجموعة س$_{ن}$ مكونة من عشرة أعداد من الأعداد التالية: ١٠، ١١، ١٢، ...، ٩٩، ١٠٠ . أثبت أنه يمكن دائماً إيجاد مجموعتين جزئيتين منفصلتين من س$_{ن}$ بحيث يكون مجموع عناصر الأولى مساوياً لمجموع عناصر الثانية.

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

ن وَ م عددان صحيحان موجبان. أثبت أن العدد ن! م! (ن + م)! يقسم العدد (٢ن)! (٢م)!.

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٧):

في إحدى المسابقات وزعت م من الميداليات على مدى ن من الأيام (ن > ١). في اليوم الأول وزعت ميدالية واحدة و $\frac{١}{٧}$ مما تبقى من الميداليات. في اليوم التالي وزعت ميداليتان و $\frac{١}{٧}$ مما تبقى من الميداليات، وهكذا. في آخر يوم وزع ما تبقى من الميداليات وعددها ن. ما العدد الكلي للميداليات؟ وما عدد الأيام التي وزعت فيها الميداليات؟

obeikandl.com

٢-٤ أسئلة في الهندسة

أسئلة الاختيار من متعدد

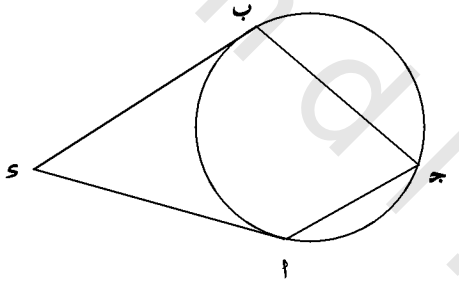
السـؤال الأول:

لدينا أربع نقاط أ، ب، جـ، ء في المستوى. إذا كان $|أب| = |بجـ| = |أجـ| = |جء|$ فإن $\overset{\frown}{أءب} =$

أ) ١٥°
ب) ٣٠°
ج) ٤٥°
د) ٦٠°
هـ) ٩٠°

السـؤال الثاني:

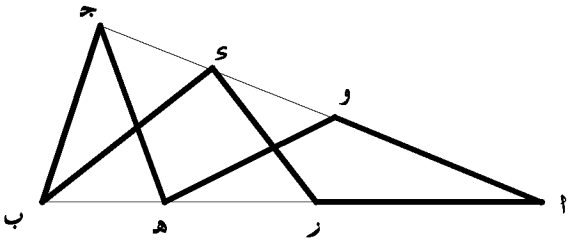
في الشكل المرفق، $\hat{ء} = ٤٢°$ والقطعتان المستقيمتان ءأ وَ ءب تمسان الدائرة. $\overset{\frown}{بجـأ} =$



أ) ٢١°
ب) ٤٢°
ج) ٤٨°
د) ٦٩°
هـ) ٩٠°

السـؤال الثالث:

في الشكل المرفق إذا كان $|أر| = |رء| = |ءب| = |بجـ| = |جـهـ| = |هـو| = |وأ|$ ، فإن $\hat{أ} =$



obeikandl.com

أ) $\frac{٣٦٠^\circ}{٢٩}$

ب) ١٥°

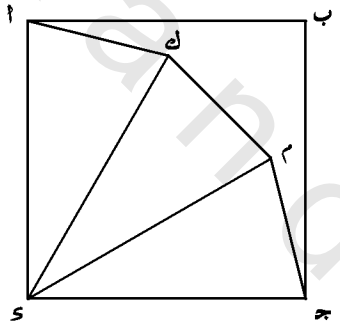
ج) $\frac{١٨٠^\circ}{١١}$

د) $\frac{١٨٠^\circ}{٧}$

هـ) ٣٠°

السـؤال الرابع:

النقطتان ك وَ م تقعان داخل المربع ا ب ج د بحيث يكون $|د ا| = |د ك| = |د م| = |د ج|$ وَ $\widehat{ا د ك} = \widehat{ك د م} = \widehat{م د ج}$. المثلث Δ ب ك م



أ) متطابق الأضلاع

ب) فيه ضلعان فقط متطابقان

ج) منفرج الزاوية

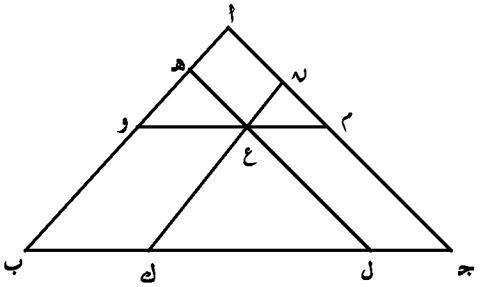
د) قائم

هـ) مختلف الأضلاع

السـؤال الخامس:

النقاط ك ، ل ، م ، ن ، هـ ، و تقع على أضلاع Δ ا ب ج كما في الشكل المرفق. القطع المستقيمة و م وَ ل هـ وَ ن ك موازية على التوالي لِـ ب ج وَ ج ا وَ ا ب وتمر جميعها في ع .

$$\frac{|ك ل|}{|ب ج|} + \frac{|م ن|}{|ا ج|} + \frac{|هـ و|}{|ا ب|} =$$



obeikandl.com

أ) $\frac{١}{٥}$

ب) $\frac{١}{٤}$

ج) $\frac{١}{٣}$

د) $\frac{١}{٢}$

هـ) ١

السـؤال السادس:

في Δ أ ب جـ $|\overline{أب}| = |\overline{أجـ}| = ١٠$ وَ $|\overline{ب جـ}| = ١٦$. إذا كانت س هي طول المتوسط من ب إلى أجـ وكانت ص هي نصف قطر الدائرة الداخلية (الدائرة التي تمس أضلاع المثلث من الداخل) فإن

أ) س = ٣ $\sqrt{١٧}$ ، ص = $\frac{٧}{٣}$

ب) س = $\sqrt{١٧}$ ، ص = $\frac{٧}{٣}$

ج) س = ٣ $\sqrt{١٧}$ ، ص = $\frac{٨}{٣}$

د) س = ٤ $\sqrt{١٧}$ ، ص = $\frac{٧}{٣}$

هـ) س = ٤ $\sqrt{١٧}$ ، ص = $\frac{٨}{٣}$

السـؤال السابع:

أ ب جـ د هرم ثلاثي. قياس أطوال أضلاعه الستة ٤١،٣٦،٢٧،١٨،١٣،٧ . إذا كان طول الضلع أ ب يساوي ٤١ فإن طول الضلع جـ د

أ) ٧

ب) ١٣

ج) ١٨

د) ٢٧

هـ) ٣٦

obeikandl.com

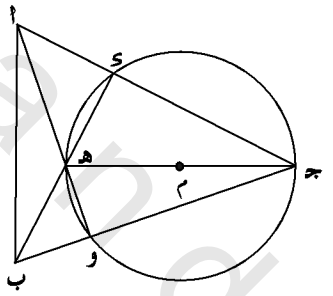
السـؤال الثامن:

يمكن للارتفاعات الثلاثة في المثلث أن تكون

أ) ٣،٢،١
ب) ٥،٤،٢
ج) ٥،٥،٢
د) ٧،٦،٤
هـ) ١١،٩،٤

السـؤال التاسع:

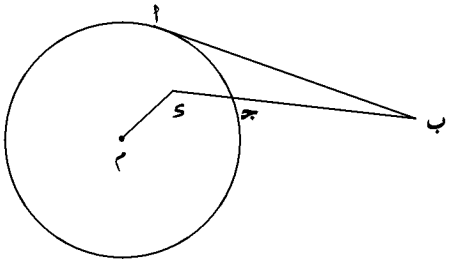
في الشكل المرفق، م مركز الدائرة وَ $\angle$ ءأهـ = ٤٠° وَ $\overset{\frown}{ءهـ}$ = ٤٠° . $\overset{\frown}{هأب}$ =



أ) ١٥°
ب) ٣٠°
ج) ٤٥°
د) ٦٠°
هـ) ٩٠°

السـؤال العاشر:

في الشكل المرفق أب مماس للدائرة التي مركزها م في نقطة أ . إذا كانت $|ب جـ| = |ء جـ| = ٣$ ، $|م ء| = ٢$ ، $|أب| = ٦$ فإن نصف قطر الدائرة يساوي

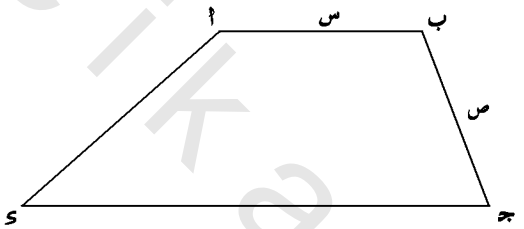


obeikandl.com

أ) ٢
ب) ٣
ج) $\sqrt{١١}$
د) $\sqrt{١٧}$
هـ) $\sqrt{٢٢}$

السـؤال الحادي عشر:

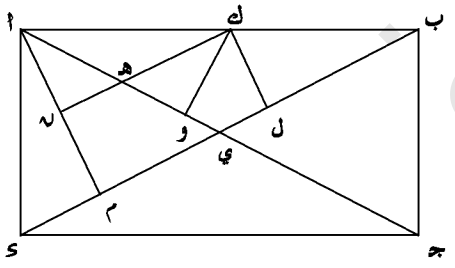
في شبه المنحرف المرفق أبجء ، $\hat{ب} = ٢\hat{ء}$. إذا كانت |أب| = س وَ |بج| = ص فإن |جء| =



أ) ٢ص − س
ب) ٢ص + س
ج) س + ص
د) ٢س + ص
هـ) ٣س − ص

السـؤال الثاني عشر:

في الشكل المرفق ك أي نقطة على الضلع أب في المستطيل أبجء ، ك ل ⊥ ب ء ، ك و ⊥ أ ج ، أ م ⊥ ب ء ، ك ن ⊥ أ م . أي من المقادير التالية يساوي دائماً المقدار |ك و| + |ك ل| ؟



أ) |ك ن|
ب) |أ ي|
ج) |ك هـ| + |أ هـ|
د) |أ م|
هـ) |ي م|

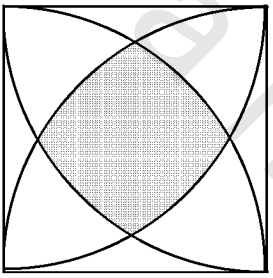
السـؤال الثالث عشر:

وُضع مضلع منتظم عدد أقطاره ٢٠ ومساحته ١٤٤ $\sqrt{2}$ داخل دائرة. مساحة الدائرة تساوي

أ) ٩ $\sqrt{2}$ ط
ب) ٣٦ ط
ج) ٧٢ ط
د) ١٤٤ ط
هـ) ١٤٤ $\sqrt{2}$ ط

السـؤال الرابع عشر:

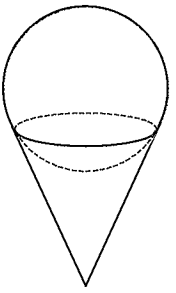
رُسمت أربعة أرباع لدوائر مراكزها رؤوس مربع طول ضلعه $\sqrt{3}$ كما هو مبين في الشكل. مساحة الجزء المظلل تساوي



أ) ط + ٣ − ٣ $\sqrt{3}$
ب) ط + ٣ + ٣ $\sqrt{3}$
ج) ٣ + ٣ $\sqrt{3}$ − ط
د) ٣ $\sqrt{3}$ − ٣
هـ) ٣ $\sqrt{3}$ − ط

السـؤال الخامس عشر:

كرة من المثلجات (الآيسكريم) نصف قطرها ٢ سم فوق مخروط من البسكويت نصف قطر قاعدته $\sqrt{3}$ سم. الكرة تمس جميع الارتفاعات الجانبية في مخروط البسكويت. أكل خالد بعضاً من "الآيسكريم" ووجد أن ما تبقى يملأ المخروط بالضبط. حجم "الآيسكريم" الذي أكله خالد بالسنتمتر المكعب يساوي



أ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ط
ب) ط
ج) ٣ ط
د) $\frac{٢٣}{٣}$ ط
هـ) $\frac{٣٢}{٣}$ ط

obeikandl.com

السـؤال السادس عشر:

لدينا كأس اسطواني فارغ طوله ٨ سم ونصف قطره ٢ سم، تقف نملة في منتصف سطحه الخارجي. طول أقصر مسافة يتوجب على النملة مشيها بالسنتمتر إذا أرادت الوصول إلى نقطة تقع على السطح الداخلي للكأس في الجهة الأخرى المقابلة تماماً للنقطة التي تقف عليها، يساوي

أ) $٢\sqrt{ط^{٢}+١٦}$

ب) $٤+٢ط$

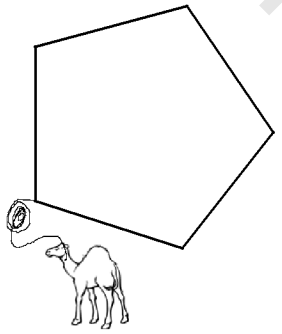
ج) $٨+٢ط$

د) $٤+٤ط$

هـ) ١٢

السـؤال السابع عشر:

لدينا حظيرة على شكل مضلع خماسي منتظم طول ضلعه ٦ أمتار، رُبط بأحد أركانها الخارجية جمل بطرف حبل طوله ١٠ أمتار، كما في الشكل. المساحة المتاحة لحركة الجمل بالمتر المربع تساوي



أ) $\frac{٣٧٩}{٥}ط$

ب) $\frac{٣٨١}{٥}ط$

ج) $\frac{٣٨٢}{٥}ط$

د) $\frac{٣٨٧}{٥}ط$

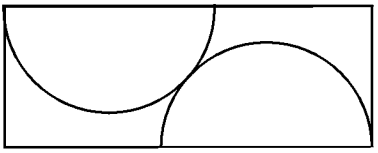
هـ) $\frac{٣٨٩}{٥}ط$

obeikandl.com

أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

السـؤال الثامن عشر:

يريد خياط أن يقص نصفي دائرتين متطابقتين من قماش مستطيل الشكل طوله ١٦٠ سم وعرضه ٨٠ سم كما هو موضح في الشكل. قياس قطر إحدى الدائرتين يساوي

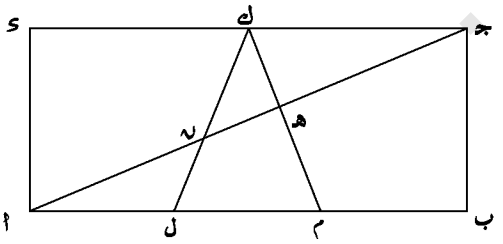


السـؤال التاسع عشر:

في Δ أ ب جـ ، $\hat{أ}=١٠٠^\circ$ وَ $\hat{ب}=٥٠^\circ$. النقطة ل تقع على الضلع ب جـ بحيث يكون أ ل ارتفاعاً في المثلث، بينما تقع النقطة م على الضلع أ جـ بحيث يكون ب م متوسطاً في المثلث. الزاوية $\overset{\frown}{م ل جـ}$ بالدرجات تساوي

السـؤال العشرون:

النقطتان ل وَ م تقعان على أ ب في المستطيل أ ب جـ ء بحيث يكون $|أ ل|=|ل م|=|م ب|$ وَ ك منتصف الضلع جـ ء . أ جـ يقطع ك ل في ن وَ ك م في هـ . إذا كانت مساحة المستطيل أ ب جـ ء تساوي ٦٠ فإن مساحة Δ أ ن ل تساوي



السـؤال الحادي والعشرون:

ك وَ م وَ ن أطوال أضلاع في مثلث. إذا كانت ك=٥ وَ م=١١ وَ ن عدداً صحيحاً فإن مجموع قيم ن الممكنة بحيث يكون المثلث منفرجاً يساوي

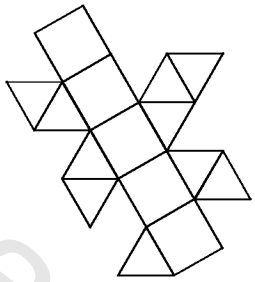
obeikandl.com

السـؤال الثاني والعشرون:

أكبر عدد ممكن من الأضلاع لمضلع محدب فيه بالضبط ثلاث زوايا داخلية منفرجة هو

السـؤال الثالث والعشرون:

ينتج الشكل المرفق، والمكون من عشرة مثلثات متطابقة الأضلاع وخمسة مربعات متطابقة، إذا فردنا متعدد سطوح مكون من خمسة عشر وجهاً. عدد رؤوس متعدد السطوح يساوي



السـؤال الرابع والعشرون:

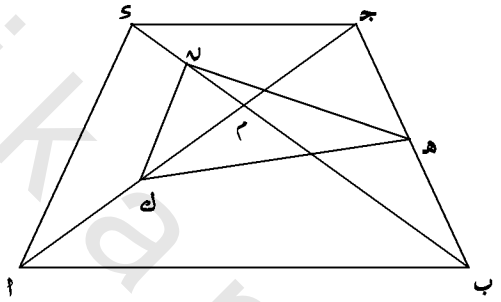
أ ب جـ ء هرم ثلاثي منتظم، المسافة من منتصف الضلع أ ب إلى منتصف الضلع جـ ء تساوي ٦. حجم الهرم يساوي

obeikandl.com

أسئلة نصية

السـؤال الخامس والعشرون:

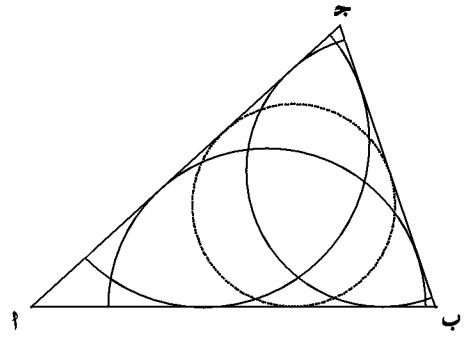
أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الساقين، أ ب // د جـ وَ |أ د| = |ب جـ| . يتقاطع أ جـ وَ ب د في نقطة م حيث $\widehat{أ م ب} = ٦٠^\circ$. النقاط ك وَ ل وَ هـ تنصف القطع المستقيمة أ م وَ د م وَ ب جـ على التوالي. اثبت أن Δ ك ل هـ متطابق الأضلاع.



السـؤال السادس والعشرون:

رسمنا نصف دائرة نصف قطرها نق$_{ج}$ في المثلث الحاد أ ب جـ بحيث تكون قاعدتها على الضلع أ ب وتمس الضلعين أ جـ وَ ب جـ من الداخل. ورسمنا بنفس الطريقة نصفي دائرتين على الضلعين الآخرين، كما هو موضح في الشكل. إذا كانت نق هي نصف قطر الدائرة الداخلية للمثلث، أثبت أن

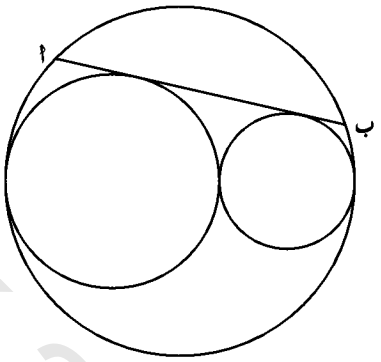
$$\frac{٢}{نق} = \frac{١}{نق_{أ}} + \frac{١}{نق_{ب}} + \frac{١}{نق_{ج}}$$



obeikandl.com

السـؤال السابع والعشرون:

في الشكل التالي، نصفا قطري الدائرتين الصغيرتين المتماستين من الخارج ٦ وَ ٤ . الدائرتان تمسان الدائرة الكبيرة من الداخل. أوجد طول القطعة المستقيمة ب؟ التي تمس كلتي الدائرتين الصغيرتين.



obeikandl.com

أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

السـؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٤):

رُسمت ثلاثة مماسات للدائرة الداخلية في $\Delta أ ب جـ$ موازية لأضلاعه الثلاثة. كل مماس من هذه المماسات يكوّن مثلثاً صغيراً مع ضلعين من أضلاع المثلث. في كلٍ من هذه المثلثات الصغيرة رُسمت دائرة داخلية. أوجد مجموع مساحات الدوائر الأربعة الداخلية.

السـؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨٩):

$أ ب جـ د$ مضلع محدب حيث $|أ ب| = |أ د| + |ب جـ|$. تقع النقطة $م$ داخل المضلع وعلى مسافة $ع$ من الضلع $جـ د$ بحيث يكون $|أ م| = ع + |أ د|$ و $|ب م| = ع + |ب جـ|$. اثبت أن

$$\frac{١}{ع} \leq \frac{١}{|أ د|} + \frac{١}{|ب جـ|}$$

السـؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٠):

قُسِّم الوتر $ب جـ$ في المثلث القائم $\Delta أ ب جـ$ والذي طوله $س$ إلى عدد فردي ($ن$) من القطع المستقيمة المتطابقة. إذا كان طول الارتفاع المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر يساوي $ع$ والقطعة المستقيمة الوسطى على الوتر الناتجة عن التقسيم تقابل زاوية قياسها $ث$ في الرأس $أ$ ، اثبت أن

$$ظا ث = \frac{٤ ن ع}{(ن^٢ - ١) س}$$

obeikandl.com

الإجابات

سؤال	الجبر	نظرية الأعداد	التركيبات	الهندسة
١	أ	هـ	أ	ب
٢	أ	د	ج	د
٣	ب	د	أ	د
٤	ب	ب	أ	أ
٥	هـ	هـ	أ	هـ
٦	ب	هـ	أ	ج
٧	ج	أ	أ	ب
٨	ج	ج	ب	د
٩	أ	ب	د	ب
١٠	ج	أ	ج	هـ
١١	ب	أ	ج	ج
١٢	ب	د	ب	د
١٣	ب	د	هـ	ج
١٤	هـ	ب	أ	أ
١٥	د	ب	د	د
١٦	ب	هـ	هـ	أ
١٧	ج	ج	ب	ج
١٨	٥٠	٨	٧٢٩	١٠٠
١٩	٨٨	٦٨٦	٦٥٠	٣٠
٢٠	٩٩٩	١٤٣	٥٧	٤
٢١	٢	٩	٧٤٧	٦٦
٢٢	١	٤٤١	٢١٠	٦
٢٣	٨١	٧٢٥	١	١٢
٢٤	١٠٩	٣٦٠	٨٧٠	٧٢

obeikandl.com