الفصل الحادي عشر

تحليل التباين

Analysis of Variance

(١١-١) مقدمــــة Introduction

ذكرنا في الفصل التاسع اختبار t والذي يخص الفرق بين متوسطي مجتمعين وذلك تحت شروط معينه. في كثير من الأحيان يحتاج الباحث إلى مقارنة متوسطات ثلاثة مجتمعات فأكثر. فعلي سبيل المثال إذا كان لدينا أربع طرق للتعليم A, B, C, D يحوي الواحد منها كـــل الأطفال الذين يتلقون تعليمهم بإحدى هذه الطرق والمطلوب مقارنـــة متوســطات المعرفــة المكتسبة في كل من الطرق المختلفة. يمكن استخدام اختبار t لمقارنة متوسطي مجتمعين لكل زوج من المجتمعات الأربعة ، أي استخدام اختبار t لمقارنـــة الطريقـــة A بالطريقـــة B ثم استخدامه مرة أخري لمقارنة الطريقة A بالطريقة C وهكذا ، إلا أن هذه الطريقة لها مشاكل كثيرة منها:

(أ) غير عملية حيث يزداد عدد المقارنات بسرعة كلما زاد عدد المجتمعات فمثلا في المثـــال السابق نحتاج لإجراء اختبار t ستة مرات لأن $\binom{4}{2}=\frac{4!}{2!2!}=6$. بصورة عامــه عدد المقارنات الزوجية لعدد k من المتوسطات يساوى $r=\binom{k}{2}=\frac{k!}{2!(k-2)!}$.

(ب) زيادة احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول أي رفض فرض العـــدم وهـــو صحيح وذلك لأن عدد المقارنات الزوجية ومستوى المعنويـــة يرتبطـــان باحتمـــال الوقوع في خطأ من النوع الأول من خلال العلاقة التالية : $1-(1-\alpha)^r$ حيـــث r هي عدد المقارنات الزوجية و α مستوى المعنوية والذي سوف يحدد عنـــد إجـــراء مقارنة واحدة فقط . وعلى ذلك إذا كانت r=6 ومســـتوى المعنويـــة $\alpha=0.05$ ، والذي يحدد لكل مقارنة زوجية ، فإن احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول هو :

$$1-(1-\alpha)^r=1-0.95^6=1-0.73509=0.26491.$$

أي ما يقرب من خمسة أمثال مستوى المعنوية $\alpha=0.05$ والذي سوف يحـــدد عنـــد مقارنـــة واحدة فقط للمتوسطات الأربعة في آن واحد. لحسن الحظ فإنه يمكن التغلب على المشـــاكل السابقة ، ومشاكل أخري ، باستخدام اختبار إحصائي يسمى تحليل التباين والـــذي يعتـــبر واحد من أكثر الطرق الإحصائية استخداما . سوف نوضح أسلوب تحليل التبـــاين بالمثـــال التالي. إذا أجريت تجربة زراعية لدراسة تأثير الأوقات المختلفة للزراعة (فبراير – مـــارس – نوفمبر – أكتوبر) على إنتاجيه محصول القصب وإذا كان اهتمامنا هو اختبار فرض العدم أن متوسط إنتاجية محصول القصب واحد للأوقات المختلفة. يعتمد أسلوب تحليل التباين، في هذه الحالة، على تجزئة الاختلاف الكلي للمشاهدات إلى مكونين لهما معني يستخدمان في قيـــاس

المصادر المختلفة للاختلاف . المكون الأول يقيس الاختلاف الذي يرجع إلى خطأ التجربة والثاني يقيس الاختلاف الذي يرجع إلى خطأ التجربة بالإضافة إلى الاختلاف الذي يرجع إلى أوقات الزراعة الأربعة . عندما يكون فرض العدم صحيح ، أي أن متوسط إنتاجية محصول القصب واحدة للأوقات المختلفة ، فإن كلا من المكونين سوف يمدوننا بتقديرين مستقلين لخطأ التجربة ، وعلى ذلك يعتمد اختبارنا على المقارنة بين المكونين باستخدام توزيع F .

بفرض أن اهتمامنا سوف يكون في مقارنة متوسط إنتاجية محصول القصب عند أوقات مختلفة للزراعة وباستخدام ثلاثة طرق للزراعة (1,2,3). اهتمامنا في هذه الحالة سوف يكون في اختبار ما إذا كان الاختلاف في إنتاجية محصول القصب يرجع إلى الفروق في مواعيد الزراعة أو الفروق في طرق الزراعة أو ربما الفروق في كلاهما. يعتمد تحليل التباين ، في هذه الحالة ، على تجزئة الاختلاف الكلي لإنتاجية محصول القصب إلى ثلاثة مكونات ، الأول يقيس خطأ التجربة فقط والثاني يقيس خطأ التجربة بالإضافة إلى أي اختلاف يرجع إلى مواعيد الزراعة المختلفة ، والثالث يقيس خطأ التجربة بالإضافة إلى أي اختلاف يرجع إلى طرق الزراعة المختلفة . وعلى ذلك فإن مقارنة المكون الأول بالثاني سوف يمدنا باختبار الفرض أن متوسط إنتاجية محصول القصب واحدة عند مواعيد الزراعة المختلفة. بنفس الشكل يمكن اختبار الفرض أن متوسط إنتاجية محصول القصب واحدة لطرق الزراعة المختلفة عن طريق مقارنة المكون الأول بالثالث .

إذا صنفت المشاهدات وفقاً لصفة (خاصية) واحدة مثل الاختلاف في طرق الزراعة أو الجنس أو العمر ... الخ فسوف يكون لدينا تصنيف أحادي **one-way classification** . أما إذا صنفت المشاهدات وفقا لصفتين مثل أصناف القمح وأنواع الأسمدة فسوف يكون لدينا تصنيف ثنائي **two-way classification** . في البنود التالية سوف نتناول طرق تحليل التباين في كلا التصنيفين .

(١١-١) التصنيف الأحادي One-way Classification

بفرض أن عينات عشوائية من الحجم n تم اختيارها من k من المجتمعات . سوف نفترض أن المجتمعات التي عددها k مستقلة وتتبع توزيعات طبيعية بمتوسطات $\mu_1,\mu_2,...,\mu_k$ وتباين مشترك σ^2 . المطلوب اختبار فرض العدم :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$$

ضد الفرض البديل :

H_1 : واحد على الأقل من μ_i يختلف عن الباقي

بفرض أن x_{ij} ترمز للمشاهدة رقم j المختارة من المجتمع رقم i وأن المشاهدات تم ترتيبها في جدول (١١-١) حيث $T_i.$ ترمز لمجموع كل المشاهدات في العينة المختارة من المجتمع رقم i و $\bar{x}_i.$ ترمز لمتوسط كل المشاهدات في العينة المختارة من المجتمع رقم i و $T_{..}$ ترمز لمجموع كل المشاهدات التي عددها nk و $\bar{x}_{..}$ ترمز لمتوسط كل المشاهدات التي عددها nk .

جدول (١١-١)

	المجتمعات	
	1 2 ... i ... k	
	x_{11} x_{21}.... x_{i1}... x_{k1} x_{12} x_{22}.... x_{i2}... x_{k2} ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ x_{1n} x_{2n}.... x_{in}... x_{kn}	
المجموع	$T_{1.}$ $T_{2.}$... $T_{i.}$... $T_{k.}$	$T_{..}$
المتوسط	$\bar{x}_{1.}$ $\bar{x}_{2.}$... $\bar{x}_{i.}$... $\bar{x}_{k.}$	$\bar{x}_{..}$

يمكن التعبير عن كل مشاهدة وفقا للنموذج الرياضي التالي :

$$x_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij},$$

حيث ϵ_{ij} يقيس انحراف المشاهدة رقم j في العينة رقم i عن متوسط المجتمع رقم i

.وبوضع $\mu_i = \mu + \alpha_i$ حيث :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mu_i}{k}$$

فإنه يمكن كتابة النموذج أعلاه على الشكل :

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij},$$

تحت شرط أن $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 0$ حيث α_i تعبر عن تأثير المجتمع رقم i . وبإستعمال النموذج الأخير يصبح فرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$ مكافئ للفرض :

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_k = 0$$

ضد الفرض البديل :

H_1: واحد على الأقل من α_i لا يساوى صفراً

اختبارنا سوف يعتمد على مقارنة تقديرين مستقلين لتباين المجتمع σ^2. يتم الحصول على التقديرين بتجزئه الاختلاف الكلي للمشاهدات إلى مكونين . من المعروف أن التباين لكل المشاهدات مجتمعه في عينة واحدة من الحجم nk يعطى من الصيغة :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2}{nk-1}$$

البسط في الصيغة السابقة يسمى مجموع المربعات الكلـــي **total sum of squares** والذي يقيس الاختلاف الكلي للمشاهدات حيث :

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 +$$
$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2.$$

ويمكن التعبير عن الحدود في العلاقة السابقة باستخدام الرموز كالتالي :

SSTO = SSC + SSE

حيث مجموع المربعات الكلي هو :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2,$$

ومجموع المربعات لمتوسطات الأعمدة **sum of squares for columns means** هو:

$$SSC = n\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2,$$

ومجموع المربعات للخطأ **error sum of squares** هو :

$$SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2,$$

أيضا تجزئ درجات الحرية الكلية كما يلي :

nk-1= k-1 + k (n-1).

عادة يشار لمجموع المربعات لمتوسطات الأعمدة من قبل كثير من المؤلفين بمجموع المربعـات للمعالجات **treatment sum of squares** . وهذه التسمية ترجـع إلى الحقيقـة أن **k** من المجتمعات المختلفة غالباً ما تصنف تبعاً لمعالجات مختلفة وعلى ذلك فإن المشاهدات x_{ij} ;(j= 1,2,...,n) تمثل **n** من المشاهدات المقابلة للمعالجة رقم **i** . الآن كلمة معالجـة

تستخدم أكثر لتوضيح التصنيفات المختلفة سواء أسمدة مختلفة أو مصانع مختلفة أو مناطق مختلفة في مدينة ما أو محللين مختلفين .

التقدير الأول للمعلمة σ^2 ، يعتمد على k-1 درجات حرية ، ويعطي من الصيغة :

$$MSC = \frac{SSC}{k-1}.$$

عندما يكون H_0 صحيح ، فإن MSC سوف يكون تقدير غير متحيز للمعلمة σ^2 .

التقدير الثاني المستقل للمعلمة σ^2 يعتمد علي k(n-1) درجات حرية ويعطي من الصيغة :

$$MSE = \frac{SSE}{k(n-1)}.$$

يعتبر التقدير MSE غير متحيز بصرف النظر عن صحة أو عدم صحة فرض العدم .

نعرف مما سبق أن التباين لكل مشاهدات العينة ، بدرجات حرية nk-1 ، هو :

$$s^2 = \frac{SSTO}{nk-1},$$

والذي يعتبر تقدير غير متحيز للمعلمة σ^2 عندما H_0 صحيح. النسبة :

$$f = \frac{MSC}{MSE}$$

هي قيمة لمتغير عشوائي F يتبع توزيع F بدرجات حرية $\nu_1 = k-1, \nu_2 = k(n-1)$ عندما H_0 صحيح. لمستوى معنوية α منطقة الرفض $F > f_{\alpha}(\nu_1, \nu_2)$ حيث $f_{\alpha}(\nu_1, \nu_2)$ تستخرج من جدول توزيع F في ملحق (٦) عند $\alpha = 0.05$ أو في ملحق (٧) عند $\alpha = 0.01$. إذا وقعت f في منطقة الرفض نرفض H_0 .

عمليا يتم أولا حساب SSTO , SSC ثم نحصل علي SSE بطرح SSC من SSTO أى أن :

$$SSE = SSTO - SSC.$$

بإمكاننا حساب الصيغ السابقة والمعرفة لكل من SSTO و SSC بطريقة حسابية مبسطة (مناسبة للآلة الحاسبة) علي النحو التالي :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^2 - CF,$$

حيث $CF = \frac{T_{..}^2}{nk}$ يسمي معامل التصحيح correction factor. أيضا :

$$SSC = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_{i.}^2}{n} - CF .$$

عادةً الحسابات في تحليل التباين تلخص في جدول يسمي جدول تحليل التبـــاين **Analysis of Variance** (عادة يسمى **ANOVA**) والموضح في جدول (١١-٢)

جدول (١١-٢)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الأعمدة	k-1	SSC	$MSC = \frac{SSC}{k-1}$	$\frac{MSC}{MSE}$
الخطأ	k(n-1)	SSE	$MSE = \frac{SSE}{k(n-1)}$	
الكلي	nk-1	SSTO		

مثال (١١-١) البيانات في جدول (١١-٣) تمثل الطول (مقاس بالسنتيمتر) لنباتات تم زراعتها في ثلاثة أوساط مختلفة A,B,C (5 نباتات في كـــل وسط). أوجــد جدول تحليل التباين وأختبر فرض العدم أن $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ وذلك عند مستوي معنويـة $\alpha=0.05$.

جدول (١١-٣)

الأوساط	A	10	14	18	15	12
	B	16	18	22	18	15
	C	15	12	8	10	13

الحل . المطلوب اختبار فرض العدم :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

ضد الفرض البديل :

H_1 : واحد علي الأقل من μ_i يختلف عن الباقي

$$\alpha=0.05 .$$

$f_{.05}(2,12) = 3.89$ والمستخرجة من جدول توزيع F في ملحق (٦) عند درجات حريـــة $\nu_1 = 2, \nu_2 = 12$. منطقة الرفض $F>3.89$.

$$SSTO = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^2 - CF$$

$$= 10^2 + 14^2 + \ldots + 10^2 + 13^2 - \frac{(216)^2}{15}$$
$$= 3304 - 3110.4 = 193.6,$$

$$SSC = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_i^2}{n} - CF$$
$$= \frac{69^2 + 89^2 + 58^2}{5} - \frac{(216)^2}{15}$$
$$= 3209.2 - 3110.4 = 98.8.$$

تلخص النتائج في جدول تحليل التباين [جدول (١١-٤)].

جدول (١١-٤)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الأعمدة	2	98.8	49.4	6.25316*
الخطأ	12	94.8	7.9	
الكلي	14	193.6		

وبما أن f (6.25316) تقع في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 ونعتبر أن هناك فروقاً معنوية بين متوسطات الأوساط المختلفة. النجمة * تعني أن الفرق معنوي عند $\alpha=0.05$.

الآن بفرض أن العينات التي عددها k ذات أحجام $n_1, n_2, \ldots, n_K$ (عدم تساوى حجوم العينات) حيث $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$.الصيغ المستخدمة لحساب SSTO , SSC تعطى كالآتي :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^2 - CF,$$
$$SSC = \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i.}^2}{n_i} - CF.$$

ويمكن الحصول علي SSE بطرح SSC من SSTO أى :

$$SSE = SSTO - SSC.$$

درجات الحرية سوف تصبح (N-1) لمجموع المربعات الكلية SSTO و (k-1) لمجموع مربعات متوسطات الأعمدة SSC و N-1-(k-1) = N-k لمجموع مربعات الخطأ.

مثال (١١-٢) أجريت تجربة لدراسة تأثير أربعة أنواع من الأدوية A, B, C, D علـــى الشفاء من مرض معين. البيانات معطاة في جدول (١١-٥) والتي تمثل عدد الأيام اللازمة للشفاء . استخدم طريقة تحليل التباين لاختبار ما إذا كان هناك فرق معنوي بين المتوســطات عند مستوى معنوية α=0.05 .

جدول (١١-٥)

أنواع الأدوية			
A	B	C	D
3	7	3	10
4	8	2	12
3	4	1	8
5	10	2	5
	6	4	12
		2	10
		3	9
		1	

الحل . المطلوب اختبار فرض العدم :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

ضد الفرض البديل :

H_1 : واحد على الأقل من μ_i يختلف عن الباقي

α=0.05.

$f_{.05}(3,20)$=3.1 والمستخرجة من جدول توزيـــع F في ملحـــق (٦) بدرجـــات حريـــة $\nu_1 = 3, \nu_2 = 20$. منطقة الرفض F > 3.1

$$SSTO = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^2 - CF,$$

$$= 3^2 + 4^2 + \ldots + 10^2 + 9^2 - \frac{(134)^2}{24}$$

$$= 1030 - 748.17 = 281.83,$$

$$SSC = \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i.}^2}{n_i} - CF$$

$$= \frac{15^2}{4} + \frac{35^2}{5} + \frac{18^2}{8} + \frac{66^2}{7} - \frac{(134)^2}{24}$$

$$964.04 - 748.17 = 215.87,$$

$$SSE = 281.83 - 215.87 = 65.96.$$

جدول تحليل التباين معطي في جدول (١١-٦) .

جدول (١١-٦)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسط الأعمدة الخطأ	3 20	215.87 65.96	71.9567 3.298	21.818*
الكلي	23	281.83		

وحيث أن f المحسوبة (21.818) تقع في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 . أى أن هناك فرق معنوي بين المتوسطات .

(١١-٣) اختبار تجانس عدة تباينات :

Test for the Equality of Several Variances

ذكرنا في البند (١١-٢) أن هناك افتراضات أساسية وضرورية لإجراء تحليل التباين وهم : أن المجتمعات التي عددها k مستقلة وتتبع توزيعات طبيعية بمتوسطات $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ وتباين مشترك σ^2 . هناك العديد من الطرق المختلفة لاختبار فرض العدم :

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$$

ضد الفرض البديل :

التباينات ليست كلها متساوية : H_1

اقترح Cochran [Winer et al (1991)] القيمة التالية :

$$c = \frac{\text{أكبر } s^2}{\Sigma s_i^{\,2}}$$

والتي تمثل قيمة للإحصاء C وذلك تحت فرض أن H_0 صحيح. القيم الحرجة $c_\alpha(v_1, v_2)$ للإحصاء C تستخرج من جدول Cochran في ملحق (٨) بدرجات حرية $v_1 = k, v_2 = n-1$ وذلك عند مستوى معنوية α=0.05 أو α=0.01 . منطقة الرفض $C > c_\alpha(v_1, v_2)$. إذا وقعت c في منطقة الرفض نرفض H_0 . بفرض

أن العينات التي عددها k ذات أحجام $n_1, n_2, \ldots, n_k$ (عدم تساوى حجوم العينـــات) وإذا كانت الأحجام متقاربة فيمكن استخدام أكبر n_i بدلاً من n في حساب درجات الحرية اللازمة لإيجاد $c_\alpha(v_1, v_2)$.

مثال (١١-٣) للبيانات في جدول (١١-٥) والخاصة بمثال (١١-٢) أختبر فـــرض العدم :

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

ضد الفرض البديل :

H_1 : التباينات ليست كلها متساوية

وذلك عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

الحل . الجدول (١١-٧) يعطي تباين العينة لكل معالجة وعدد المشاهدات في كل معالجة .

جدول (١١- ٧)

المعالجة i	1	2	3	4
s_i^2	0.9167	5.0000	1.0714	5.9524
n_i	4	5	8	7

$$c = \frac{\text{أكبر } s^2}{\sum_{i=1}^{k} s_i^2} = \frac{5.9524}{12.9405}$$

$$= 0.459982.$$

وبما أن العينات التي عددها 4 ذات أحجام غير متساوية فسوف نأخذ $n = 8$ حيث 8 هـــي عدد المشاهدات في المعالجة رقم 3 (أكبر n_i) وعلى ذلك $v_1 = 4, v_2 = 8 - 1 = 7$ و $c_{.05}(4,7) = 0.5365$. منطقة الرفض $C > 0.5365$. وبما أن $c= 0.459982$ تقـع في منطقة القبول فإننا نقبل H_0 .

(١١-٤) اختبار نيومن-كلز للمدي المتعدد

Multiple Range Test

إذا كانت قيمة f المحسوبة من جدول تحليل التباين غير معنوية فـهذا يـدل علـى أن الفروق بين متوسطات المعالجات ليست فروق حقيقية وإنما تعزى لمجرد الصدفة ، وبالتـــالي فإننا نقبل فرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$. إذا كانت قيمة f معنوية فهذا يـــدل

على أن بعض الفروق بين متوسطات المعالجات أو كلها معنوية ، ولكن هـــذا الاختبـــار لا يوضح لنا أى من هذه الفروق معنوية ، ولذلك فإن الباحث لا بد أن يجري عدة مقارنـــات بين هذه المتوسطات وهذا ما يسمى بالمقارنات المتعددة. هناك عدة طـــرق تســـتخدم لهـــذا الغرض . سوف تقتصر دراستنا في هذا البند على اختبار نيومـــن للمقارنـــات المتعـــددة . يتلخص اختبار نيومن في إيجاد عدة فروق معنوية ذات قيم متزايدة والتي تتوقف حجمـــها على مدي البعد بين المتوسطات بعد ترتيبها وتتلخص خطوات تنفيذها على النحو التالي :

(أ) نرتب متوسطات المعالجات تنازلياً.

(ب) نوجد الخطأ المعياري للمتوسط $s_{\bar{x}} = \sqrt{\dfrac{MSE}{n}}$ حيث MSE هو متوسط مجموع مربعات الخطأ والذي يعتبر تقدير للتباين σ^2 ، ونحصل عليه من جدول تحليل التباين . وإذا كانت أحجام العينات للمعالجات غير متساوية فإن اختبار نيومن يسمح باستبدال n في صيغة $s_{\bar{x}}$ بالوسط التوافقي للقيم $n_1, n_2, \ldots, n_k$ حيث الوسط التوافقي :

$$\tilde{n} = \frac{k}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2} + \ldots + \dfrac{1}{n_k}}$$

تحت شرط أن أحجام العينات تكون متقاربة من بعضها . هذا ويمكن استبدال n في صيغـــة $s_{\bar{x}}$ بالقيمة $n^{\cdot}$ حيث :

$$n^{\cdot} = \frac{2}{\dfrac{1}{n_{(1)}} + \dfrac{1}{n_{(k)}}}$$

و أن :

$n_{(1)}$ = حجم العينة المقابل لأصغر متوسط عينة .

$n_{(k)}$ = حجم العينة المقابل لأكبر متوسط عينة .

(ج) تستخرج قيم $q_\alpha(p, \nu)$ (تسمى أقل مدي معنوي قياســـي least significant studentized range) من جدول نيومن للمدى المعنوي في ملحق (٩) حيث $p = 2, 3, \ldots, k$ و α هي مستوى المعنوية و ν هي درجات حرية MSE.

(د) نحسب قيمة أقل مدى معنوي least significant range R_p وذلك بالنسبة لكل $p = 2,3, \ldots, k$ على النحو التالي :

$$R_p = q_\alpha(p, \nu)s_{\overline{x}} \;,\; p = 2,3,\ldots,k.$$

(هـ) نقارن الفروق بين متوسطات المعالجات ونبدأ بمقارنة الفرق بين أكبر متوسط وأقل متوسط بالقيمة R_k ثم نقارن الفرق بين أكبر متوسط وثاني أصغر متوسط بالقيمة R_{k-1} ونواصل هذه العملية وإلى أن تتم مقارنة كل الأزواج وعددها $\binom{k}{2} = k(k-1)/2$.

إذا كان الفرق المحسوب بين متوسطين يساوى أو أعلى من R_p فيكون ذلك الفرق معنويا. تلخص نتائج الاختبار بوضع خطوط مشتركة تحت المتوسطات التي لم تكن فروقها معنوية ، مع الإبقاء على ترتيب المتوسطات تنازليا:

لتوضيح طريقة نيومن للمدى المتعدد فسوف نستخدم البيانات الخاصة بمثال (١١-٢) ونتبع الخطوات التالية :

(أ) نرتب متوسطات المعالجات تنازلياً كالآتي :

$\overline{x}_4$	$\overline{x}_2$	$\overline{x}_1$	$\overline{x}_3$
9.43	7.00	3.75	2.25

(ب) من جدول تحليل التباين (جدول (١١-٦)) فإن $MSE = 3.298$ بدرجات حرية $\nu = 20$. نوجد الخطأ المعياري للمتوسط $s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{MSE}{n}}$ وبما أن أحجام المعالجات غير متساوية فإننا نحسب الوسط التوافقي للقيم $n_1, n_2, \ldots, n_k$ كالآتي :

$$\tilde{n} = \frac{k}{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}+\frac{1}{n_4}}$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{7}} = \frac{4}{.7178571} = 5.5721,$$

$$MSE = 3.298 \,, s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{MSE}{\tilde{n}}} = \sqrt{\frac{3.298}{5.5721}} = 0.7693.$$

يمكن تلخيص النتائج للحسابات السابقة في جدول (١١-٨) حيث قيم $q_{0.05}(p,20)$ تستخرج من جدول نيومن في ملحق (٩) حيث $\nu = 20$ ، $p = 2,3,4$.

جدول (١١-٨)

p	2	3	4
$q_{.05}(p,20)$	2.95	3.58	3.96
R_p	2.27	2.75	3.05

وبمقارنة قيم R_p بالفروق للمتوسطات المرتبة نحصل على الاستنتاجات الآتية

* وبما أن $\bar{x}_4 - \bar{x}_3 = 7.18 > R_4 = 3.05$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_4, \bar{x}_3$ معنوي .
* وبما أن $\bar{x}_4 - \bar{x}_1 = 5.68 > R_3 = 2.75$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_4, \bar{x}_1$ معنوي .
* وبما أن $\bar{x}_4 - \bar{x}_2 = 2.43 > R_2 = 2.27$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_4, \bar{x}_2$ معنوي .
* وبما أن $\bar{x}_2 - \bar{x}_3 = 4.75 > R_3 = 2.75$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_2, \bar{x}_3$ معنوي .
* وبما أن $\bar{x}_2 - \bar{x}_1 = 3.25 > R_2 = 2.27$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_2, \bar{x}_1$ معنوي .
* وبما أن $\bar{x}_1 - \bar{x}_3 = 1.5 < R_2 = 2.27$ فإننا نستنتج أن الفرق بين $\bar{x}_1, \bar{x}_3$ غير معنوي .

عادة تلخص الاستنتاجات بوضع خطوط تحت المتوسطات التي ليست بينها فروق معنوية وذلك كما يلي :

$$\bar{x}_4 \quad \bar{x}_2 \quad \underline{\bar{x}_1 \quad \bar{x}_3}$$

يتضح من الشكل السابق أن $\mu_4 > \mu_3$ ، $\mu_4 > \mu_1$ ، $\mu_4 > \mu_2$ و $\mu_2 > \mu_3$ ، $\mu_2 > \mu_1$.

يمكن تلخيص النتائج السابقة على النحو الموضح في جدول (١١-٩) حيث وضعت كل الفروق الممكنة بين المتوسطات داخل الجدول وتمت مقارنتها بقيم R_p المناسبة . يتضح من جدول (١١-٩) أن الفروق على كل قطر قيمة من أعلى اليسار إلى أدنى اليمين لها نفس قيم p . على سبيل المثال الفروق 2.43, 3.25, 1.5 تقع على قطر واحد ولها $p = 2$. القيمة الحرجة لهذه الفروق هي أخر قيمة في العمود الأخير (2.27) . أيضا الفروق , 5.68

4.75 تقع على قطر واحد ولها p=3 وتقارن بالقيمة 2.75 (القيمة الثانية في العمود الأخير) . أخيرا الفرق 7.18 يقارن عند p=4 بالقيمة الحرجة 3.05 وهي القيمة الأولي في العمود الأخير . النجمة * في الجدول تدل على أن الفرق معنوي وذلك عند استخدام $\alpha=0.05$.

جدول (١١-٩)

المتوسطات	$\bar{x}_4 = 9.43$	$\bar{x}_2 = 7.00$	$\bar{x}_1 = 3.75$	$\bar{x}_3 = 2.25$	p	Rp
$\bar{x}_4 = 9.43$	---	2.43*	5.68*	7.18*	4	3.05
$\bar{x}_2 = 7.00$		---	3.25*	4.75*	3	2.75
$\bar{x}_1 = 3.75$			---	1.5	2	2.27
$\bar{x}_3 = 2.25$				---		

للسهولة يمكن تلخيص نتائج جدول (١١-٩) وذلك في جدول (١١-١٠) . نلاحظ أننا لم نرصد قيمة للفرق بين أي المتوسطين موضع المقارنة كما كنا نفعل من قبل بل رصدنا فقط نجمة .

جدول (١١-١٠)

	4	2	1	3
4		*	*	*
2			*	*
1				
3				

(١١-٥) التصنيف الثنائي ، مشاهدة واحدة في كل خلية

Two-Way Classification, Single Observation Per Cell

قد تصنف فئة من المشاهدات تبعا لصفتين معا. على سبيل المثال عندما يرغب الباحث في مجال الزراعة في دراسة تأثير الطرق المختلفة للزراعة (ثلاثة طرق) وكذلك الأوقات المختلفة للزراعة (مارس وفبراير ونوفمبر وأكتوبر) على إنتاجية محصول القصب. المشاهدات في هذه الحالة يمكن وضعها في جدول من ثلاثة صفوف وأربعة أعمدة حيث تمثل

الصفوف طرق الزراعة 1, 2, 3 وتمثل الأعمدة أوقات الزراعة (مارس وفبراير ونوفمبر وأكتوبر). يطلق على تقاطع أى صف مع أى عمود بالخلية وكل خلية تحتوي على مشاهدة واحدة. عموماً ، في حالة التصنيف الثنائي لمشاهدة واحدة يمكن وضع المشاهدات في جدول يتكون من r من الصفوف و c من الأعمدة كما هو موضح في جدول (١١-١١) حيث أن x_{ij} ترمز للمشاهدة في الصف رقم i والعمود رقم j . سوف نفترض أن x_{ij} قيم لمتغيرات عشوائية مستقلة لها توزيعات طبيعية بمتوسط μ_{ij} وتباين مشترك σ^2 . في جدول (١١-١١) $T_{i.}$ و $\bar{x}_{i.}$ ترمز للمجموع والمتوسط على التوالي لكل المشاهدات في الصف رقم i و $T_{.j}$ و $\bar{x}_{.j}$ ترمز للمجموع والمتوسط لكل المشاهدات في العمود رقم j و $T_{..}$, $\bar{x}_{..}$ ترمز للمجموع والمتوسط على التوالي لكل المشاهدات التي عددها rc . المتوسط لمتوسطات المجتمعات للصف رقم i ، $\mu_{i.}$ ، يعرف كالآتي :

$$\mu_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{c} \mu_{ij}}{c}.$$

جدول (١١-١١)

الصف	الأعمدة 1	2 ...	j ...	c	المجموع	المتوسط
1	$x_{11}\cdots$	$x_{12}\cdots$	$x_{1j}\cdots$	x_{1c}	$T_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
2	x_{21}	$x_{22}\cdots$	$x_{2j}\cdots$	x_{2c}	$T_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$x_{i1}\cdots$	$x_{i2}\cdots$	$x_{ij}\cdots$	x_{ic}	$T_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
r	$x_{r1}\cdots$	$x_{r2}\cdots$	$x_{rj}\cdots$	x_{rc}	$T_{r.}$	$\bar{x}_{r.}$
المجموع	$T_{.1}$	$T_{.2}\cdots$	$T_{.j}\cdots$	$T_{.c}$	$T_{..}$	
المتوسط	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$\bar{x}_{.j}$	$\bar{x}_{.c}$		$\bar{x}_{..}$

وبنفس الشكل ، المتوسط لمتوسطات المجتمعات للعمود رقم j و $\mu_{.j}$ يعرف كالآتي :

$$\mu_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^{r} \mu_{ij}}{r}.$$

والمتوسط لمتوسطات المجتمعات التي عددها rc ، μ ، يعرف كالآتي :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\mu_{ij}}{rc}.$$

لتقدير ما إذا كان جزء من الاختلاف بين المشاهدات يرجع إلى الاختلاف بين الصفوف ، فإننا نختبر فرض العدم :

$$H_0' : \mu_{1.} = \mu_{2.} = \cdots = \mu_{r.} = \mu,$$

ضد الفرض البديل :

H_1': واحد على الأقل من $\mu_{i.}$ يختلف عن الباقي

وبنفس الشكل لتقدير ما إذا كان جزء من الاختلاف بين المشاهدات يرجع إلى الأعمدة ، فإننا نختبر فرض العدم :

$$H_0'' : \mu_{.1} = \mu_{.2} = \cdots = \mu_{.c} = \mu$$

ضد الفرض البديل :

H_1'': واحد على الأقل من $\mu_{.j}$ يختلف عن الباقي:

يمكن كتابته كل مشاهدة على الشكل :

$$x_{ij} = \mu_{ij} + \epsilon_{ij},$$

حيث ϵ_{ij} يقيس انحراف قيمة المشاهدة x_{ij} عن متوسط المجتمع μ_{ij}. الشكل المفضل والشائع الاستخدام لهذه المعادلة (أو النموذج) يمكن الحصول عليه بوضع $\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$ حيث α_i ترمز لتأثير الصف رقم i و β_j ترمز لتأثير العمود رقم j . سوف نفترض أن تأثير الصفوف والأعمدة تجميعي **additive** (سوف نشرح ذلك بالتفصيل في البند التالي). وعلى ذلك يمكن إعادة كتابة x_{ij} على الشكل :

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij},$$

وذلك تحت القيود التالية :

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = 0 \ , \quad \sum_{j=1}^{c} \beta_j = 0$$

وعلى ذلك :

$$\mu_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{c}(\mu + \alpha_i + \beta_j)}{c} = \mu + \alpha_i,$$

$$\mu_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^{r} (\mu + \alpha_i + \beta_j)}{r} = \mu + \beta_j,$$

الآن اختبار فرض العدم :

$$H_0' : \mu_{1.} = \mu_{2.} = \cdots = \mu_{r.} = \mu,$$

ضد الفرض البديل : واحد على الأقل من $\mu_{i.}$ يختلف عن الباقي: H_1'

يكافئ اختبار فرض العدم :

$$H_0' : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_r = 0$$

ضد الفرض البديل :

واحد على الأقل من α_i لا يساوي صفراً : H_1'

وبنفس الشكل اختبار فرض العدم :

$$H_0'' : \mu_{.1} = \mu_{.2} = \cdots = \mu_{.c} = \mu$$

ضد الفرض البديل :

واحد على الأقل من $\mu_{.j}$ يختلف عن الباقي : H_1''

يكافئ اختبار فرض العدم :

$$H_0'' : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_c = 0$$

ضد الفرض البديل :

واحد على الأقل من β_j لا يساوي صفرا : H_1''

يعتمد الفرضين السابقين على المقارنة بين تقديرين مستقلين لمعلمة التباين المشترك σ^2 . هذين التقديرين نحصل عليهما بتجزئة مجموع المربعات الكلي للمشاهدات إلى ثلاثة مكونات كما يلي :

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = c\sum_{i=1}^{r} (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + r\sum_{j=1}^{c} (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$$

$$+ \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{c} (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2$$

ويمكن التعبير عن الحدود في العلاقة السابقة باستخدام الرموز كالتالي :

$$\mathbf{SSTO = SSR + SSC + SSE},$$

حيث مجموع المربعات الكلي هو :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2$$

ومجموع المربعات لمتوسطات الصفوف : **sum of squares for rows means** هو :

$$SSR = c\sum_{i=1}^{r} (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 ,$$

ومجموع المربعات لمتوسطات الأعمدة هو :

$$SSC = r\sum_{j=1}^{c} (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 ,$$

ومجموع مربعات الخطأ هو :

$$SSE = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2 .$$

التقدير الأول للمعلمة σ^2 ، يعتمد على $r-1$ درجات حرية ويعطى كالآتي :

$$MSR = \frac{SSR}{r-1}.$$

عندما $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_r = 0$ فإن **MSR** يعتبر تقديرا غير متحيز للمعلمة σ^2 .

التقدير الثاني للمعلمة σ^2 يعتمد على $c-1$ درجات حرية ويعطي كالآتي :

$$MSC = \frac{SSC}{c-1}.$$

يعتبر التقدير **MSC** تقدير غير متحيز للمعلمة σ^2 إذا كان $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_c = 0$.

التقدير الثالث للمعلمة σ^2 والذي يعتمد على $(r-1)(c-1)$ درجات حرية مستقل عن **MSR** و **MSC** ويعطي من الصيغة :

$$MSE = \frac{SSE}{(r-1)(c-1)},$$

وهو تقدير غير متحيز بصرف النظر عن صحة أو عدم صحة فرض العدم .

لاختبار فرض العدم H_0' فإننا نحسب النسبة :

$$f_1 = \frac{MSR}{MSE}$$

وهي قيمة لمتغير عشوائي F_1 يتبع توزيع **F** بدرجات حرية $(r-1)(c-1)$ و $(r-1)$ وذلك عندما يكون فرض العدم صحيح . سوف نرفض فرض العدم ، عند مستوى معنوية α ، عندما :

$$F_1 > f_\alpha(r-1,(r-1)(c-1)).$$

بنفس الشكل لاختبار فرض العدم H_0'' فإننا نحسب النسبة :

$$f_2 = \frac{MSC}{MSE}.$$

وهي قيمة لمتغير عشوائي F_2 يتبع توزيع F بدرجات حرية $(r-1)(c-1)$ و $(c-1)$ وذلك عندما يكون فرض العدم صحيح. سوف نرفض فرض العدم ، عند مستوى معنوية α ، عندما :

$$F_2 > f_\alpha(c-1,(r-1)(c-1))$$

عملياً أولا نحسب SSTO و SSR و SSC ثم نحصل على SSE بطرح كل من SSR و SSC من SST . أي أن SSE = SSTO − SSR − SSC . عادة درجات الحرية المرتبطة بـ SSE تحسب بطرح درجات الحرية الخاص بكل من SSR و SSC من درجات الحرية الخاصة بـ SSTO. أي أن درجات الحرية الخاصة بـ SSE هي:

$$(r-1)(c-1) = (rc-1)-(r-1)-(c-1).$$

عادة الصيغ المفضلة لحساب مجموع المربعات تعطي كالآتي :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} x_{ij}^2 - CF,$$

$$SSR = \frac{\sum_{i=1}^{r} T_{i.}^2}{c} - CF,$$

$$SSC = \frac{\sum_{j=1}^{c} T_{.j}^2}{r} - CF,$$

حيث :

$$CF = \frac{T_{..}^2}{rc}.$$

جدول تحليل التباين في حالة التصنيف الثنائي بمشاهدة واحدة لكل خلية موضح في جدول (١١-١٢) .

جدول (١١ – ١٢)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط مجموع المربعات	f المحسوبة
متوسطات الصفوف	$r-1$	SSR	$MSR=\frac{SSR}{r-1}$	$f_1=\frac{MSR}{MSE}$
متوسطات الأعمدة	$c-1$	SSC	$MSC=\frac{SSC}{c-1}$	$f_2=\frac{MSC}{MSE}$
الخطأ	$(r-1)(c-1)$	SSE	$MSE=\frac{SSE}{(r-1)(c-1)}$	
المجموع	$rc-1$	SST		

مثال (١١-٤) تعطي البيانات في جدول (١١-١٣) الدرجات التي حصل عليها ستة من الطلبة في ثلاثة مقررات والمطلوب :

(أ) هل هناك تفاوت في مقدرة الطلبة ؟

(ب) هل هناك تفاوت في صعوبة المقررات (استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$).

جدول (١١-١٣)

	المقرر		
الطالب	الرياضيات	اللغة الإنجليزية	اللغة الفرنسية
1	14	18	15
2	12	16	14
3	16	17	12
4	15	19	14
5	10	12	12
6	11	13	9

الحل .

(أ) $H'_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_6 = 0$

(ب) $H''_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

(أ) H'_1 : واحد على الأقل من α_i لا يساوي صفرا

(ب) H''_1 : واحد على الأقل من β_j لا يساوى صفرا

$f_{.05}(5,10)=3.33$ والمستخرجة من جـــدول توزيـــع F في ملحـــق (٦) بدرجـــات حريـــة $\nu_1=5\ ,\ \nu_2=10$. أيضا $f_{.05}(2,10)=4.1$. منطقة الرفض :

(أ) $F_1 > 3.33$

(ب) $F_2 > 4.1$

$$SSTO=\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{3}x_{ij}^2-CF$$

$$=14^2+12^2+\ldots+12^2+9^2-\frac{(249)^2}{18}$$

$$=3571-3444.5=126.5,$$

$$SSR=\frac{\sum_{i=1}^{6}T^2_{i.}}{c}-CF$$

$$=\frac{47^2+42^2+45^2+48^2+34^2+33^2}{3}-\frac{(249)^2}{18}$$

$$=3515.67-3444.5=71.17,$$

$$SSC=\frac{\sum_{j=1}^{3}T_{.j}^2}{r}-CF$$

$$=\frac{78^2+95^2+76^2}{6}-\frac{(249)^2}{18}$$

$$=3480.83-3444.5=36.33.$$

جدول تحليل التباين موضح في جدول (١١-١٤) .

جدول (١١-١٤)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الصفوف	5	71.17	14.234	$f_1=7.492$
متوسطات الأعمدة	2	36.33	18.165	$f_2=9.561$
الخطأ	10	19	1.9	
الكلـــي	17	126.5		

بما أن $f_1 = 7.492$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0' أي أن هناك تفاوت في مقدرة الطلبة.أيضا بما أن $f_2 = 9.561$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0'' أي أن هناك تفاوت في صعوبة المقررات .

(١١–٦) التصنيف الثنائي ، عدة مشاهدات لكل خلية

Two-Way Classification , Several Observations Per Cell

في البند (١١–٥) كان يفترض أن تأثير الصف والعمود تجميعي وهذا يكافئ أن $\mu_{ij} - \mu_{ij'} = \mu_{i'j} - \mu_{i'j'}$ أو $\mu_{ij} - \mu_{i'j} = \mu_{ij'} - \mu_{i'j'}$ لأي i, i', j, j' .

وهذا يعني أن الفرق بين متوسطات المجتمعات للعمودين j, j' متساوي لكل صف وأيضا الفرق بين متوسطات المجتمعات للصف i, i' متساوي لأي عمود. في كثير من التجارب لا يتحقق هذا الشرط وعلى ذلك فإن استخدام تحليل التباين الموضح في البند (١١–٥) يؤدى إلى استنتاجات خاطئة. للتوضيح وبالرجوع إلى التجربة الزراعية الخاصة بدراسة تأثير الأوقات المختلفة للزراعة (فبراير – مارس – أكتوبر – نوفمبر) وطرق الزراعة المختلفة 1, 2, 3 وبفرض أن نتيجة التجربة أوضحت أنه عند وقت الزراعة فبراير كان أعلي متوسط لمحصول القصب عند استخدام الطريقة 1 وأقل متوسط لمحصول القصب عند استخدام الطريقة 2 بينما عند وقت الزراعة مارس كان أعلي متوسط لمحصول القصب عند استخدام الطريقة 2 واقل متوسط لمحصول القصب عند استخدام الطريقة 1 . هذه الخاصية تعرف بالتفاعل بين أوقات الزراعة وطرق الزراعة وهي تكشف عما إذا كان لأوقات الزراعة آثار مختلفة على طرق الزراعة . كما لا يكون للتفاعل أثر إذا اتضح أن طرق الزراعة موضح البحث متناظرة لدي الأوقات المختلفة للزراعة .

لاختبار الفروق بين الصفوف والأعمدة عندما لا يتحقق الشرط التجميعي ، أي في وجود تفاعل **interaction** بين الصفوف والأعمدة ، لا بد من إيجاد تقدير غير متحيز للمعلمة σ^2 . افضل تقدير يمكن الحصول عليه إذا كررنا المشاهدات تحت نفس الظروف . للحصول على الصيغ العامة لتحليل التباين في هذه الحالة سوف نفترض الحالة التي تكون فيها عدد المشاهدات (المكررات) **replications** في كل خلية تساوي **n** . بفرض أن المشاهدات التي سوف نحصل عليها من التجربة ، في هذه الحالة ، يمكن ترتيبها في جدول ، مثل الجدول (١١–١٥) ، والذي يتكون من **r** من الصفوف و **c** من الأعمدة . وكل خلية تحتوي على **n** من المشاهدات . بفرض أن x_{ijk} ترمز للمشاهدة رقم **k** في الصف رقم **i** والعمود رقم **j** . المشاهدات التي عددها **rcn** موضحة في جدول (١١–١٥).

جدول (١١-١٥)

الصفوف	الأعمدة 1	2	. . .	c	المجموع	المتوسط
1	x_{111} x_{112} . . . x_{11n}	x_{121} x_{122} . . . x_{12n}	. . .	x_{1c1} x_{1c2} . . . x_{1cn}	$T_{1..}$	$\bar{x}_{1..}$
2	x_{211} x_{212} . . . x_{21n}	x_{221} x_{222} . . . x_{22n}	. . .	x_{2c1} x_{2c2} . . . x_{2cn}	$T_{2..}$	$\bar{x}_{2..}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .		
r	x_{r11} x_{r12} . . . x_{r1n}	x_{r21} x_{r22} . . . x_{r2n}	. . .	x_{rc1} x_{rc2} . . . x_{rcn}	$T_{r..}$	$\bar{x}_{r..}$
المجموع المتوسط	$T_{.1.}$ $\bar{x}_{.1.}$	$T_{.2.}$ $\bar{x}_{.2.}$		$T_{.c.}$ $\bar{x}_{.c.}$	$T_{...}$	$\bar{x}_{...}$

المشاهدات في الخلية رقم ij تمثل عينة عشوائية من الحجم n من مجتمع يفترض أنه يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط μ_{ij} وتباين σ^2 . كل المجتمعات التي عددها rc يفترض أن لها تباين مشترك σ^2 . بقية الرموز المفيدة ، بعضها معطى في جدول (١١-١٥) ، يمكن توضيحها كالآتي :

$T_{ij.}$ = مجموع المشاهدات في الخلية رقم i,j

$T_{i..}$ = مجموع المشاهدات في الصف رقم i

$T_{.j.}$ = مجموع المشاهدات في العمود رقم j

$T_{...}$ = مجموع كل المشاهدات التي عددها rcn

$\bar{x}_{ij.}$ = متوسط كل المشاهدات في الخلية رقم ij

$\bar{x}_{i..}$ = متوسط كل المشاهدات في الصف رقم i

$\bar{x}_{.j.}$ = متوسط كل المشاهدات في العمود رقم j

$\bar{x}_{...}$ = متوسط كل المشاهدات التي عددها rcn

كل مشاهدة في جدول (١١–١٥) يمكن كتابتها على الشكل :

$$x_{ijk} = \mu_{ij} + \epsilon_{ijk},$$

حيث ϵ_{ij} يقيس انحراف قيمة المشاهدة x_{ijk} عن متوسط المجتمع . بفرض أن $(\alpha\beta)_{ij}$ يرمز لتأثير التفاعل للصف i مع العمود رقم j و α_i يرمز لتأثير الصف رقم i و β_j يرمز لتأثير العمود رقم j و μ تمثل المتوسط لكل المتوسطات فإن :

$$\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$$

وعلى ذلك :

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk},$$

تحت القيود التالية :

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = 0, \quad \sum_{j=1}^{c} \beta_j = 0, \quad \sum_{i=1}^{r} (\alpha\beta)_{ij} = 0, \quad \sum_{j=1}^{c} (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

الفروض الثلاثة سوف نختبرها كالتالي :

(أ) $H_0' : = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0,$

H_1' : على الأقل واحد من α_i لا يساوي صفرا

(ب) $H_0'' := \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_c = 0,$

H_1'' : على الأقل واحد من β_j لا يساوي صفرا

(ج) $H_0''' : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{rc} = 0,$

H_1''' : على الأقل واحد من $(\alpha\beta)_{ij}$ لا يساوي صفرا

كل اختبار من الاختبارات السابقة يعتمد على تقديرات مستقلة للمعلمة σ^2 وذلك بتجزئة مجموع المربعات الكلية للمشاهدات إلى أربعة مكونات كالآتي :

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{...})=$$

$$cn\sum_{i=1}^{r}(\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{...})^2+rn\sum_{j=1}^{c}(\bar{x}_{.j.}-\bar{x}_{...})^2$$

$$+n\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}(\bar{x}_{ij.}-\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{.j.}+\bar{x}_{...})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{ij.})^2.$$

ويمكن التعبير عن مجموع المربعات في العلاقة السابقة باستخدام الرموز حيث مجموع المربعات الكلي هو :

$$SSTO=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{...})^2,$$

ومجموع المربعات لمتوسطات الصفوف هو :

$$SSR=cn\sum_{i=1}^{r}(\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{...})^2,$$

ومجموع المربعات لمتوسطات الأعمدة هو :

$$SSC=rn\sum_{j=1}^{c}(\bar{x}_{.j.}-\bar{x}_{...})^2,$$

ومجموع المربعات للتفاعل بين الصفوف والأعمدة هو :

$$SS(RC)=n\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}(\bar{x}_{ij.}-\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{.j.}+\bar{x}_{...})^2,$$

ومجموع المربعات للخطأ هو :

$$SSE=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(x_{ijk}-\bar{x}_{ij.})^2.$$

أي أن $\mathbf{SSTO=SSR+SSC+SS(RC)+SSE}$

أيضا تجزأ درجات الحرية إلى :

$$rcn-1=(r-1)+(c-1)+(r-1)(c-1)+rc(n-1).$$

الآن يمكن الحصول على أربعة تقديرات غير متحيزة للمعلمة σ^2 عندما يكون H_0', H_0'', H_0''' صحيح وهم :

$$MSR=\frac{SSR}{r-1}\quad ,MSC=\frac{SSC}{c-1}\quad ,$$

$$MS(RC)=\frac{SS(RC)}{(r-1)(c-1)} \quad , \quad MSE=\frac{SSE}{rc(n-1)}.$$

لاختبار الفرض H_0' نحسب النسبة :

$$f_1=\frac{MSR}{MSE},$$

والتي تمثل قيمة للمتغير العشوائي F_1 والذي يتبع توزيع F بدرجات حرية $(r-1), rc(n-1)$ عندما تكون H_0' صحيح. نرفض H_0' ، عند مستوى معنوية α ، عندما $F_1 > f_\alpha((r-1), rc(n-1))$. بنفس الشكل لاختبار الفرض H_0'' نحسب النسبة :

$$f_2=\frac{MSC}{MSE}$$

والتي تمثل قيمة للمتغير العشوائي F_2 والذي يتبع توزيع F بدرجات حرية $(c-1), rc(n-1)$ عندما تكون H_0'' صحيح. نرفض H_0'' ، عند مستوى معنوية α ، عندما $F_2 > f_\alpha((c-1), rc(n-1))$. أخيراً لاختبار الفرض H_0''' فإننا نحسب النسبة:

$$f_3=\frac{MS(RC)}{MSE}$$

والتي تمثل قيمة للمتغير العشوائي F_3 والذي يتبع توزيع F بدرجات حرية $(r-1)(c-1), rc(n-1)$ عندما تكون H_0''' صحيح . نرفض H_0'' ، عند مستوى معنوية α ، عندما $F_3 > f_\alpha((r-1)(c-1), rc(n-1))$ عادة يتم الحصول على مجموع المربعات من الصيغ التالية :

$$SSTO=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{n} x_{ijk}{}^2-CF,$$

حيث :

$$CF=\frac{T_{...}^2}{rcn}, \quad \text{(معامل التصحيح)}$$

$$SSR=\frac{\sum_{i=1}^{r} T_{i..}^{\;2}}{cn}-CF,$$

$$SSC = \frac{\sum_{j=1}^{c} T_{.j.}^{2}}{rn} - CF,$$

$$SS(RC) = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} T_{ij.}^{2}}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{r} T_{i..}^{2}}{cn} - \frac{\sum_{j=1}^{c} T_{.j.}^{2}}{rn} + CF$$

أما **SSE** فيمكن الحصول عليها من الصيغة التالية

SSE= SSTO – SSR – SSC – SS(RC).

الحسابات في مشكلة تحليل التباين ، في التصنيف الثنائية بعدة مشاهدات في كل خلية ، موضحة في جدول (١١ – ١٦).

جدول (١١-١٦)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الصفوف	r-1	SSR	$MSR = \frac{SSR}{r-1}$	$f_1 = \frac{MSR}{MSE}$
متوسطات الأعمدة	c-1	SSC	$MSC = \frac{SSC}{c-1}$	$f_2 = \frac{MSC}{MSE}$
التفاعل	(r-1)(c-1)	SS(RC)	$MS(RC) = \frac{SS(RC)}{(r-1)(c-1)}$	$f_3 = \frac{MS(RC)}{MSE}$
الخطأ	rc(n-1)	SSE	$MSE = \frac{SSE}{rc(n-1)}$	
الكلي	rcn-1	SSTO		

مثال (١١ –٥) استخدمت ثلاثة مستويات من مبيد ما لمقاومة ثلاثة أجناس من حشرة **Drosophila Pseudoobscura**. تعطي البيانات في جدول (١١ –١٧) معدلات الوفيات خلال فترة من الزمن . وتعتمد التجربة على خمسة مشاهدات في كل خلية.

المطلوب : (أ) اختبار معنوية الفروق بين مستويات المبيد.

(ب) اختبار معنوية الفروق بين الأجناس المختلفة من الحشرات .

(ج) التفاعل بين مستويات المبيد و الأجناس (مستوى معنوية $\alpha=0.05$).

جدول (١١–١٧)

جدول (١١-١٧)

المستوي	الجنس		
	a_1	a_2	a_3
1	60,55,52,38,31	58,53,50,35,30	37, 43, 57, 60, 66
2	44,37,54,57,65	63,59,54,38,38	59,51,53,62,71
3	46,51,63,66,74	63,44,46,66,71	51,80,68,71,55

فروض العدم سوف تكون كالتالي :

(أ) $H_0' : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0,$

(ب) $H_0'' : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,$

(ج) $H_0''' : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \ldots = (\alpha\beta)_{33} = 0,$

الفروض البديلة سوف تكون كالتالي :

على الأقل واحد من α_i لا يساوي صفراً : H_1'

على الأقل واحد من β_j لا يساوي صفراً : H_1''

على الأقل واحد من $(\alpha\beta)_{ij}$ لا يساوي صفرً : H_1'''

$3.23 \approx f_{.05}(2, 36)$ و $\alpha=0.05$ المستخرجة من جدول توزيع F في ملحق (٦). منطقة الرفض $F_1 > 3.23$.

$3.23 \simeq f_{.05}(2, 36)$ منطقة الرفض $F_2 > 3.23$

$2.61 \simeq f_{.05}(4, 36)$ منطقة الرفض $F_3 > 2.61$

البيانات في جدول (١١-١٧) يمكن تلخيصها في جدول (١١-١٨) . الآن :

$$SSTO = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} x_{ijk}{}^2 - CF$$

$$= 60^2 + 55^2 + \ldots + 71^2 + 55^2 - \frac{(2445)^2}{45}$$

$$= 139307 - 132845 = 6462,$$

$$SSR = \frac{\sum_{i=1}^{r} T_{i..}{}^2}{cn} - CF$$

$$=\frac{725^2+805^2+915^2}{15}-\frac{(2445)^2}{45}$$
$$=134058.33-132845=1213.33,$$

$$SSC=\frac{\sum_{j=1}^{c} T_{.j.}^{2}}{rn}-CF$$

$$=\frac{793^2+768^2+884^2}{15}-\frac{(2445)^2}{45}$$
$$=133341.93-132845=496.93,$$

$$SS(RC)=\frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} T_{ij.}^{2}}{n}-\frac{\sum_{i=1}^{r} T_{i..}^{2}}{cn}-\frac{\sum_{j=1}^{c} T_{.j.}^{2}}{rn}+CF$$

$$=\frac{236^2+226^2+...+325^2}{5}-134058.33$$
$$-133341.93+132845=11.74,$$
$$SSE=SSTO-SSR-SSC-SS(RC)$$
$$=6462-1213.33-496.93-11.74=4740.$$

جدول (١١–١٨)

المستوي	الجنس			
	a_1	a_2	a_3	المجموع
1	236	226	263	725
2	257	252	296	805
3	300	290	325	915
المجموع	793	768	884	2445

جدول تحليل التباين معطي في جدول (١١–١٩) .

جدول (١١-١٩)

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الصفوف	2	1213.33	606.665	$f_1=4.608$
متوسطات الأعمدة	2	496.93	248.465	$f_2= 1.887$
التفاعل	4	11.74	2.935	$f_3= 0.022$
الخطأ	36	4740	131.666	
الكلي	44	6462		

من جدول تحليل التباين (جدول ١١-١٩) يمكن استنتاج :

(أ) نرفض H'_0 لأن f_1 تقع في منطقة الرفض ، أي أن هناك فروق معنوية بين بمستويات المبيد.

(ب) نقبل H''_0 لأن f_2 تقع في منطقة القبول ، أي أنه لا يوجد فروق معنوية بين الأجناس.

(ج) نقبل H'''_0 لأن f_3 تقع في منطقة القبول ، أي أنه لا يوجد تفاعل بين مستويات المبيد و أجناس الحشرة.

تمارين :

-١- استخدم جدول تحليل التباين التالي ، عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ ، في اختبار فرض العدم : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$.

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
متوسطات الأعمدة	2	70		
الخطأ	11	30		
الكلي				

-٢- في تجربة لدراسة المقاومة resistance لأربعة أنواع من الأسلاك اختيرت عينة عشوائية من 4 أسلاك من كل نوع وكانت $MSC = 2573.3$ و $MSE = 1394.2$. استخدم اختبار F عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ لاختبار فرض العدم :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

ضــــد الفرض البديل :

H_1 : واحد على الأقل من $\mu_{i.}$ يختلف عن الباقي

-٣- يرغب طبيب متخصص في الأمراض النفسية في مقارنة ثلاث طرق لاخـــتزال مســتوى العدوانية في طلبة الجامعة. وقد تم إجراء اختبار HLT لقياس درجة العدوانية ، حيث تم اختيار الطلاب الذين لهم درجات عالية من العدوانية وعددهم 11 ، وقد تم اختيار 5 منهم للمعالجـــة بالطريقة A كما تم اختيار 3 للمعالجة B والثلاثة الباقين للمعالجة C . وقد استمرت المعالجة لمدة فصل دراسي . وفي نهاية الفصل الدراسي أعطي كل طالب اختبار HLT والنتائج في الجـــدول التالي :

A	74	63	68	80	79
B	54	74	71		
C	79	95	57		

(أ) أوجد جدول تحليل التباين ؟

(ب) اختبر معنوية الفروق بين المعالجات الثلاثة ؟

-٤- أجريت تجربة لدراسة تأثير أربعة طرق على زمن الطيران لبعوضة الملاريا (زمن الطيران خلال 24 ساعة)؟ الطرق هي IRN و IRC و IRS و C (معالجة المراقبة). النتائج الـتي تم الحصول عليها هي :

$$\bar{x}_{1.} = 4.39(\mathrm{IRS}) \;,\; \bar{x}_{2.} = 4.52(\mathrm{IRC}),$$

$$\bar{x}_{3.} = 5.49(\mathrm{IRN}) \;,\; \bar{x}_{4.} = 6.3(\mathrm{C}),$$

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{10} x_{ij}^2 = 1911.91.$$

استخدم جدول تحليل التباين لاختبار معنوية الفروق بين المعالجات المختلفة عند مستوى معنويـــة $\alpha=0.05$.

-٥- أكمل جدول تحليل التباين التالي وأختبر معنوية الفروق بين الأنواع عند مستوي معنويـــة $\alpha=0.01$.

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	f المحسوبة
الأنواع (متوسطات الأعمدة)	3			
الخطـــأ			14.7137	

الكلـــي	19	310.50076		

-٦- تعطي البيانات التالية أربعة قراءات لكل نوع من الطائرات حيث تمثل كل قـــراءة ، الزمن بالساعة ، الذي قطعته الطائرة من المدينة أ إلى المدينة ب :

نوع الطائرة	1	5.0	5.5	5.9	5.7
	2	7.0	8.0	8.1	8.2
	3	4.9	4.8	4.5	4.6
	4	7.1	7.4	7.6	7.8

(أ) أكتب جدول تحليل التباين ؟

(ب) أختبر معنوية الفروق بين الأنواع الأربعة ؟

(ج) في حالة إذا كانت الفروق معنوية أى من هذه الأنواع يختلف عن الآخر ؟

-٧-البيانات التالية تمثل كمية Fe لأربعة أنواع من سبائك الحديد :

(1 Carbonate – 2 Silicate – 3 Magnetite , 4 Hematite)

أنواع السبائك	1	20.5	28.1	27.8	37.0	28.0		
		25.2	15.5	27.1	20.5	31.3		
	2	26.3	24	26.2	20.2	23.7		
		34.5	17.1	26.8	23.7	24.9		
	3	29.5	34	27.5	29.4	24.9		
		26.2	29.9	29.5	30.0	35.5		
	4	36.5	44.2	34.1	30.3	31.4	33.1	34.1
		32.9	36.3	25.5				

(أ) أختبر الفرضية $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٨- لتقدير فيما إذا كان هناك فروق معنوية في كمية النتروجين في ثلاثة مواقع مختلفة مـــن بحيرة ، أخذت 8 عينات من كل موقع . البيانات في الجدول التالي مقاسة / milligrams 100 grams

الموقـــع		
A	B	C
222	326	263
300	275	360
262	218	221
264	207	198
200	272	211
211	268	266
267	308	312
326	229	299

المطلوب تحليل البيانات للفروق المعنوية وإذا كانت قيمة f معنوية اختبر الفروق المعنوية بين كل أزواج متوسطات المواقع.

-٩- يعيش طائر معين في ثلاثة مناطق جغرافية ، وقد اختيرت عينة عشوائية من كل منطقة في المناطق الثلاثة وتم قياس طول المنقار بالملليمتر لاقرب رقم عشري والبيانات في الجـــدول التالي :

الموقع		
A	B	C
4.2	3.8	3.0
3.3	4.2	3.4
2.8	5.0	4.4
4.2	4.5	4.5
3.7	5.2	
4.4		
3.5		

المطلوب تحليل البيانات للمعنوية الإحصائية بين المناطق المختلفة وإذا كـــانت f المحســوبة معنوية أختبر الفروق المعنوية الإحصائية بين كل أزواج متوسطات المواقع .

-١٠- يرغب باحث في العلوم البيولوجية في دراسة تأثير المستويات المختلفة من الإثيـــانول على زمن النوم. اختيرت عينة عشوائية من 5 فأر (متساوية في الوزن والعمر) لكل معالجة . وقد تم حقن كل فأر . وقد تم تسجيل سرعة حركة العينة في زمن النوم

rapid eye movement sleep time خلال فترة 24 ساعة والبيانات كما يلى :

0 g/kg	88.6	73.2	91.4	68.0	75.2
1 g/kg	63.0	53.9	69.2	50.1	71.5
2 g/kg	44.9	59.5	40.2	56.3	38.7
4 g/kg	31.0	39.6	45.3	25.2	22.7

(ب) أوجد جدول تحليل التباين؟

(ت) أختبر معنوية الفروق بين المعالجات الثلاثة ؟

(ج) أستخدم اختبار Cochran للتأكد من تجانس التباين عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$

-١١- أجريت مقارنة لخمس طرق لتدريس مقرر الإحصاء الوصفي. الطرق الخمسة هي R تنفيذ برامج على الورق و L | R تنفيذ برامج على الورق + محاضرات ,C تطبيق على الحاسب الآلي و L | C التطبيق مع المحاضرات و L | D تدريب ومناقشات. وقد تم اختبار عينة عشوائية من 9 طلاب لكل طريقة وبعد نهاية المقرر أعطي امتحان لمدة ساعة لكل الطلبة والنتائج في الجدول التالي :

	$\overline{x}_{i.}$	s_i
L | D	29.3	4.99
R	28.0	5.33
L | R	30.2	3.33
C	32.4	2.94
L | C	34.2	2.74

هل تدل هذه البيانات على أن هناك فروق معنوية بين متوسطات الطرق الخمسة في التدريس؟ (مستوى المعنوية $\alpha=0.05$).

-١٢- لمقارنة أسعار أحجام مختلفة من الثلاجات في مدينة ما تم الحصول على النتائج التالية :

النوع	حجم العينة	$\overline{x}_{i.}$	s_i^2
Frigidaire	18	123.21	18.71
GE	28	418.13	21.15
Whirlpool	19	421.72	17.8

أختبر معنوية الفروق بين متوسطات الأنواع المختلفة من الثلاجات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-١٣- الجدول التالي يعطى عدد الأميال في الجالون لثلاثة أنواع من البنزين استخدمت لمدة 5 أيام . أختبر فرض العدم أن متوسطات البنزين متساوية عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

البنزين	1	11	13	14	15	12
	2	16	15	14	15	15
	3	18	16	15	16	17

١٤- بفرض أن خمسة أنواع من الخلطات الغذائية diets ،والمحتوية على مصادر مختلفة من الكربوهيدرات ، غذيت بها خمسة مجموعات من الفئران. البيانات التالية تمثل كمية DNA في كبد كل فأر (مقاسه بالمليجرام لكل جرام من وزن الكبد).

	$\bar{x}_{i.}$
نشـــا	2.58
سكروز	2.63
فركتوز	2.13
جلوكوز	2.03
مالتوز	2.49

حيث $\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} x_{ij}^2 = 183.4$. هل تدل النتائج السابقة على أن هناك فروق معنوية بـــين المتوسطات (عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$).

١٥- في تجربة لمقارنة ثلاثة طرق لتدريس مقرر في الرياضيـــات ، الطريقـــة الأولي كـــان التدريس فيها نظري - الطريقة الثانية كان التدريس فيها باستخدام شرائط الفيديو - الطريقة الثالثة كان التدريس فيها بالتطبيق على الحاسب الآلي. وقد تم اختبار عينة عشـــوائية مـــن 5 طلاب لكل طريقة وطبقت كل طريقة لمدة فصل دراسي. وفي نهاية الفصل الدراسي أعطي كل طالب نفس الامتحان. الدرجات في الجدول التالي :

الطريقة	1	86	82	94	77	86
	2	90	79	88	87	96
	3	78	70	65	74	63

أختبر معنوية الفروق بين متوسطات الطرق الثلاثة عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

١٦- البيانات في الجدول التالي تمثل الدرجات النهائية في مادة الإحصاء والتي حصل عليـها ثلاثة مجموعات الكلية من نفس الفرقة تم تدريسهم على يد ثلاثة محاضرين A,B,C والمطلوب التحقق من معنوية الفروق بين هذه المجموعات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

	المجاميع	
A	B	C
72	88	97
88	78	68
82	49	91
42	40	70
81	50	70
72	86	41
65	74	59

-١٧- الجدول التالي يعطى الإنتاج اليومي لثلاثة آلات ، وقد تم تسجيل الإنتاج اليومي لكل آلة في فترة أربعة أيام اختيرت عشوائيا . المطلوب اختبار معنوية الفروق بين متوسطات الآلات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

	الآلـــة	
A	B	C
110	115	120
108	114	121
107	116	122
106	117	123

-١٨- بفرض أن أربعة أنواع من الفيتامينات A, B, C, D وتغذي عليها أربعة مجموعات من الأطفال متشابهين تماما (أربعة عينات عشوائية) وكانت الزيادة في وزن كل مجموعة كالآتي :

	الفيتامينات		
A	B	C	D
2	2	4	4
3	1	5	3
3	2	4	2
	3	4	3

(أ) قدر متوسطات الزيادة في الوزن عند الفيتامينات الأربعة ؟

(ب) أوجد التباين لكل مجموعة ، وأجري اختبار Cochran .

(ج) استخدم طريقة تحليل التباين لاختبار ما إذا كان هناك فروق معنوية بين المتوسطات عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-١٩- صممت أربعة مقاعد خاصة بالسيارات وبها حزام الأمان وذلك لإعطاء أحسن حماية من حوادث الرأس عند السرعة 35 mph أو أقل وقد أجري اختبار لمحاكاة الحوادث وتم الحصول على الدرجات التالية :

المقاعد			
A	B	C	D
37	49	32	40
41	37	33	48
44	40	41	40
48	38	37	41
50	51	48	37
44	42	37	40

أوجد جدول تحليل التباين واختبر معنوية الفروق بين متوسطات المقاعد عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٢٠- لتقدير إمكانية تأثير العامل الوراثي على ضغط الدم تم تحديد أربعة أنواع من الفئران A, B, C, D وقد اختيرت عينة عشوائية من كل نوع وتم قياس ضغط الدم لكل فأر وبيانات التجربة في الجدول التالي :

الأنواع			
A	B	C	D
83	85	88	89
81	84	94	85
85	84	91	88
59	91	92	92
85	88	95	84
92	89	88	85
91	91	87	40
80	89	91	93
79	86	90	90
82	87	93	89

المطلوب تحليل البيانات للفروق الإحصائية بين المتوسطات. وإذا كانت قيمة f معنوية أختبر للفروق الإحصائية بين كل أزواج المتوسطات (عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$).

-٢١- البيانات التالية تمثل النسبة المئوية (في المتوسط) لكحل المثيل methyl alcohol (لكل زجاجة) والتي تم تحليلها من قبل أربعة معامل .

المعمل	1	85.06	82.25	84.87
	2	48.99	89.28	84.88
	3	89.48	84.72	85.1
	4	84.1	84.55	84.05

أ- أكتب جدول تحليل التباين؟

ب- هل توجد فروق معنوية بين المعامل (عند مستوي معنوية $\alpha=0.01$).

-٢٢- جربت خمسة أنواع من الأسمدة على عدد من القطع المزروعة قمح . وقد طبقت المعالجة (١) على أربعة قطع والمعالجة (2) و (3) على 6 قطع والمعالجة (4) على 8 قطع. أما المعالجة (5) فقد طبقت على 3 قطع والمحصول لكل ياردة مربعة في الجدول التالي :

الأنواع				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
78.9	63.5	79.1	87.0	75.9
72.3	74.1	90.3	91.0	77.2
81.1	75.5	85.6	91.2	81.2
85.7	80.8	81.4	75.3	
	71.3	74.5	79.4	
	79.4	95.3	80.7	
			82.8	
			89.6	

هل يوجد فروق بين تأثير الأنواع المختلفة من الأسمدة ؟ استعمل مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٢٣- للمقارنة بين أربعة أنواع من مشروب بارد (مصنعة تبعاً لمكسب اللون المضاف (بدون لون - أحمر - برتقالي - أخضر) وقد تم توزيع كل نوع عشوائياً على خمسة مواقع وسجل عدد حالات البيع لكل 1000 شخص في الموقع خلال فترة الدراسة والبيانات في الجدول التالي :

أنواع المشروب			
بدون لون	أحمر	برتقالي	أخضر
26.5	31.2	27.9	30.8
28.2	28.3	25.1	29.6
25.1	30.8	28.5	32.4
29.1	27.9	24.2	31.7
27.2	29.6	26.5	32.8

(أ) قدر متوسطات المبيعات عند الألوان المختلفة ؟

(ب) أوجد جدول تحليل التباين وأجري اختبار Cochran للتجانس ؟

(ج) استخدم طريقة تحليل التباين لاختبار ما إذا كان هناك فروق معنوية بين المتوسطات عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٢٤- قام مسئول الإنتاج في مصنع للبطاريات باختبار عمر البطارية بالساعة لأربعة أنواع من البطاريات التي تستخدم في تشغيل أجهزة الراديو المحمول . وقد تم استخدام 6 أجهزة

لكل نوع من البطاريات وتشغيل الأجهزة على موجة عالية لفترة معينة . وتم الحصول على البيانات التالية :

أنواع البطاريات			
(1)	(2)	(3)	(4)
5/5	4.7	6.1	5.5
5/0	3.9	5.7	5.1
5/2	4.3	5.0	4.3
5.3	4.5	5.3	4.1
4.8	4.3	6.3	5.1
5.0	4.0	5.8	4.2

هل هناك تفاوت في متوسط أعمار البطاريات للأنواع ؟

-٢٥- للمقارنة بين أربعة أنواع من الحبوب من حيث كمية الثيامين (mg/g) قام باحث باختبار 6 عينات من كل نوع وتم الحصول على البيانات التالية :

Wheat	5.2	4.2	6.0	6.1	6.7	5.8
Barley	6.5	8.0	6.1	7.5	5.9	5.6
Maize	5.8	4.7	6.4	4.9	6.0	5.2
Watt	8.3	6.1	7.8	7.0	5.5	7.2

فهل تدل هذه البيانات على الاختلاف في متوسط الثيامين بين الأنواع الأربعة من الحبوب ؟

-٢٦- أجريت تجربة لدراسة التأثير السام لثلاثة أنواع من الكيمائيات A, B, C على جلد الفئران وذلك عن طريق معالجة بوصة مربعة من الجلد بالمادة الكيمائية وإعطاء درجات من 5 إلى 15 على حسب درجة التأثير على الجلد وقد تم اختبار عينة من 7 أنسجة لكل معالجة و البيانات في الجدول التالي :

A	9	6	5	7	5	6	6
B	9	9	8	8	7	7	7
C	6	5	6	8	5	5	7

(أ) أكتب جدول تحليل التباين ؟

(ب) أختبر معنوية الفروق لمتوسطات المعالجات ؟

-٢٧- قام باحث في مجال علوم الأغذية بدراسة تأثير الكميات المختلفة من اللبن المضاف إلى عجينه الكيك (منخفض - متوسط - عالي) على حجم الكيك المخبوزة (مقاس milliliters per 100 grams) و البيانات في الجدول التالي :

الكيك	1	351	369	381	380	370	358
	2	390	394	406	407	415	375
	3	398	409	415	399		

(أ) أوجد التباين لكل مجموعة وأجرى اختبار **Cochran** للتجانس ؟

(ب) استخدم طريقة تحليل التباين لاختبار ما إذا كان هناك فروق معنوية بين المتوسطات عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٢٨- البيانات التالية تم الحصول عليها من تجربة لمقارنة ثلاثة أنواع من المبيدات استخدمت في رش أماكن مصابة بحشرة الخنفساء . كل مشاهدة تمثل عدد الوفيات من الخنافس في منطقة محددة تحتوى على هذا المبيد .

1	11, 9, 13, 11
2	6, 28, 31, 27, 30,33
3	19, 23, 19, 21, 20

حلل البيانات للفروق المعنوية في معدل الوفاة بين الأنواع المختلفة من المبيد وذلك عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٢٩- لاختبار فاعلية خمسة أنواع من الأسمدة على إنتاج الذرة الصفراء وتم الحصول على البيانات التالية (نتائج المحصول مقاس بالكيلوجرامات لكل قطعه).

السماد				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
40	38	44	41	34
45	40	42	43	35
46	38	40	40	34
49	44	34	40	23

المطلوب التحقق من مواقع الفروق بين متوسطات المجموعات المختلفة عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٣٠- لدراسة تأثير المستوى الاجتماعي لطلاب إحدى الجامعات على مستواهم العلمي ، قام باحث بتحديد ثلاثة مستويات اجتماعية واختيار من كل مستوى عينة عشوائية من الطلاب وسجل المعدل التراكمي **GRA** لكل منهم . البيانات في الجدول التالي :

المستوي		
المستوى الأول	المستوى الثاني	المستوى الثالث
2.15	3.22	2.22
2.71	2.55	3.44
1.71	3.97	3.99
2.16	3.88	3.52
3.13	3.87	3.66

(أ)أختبر معنوية الفروق بين المستويات الاجتماعية الثلاثة وذلك عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

(ب) في حالة ما إذا كانت الفروق معنوية ، أي هذه المستويات يختلف عن الأخر .

-٣١- لمقارنة أربعة أنواع مختلفة من الصناديق بالنسبة لقوة الضغط **Compression strength** (مقاس بالرطل) تم الحصول على البيانات التالية :

الصندوق	1	655.5	788.3	734.3	721.4	679.1	699.4
	2	782.2	772.5	786.9	686.1	732.1	774.8
	3	737.1	639.0	696.3	671.7	717.2	721.7
	4	535.1	628.7	542.4	559	586.9	52.0

أختبر معنوية الفروق بين الصناديق الأربعة عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٣٢- الجدول التالي يمثل المبيعات لثلاثة أنواع من الفطائر (المبيعات بالدولار) تم عرضها في 16 مركزاً للبيع خلال أسبوعين

الفطائر	1	2161	1769	2548	1782	
	2	2379 1689	1419	1119	1208	1962
	3	1479 2215	1024	1598	4613	1913

(أ) المطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٣٣- لمقارنة أسعار رغيف الخبز (من نوع ما) في أربعة مواقع في مدينة ما ، اختيرت عينة عشوائية من أربعة مخابز في كل منطقة وتم تسجيل المبيعات في كل مخبز لفترة معينة والبيانات في الجدول التالي :

الموقع	1	55	63	65	61
	2	58	61	55	58
	3	54	51	58	58
	4	69	70	71	77

(أ) أكتب جدول تحليل التباين ؟

(ب) أختبر معنوية الفروق بين متوسطات المواقع ؟

(ج) في حالة ما إذا كانت الفروق معنوية أي من هذه المواقع يختلف عن الآخر ؟

-٣٤- أخذت عينات من الماء من مواقع مختلفة من نهر لتقدير فيما إذا كانت متساوية في كمية الأوكسجين المذاب والذي يعتبر مقياس لتلوث المياه ، وقد أخذت عينة عشوائية من كل موقع والبيانات في الجدول التالي :

	1	5.9	6.1	6.3	6.1	6.0
	2	6.3	6.6	6.4	6.4	6.5
الموقع	3	4.8	4.3	5.0	4.7	5.1
	4	6.0	6.2	6.1	8.5	

(أ) هل تدل هذه البيانات على أن هناك اختلاف في متوسط ذوبان الأوكسجين بين المواقع الأربعة (عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$).

(ت) استعمل اختبار دنكن للمقارنة بين المتوسطات للمواقع المختلفة ؟

-٣٥- قام باحث في مجال الزراعة بدراسة لمقارنة معدل النمو لنبات مائي في أربعة مواقع. جزء من الدراسة تناول طول الورقة لهذا النبات اختيرت عينات عشوائية من كل موقع. تعطى البيانات التالية متوسط طول الورقة لكل نبات (مقاسه بالسنتيمتر) لعينة عشوائية من 10 ورقات لكل نبات .

	1	5.7	6.3	6.1	6.0	5.8	6.2
	2	6.2	5.3	5.7	6.0	5.2	5.5
الموقع	3	5.4	5.0	6.0	5.6	4.9	5.2
	4	3.7	3.2	3.9	4	3.5	3.6

هل توجد فروق معنوية بين المواقع عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ ؟

-٣٦- بفرض أن خمسة أنواع من الخلطات diets غذيت بها خمسة مجموعات من الفئران متشابهين تماماً وسجلت الزيادة في الوزن والنتائج في الجدول التالي

الخلطة	n_i	$\bar{x}_{i.}$	s_i^2
Red , Maple '74	13	1.134	0.0252
Red , Oak / red maple	10	1.148	0.253
Red Maple '75	20	1.159	0.0179
Red Oak	16	1.191	0.0200
Red Oak/white pine	16	1.217	0.016

أ- أحسب $\bar{x}_{..}$.

ب-المطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين؟

-٣٧- قام باحث بعمل مقارنة لستة أنواع من الزبد الصناعي تخص الأحماض الدهنية الغير مشبعة والبيانات في الجدول التالي:

Imperial	14.1	13.6	14.4	14.3	
Parkay	12.8	12.5	13.4	13	12.3
Blue Bounet	13.5	12.7	12.6	13.9	
Chiffron	16.8	17.2	16.4	17.3	
Mazola	16.8	17.2	16.4	17.3	18.0
Fleischmann's	18.1	17.2	18.7	18.4	

المطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين ؟

-٣٨- أجرى باحث في مجال العلوم الميكروبيولجي اختبار الظاهرة التفاعل الضوئي photoreactive phenomenon في البكتريا عند تعريضها للأشعة : (1) العينة الأولي تم تعريضها للضوء المرئي لمدة 10 دقائق قبل وضعها في الحضانة (2) العينة الثانية تم تعريضها للضوء المرئي لمدة 5 دقائق قبل وضعها في الحضانة (3) العينة الثالثة وضعت في الحضانة بدون تعريضها لضوء البيانات التالية تمثل عدد مستعمرات البكتريا وذلك لخمسة تكرارات لكل معالجة :

(1) 90, 100, 75, 70, 64
(2) 72, 81, 53, 48,55
(3) 45, 40, 10, 23, 32

المطلوب :

(أ) اكتب جدول تحليل التباين

(ب) اختبر معنوية الفروق بين المعالجات المختلفة

(ث) في حالة ما إذا كانت الفروق معنوية أى من هذه المعالجات يختلف عن الآخر؟

-٣٩- بالرغم من أن الشاي يعتبر من أكثر المشروبات انتشارا بعد الماء إلا أن الكثير لا يعلم عن قيمته الغذائية nutritional value . فهناك folocin وهو واحد من مجموعة فيتامين B والذي يوجد بكميات معنوية في الشاي . استخدمت طرق تحليل دقيقة لحساب كمية folocin في الشاي في عينات عشوائية اختبرت من أربعة أنواع من الشاي الأخضر . البيانات في الجدول التالي :

نوع الشاي	1	7.9	6.2	6.6	8.6	8.9	10.1	9.6
	2	5.7	7.5	9.8	6.1	8.4		
	3	6.8	7.5	5	5	5.3	6.1	
	4	4.6	7.1	7.9	7.9	5.4		

هل البيانات السابقة تدل على أن متوسط folocin واحد في كل أنواع الشاي ؟ (وذلك عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$).

-٤٠- تعطى البيانات التالية محصول الطماطم (kg/plot) أثناء الزراعة بالمعروض لأربعة مستويات من التوصيل الكهربائي electrical conductivity .

المستويات	1.6	59.5	53.3	56.8	63.1	
	3.8	55.2	59.1	52.8	54.9	
	6.0	52.7	48.8	53.9	49	
	10.2	44.6	48.5	41	47.3	46.1

والمطلوب اختبار معنوية الفروق بين متوسطات المستويات عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٤١- يعتقد باحث أن درجة الحرارة والملوحة عاملان مهمان في إنتاجية محصول الجمبري . لذلك تم تصميم تجربة ذات عاملين ، العامل الأول (الملوحة) له ثلاثة مستويات والعامل الثاني درجة الحرارة وله ثلاثة مستويات. وقد تم تربيه الجمبري في المستويات السابقة من الملوحة والحرارة . وتسجيل محصول الجمبري في الجدول التالي (البيانات مقاسه بعدد التانكات الكبيرة من سعة 80 جالون).

الحرارة	الملوحة		
	A	B	C
60^oF	3	5	4
70^oF	11	10	12
80^oF	16	2	17

-أ- أوجد جدول تحليل التباين لهذه التجربة ؟

-ب- هل تبين البيانات أن هناك فرقاً معنوياً بين متوسطات المعالجات عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

-٤٢- تعطى البيانات في الجدول التالي مبيعات منظف لغلافين وثلاثة تركيبات مختلفة والمطلوب الإجابة على التساؤلات الآتية :

(أ) هل يختلف متوسط المبيعات باختلاف تركيبة الصابون؟

(ب) هل يختلف متوسط المبيعات باختلاف نوع الغلاف ؟

الغلاف	التركيبة		
	تركيبة (1)	تركيبة (2)	تركيبة (3)
غلاف 1	83	75	79
غلافه 2	74	75	78

-٤٣- في دراسة على تأثير عادم السيارات على تلوث الهواء أخذت عينات من الهواء عند أزمة مختلفة وعند مواقع مختلفة وتم تحليلها لمعرفة كمية المادة المسببة للتلوث الموجود في الهواء مقاسه mg/m^3 . البيانات في الجدول التالي

الوقت	الأزمنة				
	1	2	3	9	5
أكتوبر ١٩٧٢	76	67	81	56	51
يناير ١٩٧٦	82	69	96	59	70
مايو ١٩٧٦	68	59	67	54	42
سبتمبر ١٩٧٦	63	56	64	58	37

(أ) أختبر معنوية الفروق بين المواقع ؟

(ب) أختبر معنوية الفروق بين الأوقات ؟

٤٤- في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الطلاء وثلاثة أنواع من البكرات (المستخدمة في الطلاء) استخدم جالون من كل نوع وأستخدم بكرة للطلاء وتعطى البيانات التالية عدد الأقدام المربعة التي غطاها الطلاء .

نوع الدهان	البكرة			
	1	454	446	451
	2	446	444	442
	3	439	442	444
	4	443	437	443

(أ) أختبر معنوية الفروق بين البكرات ؟

(ب) اختبر معنوية الفروق بين الدهانات ؟

٤٥- في دراسة لمقارنة ثلاثة مستويات من **digitalis** على مستوى الكالسيوم في عضلة قلب الكلب (الوصف الحقيقي للتجربة تم حذفه) حيث أخذت أنسجة القلب لأربعة حيوانات كل نسيج وزع عشوائيا على المعالجات الثلاثة وقد تم تقدير مستوى الكالسيوم في الأنسجة للمعالجات الثلاثة والبيانات في الجدول التالي :

المعالجة	مستويات الأنسجة			
	1	2	3	4
A	1342	1387	1549	1150
B	1881	1140	1296	1579
C	1608	1698	1029	1319

(أ) أجرِ تحليل التباين . هل هناك تفاوت في متوسطات المعالجات المختلفة ؟ استعمل مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

(ب) هل هناك تفاوت في متوسطات العينات المختلفة (استعمل مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

٤٦- فيما يلي درجات سمة الانبساطية لدي أربعة مجموعات وفي داخل كل مجموعة ذكور وإناث .

المجموعة	الجنس	
	ذكور	إناث
المجموعة الأولى	5, 4, 3, 2, 6	3, 2, 4, 5, 6

المجموعة الثانية	7, 5, 2, 4, 3	7, 4, 5, 3, 2
المجموعة الثالثة	6, 7, 8, 9, 10	8, 8, 9, 77
المجموعة الرابعة	9, 18, 8, 7, 16	15, 8, 9, 8 ,8

(أ) المطلوب التحقق من صحة الفرض القائل .. لا توجد فروق معنوية في درجة السـمة الانبساطية بين المجموعات المختلفة .

(ب) لا توجد فروق معنوية في سمة الانبساطية بين الذكور والإناث .

(ج) لا يوجد تفاعل بين الجنس و المجاميع المختلفة .

٤٧- طبق اختبار للقلق على مجموعتين من الذكور والإناث في مجموعات عمريه مختلفـة وجاءت درجاهم كما يلي :

المراحل العمرية	الجنس	
	ذكـور	إنـاث
الطفولـة	2,3 2, 4, 5	3, 4, 4, 2, 7
المراهقة	13, 15, 12, 8, 11	12, 6, 17, 7, 12
الشباب	5, 6, 6, 7, 4	5, 4, 5, 6, 7, 7

المطلوب :

(أ) هل توجد فروق بين الجنسين في القلق ؟

(ب) هل توجد فروق بين فئات العمر في القلق ؟

(ج) هل يوجد تداخل بين عامل الجنس والعمر على القلق ؟

٤٨- أجريت دراسة طبية على تأثير ثلاثة أنواع من الأدوية على سلوك مجموعتين مـن المرضى النفسيين (إكتئابيين – إنفصاميين) الدرجات التي حصلوا عليها في الجدول التالي :

نوع المرضى	نـوع الـدواء		
	1	2	3
أكتئابيين	4, 8, 0	10, 8, 6	8, 6, 4
أنفصاميين	4, 10, 6	4, 2, 0	15, 12, 9

(ب) أختبر معنوية الفروق بين الأدوية ؟

(ت) اختبر معنوية الفروق بين النوعين من المرضى ؟

(ث) هل هناك تفاعل بين نوع الدواء ونوع المرضى ؟

٤٩- تم إجراء تجربة زراعية لدراسة تأثير الأنواع المختلفة وكذلك طرق الزراعة المختلفة (من حيث كثافة النباتات في مساحة معينة وهي كالتالي 10,20, 30, 40 (الف نبات لكل هكتار) على إنتاجية محصول الطماطم. البيانات في الجدول التالي :

	كثافة النباتات			
النوع	10,000	20,000	30,000	40,000
H	10.5, 9.2, 7.9	12.8, 11.2, 13.3	12.1, 12.6, 14	10.8, 9.1, 12.5
Ife	8.1, 8.6, 10.1	12.7, 13.7, 11.5	14.4, 15.4, 13.7	11.3, 12.5, 14.5
P	16.1, 15.3, 17.5	16.6, 19.9, 18.5	20.8, 18, 21	18.4, 18.9, 17

المطلوب تحليل هذه البيانات للفروق المعنوية في المتوسطات بين الأنواع المختلفة من الطماطم وبين مستويات الكثافات المختلفة والتفاعل بين النوع والكثافة للنباتات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

٥٠- في تجربة لدراسة تأثير الكميات المختلفة من Carbon fiber والكميات المختلفة من الرمل المضافة على عملية molding وذلك خلال صناعة الورقة ، تم الحصول على البيانات التالية :

الرمل المضاف	Carbon fiber		
	0.0	0.25	0.5
0.0	61.0 63.0	69 69	76 69
15	69 67	69 74	69 74
30	56 74	74 72	74 74

المطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين عند مستوى معنوية $\alpha=0.01$.

٥١- في تجربة زراعة لدراسة تأثير الأنواع المختلفة من البطاطا A, B, C وكذلك المناطق الجغرافية المختلفة على إنتاجية محصول البطاطا ، تم اختيار 9 قطع متساوية في المساحة في كل منطقة جغرافية ثم زراعة كل صنف من الأصناف الثلاثة في 3 قطع اختيرت عشوائياً والبيانات في الجدول التالي :

المنطقة الجغرافية	أنواع البطاطا		
	A	B	C
1	14 18 11	19 23 17	21 16 13
2	16 9 12	23 17 21	18 20 21
3	8 5 12	11 16 9	9 6 7
4	4 7 10	20 15 13	18 14 11

أوجد جدول تحليل التباين ثم أختبر التأثيرات والتفاعلات عند مستوى $\alpha=0.05$.

-٥٢- قام مهندس بقياس التيار (μ A) والضروري لإنتاج مستوى معين من الوضـــوح (brightnes) بصمام التليفزيون وذلك لأنواع مختلفة من الزجاج وأنواع مختلفـــة مــن الفوسفور والبيانات في الجدول التالي :

		نوع الفسفور		
نوع الزجاج	1	1	2	3
	2	280, 290, 285	300, 310, 295	270, 285, 290
	3	230, 235, 240	260, 235, 240	220, 225, 230

والمطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين .

-٥٣- اختيرت خمس عينات عشوائية من الطحالب plankton من المناطق A, B على بحيرة خلال شهر مايو . وقد كررت التجربة مرة أخـري في شـــهر أغســطس. البيانات (مقاسه thousands of plankton) معطاة في الجدول التالي :

(أ) أختبر معنوية الفروق بين المواقع . ، (ب) أختبر معنوية الفروق بين أوقات الجمع .

(ج) أختبر التفاعل بين الموقع وميعاد الجمع .

الموقع	ميعاد الجمع	
	أغسطس	مايو
A	97, 102, 109, 99, 101	107, 112, 118, 108, 111
B	105, 110, 115, 110	110, 115, 119, 110, 112

٥٤- تعطى البيانات التالية الحموضة الكلية لعينات من ثلاثة أنواع من الفحم تم تحليلها باستخدام تركيزات مختلفة من مركب ethanoloic Na OH .

المركب	نوع الفحم		
	Morwell	Yallourn	Maddingley
0.404 N	8.27, 8.17	8.66, 8.61	8.14, 7.96
0.626 N	8.03, 8.21	8.42, 8.28	8.02, 7.89
0.786 N	8.60, 8.20	8.61, 8.76	8.13, 8.07

أوجد جدول تحليل التباين وأختبر التفاعل ثم أختبر التأثيرات الأساسية لكل عامل (عند مستوي معنوية (0.0) .

٥٥- تعطى البيانات التالية نتائج أربعة إختبارات في أربعة مقررات في جامعة ما لخمسة من الطلبة.

الطالب	اللغة الإنجليزية		اللغة الفرنسية		الإحياء		الرياضيات	
1	50	57	72	80	86	80	89	62
	71	64	76	77	90	77	78	79
2	89	94	81	35	80	92	78	95
	66	87	79	67	61	92	55	67
3	73	46	90	95	77	70	66	65
	58	81	59	91	83	72	50	88
4	75	48	42	51	55	48	85	59
	25	75	41	31	12	55	63	70
5	93	93	95	80	80	76	89	76
	62	75	97	95	86	80	86	94

أستخدم مستوى معنوية $\alpha=0.05$ لإختبار الفروض التالية :

(أ) هل هناك تفاوت في صعوبة المقررات الأربعة ؟

(ب) هل هناك تفاوت في مقدرات الطلبة . استعمل مستوى دلالة 0.05 .

(ت) هل يوجد تداخل بين الطلبة والمقررات ؟

٥٦- في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الإطارات وثلاثة أنواع من الطرق على عدد آلاف الكيلو مترات التي قطعت قبل تلف الإطار تم الحصول على البيانات التالية :

الطرق	نوع الإطار			
	A	B	C	D
1	9.9	8.9	7.5	9.4
	10.5	7.9	7.3	9.7
	11.3	7.6	7.2	10.6
	10.6	7.4	8.3	9.5

2	8.3	01.0	8.6	10.2
	7.2	9.9	8.4	10.3
	7.8	9.6	8.5	9.3
	7.1	10.5	9.2	9.2
3	9.6	8.6	6.8	9.2
	8.2	8.3	6.8	9.5
	8.1	8.5	7.3	8.6
	9.2	8.1	7.2	8.2

أستخدم مستوى معنوية $\alpha=0.01$ لاختبار الفروض التالية :

(أ) هل هناك فروق معنوية بين الأنواع ؟

(ب) هل هناك فروق معنوية بين الطرق ؟

(ث) هل يوجد تفاعل بين الأنواع والطرق ؟

-٥٧- في دراسة لتقدير تأثير نوعين من الإعلانات على كمية المبيعات لثلاثة أنواع من الكيك تم تسجيل المبيعات لكل نوع بعد الإعلان أ ثم بعد الإعلانات ب . ثم كررت التجربة ثلاثة مرات لكل إعلان . نتائج التجربة في الجدول التالي

		الإعلان	
		أ	ب
الكيك	A	571, 563, 559	1091, 1076, 1065
	B	553, 570, 550	1027, 1072, 999
	C	576, 453, 591	1065, 1077, 1051

(أ) أوجد جدول تحليل التباين ؟

(ب) أختبر معنوية الفروق بين الأنواع المختلفة عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

(ج) أختبر معنوية الفروق بين الإعلانات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

(د) هل هناك تفاعل بين أنواع الكيك والإعلانات عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$.

-٥٨- أجرى اختبار على مجموعة من الأطفال وذلك لبيان تأثير الدافع الشخصي أو تشجيع الوالدين على ذكاء الأطفال وكانت درجات الذكاء كالآتي :

تشجيع الوالدين	دافع شخصي	
	عالي	منخفض
عالي	121, 116, 110, 103, 104, 115, 117, 116, 118, 119	112, 101, 111, 102, 79, 74, 91, 91, 80, 89

منخفض	116, 93, 94, 93, 98, 95, 98, 97, 95, 94	69, 65, 91, 91, 65, 70, 71, 72, 72, 73

المطلوب تحليل هذه البيانات بأسلوب تحليل التباين عند مستوي معنوية $\alpha=0.05$.