

الفصل الثاني عشر

الاختبارات الالاعلمية

Nonparametric Tests

obeikandi.com

(١-١٢) مقدمة Introduction

تعتمد الطرق المستخدمة في اختبارات الفروض وتحليل التباين وتحليل الانحدار وتحليل الارتباط (الطرق المعلمية parametric methods) ، والتي سبق مناقشتها في الفصول السابقة، على عدد من الفروض . فعلى سبيل المثال يشترط في الاختبار الذي يخصص متوسط مجتمع (اختبار t) أن المجتمع الذي اختيرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً وذلك عندما يكون تباين المجتمع غير معروف وحجم العينة صغير . أيضاً في تحليل التباين يشترط أن المجتمعات التي اختيرت منها العينات تتبع توزيعات طبيعية وتبايناتها متساوية . الاختبارات السابقة سوف تكون غير مجدية إذا لم تتحقق الشروط الخاصة بها ، وفي هذه الحالة تكون الاختبارات اللامعلمية هي البديل . عموماً تستخدم الاختبارات اللامعلمية في الأحوال الآتية :

- (أ) عندما تكون الشروط اللازمة للاختبار المعلمي غير مستوفاة .
- (ب) عندما يدور فرض العدم والفرض البديل على أشياء وصفية وليست على معلمة مجتمع كما في اختبار جودة التوفيق والذي سوف نتناوله في البند التالي . أيضاً عند الرغبة في عمل مقارنة بين مجتمعين أو أكثر وذلك بالاعتماد على عينات عشوائية مختارة من هذه المجتمعات دون التعرف على التوزيعات الاحتمالية أو التعرض لها .
- (ج) عندما يكون مقياس البيانات وصفي أو ترتيبى .
- (د) عند الحاجة للوصول إلى قرار سريع بدون استخدام الآلات الحاسبة أو الحاسبات الإلكترونية .

بعض مميزات الطرق اللامعلمية

- (أ) فرص عدم الدقة قليلة عند تطبيقها وذلك لاعتمادها على أقل قدر من الفروض .
- (ب) لبعض الطرق اللامعلمية ، العمليات تتم بسرعة لذلك فإنها توفر الوقت وخصوصاً عند عدم توفر الآلات الحاسبة .
- (ج) تلائم كثير من الباحثين في مجال علم النفس والاجتماع لأن معظم البيانات الذين يتعاملون معها تكون من النوع الوصفي أو الترتيبى .
- (د) تلائم الباحثين الذين لديهم أدنى معلومات في مجال الرياضيات والإحصاء وذلك لسهولة المفاهيم والطرق اللامعلمية .

بعض عيوب الطرق اللامعلمية

(أ) ولان العمليات المستخدمة في معظم الاختبارات اللامعلمية بسيطة وسريعة فإنها تؤدي إلى فقد في المعلومات الموجودة في البيانات كما هو الحال عند تحويل البيانات إلى رتب ، وهذا يؤدي إلى فقد كبير في الدقة .

(ب) بعض الطرق اللامعلمية تكون معقدة .

(١٢-٢) اختبار مربع كاي لجودة التوفيق

Chi-square Goodness-of-fit Test

أن عملية التعرف على التوزيع الاحتمالي للمجتمع الذي اختيرت منه عينة عشوائية من الشروط اللازمة لتطبيق بعض الاختبارات كما أوضحنا في البند السابق . يستخدم اختبار مربع كاي لجودة التوفيق لاختبار ما إذا كانت مشاهدات عينة عشوائية تم اختيارها من مجتمع له توزيع احتمالي معين .

تتكون البيانات اللازمة للاختبار من عينة عشوائية من الحجم n من المشاهدات المستقلة . تصنف المشاهدات إلى k من الفئات الشاملة المانعة (الخلايا cell) كما هو موضح في جدول (١٢-١) . عدد المشاهدات التي تقع في فئة معطاة تسمى التكرار المشاهد O_i frequency هذه الفئة حيث O_i تمثل عدد المشاهدات في الفئة رقم i ، $i = 1, 2, \dots, k$.

جدول (١٢-١)

الفئة	1	2	...	i	...	k
التكرار	O_1	O_2	...	O_i	...	O_k
المشاهد						

الفئات قد تكون اسمية (وصفية) أو عددية . على سبيل المثال قد تنتمي مشاهدات العينة إلى واحدة من الفئتين الاسمييتين ذكر وأنثى. أيضا إذا كان المتغير موضع الدراسة هو العمر فإن مشاهدات العينة قد تتبع واحدة من الفئات العمرية التالية :

$<15, 15-24, 25-34, 35-44, 45-54, \geq 55$

لإجراء الاختبار نعرف الاحتمال ، سوف يرمز له بالرمز P_i ، بأن مشاهدة اختيرت عشوائياً من المجتمع النظري (المفترض) سوف تقع في الفئة رقم i وعلى ذلك نعين الاحتمالات P_1, P_2, \dots, P_k للفئات $i = 1, 2, \dots, k$ على التوالي . عندما يكون فرض العدم صحيح ، فإنه يمكن حساب التكرارات المتوقعة لكل فئة أي $n_1 P_1, n_2 P_2, \dots, n_k P_k$ للفئات $i = 1, 2, \dots, k$ على التوالي والتي سوف يرمز لها بالرمز E_1, E_2, \dots, E_k . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

H_0 : العينة اختيرت من مجتمع يتبع توزيع احتمالي معين .
 H_1 : العينة اختيرت من مجتمع لا يتبع هذا التوزيع الاحتمالي المعين .
 للعينات الكبيرة وبفرض أن H_0 صحيح فإن :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

قيمة لمتغير عشوائي X^2 تقريباً يتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $k-1$. لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض $\chi^2_\alpha > X^2$ حيث أن χ^2_α تستخرج من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $k-1$. إذا وقعت χ^2 في منطقة الرفض نرفض H_0 . يكون التقريب مقبولاً إذا كان عدد مشاهدات العينة أكبر من 50 والتكرار المتوقع المناظر لكل فئة لا يقل عن 5 . في بعض الأحيان تستخدم مشاهدات العينة في تقدير معلمة أو أكثر من معالم المجتمع ثم يستخدم هذا التقدير في حساب التكرارات المتوقعة . فإذا كان عدد المعالم المقدرة هو m فإن درجات الحرية في هذه الحالة تصبح $(k-m-1)$.

مثال (١٢-١) يقوم المسئول في مصنع لإنتاج معاطف السيدات العالية الجودة بإرسال كل معطف منتج إلى واحد من مراكز مراقبة الجودة . يعطى جدول (١٢-٢) التوزيع التكراري لعدد المعاطف المرفوضة لعينة عشوائية من الحجم $n=100$. هل يمكن القول أن عدد المعاطف المرفوضة واحدة لكل مركز ؟

جدول (١٢-٢)

مركز الفحص	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
1	15	10	5	25	2.5
2	3	10	-7	49	4.9
3	7	10	-3	9	0.9
4	8	10	-2	4	0.4
5	5	10	-5	25	2.5
6	12	10	+2	4	0.4
7	11	10	+1	1	0.1
8	13	10	+3	9	0.9
9	9	10	-1	1	0.1
10	17	10	+7	49	4.9
المجموع	100	100			17.6

الحل.

H_0 : المراقبون يرفضون نفس العدد من المعاطف (العينة تم اختيارها من مجتمع يتبع التوزيع المنتظم).

H_1 : المراقبون لا يرفضون نفس العدد من المعاطف (العينة تم اختيارها من مجتمع لا يتبع التوزيع المنتظم).

تحت فرض العدم فإن $P_i = \frac{1}{10}, i = 1, 2, \dots, 10$. التكرارات المتوقعة في جدول (٢-١٢) تم

حسابها من الصيغة $E_i = nP_i = (100)\left(\frac{1}{10}\right) = 10$ حيث $i = 1, 2, \dots, 10$. مستوى

معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 16.919$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) عند

درجات حرية $k - 1 = 10 - 1 = 9$. منطقة الرفض $X^2 > 16.919$. وبما أن تقع χ^2 في

منطقة الرفض نرفض H_0 .

مثال (٢-١٢) يعطى الجدول (٣-١٢) عدد الوفيات في الأسبوع x والتي وقعت في 10 مدن خلال 200 أسبوع والناتجة من حوادث السيارات .

جدول (٣-١٢)

x	0	1	2	3	4
التكرارات	109	65	22	3	1
المشاهدة					

هل النتائج المعطاة في جدول (٣-١٢) تتفق مع الفرض القائل أن عدد الوفيات في الأسبوع والناتجة من حوادث السيارات تتبع توزيع بواسون ؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل .

H_0 : عدد الوفيات في الأسبوع والناتجة من حوادث السيارات تتبع توزيع بواسون .

H_1 : عدد الوفيات في الأسبوع والناتجة من حوادث السيارات لا تتبع توزيع بواسون .

بفرض أن H_0 صحيح فإن الدالة الاحتمالية لتوزيع بواسون هي :

$$P(X = i) = \frac{e^{-\mu} \mu^i}{i!}, i = 1, 2, \dots$$

وحيث أن μ غير محددة من فرض العدم فإنه يمكن تقديرها من مشاهدات العينة وأفضل تقدير للمعلمة μ هو الوسيط الحسابي للملاحظات والذي يتم حسابه من جدول (٣-١٢) حيث أن :

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum x_i O_i}{\sum O_i} = \frac{122}{200} = 0.61.$$

باستبدال μ في توزيع بواسون بالقيمة $\hat{\mu}$ نحصل على :

$$P_i = P(X = i) = \frac{(0.61)^i e^{-0.61}}{i!}, i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

التكرارات المتوقعة لعدد الوفيات في الأسبوع والنتيجة من حوادث السيارات ،
 $E_i = nP_i, i = 0, 1, 2, 3, 4$ ، معطاة في جدول (٤-١٢) .

جدول (٤-١٢)

x	التكرارات المتوقعة
0	$200.P(X = 0) = 200 \frac{(0.61)^0 e^{-0.61}}{0!} = 108.7$
1	$200.P(X = 1) = 200 \frac{(0.61)^1 e^{-0.61}}{1!} = 66.3$
2	$200.P(X = 2) = 200 \frac{(0.61)^2 e^{-0.61}}{2!} = 20.2$
3	$200.P(X = 3) = 200 \frac{(0.61)^3 e^{-0.61}}{3!} = 4.1$
4	$200.P(X = 4) = 200 \frac{(0.61)^4 e^{-0.61}}{4!} = 0.7$

يعطي الجدول (٥-١٢) التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة بعد تقريبها .

جدول (٥-١٢)

x	0	1	2	3	4	5 أو أكثر	المجموع
التكرارات المتوقعة	109	66	20	4	1	0	200
التكرارات المشاهدة	109	65	22	3	1	0	200

بالنظر إلى التكرارات المتوقعة في جدول (١٢-٥) نجد أن هناك تكرارين كل منهما أقل من 5 وهما التكرار الرابع والتكرار الخامس وبذلك لا يصلح تطبيق اختبار مربع كاي إلا بعد التغلب على هذه المشكلة وذلك بدمج التكرارين كما هو معطى في جدول (١٢-٦) :

جدول (١٢-٦)

x	0	1	2	أكبر أو يساوى 3
التكرارات المتوقعة	109	66	20	5
التكرارات المشاهدة	109	65	22	4

من جدول (١٢-٦) فإن :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 0.41515.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 5.992$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $k-m-1=4-1-1=2$. منطقة الرفض $\chi^2 > 5.992$. وبما أن χ^2 تقع في منطقة القبول نقبل H_0 .

مثال (١٢-٣) يعطى جدول (١٢-٧) التوزيع التكراري لأطوال 40 بطارية. هل البيانات في جدول (١٢-٧) تتفق مع القول أن التوزيع الطبيعي يعطى توفيق جيد لتوزيع أعمار البطاريات وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٢-٧)

الحدود الفعلية للفئة	التكرارات المشاهدة	التكرارات المتوقعة
1.45 - 1.95	2	0.6
1.95 - 2.45	1	2.6
2.45 - 2.95	4	6.8
2.95 - 3.45	15	10.7
3.45 - 3.95	10	10.3
3.95 - 4.45	5	6.1
4.45 - 4.95	3	2.2
المجموع	40	

الحل .

H_0 : العينة اختيرت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي .

H_1 : العينة اختيرت من مجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي .

التكرارات المتوقعة في جدول (٧-١٢) تم حسابها من منحى طبيعي له نفس المتوسط والانحراف المعياري لمشاهدات العينة المعطاة في جدول (٧-١٢) حيث $\bar{x} = 3.4125$, $s = 0.697$ أي أننا سوف نستخدم \bar{x} , s (بدلاً من μ , σ الخاصة بالمجتمع الذي اخترت منه العينة) في حساب قيم z . على سبيل المثال للفئة الرابعة فإن :

$$z_1 = \frac{2.95 - 3.4125}{0.697} = -0.67,$$

$$z_2 = \frac{3.45 - 3.4125}{0.697} = 0.054.$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي القياسي في ملحق (٣) فإن المساحة بين $z_1 = -0.67$, $z_2 = 0.054$ هي :

$$\begin{aligned} & P(-0.67 < Z < 0.054) \\ &= P(0 < Z < 0.67) + P(0 < Z < 0.054) \\ &= 0.2486 + 0.0199 = 0.2685. \end{aligned}$$

وعلى ذلك فإن التكرارات المتوقعة للفئة الرابعة هي :

$$E_4 = (0.2685)(40) = 10.7$$

حيث أن $\sum_{i=1}^k O_i = 40$. التكرار المتوقع للفئة الأولى تم الحصول عليه باستخدام المساحة الكلية تحت المنحنى الطبيعي على يسار القيمة 1.95 (الحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى). للفئة الأخيرة استخدمت المساحة الكلية تحت المنحنى الطبيعي على يمين القيمة 4.45 (الحد الأدنى الفعلي للفئة الأخيرة). التكرارات المتبقية تم حسابها بنفس الطريقة التي شرحناها للفئة الرابعة. بدمج التكرارات المتوقعة للفئات التي تكراراتها المتوقعة أقل من 5 نحصل على جدول (٨-١٢).

جدول (٨-١٢)

الحدود الفعلية	التكرارات المشاهدة	التكرارات المتوقعة
1.45 - 2.95	7	10
2.95 - 3.45	15	10.7
3.45 - 3.95	10	10.3
3.95 - 4.95	8	8.3

من جدول (٨-١٢) فإن :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 2.648.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi^2_{0.05} = 3.843$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $k-m-1=4-2-1=1$. منطقة الرفض $\chi^2 > 3.843$. وبما أن χ^2 تقع في منطقة القبول نقبل H_0 .

(١٢-٣) اختبار مربع كاي للاستقلال The Chi-square Test of Independent

في كثير من الأحيان يرغب الباحث في التعرف عما إذا كانت هناك علاقة بين صفتين من صفات مجتمع ما . فعل سبيل المثال قد يرغب مستول التغذية في مدرسة ما في التعرف عما إذا كانت الحالة الغذائية للطالب لها علاقة بكفاءته التعليمية . أيضا قد يرغب باحث في مجال الوراثة في التعرف عما إذا كانت هناك علاقة بين لون الشعر ولون العينين ... الخ .

لإجراء الاختبار نختار عينة عشوائية من الحجم n من المجتمع موضع الدراسة . تصنف مشاهدات هذه العينة حسب مستويات كل من الصفتين موضع الدراسة في جدول مزدوج يسمى جدول التوافق **Contingency table** . بفرض أن A_1, A_2, \dots, A_k ترمز لمستويات الصفة A و B_1, B_2, \dots, B_k ترمز لمستويات الصفة B فإن جدول التوافق يكون على الشكل الموضح في جدول (١٢-٩) ، حيث أن O_{ij} ترمز لعدد المشاهدات التي يتوفر فيها المستوى A_i من الصفة A والمستوى B_j من الصفة B حيث $i = 1, 2, \dots, r$ و $j = 1, 2, \dots, c$. أيضا n_i ترمز لعدد المشاهدات التي يتوفر فيها المستوى A_i من الصفة A أي أن

$$n_i = \sum_{j=1}^c O_{ij} \quad \text{أيضا } n_{.j} = \sum_{i=1}^r O_{ij}$$

$$\text{أي أن } n_{.j} = \sum_{i=1}^r O_{ij} \text{ وعلى ذلك :}$$

$$\sum_{j=1}^c n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_i = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r O_{ij} .$$

يحتوي جدول التوافق على خانات (خلايا) عددها $(r \times c)$ خلية .

جدول (١٢-٩)

	B_1	B_2	...	B_c	المجموع
A_1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1c}	$n_{1.}$
A_2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2c}	$n_{2.}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rc}	$n_{r.}$
	$n_{.1}$	$n_{.2}$...	$n_{.c}$	n

فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان علي الشكل :

H_0 : المتغيرين مستقلين .

H_1 : المتغيرين غير مستقلين .

يعتمد اختبار مربع كاي للاستقلال علي مقارنة التكرارات المشاهدة بالتكرارات المتوقعة

في كل خلية عندما H_0 صحيح . إذا كان $P(A_i)$ يرمز لاحتمال أن يتوفر لمشاهدة ما

المستوى A_i من الصفة A وإذا كان $P(B_j)$ يرمز لاحتمال أن يتوفر لمشاهدة ما المستوى B_j

من الصفة B وإذا كان P_{ij} يرمز لاحتمال أن يتوفر لمشاهدة ما المستوى A_i من الصفة A و

المستوى B_j من الصفة B فإن :

$$P_{ij} = P(A_i \cap B_j)$$

وفي حالة الاستقلال بين الصفتين A , B (تحت فرض العدم) فإن :

$$P_{ij} = P(A_i) \cdot P(B_j).$$

يمكن الحصول علي تقدير للاحتمال P_{ij} كالتالي :

$$P'_{ij} = \left(\frac{n_{i.}}{n} \right) \left(\frac{n_{.j}}{n} \right)$$

وعلي ذلك يمكن حساب التكرارات المتوقعة كالتالي :

$$E_{ij} = n \left(\frac{n_{i.}}{n} \right) \left(\frac{n_{.j}}{n} \right) \\ = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n} \quad , i = 1, 2, \dots, r, \quad ; j = 1, 2, \dots, c.$$

بافتراض أن H_0 صحيح فإن :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

قيمة لمغير عشوائي X^2 تقريبا يتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $(r-1)(c-1)$ حيث r عدد الصفوف و c عدد الأعمدة في جدول التوافق . لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض

$X^2 > \chi^2_{\alpha}$ حيث χ^2_{α} تستخرج من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية

$(r-1)(c-1)$. إذا وقعت في منطقة الرفض نرفض H_0 .

مثال (١٢ - ٤) يعتقد الأطباء أن عدد ساعات النوم لسيدة لديها أطفال يختلف عن عدد ساعات النوم قبل إنجابها . بفرض إنه تم سؤال 60 سيدة لديها أطفال وسجلت البيانات في جدول

(١٠-١٢). ما هو الاستدلال الذي يمكن الحصول عليه من هذه البيانات ؟ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٠-١٢)

عدد الأطفال	النوم الحالي بالمقارنة قبل الإنجاب			المجموع
	أقل	نفسه	أحسن	
1	25	5	0	30
2	10	4	1	15
3 أو أكثر	5	7	3	15
المجموع	40	16	4	60

الحل .

H_0 : عدد ساعات النوم وعدد الأطفال مستقلين .

H_1 : عدد ساعات النوم وعدد الأطفال غير مستقلين .

التكرارات المتوقعة معطاة في جدول (١١-١٢) .

جدول (١١-١٢)

عدد الأطفال	النوم الحالي بالمقارنة قبل الإنجاب		
	أقل	نفسه	أحسن
1	20	8	2
2	10	4	1
3 أو أكثر	10	4	1

التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة بعد دمج بعض التكرارات معطاة في جدول (١٢-١٢) -

(١٢) و جدول (١٣-١٢) على التوالي وذلك حتى يتحقق الشرط أن عدد التكرارات المتوقعة

في كل خلية لا يقل عن 5 .

جدول (١٢-١٢)

عدد الأطفال	أقل	نفسه أو أحسن
1	25	$5 + 0 = 5$
2	10	$4 + 1 = 5$
3 أو أكثر	5	$7 + 3 = 10$

من جدول (١٢-١٢) و جدول (١٣-١٢) يمكن حساب :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = 11.25.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 5.992$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $2 \times 1 = 2$. منطقة الرفض $X^2 > 5.992$. وبما أن χ^2 تقع في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 .

جدول (١٢-١٣)

عدد الأطفال	اقل	نفسه أو أحسن
1	20	10
2	10	5
3 أو أكثر	10	5

مثال (١٢-٥) للدراسة العلاقة بين لون شعر الزوج والزوجة قام باحث بإختيار عينة عشوائية من الحجم 500 (زوج وزوجة) وتم سؤالهم والبيانات في جدول (١٢-١٤).

جدول (١٢-١٤)

الزوجة	الزوج				المجموع
	أحمر	أصفر	أسود	بنى	
أحمر	10	10	10	20	50
اصفر	10	40	50	50	150
اسود	13	25	60	52	150
بنى	17	25	30	78	150
المجموع	50	100	150	200	500

المطلوب اختبار ما إذا كانت هناك علاقة بين لون شعر الزوج والزوجة أم لا ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل .

H_0 : لون شعر الزوج ولون شعر الزوجة مستقلين.

H_1 : لون شعر الزوج ولون شعر الزوجة غير مستقلين.

التكرارات المتوقعة معطاة في جدول (١٢-١٥) . من جدول (١٢-١٤) و جدول (١٢-١٢) :
١٥) فإن :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= 32.56.$$

جدول (١٢-١٥)

الزوجة	الزوج				المجموع
	أحمر	أصفر	أسود	بنى	
أحمر	5	10	15	20	50
اصفر	15	30	45	60	150
اسود	15	30	45	60	150
بنى	15	30	45	60	150
المجموع	50	100	150	200	500

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 16.919$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $3 \times 3 = 9$. منطقة الرفض $X^2 > 16.919$ وبما أن χ^2 المحسوبة تقع في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 .

إذا كان لكل من الصفين A, B مستويان فقط فإن الجدول الناتج يتكون من صفين وعمودين (أى أربع خلايا) . يسمى الجدول الناتج جدول الاقتران (2x2) . جدول (١٢-١٦) يمثل جدول اقتران . عدد درجات الحرية التي ترتبط بجدول الاقتران سوف تساوى الواحد الصحيح .

جدول (١٢-١٦)

الصفة الأولى	الصفة الثانية		
	B ₁	B ₂	
A ₁	a	b	a + b
A ₂	c	d	c + d
	a+c	b+d	n

يمكن استخدام صيغة بسيطة لحساب قيمة χ^2 كالتالي :

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + c)(b + d)(c + d)(a + b)}$$

مثال (١٢-٦) لدراسة العلاقة بين النوم ليلا والتدخين اختبرت عينة عشوائية من 56 شخصا والبيانات معطاة في جدول (١٢-١٧) .

جدول (١٢-١٧)

التدخين	النوم		المجموع
	نعم	لا	
نعم	20	16	36
لا	6	14	20
المجموع	26	30	56

المطلوب اختبار ما إذا كانت هناك علاقة بين النوم ليلا والتدخين وذلك عند مستوى معنوية

$$\alpha = 0.05$$

الحل .

H_0 : المتغيرين مستقلين .

H_1 : المتغيرين غير مستقلين .

من جدول (١٢-١٧) فإن :

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + c)(b + d)(c + d)(a + b)}$$

$$= \frac{56[(20)(14) - (16)(6)]^2}{(26)(30)(20)(36)} = 3.376.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 3.843$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق

(٥) بدرجات حرية واحدة . منطقة الرفض $X^2 > 3.843$. وبما أن χ^2 تقع في منطقة

القبول نقبل H_0 .

سبق أن ذكرنا أن التكرارات المتوقعة في كل خلية يجب أن لا يقل عن 5 وإذا حدث وكان

أحد التكرارات المتوقعة أقل من 5 فإننا نقوم بدمج التكرارات . وعلي أي حال فإن هذه

الطريقة لا تستخدم في حالة جدول الاقتران . وقد اقترح Yates (1934) تصحيحا يستخدم في

حالة ما إذا كان أحد التكرارات المتوقعة أقل من 5 . وباستخدام التصحيح يصبح قيمة الإحصاء الذي يعتمد عليه قرارنا هو :

$$\chi^2 = \frac{n(|ad - bc| - \frac{n}{2})^2}{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)}$$

بتطبيق تصحيح Yates علي البيانات في جدول (١٢-١٧) فإن قيمة الإحصاء تصبح :

$$\chi^2 = \frac{56[(20)(14) - (16)(6)] - \frac{56}{2}}{(26)(30)(20)(36)} \\ = 2.427.$$

لستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإننا نحصل إلى نفس الاستنتاج الذي حصلنا عليه بدون تصحيح ،
أي إننا نقبل H_0 .

(١٢-٤) اختبار مربع كاي للتجانس

The Chi-square Test of Homogeneity

بفرض أن لدينا مجتمعات عددها r وجميعها متماثلة من حيث التصنيف وبفرض أن c هي عدد فئات التصنيف في كل مجتمع . بفرض أن $P_{j|i}$ يرمز لنسبة مشاهدات المجتمع رقم i التي تقع في الفئة رقم j . يمكن تمثيل هذه المجتمعات بالجدول (١٢-١٨) .

جدول (١٢-١٨)

المجتمع	فئات التصنيف						
	1	2	...	j	...		c
1	$P_{1 1}$	$P_{2 1}$...	$P_{j 1}$...	$P_{c 1}$	1
2	$P_{1 2}$	$P_{2 2}$...	$P_{j 2}$...	$P_{c 2}$	1
⋮							⋮
i	$P_{1 i}$	$P_{2 i}$...	$P_{j i}$...	$P_{c i}$	1
⋮							⋮
r	$P_{1 r}$	$P_{2 r}$...	$P_{j r}$...	$P_{c r}$	1
	P_1	P_2	P_j	...	P_c	1

عندما تكون النسب $P_{j|i}$ مجهولة فإننا نرغب في معرفة ما إذا كانت المجتمعات التي عددها r متجانسة أي إننا نرغب في اختبار فرض العدم :

$$H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = \dots = P_{j|r} = P_j$$

$$; j=1,2,\dots,c.$$

لإجراء الاختبار فإننا نختار عينات عشوائية عددها r واحدة من كل مجتمع وأحجامها هي n_1, n_2, \dots, n_r على أن تكون العينات العشوائية مستقلة عن بعضها البعض. بفحص مشاهدات هذه العينات ووضع كل مشاهدة حسب تصنيفها نحصل على الجدول (١٢-١٩).

جدول (١٢-١٩)

المجتمع	1	2	...	j	...	c	
1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1j}	...	O_{1c}	n_1
2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2j}	...	O_{2c}	n_2
⋮							⋮
i	O_{i1}	O_{i2}	...	O_{ij}	...	O_{ic}	n_i
⋮							⋮
r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rj}	...	O_{rc}	n_r
المجموع	$n_{.1}$	$n_{.2}$...	$n_{.j}$...	$n_{.c}$	n

$$\text{حيث } n_i = \sum_{j=1}^c O_{ij} \text{ و } n_{.j} = \sum_{i=1}^r O_{ij} \text{ و } n = \sum_{i=1}^r n_i = \sum_{j=1}^c n_{.j}$$

إذا كان فرض العدم صحيح وحيث أن النسب مجهولة فإننا نقوم بتقدير P_j حيث أن :

$$P'_j = \frac{n_{.j}}{n},$$

$$E_{ij} = n_i \cdot P'_j = n_i \left(\frac{n_{.j}}{n} \right),$$

وعلى ذلك فإن :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

هي قيمة للمتغير العشوائي X^2 الذي تقريبا يتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $(r-1)(c-1)$. لاختبار فرض العدم عند مستوى معنوية α نتبع الخطوات التي استخدمناها في اختبار مربع كاي للاستقلال .

مثال (١٢-٧) قامت شركة للمياه الغازية بدراسة لمعرفة ما إذا كان هناك اختلاف بين شرائح مختلفة من المجتمع من ناحية التفضيل لثلاثة أنواع من المشروبات . استخدمت لهذه الدراسة أربع عينات مستقلة والنتائج معطاة في جدول (١٢-٢٠) . استخدم اختبار مربع كاي للتجانس لاختبار فرض العدم :

H_0 : المجتمعات الأربعة متساويين في تفضيل المشروب .

ضد الفرض البديل :

H_1 : المجتمعات الأربعة غير متساويين في تفضيل المشروب .

وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٢-٢٠)

العينات الأربعة	نوع المشروب			المجموع
	A	B	C	
ربات البيوت	75	20	5	100
رجال الأعمال	50	130	20	200
عمال	5	25	17	47
طلبة	100	100	100	300
المجموع	230	275	142	647

الحل . التكرارات المتوقعة تم حسابها في جدول (١٢-٢١) .

جدول (١٢-٢١)

العينات الأربعة	نوع المشروب			المجموع
	A	B	C	
ربات البيوت	35.55	42.50	21.95	100
رجال الأعمال	71.10	85.01	43.89	200
عمال	16.71	19.98	10.32	47.01
طلبة	106.65	127.51	65.84	300
المجموع	230.01	275	142	647.01

نحسب قيمة الإحصاء من الصيغة التالية :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= 149.72.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $\chi_{0.05}^2 = 12.592$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) عند درجات حرية $r \times c = 3 \times 2 = 6$. منطقة الرفض $X^2 > 12.592$. وبما أن χ^2 تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

A Special Test for Normality (١٢-٥) اختبار خاص بالاعتدال

كثير من الاختبارات الفروض التي تناولناها في الفصول السابقة تشترط أن مشاهدات العينة يجب أن تكون مختارة من مجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً . فرض العدم والفرض البديل لاختبار الاعتدال يكونان على الشكل :

H_0 : توزيع المجتمع الذي اختيرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً .

H_1 : توزيع المجتمع الذي اختيرت من العينة لا يتبع توزيعاً طبيعياً .

لإجراء الاختبار نختار عينة عشوائية من الحجم n من المشاهدات X_1, X_2, \dots, X_n وذلك من المجتمع موضع الدراسة . بفرض أن مشاهدات العينة تم ترتيبها من الأصغر إلى الأكبر (ترتيب تصاعدياً) حيث $X(1), X(1), \dots, X(n)$ ترمز إلى المشاهدات بعد ترتيبها . يتم حساب القيم $Z(1), Z(1), \dots, Z(n)$ من جدول التوزيع الطبيعي القياسي في ملحق (٣) والتي المساحة قبلها تساوى $[(i - 0.375)/(n + 0.25)]$. على سبيل المثال إذا كان حجم العينة $n = 20$ فإن $Z(2)$ تستخرج من جدول التوزيع الطبيعي القياسي في ملحق (٣) وهي القيمة التي المساحة قبلها $[(2-0.375)/20.25]=0.0802$. أي أن $Z(2) \approx 1.4$. لزوج القيم $(X(1), Z(1)), (X(2), Z(2)), \dots, (X(n), Z(n))$ يتم حساب معامل الارتباط البسيط r . بفرض أن H_0 صحيح فإن r قيمة لمغبر عشوائي R_r له توزيع احتمالي . القيم الحرجة c_α من R_r معطاة في الجدول في ملحق (١٠) . عند مستويات معنوية مختلفة . منطقة الرفض $R_r \leq c_\alpha$. إذا وقعت r في منطقة الرفض نرفض H_0 .

مثال (١٢-٨) يعطى الجدول (١٢-٢٢) مشاهدات لعينة عشوائية من الحجم $n=20$. كل قيمة تمثل نسبة العرض إلى الطول لقطعة مربعة من جلد الثعبان مستخدمة في صناعة حقائب للسيدات .

جدول (١٢ - ٢٢)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_{(i)}$	0.553	0.570	0.576	0.601	0.606	0.606	0.609	0.611	0.615	0.628
$z_{(i)}$	-1.87	-1.40	-1.13	-0.92	-0.66	-0.66	-0.45	-0.31	-0.19	-0.06
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$x_{(i)}$	0.654	0.662	0.668	0.670	0.672	0.690	0.693	0.749	0.844	0.933
$z_{(i)}$	0.06	0.19	0.31	0.45	0.59	0.74	0.92	1.13	1.40	1.87

المطلوب اختبار فرض العدم :

H_0 : توزيع المجتمع الذي اختبرت منه العينة طبيعي .

ضد الفرض البديل :

H_1 : توزيع المجتمع الذي اختبرت منه العينة غير طبيعي .

وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

الحل . من البيانات في جدول (١٢ - ٢٢) فإن :

$$n = 20 \quad , \quad \sum x_{(i)} = 13.21 \quad , \quad \sum x_{(i)}^2 = 8.887812,$$

$$\sum z_{(i)} = 0.01 \quad , \quad \sum z_{(i)}^2 = 17.6039 \quad , \quad \sum x_{(i)}z_{(i)} = 1.5371$$

وعلى ذلك :

$$r = \frac{\sum x_{(i)}z_{(i)} - \frac{\sum x_{(i)}\sum z_{(i)}}{n}}{\sqrt{\left[\sum x_{(i)}^2 - \frac{(\sum x_{(i)})^2}{n} \right] \left[\sum z_{(i)}^2 - \frac{(\sum z_{(i)})^2}{n} \right]}}$$

$$= \frac{1.5371 - \frac{(13.21)(0.01)}{20}}{\sqrt{\left[8.887812 - \frac{(13.21)^2}{20} \right] \left[17.6039 - \frac{(0.01)^2}{20} \right]}}$$

$$= 0.905.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.01$ فإن $c_{.05} = 0.929$ والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٠) عند n

$= 20$. منطقة الرفض $R_r < 0.929$. بما أن r تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

(١٢ - ٦) اختبار الإشارة لعينة واحدة

The One - sample Sign Test

يستخدم اختبار الإشارة كبديل لاختبار t الخاص بمتوسط مجتمع وذلك عند عدم التحقق

من أن المجتمع الذي اختبرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً وحجم العينة أقل من 30 .

تتكون البيانات اللازمة للتحليل من عينة عشوائية من الحجم n من المشاهدات x_1, x_2, \dots, x_n والمختارة من مجتمع متصل وسيطه مجهول . في الحقيقة إذا كان التوزيع متمائل فإن الوسيط يساوي الوسط الحسابي للمجتمع μ ويمكن استخدام اختبار الإشارة كاختبار للمتوسط . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

$$H_0 : M = M_0,$$

$$H_0 : M > M_0.$$

لإجراء الاختبار نحسب القيمة k والتي تمثل عدد الإشارات السالبة للفروق $(x_i - M_0), i = 1, 2, \dots, n$ وإذا وجدت مشاهدة تساوي الوسيط فملمها ولا نأخذها في الاعتبار . بفرض أن H_0 صحيح فإن k تمثل قيمة لمغير عشوائي (إحصاء) K له توزيع ذي الحدين بمعالم $p=0.5$, n . مستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \alpha.$$

للفرض البديل $H_0 : M < M_0$ نرفض H_0 إذا كان :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \alpha.$$

حيث k تمثل عدد الإشارات الموجبة .

للفرض البديل $H_0 : M \neq M_0$ نرفض H_0 إذا كان :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \frac{\alpha}{2}$$

حيث k تمثل عدد الإشارات الموجبة أو السالبة أيهما أقل للفروق $(x_i - M_0), i = 1, 2, \dots, n$.

مثال (١٢ - ٩) يعطى الجدول (١٢ - ٢٣) الدخول السنوية (بالآلاف الدولارات) لعينة عشوائية من 21 عضو هيئة تدريس بإحدى الجامعات والمطلوب اختبار فرض العدم $H_0 : M = 25.1$: ضد الفرض البديل $H_1 : M > 25.1$ باستخدام مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٢ - ٢٣)

11.1	12.9	14.0	19.4	19.9	22.2	23.6	24.1	25.2	26.7	25.1
28.1	29.6	30.7	32.2	33.9	34.8	38.9	40.1	50.5	50.6	

لحساب عدد الإشارات السالبة k نحدد إشارات الفروق بين مشاهدات العينة والوسيط حيث وجدت كالتالي :

$$-----++0+++++$$

وحيث أن لدينا مشاهدة تساوي صفر وبعد استبعادها يصبح حجم العينة هو 20 مشاهدة . أى

أن عدد الإشارات السالبة $k = 8$. مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ نرفض H_0 إذا كانت :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \alpha .$$

نحسب :

$$\begin{aligned} P(K \leq 8 | 20, 0.5) \\ = \sum_{x=0}^8 b(x; 20, 0.5) = 0.252. \end{aligned}$$

حيث 0.252 تستخرج من جدول ذي الحدين في ملحق (١) عند $n = 20$ و $p = 0.5$. بما أن 0.252 أكبر من 0.05 فإننا نقبل H_0 .

مثال (١٢-١٠) في مصنع للسكر تستخدم إحدى الماكينات لتعبئة السكر في أكياس بحيث أن وزن كل كيس 5 كيلو . أختبرت عينة عشوائية من الحجم $n = 10$ من هذه الماكينة والأوزان معطاة في جدول (١٢-٢٤) .

المطلوب اختبار فرض العدم $H_0 : M = 5$ ضد الفرض البديل $H_0 : M_0 < 5$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٢-٢٤)

4.1	4.2	4.3	4.5	4.7	4.8	4.9	4.9	5.6	4.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

الحل . لحساب عدد الإشارات الموجبة نحدد إشارات الفروق بين مشاهدات العينة والوسيط حيث وجدت كالتالي :

-----+ -

أي أن عدد الإشارات الموجبة $k = 1$. لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ نرفض H_0 إذا كانت :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \alpha .$$

نحسب :

$$\begin{aligned} P(K \leq 1 | 10, 0.5) \\ = \sum_{x=0}^1 b(x; 10, 0.5) = 0.011. \end{aligned}$$

حيث 0.011 تستخرج من جدول ذي الحدين في ملحق (١) عند $n = 10$, $p = 0.5$. وبما أن 0.011 أقل من 0.05 نرفض H_0 .

للعينات من الحجم 12 أو أكبر فإنه يمكننا استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع ذي

الحدين حيث :

$$z = \frac{(k \pm .5) - 0.5 n}{0.5\sqrt{n}}$$

هي قيمة لمُتغير عشوائي Z تقريباً يتبع التوزيع الطبيعي القياسي. سوف يستخدم $k + 0.5$ إذا كانت k أقل من $\frac{n}{2}$ و $k - 0.5$ إذا كانت k أكبر من $\frac{n}{2}$. في مثال (٩-١٢) فإن :

$$z = \frac{(k \pm 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}}$$

$$= \frac{(8 + 0.5) - 0.5(20)}{0.5\sqrt{20}} \approx -0.67.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $z_{0.05} = 1.645$ والمستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي القياسي في ملحق (٣). منطقة الرفض $Z < -1.645$. وبما أن z المحسوبة (-0.67) تقع في منطقة القبول نقبل H_0 .

(٧-٢) اختبار الإشارة لعيتين مرتبطتين (عينة مزدوجة)

The Sign -Test for Two related Sample

يمكن تعديل اختبار الإشارة لعينة واحدة واستخدامه في حالة العيتين المرتبطتين عندما لا يتحقق الاعتدال. بفرض أن لدينا n من أزواج المشاهدات المستقلة $(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n$ فإننا نستبدل كل زوج من المشاهدات بإشارة موجبة إذا كانت المشاهدة الأولى أكبر من المشاهدة الثانية وإشارة سالبة إذا كانت المشاهدة الأولى أصغر من المشاهدة الثانية ونهمل الزوج الذي فيه المشاهدات متساويتان. لاختبار فرض العدم $H_0: \mu_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: \mu_D \neq 0$ أو الفرض البديل $H_1: \mu_D < 0$ أو الفرض البديل $H_1: \mu_D > 0$ تتبع الخطوات المبينة في البند السابق.

مثال (١١-١٢) يعطى الجدول (٢٥-١٢) كمية مركب في دم عينة عشوائية من 21 حيوان قبل وبعد إعطائهم دواء لتدعيم النقص في دورة ما.

المطلوب اختبار فرض العدم $H_0: \mu_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: \mu_D < 0$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (٢٥-١٢)

الحيوان	قبل x_i	بعد y_i	إشارة $(x_i - y_i)$
1	2.5	2.6	-
2	1.2	1.5	-
3	2.9	2.9	0
4	3.1	2.0	+
5	3.1	2.3	+
6	1.1	1.5	-
7	1.5	1.6	-

8	4.1	3.1	+
9	2.1	1.4	+
10	2.4	2.5	-
11	1.3	1.4	-
12	2.8	2.9	-
13	3.5	2.4	+
14	3.6	2.1	+
15	1.1	1.3	-
16	1.6	1.7	-
17	4.2	3.2	+
18	2.2	1.5	+
19	2.5	2.1	+
20	1.3	1.1	+
21	1.3	1.5	-

الحل . إشارات الفروق بين أزواج المشاهدات (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, n$ معطاة في جدول (١٢-٢٥) وبعد إهمال الفرق المساوي للصفر وتعديل حجم العينة إلى $n = 20$ فإن عدد الإشارات الموجبة $k = 10$. نرفض H_0 عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ إذا كانت :

$$P(K \leq k | n, 0.5) \leq \alpha .$$

$$P(K \leq 10 | 20, 0.5) : \text{نحسب}$$

$$= \sum_{x=0}^{10} b(x; 20, 0.5) = 0.588.$$

حيث أن القيمة 0.588 تستخرج من جدول ذي الحدين في ملحق (١) عند $n = 20, p = 0.5$. وبما أن 0.588 أكبر من 0.05 فإننا نقبل H_0 .

مثال (١٢-١٢) : ترغب شركة في اختبار مدى اهتداء نوعين من إطارات السيارات A , B . ولهذا قامت بتركيب الإطارات من النوع B وبعد استخدامها نفس المسافة وقياس مدى الاهتراء حصلت الشركة على البيانات المعطاة في جدول (١٢-٢٦) والمطلوب اختبار فرض العدم $H_0 : \mu_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1 : \mu_D \neq 0$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

السيارة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A x_i	23	20	26	25	48	26	25	24	16	20
B y_i	20	30	16	33	23	24	8	21	13	18
إشارة $(x_i - y_i)$	+	-	+	-	+	+	+	+	+	+

الحل . من جدول (١٢-٢٦) فإن عدد الإشارات السالبة $k=2$. لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ نرفض H_0 إذا كان :

$$P (K \leq k \mid n, 0.5) \leq \frac{\alpha}{2} .$$

نحسب :

$$\begin{aligned} P (K \leq 2 \mid 10, 0.5) \\ = \sum_{x=0}^2 b(x; 10, 0.5) = 0.055 . \end{aligned}$$

حيث 0.055 مستخرجة من جدول ذي الحدين في ملحق (١) عند $n = 10$, $p = 0.5$ وبما أن 0.055 أكبر من 0.025 . فإننا نقبل H_0 .

(١٢-٨) اختبار إشارة الرتب The Signed – ranks Test

يعتمد اختبار الإشارة لعينة واحدة والذي تناولناه في البند (١٢-٦) على الفرق بين قيم مشاهدات العينة والوسيط المفترض مع إغفال قيمة الفروق والذي يؤدي إلى أضعاف الاختبار . لذلك أقترح العالم Wilcoxon اختباراً لامعنياً آخر أطلق عليه اسمه يعتمد على إشارة الفرق وقيمة الفرق حيث يعطى وزناً أكبر للإشارة التي تصاحب فرقاً كبيراً والعكس صحيح . يشترك هذا الاختبار مع اختبار الإشارة في أنه يمكن أن يستخدم كاختبار للمتوسط عندما يكون المجتمع موضع الدراسة متماثل .

تتكون البيانات اللازمة للتحليل من عينة عشوائية من الحجم n من المشاهدات المستقلة x_1, x_2, \dots, x_n والمختارة من مجتمع متصل . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

$$H_0 : M = M_0 ,$$

$$H_1 : M \neq M_0 .$$

لحساب قيمة الإحصاء الذي يعتمد عليه قرارنا ، عند مستوى معنوية α ، نتبع الخطوات التالية :

(أ) نحدد إشارة وقيمة الفروق $D_i = (x_i - M_0)$; $i = 1, 2, \dots, n$.

(ب) إذا كان الفرق مساوياً للصفر تستبعد المشاهدة من التحليل ويعدل حجم العينة بطرح

عدد يساوى عدد المشاهدات التي تساوي الوسيط .

(ج) نعمل إشارة الفروق مؤقتا ونرتب الفروق تصاعديا بمعنى آخر نعطي رتب للقيم $|D_i|$ أي القيم المطلقة للفروق وإذا كان هناك فروق متساوية ، أي تداخلات ties ، فإننا نعطيهما متوسط الرتب التي كانت ستأخذها لو أنها كانت مختلفة .

(د) تعاد الإشارات إلى الرتب المناظرة ونوجد مجموع رتب الإشارات السالبة ونرمز له بالرمز t_- ونوجد مجموع رتب الإشارات الموجبة ونرمز له بالرمز t_+ ويمكن إيجاد كل منهما بدلالة الآخر من العلاقة :

$$t_+ = \frac{n(n+1)}{2} - t_-$$

نحسب مجموع الرتب السالبة أو مجموع الرتب الموجبة أيهما اقل ونرمز له بالرمز t'' أي أن:

$$t'' = \min (t_+ , t_-) .$$

والتي تمثل قيمة لإحصاء . يستخدم الجدول في ملحق (١١) لاستخراج القيم الحرجة لهذا الإحصاء لعينات من الحجم 3 وحتى الحجم 25 وذلك لاختبار من جانب أو جانبيين . سنرمز للقيم الجدولية بالرمز $d(n, \alpha'')$, $d(n, \alpha')$ عندما يكون الاختبار من جانب أو جانبيين على التوالي. للبدليل $H_0 : M \neq M_0$ و لمستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان $t'' < d(n, \alpha'')$. للفرض البدليل $H_0 : M > M_0$ اهتمامنا سوف يكون في مجموع الرتب السالبة t_- . مستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان $t_- < d(n, \alpha')$. للفرض البدليل $H_0 : M < M_0$ اهتمامنا سوف يكون في مجموع الرتب الموجبة t_+ . مستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان $t_+ < d(n, \alpha')$.

مثال (١٢-١٣) اختبرت عينة عشوائية من 15 شخصا ممن يمتلكون مترا في مدينة ما . وقد تم سؤالهم عن مقدار الزيادة في فاتورة الضرائب السنوية بالدولار. البيانات التي تم الحصول عليها معطاة في جدول (١٢-٢٧) المطلوب اختبار فرض العدم $H_1 : M = 500$ ضد الفرض البدليل $H_1 : M \neq 500$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

جدول (١٢ - ٢٧)

مقدار الزيادة	$D_i = (x_i - 500)$	رتب $ D_i $	$ D_i $ مضروبا في إشارة D_i
494.4	-5.6	8	-8
510.8	+10.8	13	+13
487.5	-12.5	14	-14
493.2	-6.8	11	-11
502.6	+2.6	4	+4
500.0	0	يستبعد	-
495.9	-4.1	6	-6
498.2	-1.8	3	-3
501.6	+1.6	2	+2
497.3	-2.7	5	-5
492.0	-8.0	12	-12

504.3	+4.3	7	+7
499.2	-0.8	1	-1
493.5	-6.5	10	-10
505.8	+5.8	9	+9

الحل . من جدول (١٢-٢٧) ومن العمود الأخير (على اليمين) نحسب مجموع الرتب السالبة والموجبة كالتالي :

$$t_{-} = 8 + 14 + 11 + 6 + 3 + 5 + 12 + 1 + 10 = 70,$$

$$t_{+} = 13 + 4 + 2 + 7 + 9 = 35$$

وحيث أن هناك فرق مساوياً للصفر فإننا نهمله ونعدل حجم العينة تبعاً لذلك أي أن $n=14$.

$$t'' = \min (t_{+}, t_{-}) = 35.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $d(14, .049) = 22$ حيث $\alpha'' = 0.049$ وعند $n=14$ من

الجدول في ملحق (١١) وبما أن $t'' = 35$ أكبر من 22 نقبل H_0 .

عندما تكون n أكبر من 25 ، فإننا لا نستطيع استخدام الجدول في ملحق (١١) لتقدير

المعنوية للقيمة المحسوبة للإحصاء .

للعينات الكبيرة فإن :

$$t^* = \frac{t'' - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}.$$

تمثل قيمة للإحصاء T^* الذي تقريبا يتبع التوزيع الطبيعي القياسي . للاختبارات من جانب

واحد فإنه يمكن استبدال t'' في صيغة t^* بالقيمة t_{+} أو t_{-} حسب الفرض المستخدم . في حالة

وجود تداخلات فلا بد من تصحيح قيمة الإحصاء t^* . بفرض أن u تمثل عدد الفروق

المطلقة المتساوية لرتبة لا تساوي الصفر فإن معامل التصحيح سوف يكون كالتالي :

$$\frac{\sum u^3 - \sum u}{48}.$$

حيث يطرح هذا المقدار من المقام تحت الجذر من صيغة t^* . وعلى ذلك يصبح المقام في

صيغة t^* تحت الجذر هو :

$$\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum u^3 - \sum u}{48}}.$$

سوف نوضح كيفية تصحيح التداخلات باستخدام البيانات في الجدول (١٢ - ٢٨) .

جدول (١٢-٢٨)

$ D_i $	2	2	5	6	6	6	7	7	8	8	8	8
الرتب	1.5	1.5	3	5	5	5	7.5	7.5	10.5	10.5	10.5	10.5

من جدول (١٢ - ٢٨) يمكن الحصول على الجدول (١٢ - ٢٩) حيث u هو عدد القيم في كل فئة بما تداخلات .

جدول (١٢-٢٩)

U	2	3	2	4
U^3	8	27	8	256

$$\Sigma u^3 = 299 \quad , \quad \Sigma u = 11$$

وعلى ذلك معامل التصحيح للتداخلات هو :

$$\frac{\Sigma u^3 - \Sigma u}{48} = \frac{299 - 11}{48} = 6.$$

(١٢ - ٩) اختبار **Mann - Wilcoxon**

يشترط في اختبار t الذي يخلص الفرق بين متوسطي مجتمعين ، الذي تناولناه في الفصل التاسع ، أن المجتمعين اللذين اخترنا منهما العينتين يتبعان توزيعاً طبيعياً . عندما لا يتوفر هذا الشرط فإن اختبار **Mann-Whitney** يكون البديل .

تتكون البيانات اللازمة للتحليل من عينة عشوائية من الحجم n_1 من المشاهدات x_1, x_2, \dots, x_{n_1} من المجتمع الأول المتصل . أيضا نختار عينة عشوائية أخرى من الحجم n_2 من المشاهدات y_1, y_2, \dots, y_{n_2} من المجتمع الثاني المتصل ويشترط أن تكون العينتين مستقلتين . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

H_0 : المجتمعين لهما نفس التوزيع .

H_1 : قيم x 's تتجه لأن تكون أصغر من قيم y 's .

لإجراء الاختبار نقوم بدمج مشاهدات العينتين معا في عينة واحدة ثم نقوم بترتيب المشاهدات تصاعدياً فنعطي الرتبة 1 لأصغر مشاهدة والرتبة 2 للمشاهدة التي تليها في العينة وهكذا حتى المشاهدة الأخيرة والتي تمثل أكبر قيمة حيث تعطى الرتبة $n_1 + n_2$. إذا ظهرت مشاهدات متساوية في العينة (تداخلات) فإننا نرتب المشاهدات كما لو أنها ليست فيها مشاهدات متساوية في العينة ثم نحسب الوسط الحسابي لرتب المشاهدات في فئة المشاهدات المتساوية في القيمة ونعتبر الوسط الحسابي رتبة لكل مشاهدة في الفئة . نحسب القيمة :

$$w = s - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

حيث s تمثل مجموع الرتب للعينة المختارة من المجتمع الأول و w قيمة للإحصاء W وذلك تحت فرض أن H_0 صحيح . لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض $W < w_\alpha$ حيث w_α هي القيمة الحرجة للإحصاء W وتستخرج من الجدول في ملحق (١٢) عند n_1, n_2 ومستويات معنوية مختلفة. للفرض البديل H_0 : قيم x 's تتجه لأن تكون أكبر من قيم y 's فإن منطقة الرفض $W > w_{1-\alpha}$ حيث $w_{1-\alpha}$ تحسب كالتالي :

$$w_{1-\alpha} = n_1 n_2 - w_\alpha$$

للفرض البديل H_1 : المجتمعان يختلفان بالنسبة للموقع ، فإن منطقة الرفض $W > w_{1-\frac{\alpha}{2}}$ أو

$$W < w_{\frac{\alpha}{2}} \text{ حيث :}$$

$$w_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1 n_2 - w_{\frac{\alpha}{2}}$$

مثال (١٢-١٤) يعطى الجدول (١٢-٣٠) أزمنة الفشل لنوعين من الأجهزة الإلكترونية والمطلوب اختبار فرض العدم H_0 : المجتمعين لهما نفس التوزيع ضد الفرض البديل H_1 : المجتمعين ليس لهما نفس التوزيع (عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$).

جدول (١٢-٣٠)

x	23	261	87	7	120	14	62	47	225	71	246	21
y	55	320	56	104	220	239	47	246	176	182	33	

من الجدول (١٢-٣١) يتم حساب مجموع الرتب للعينة الأولى وهي $s=124$.

جدول (١٢-٣١)

	x	x	x	x	y	y	x	y	y	x	x	x
	7	14	21	23	33	47	47	55	56	62	71	87
الرتب	1	2	3	4	5	6.5	6.5	8	9	10	11	12
	y	x	y	y	y	x	y	x	y	x	y	
	104	120	176	182	220	225	239	246	246	261	320	
الرتب	13	14	15	16	17	18	19	20.5	20.5	22	23	

وعلى ذلك فإن :

$$\begin{aligned} w &= s - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} \\ &= 124 - \frac{12(12+1)}{2} \\ &= 124 - 78 = 46. \end{aligned}$$

من الجدول في ملحق (١٢) فإن $w_{0.025}=34$ عند $n_1=12$ و $n_2=11$ وبما أن :

$$w_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1 n_2 - \frac{w_{\alpha}}{2}$$

فإن :

$$w_{0.975} = (12)(11) - 34 = 98.$$

منطقة الرفض $W > 98$ أو $W < 34$ وبما أن $w = 46$ تقع في منطقة القبول نقبل H_0 .
عندما n_1, n_2 أكبر من 20 فإننا لا نستطيع استخدام الجدول في ملحق (١٢) وفي هذه الحالة يمكن حساب القيمة :

$$z = \frac{w - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{(n_1 n_2)(n_1 + n_2 + 1)/12}}$$

والتي تمثل قيمة للمتغير العشوائي Z وهو تقريباً يتبع التوزيع الطبيعي القياسي وذلك تحت فرض أن H_0 صحيح .

بالنسبة لمشكلة التداخلات والتي قد تحدث داخل كل مجموعة أو بين قيم المجموعتين فقد تم إثبات أن التداخلات داخل المجموعة ليس لها تأثير على قيمة الإحصاء ولكن وجود تداخلات بين المجموعتين يؤثر على النتائج . في هذه الحالة لا بد من عمل تصحيح لقيمة Z . بفرض أن u ترمز لعدد التداخلات لترتب معطاة فإن معامل التصحيح للتداخلات يحسب من الصيغة التالية :

$$\frac{n_1 n_2 (\sum u^3 - \sum u)}{12(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}$$

والتي تطرح من المقام في صيغة Z تحت الجذر . وعلى ذلك المقام في صيغة Z يصبح :

$$\sqrt{\frac{(n_1 n_2)(n_1 + n_2 + 1)}{12} - \frac{n_1 n_2 (\sum u^3 - \sum u)}{12(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}}$$

Kruskal - Wallis اختبار (١٠-١٢)

يعتبر اختبار Kruskal - Wallis من أكثر الاختبارات اللامعلمية شيوعاً لإجراء تحليل التباين في حالة التصنيف الأحادي. تتكون البيانات اللازمة للتحليل من k من العينات العشوائية من الحجم n_1, n_2, \dots, n_k على أن تكون المشاهدات مستقلة سواء بين أو داخل المعالجات كما أن المجتمعات التي اختيرت منها العينات تكون من النوع المتصل . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

H_0 : التوزيعات للمجموعات التي عددها k متطابقة .

H_1 : التوزيعات للمجموعات التي عددها k ليس لها نفس الوسيط .

في هذا الاختبار نقوم بدمج مشاهدات العينات في عينة واحدة وإعطاء رتب لهذه المشاهدات حيث R_i ترمز إلى مجموع الرتب للملاحظات التي تنتمي إلى المجموعة رقم i والتي

عدد مشاهداتها n_i حيث أن $N = \sum_{i=1}^k n_i$ تمثل العدد الكلي للملاحظات الناتجة من k من

العينات . قيمة الإحصاء الذي يعتمد عليه قرارنا هو :

$$h = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2$$

والتي يمكن تبسيطه بالصيغة التالية :

$$h = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1).$$

حيث أن h هو قيمة للإحصاء H بافتراض أن H_0 صحيح . تستخرج القيم الحرجة للإحصاء H من الجدول في ملحق (١٣) عند مستويات مختلفة من المعنوية بشرط أن $n_i \leq 5, i = 1, 2, 3$. إذا كان عدد العينات أو عدد المشاهدات داخل كل عينة غير متوفر في الجدول فقد وجد بالبرهان أن H تقريبا تتبع توزيع χ^2 تحت شرط أن عدد المشاهدات في كل عينة لا تقل عن 5 أي أن $n_i \geq 5, i = 1, 2, \dots, k$. لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض $\chi^2 > \chi_{\alpha}^2$ حيث أن χ_{α}^2 تستخرج من جدول توزيع χ^2 عند مستوى معنوية α ودرجات حرية $k-1$. نرفض H_0 إذا وقعت h المحسوبة في منطقة الرفض .

في حالة وجود تداخلات لا بد من تصحيح الإحصاء H إلى الإحصاء H' حيث :

$$H' = \frac{H}{C},$$

$$C = 1 - \frac{\sum(u_i^3 - u_i)}{N^3 - N}$$

حيث u_i هو عدد القيم في كل فئة بها قيم متساوية و N هي القيمة الناتجة من دمج العينات

التي عددها k أي أن $N = \sum_{i=1}^k n_i$. لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض $H' > \chi_{\alpha}^2$ حيث:

χ^2_{α} تستخرج من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) بدرجات حرية $k-1$. إذا وقعت h' المحسوبة ($h' = \frac{h}{C}$) في منطقة الرفض نرفض H_0 . إذا كانت القيم المتداخلة قليلة في العينات فإن H' تقرب من H .

مثال (١٢-١٥) استخدمت ثلاثة طرق تعليمية مختلفة لتعليم ثلاثة مجموعات متشابهة من الطلبة وكانت درجات الامتحان النهائي معطاة في جدول (١٢-٣٢)

جدول (١٢-٣٢)

المجموعة A	20	37	39	41	45
المجموعة B	43	46	48	53	
المجموعة C	31	38	44		

هل توجد فروق معنوية بين الطرق الثلاثة؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.
الحل .

H_0 : توزيعات المجتمعات الثلاثة التي اختيرت فيها العينات الثلاثة متطابقة .

H_1 : توزيعات المجتمعات الثلاثة ليس لها نفس الوسيط.

للحصول على القيمة h تم دمج الثلاث عينات معا ووضع رتب للعينات المشتركة وتحديد رتب كل عينة والنتائج معطاة في الجدول (١٢-٣٣).

جدول (١٢-٣٣)

	الرتب					R_i
A	1	3	5	6	9	24
B	7	10	11	12		40
C	2	4	8			14

وعلى ذلك فإن قيمة h هي :

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i}{n_i} - 3(N+1) \\
 &= \frac{12}{N(N+1)} \left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right] - 3(N+1) \\
 &= \frac{1}{13} \left[\frac{24^2}{5} + \frac{40^2}{4} + \frac{14^2}{3} \right] - 3(13)
 \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{13} \cdot 580.53 \right) - 39$$

$$= 44.66 - 39 = 5.66.$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ القيمة الحرجة للإحصاء H والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٣) هي 5.6308 عند $n_1 = 5, n_2 = 4, n_3 = 3$. منطقة الرفض $H > 5.6308$ وبما أن $h = 5.66$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

مثال (١٢-١٦) في دراسة على نوع معين من الطحالب في بحيرة صغيرة قام باحث بمقارنة النسبة المتوية لعدد الطحالب من نوع ما في منطقة محددة خلال فصل الربيع ومنتصف الصيف وآخر الخريف والبيانات معطاة في جدول (١٢-٣٤).

جدول (١٢-٣٤)

الربيع %	9.6	11.2	11.6	11.7	12.8	12.9	15.8	22.7	24.6	32.5
منتصف الصيف %	4.8	7.6	7.6	9.2	9.6	21.1	24.6	25.6	26.4	32.8
آخر الخريف %	5.4	6.5	7.1	8.0	8.8	9.5	10.2	10.7	11.3	11.7

النتائج اللازمة لحساب h في جدول (١٢-٣٥)

جدول (١٢-٣٥)

	R_i										
الربيع	11.5	15	17	18.5	20	21	22	24	25.5	29	203.5
منتصف الصيف	1	5.5	5.5	9	11.5	23	25.5	27	28	30	166
آخر الخريف	2	3	4	7	8	10	13	14	16	18.5	95.5

$$h = \frac{12}{N(N+1)} \left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} \right] - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{30(31)} \left[\frac{203.5^2}{10} + \frac{166^2}{10} + \frac{95.5^2}{10} \right] - 3(31)$$

$$= 7.759.$$

ولوجود تداخلات لابد من تحويل h إلى h' . نحسب $u^3 - u$ لكل تداخل ثم نحسب $\Sigma(u^3 - u)$ كالتالي :

$$(8-2) + (8-2) + (8-2) + (8-2) = 24.$$

معامل التصحيح يحسب من الصيغة التالية :

$$1 - \frac{\Sigma(u^3 - u)}{N^3 - N}$$

$$= 1 - \frac{24}{27000 - 30} = 0.9991.$$

وعلى ذلك :

$$h' = \frac{7.759}{0.9991} = 7.76599.$$

$\chi_{0.05}^2 = 5.992$ والمستخرجة من جدول توزيع χ^2 في ملحق (٥) عند درجات حرية $k-1=3-1=2$. منطقة الرفض $X^2 > 5.992$. وبما أن $h' = 7.76599$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

Test Runs (١٢-١١) اختبار الدورات

يفيد هذا الاختبار في مجالات كثيرة منها المشاكل البيولوجية . فقد يرغب باحث ما في معرفة ما إذا كان عدد حالات الإصابة بمرض الملاريا ، مثلاً ، يتغير عشوائياً من سنة إلى سنة أخرى أم أن هناك عوامل غير عشوائية تؤدي إلى نقص أو زيادة عدد حالات الإصابة بهذا المرض . لإجراء الاختبار نفترض أن لدينا متابعة من المشاهدات المسجلة تبعاً لترتيب حدوثها وأن المشاهدات يمكن تقسيمها إلى نوعين (ليكن a, b) . يعتمد هذا الاختبار على متغير يطلق عليه اسم الدورة run حيث تعرف بأنها مجموعة الأحداث المتشابهة التي يسبقها أو يتبعها نوع آخر مخالف من الأحداث أو لا يتبعها أو لا يسبقها أية أحداث . عدد الإحداث في الدورة يطلق عليها طول الدورة (يمكن أن تحتوى الدورة على حدث واحد) . بفرض أن لدينا البيانات التالية والتي تم توليدها على الحاسب الآلي .

0.1, 0.4, 0.2, 0.8, 0.6, 0.9, 0.3, 0.4, .01, 0.2

بفرض أن a تمثل الرقم الذي أقل من 0.5 و b تمثل الرقم الذي أكبر من 0.5 والتي تعطى المتابعة :

a a a b b b a a a a

في هذه الحالة لدينا ثلاث دورات . سوف نرمز لعدد الدورات بالرمز r' ، أي أن $r' = 3$.
أيضا n_1 سوف ترمز لعدد قيم a و n_2 سوف ترمز لعدد قيم b . فرض العدم والفرض البديل
سوف يكونان على الشكل

H_0 : النوعان يقعان بعشوائية .

H_1 : النوعان لا يقعان بعشوائية .

يفرض أن H_0 صحيح فإن r' هي قيمة للإحصاء R' . القيم الحرجة السفلي للإحصاء R'
تستخرج من الجدول في ملحق (١٤) والقيم الحرجة العليا للإحصاء R' تستخرج من الجدول
في ملحق (١٥) وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05, n_1, n_2$. لتكن r_1 القيمة السفلي و
 r_2 القيمة العليا عند $\alpha = 0.05, n_1, n_2$ ، منطقة الرفض سوف تكون $R' > r_2$ أو $R' < r_1$
إذا وقعت القيمة r في منطقة الرفض نرفض H_0 . للفرض البديل H_1 : النوعان لا يقعان
بعشوائية لوجود عدد كبير من الدورات والمستوى معنوية $\frac{\alpha}{2}$ فإن منطقة الرفض $R' > r_2$.
للفرض البديل H_1 : النوعان لا يقعان بعشوائية لوجود عدد قليل من الدورات والمستوى معنوية
 $\frac{\alpha}{2}$ فإن منطقة الرفض $R' < r_1$. إذا كانت n_1, n_2 أكبر من 20 (كليهما أو أيهما) فإن
الجدولان في ملحق (١٤) و (١٥) لا يصلحان للاستخدام ولقد وجد بالبرهان أن :

$$Z = \frac{r' - \left[\frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}}$$

قيمة لمتغير عشوائي Z تقريبا يتبع التوزيع الطبيعي القياسي .

مثال (١٢ - ١٧) إذا كان عدد حالات الملاريا المسجلة في منطقة ما خلال عدة سنوات
مسجلة في الجدول (١٢ - ٣٦) .

جدول (١٢ - ٣٦)

51	82	64	32	11	12	54	71	90	101	84	72	45	20	74	15
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----	----	----

هل عدد حالات الإصابة تأخذ شكل عشوائي أم لا ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل . H_0 : البيانات عشوائية .

H_1 : البيانات غير عشوائية .

عادة يعتبر الوسيط هو القيمة التي تستخدم لتقسيم البيانات في العينة إلى نوعين a و b . للبيانات في جدول (١٢-٣٦) فإن الوسيط 59. سوف نرسم للقيمة التي أصغر من قيمة الوسيط بالرمز a والقيمة التي أكبر من قيمة الوسيط بالرمز b وبذلك نحصل على المتابعة التالية :

a bb aaaa bbbbbb aa b a

وعلى ذلك :

$$r' = 7, \quad n_2 = 8, \quad n_1 = 8$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ فإن $r_1 = 4$ والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٤) عند $n_1 = 8$ و $n_2 = 8$ و $r_2 = 14$ والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٥) عند $n_1 = 8$ و $n_2 = 8$. منطقة الرفض $R' > 14$ أو $R' < 4$. وبما أن $r' = 7$ فإنها تقع في منطقة القبول وبذلك نقبل فرض العدم.

مثال (١٢ - ١٨) إذا كان لدينا 34 شخصا وبفرض أن M ترمز للذكر و F ترمز للإناث وكانت النتائج كالتالي :

FF MMMMMMMMMM FF M FF MMMMMMMMMM FFFFF
MMM F

المطلوب تحديد هل العينة عشوائية أم لا ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل. H_0 : العينة عشوائية.

H_1 : العينة غير عشوائية.

من بيانات العينة نجد أن :

$r' = 9$, $n_2 = 22$ (عدد M) و $n_1 = 12$ (عدد F) وبما أن $n > 20$ فإننا نستخدم

التقريب الطبيعي وعلى ذلك :

$$z = \frac{r' - \left[\frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}}$$

$$= \frac{9 - \left[\frac{2(12)(22)}{12 + 22} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{2(12)(22)[2(12)(22) - 12 - 22]}{(12 + 22)^2(12 + 22 - 1)}}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{9 - 16.529}{\sqrt{6.8373702}} \\ &= -2.879. \end{aligned}$$

لمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ و $z_{0.025} = 1.96$ والمستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي القياسي في ملحق (٣). منطقة الرفض $Z > 1.96$ أو $Z < -1.96$ وبما أن $z = -1.101$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

(١٢-١٢) معامل ارتباط سيرمان للرتب

The Spearman Rank Correlation Coefficient

تناولنا في البند (١٠-٤) من الفصل العاشر اختبارات الفروض التي تخص معامل ارتباط المجتمع ρ تحت فرض أن X, Y متغيرين عشوائيين لهما توزيع طبيعي ثنائي. في حالة عدم تحقق الشرط السابق فإنه يمكننا استخدام معامل سيرمان كإحصاء لاختبار عدم وجود علاقة (ارتباط) بين المتغيرين X, Y . أيضا يمكننا استخدام معامل سيرمان كمقياس وصفى لقوة الارتباط بين متغيرين X, Y عندما تكون البيانات في العينة غير متوفرة في شكل بيانات رقمية ولكن يمكن تعيين رتب لها. لإجراء الاختبار نتبع الآتي:

(أ) تختار عينة عشوائية من الحجم n من أزواج المشاهدات الرقمية أو الوصفية. كل زوج من المشاهدات يمثل قراءتين مأخوذتين على نفس المفردة والمسماة وحدة الاقتران unit of association. أيضا قد تمثل البيانات مشاهدات مأخوذة من مجتمع ثنائي. سوف نرمز لأزواج المشاهدات كالتالي $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.

(ب) نرتب قيم المشاهدات في العينة والتابعة للمتغير X تصاعدياً وتعطي رتبة لكل قيمة مشاهدة بالنسبة لكل قيم المشاهدات الأخرى. سوف نرمز لرتبة المشاهدة رقم i ، x_i ، بالرمز $r(x_i)$. عندما $r(x_i) = 1$ فهذا يعني أن x_i تمثل أقل قيمة مشاهدة من قيم المتغير X في العينة.

(ج) نرتب قيم المشاهدات في العينة والتابعة للمتغير Y تصاعدياً وتعطي رتبة لكل قيمة مشاهدة بالنسبة لكل قيم المشاهدات الأخرى. سوف نرمز لرتبة المشاهدة رقم j ، y_j ، بالرمز $r(y_j)$. عندما $r(y_j) = 1$ فهذا يعني أن y_j تمثل أقل قيمة مشاهدة من قيم المتغير Y في العينة.

(ح) عند حدوث تداخلات نعطي متوسط الرتب المتتالية بدلاً من الرتبة كالمعتاد.

(خ) إذا كانت البيانات وصفية بإمكاننا تحويلها إلى رتب.

قيمة الإحصاء الذي يعتمد عليه قرارنا هو معامل ارتباط سيرمان والذي يحسب من الصيغة التالية :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث:

$$\sum d_i^2 = \sum [r(x_i) - r(y_i)]^2.$$

لكل زوج من المشاهدات وعندما تكون رتبة x نفس رتبة y (ارتباط تام طردي) ، فإن كل الفروق d_i سوف تساوى صفر وعلى ذلك $r_s = +1$. إذا كانت رتبة كل متغير داخل كل زوج من المشاهدات عكس الآخر (ارتباط تام عكسي) ، أي إذا كان :
 $[r(x)=1, r(y)=n]$, $[r(x)=2, r(y)=n-1]$, ..., $[r(x)=n, r(y)=1]$
 وذلك لأزواج المشاهدات التي عددها n فإن $r_s = -1$. على سبيل المثال إذا كان لدينا أزواج المشاهدات التالية :

$$(x_i, y_i) : (12,5), (11,6), (10,7), (9,8)$$

فإن الرتب تصبح :

$$\begin{array}{cccc} r(x_i) : & 4 & 3 & 2 & 1 \\ r(y_i) : & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

وعلى ذلك $\sum d_i^2$ سوف تكون :

$$(3)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (-3)^2 = 20.$$

وبالتعويض في معادلة سيرمان فإن :

$$\begin{aligned} r_s &= 1 - [(6)(20) / (4)(15)] \\ &= 1 - 2 = -1. \end{aligned}$$

معامل ارتباط سيرمان لا يمكن أن يزيد عن $+1$ ولا يمكن أن يقل عن -1 . فرض العدم والفرض البديل سوف يكونان على الشكل :

H_0 : المتغيرين مستقلين .

H_1 : توجد علاقة بين المتغيرين في نفس الاتجاه أو الاتجاه المعاكس .

بفرض أن H_0 صحيح فإن r_s تمثل قيمة للإحصاء R_s الذي له توزيع احتمالي . القيم المرجحة $r_{s,\alpha}^*$ للإحصاء R_s تستخرج من الجدول في ملحق (١٦) لعينات من الحجم 4 وحتى الحجم 30 عن مستويات مختلفة من المعنوية . لمستوى معنوية α فإن منطقة الرفض $R_s > r_{s,\alpha}^*/2$ أو

إذا وقعت $r_s < -r_{s,\alpha}^*$. H_0 نرفض فإننا نرفض البديل H_1 :
 توجد علاقة بين المتغيرين في نفس الاتجاه فإن منطقة الرفض $R_s > r_{s,\alpha}^*$ وذلك عند مستوى
 معنوية α . للرفض البديل H_1 : توجد علاقة بين المتغيرين في اتجاه معاكس فإن منطقة الرفض
 $R_s < -r_{s,\alpha}^*$ وذلك عند مستوى معنوية α .

القرارات السابقة تستخدم عندما لا يكون هناك تداخل أو أن يكون عددها صغيراً .
 عندما يكون هناك تداخل و إذا كان عددها كبيراً (العدد الصغير للتداخلات لا يؤثر على r_s)
 فيجب إجراء تصحيح على r_s ونحتاج جداول خاصة لإجراء الاختبار سوف لا نعرض لها .
 عندما يكون حجم العينة كبيراً (أكبر من 30) فإننا لا نستطيع استخدام الجداول ولكن تم إثبات
 أن :

$$z = r_s / \sqrt{n-1}$$

قيمة للمتغير العشوائي Z والذي تقريباً يتبع التوزيع الطبيعي القياسي وذلك بافتراض أن
 H_0 صحيح .

مثال (١٢ - ١٩) للدراسة العلاقة بين الهيموجلوبين X (مقاساً $mg/100 ml$) وعدد كرات
 الدم الحمراء Y بالمليون لكل مليمتر مكعب ، اختبرت عينة عشوائية من 12 ذكر بالغ من
 مجتمع ما وتم قياس تركيزات الهيموجلوبين وعدد كرات الدم الحمراء لكل مفردة والبيانات
 معطاة في جدول (١٢ - ٣٧) .

جدول (١٢ - ٣٧)

الشخص	الهيموجلوبين		كرات الدم الحمراء		d	d ²
	x	رتب x	y	رتب y		
1	15.2	7.5	5.1	9	-1.5	2.25
2	16.4	12	5.4	11	1	1
3	14.2	2	4.5	4	-2	4
4	13.0	1	4.2	1	0	0
5	14.5	3	4.3	2.5	0.5	0.25
6	16.1	11	6.1	12	-1	1
7	15.2	7.5	5.2	10	-2.5	6.25
8	14.8	5	4.3	2.5	2.5	6.25
9	15.7	10	4.7	6	4	16
10	14.9	6	4.8	7.5	-1.5	2.25
11	15.6	9	4.6	5	4	16
12	14.7	4	4.8	7.5	-3.5	12.25

المطلوب اختبار فرض العدم H_0 : المتغيرين مستقلين ضد الفرض البديل H_1 : توجد علاقة بين المتغيرين في نفس الاتجاه أو الاتجاه المعاكس وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل . $\sum d_i^2 = 67.5$ وعلى ذلك فإن :

$$\begin{aligned} r_s &= 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \\ &= 1 - \frac{6(67.5)}{12(144 - 1)} \\ &= 1 - 0.2360139 = 0.763986. \end{aligned}$$

$r_s^* = 0.5804$ والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٦) عند مستوى معنوية

$n = 12$ ، منطقة الرفض $R_s > 0.5804$ أو $R_s < -0.5804$. وبما أن $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$r_s = 0.763986$ تقع في منطقة الرفض لرفض H_0 .

مثال (١٢ - ٢٠) يعطى الجدول (١٢ - ٣٨) تقديرات 10 طلاب في كل من الإحصاء والرياضيات .

جدول (١٢ - ٣٨)

تقديرات الإحصاء	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيد	ممتاز	جيد	ممتاز	جيد	جيد
تقديرات الرياضيات	جدا	جيد	مقبول	جيد	جدا	جيد	مقبول	ممتاز	جيد جدا	جيد

أختبر فرض العدم H_0 : المتغيرين مستقلين .

ضد الفرض البديل :

H_1 : توجد علاقة بين المتغيرين في نفس الاتجاه .

وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل . من جدول (١٢ - ٣٨) يمكن الحصول على جدول (١٢ - ٣٩) .

جدول (١٢ - ٣٩)

المجموع	4	4	9.5	4	9.5	7.5	4	1	4	7.5	رب x
	7.5	7.5	10	1.5	7.5	4	7.5	1.5	7.5	4	رب y
0	-3.5	-3.5	-0.5	2.5	2	3.5	-3.5	-0.5	3.5	0	D _i
72	12.25	12.25	0.25	6.25	4	12.25	12.25	0.25	12.25	0	d _i ²

وعلى ذلك :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(72)}{10(100 - 1)}$$

$$= 1 - 0.4363636 = 0.5636363.$$

$r_{s,0.05}^* = 0.5515$ والمستخرجة من الجدول في ملحق (١٦) عند مستوى معنوية $n = 10, \alpha = 0.05$. ومنطقة الرفض $R_s > 0.5515$. وبما أن $r_s = 0.5636363$ تقع في منطقة الرفض نرفض H_0 .

تمارين :

١- اختبر 178 رقم من أحد الجداول عشوائياً وكان التوزيع التكراري لهذه الأرقام كما في الجدول التالي :

الرقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9
التكرار	17	18	22	20	15	29	22	20	15
المشاهد									

أختبر فرض العدم ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، أن البيانات السابقة يمكن توفيقها بالتوزيع المنتظم .

٢- أُلقيت عمله 100 مرة وتم الحصول على 63 صورة و 37 كتابة . هل هذه النتائج تتفق مع الفرض القائل أن العملة متزنة ؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣- طبقا لنظرية في علم الوراثة فإن تمجين الورود الحمراء والورود الصفراء ينتج ورود حمراء بنسبة 50% وورود برتقالية بنسبة 25% وورود صفراء بنسبة 25% . لاختبار صحة هذه النظرية أُجريت 164 عملية تمجين فتم الحصول على 29 وردة حمراء و 90 وردة برتقالية و 45 وردة صفراء هلي تدل هذه البيانات على صحة النظرية . استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٤- أُلقيت زهرة 120 مرة متتالية وتم الحصول على النتائج التالية :

عدد النقاط	1	2	3	4	5	6
التكرار المشاهد	18	21	17	22	23	19

هل يمكن القول بأنه هذه الزهرة غير متحيزة باستخدام مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٥- ألفت أربع قطع نقود عشرين مرة وتم الحصول على النتائج التالية :

عدد الصور	0	1	2	3	4
التكرار المشاهد	3	4	5	5	3

المطلوب استخدام اختبار مربع كاي لجودة التوفيق لاختبار ما إذا كانت النتائج تتفق مع توزيع

ذي الحددين باحتمال نجاح $\frac{1}{2}$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٦- اختيرت ثلاثة كرات من إناء يحتوي على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء وتم تسجيل

العدد x الذي يمثل عدد الكرات الحمراء ثم أعيدت الكرات في الإناء وكررت التجربة 112 مرة

. النتائج التي تم الحصول عليها في الجدول التالي :

x	0	1	2	3
التكرار المشاهد	1	31	55	25

أختبر فرض العدم ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ ، أن البيانات التي تم الحصول عليها من

التجربة يمكن توفيقها بالتوزيع الهندسي الزائدي $h(x ; 8,3,5)$ حيث $x=0,1,2,3$.

٧- إذا كانت درجات مادة الإحصاء لفصل دراسي خاص كالآتي :

الدرجة	A	B	C	D	E
التكرار المشاهد	14	18	32	20	16

أختبر فرض العدم ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ ، أن البيانات في الجدول السابق يمكن

توفيقها بتوزيع منتظم .

٨- ألفت عملة حتى ظهر وجه فإذا كان X يمثل عدد المحاولات حتى ظهور وجه . بعد

تكرار التجربة 256 مرة تم الحصول على البيانات التالية :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
التكرار المشاهد	136	60	34	12	9	1	3	1

أختبر فرض العدم ، عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ ، أن البيانات في الجدول السابق يمكن

توفيقها بالتوزيع الهندسي $g(x, \frac{1}{2})$, $x=1,2,3, \dots$.

٩- قامت شركة للتأمين على السيارات بتسجيل البيانات الخاصة بعدد الحوادث x التي

تعرضت لها السيارات المؤمن عليها والبيانات في الجدول التالي :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

التكرار	10	40	100	150	200	125	75	50	30	20
المشاهد										

هل يمكن القول أن عدد الحوادث التي تتعرض لها السيارات المؤمن عليها تتبع توزيع بواسون وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

١٠- البيانات في الجدول التالي تعطي التوزيع التكراري لمغير X .
(أ) وفق منحنى التوزيع الطبيعي لهذه البيانات.

(ب) اختبر جودة التوفيق وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

حدود الفترة	0-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	15-16
التكرار	15	20	35	25	35	40	20	15

١١- البيانات التالية تعطي عدد الوفيات بسبب تعاطي جرعات زائدة من مشروب كحلي وذلك عند أعمار مختلفة :

العمر	9-15	16-22	23-29	30-36	37-43	44-50	51-57
التكرار	40	35	32	10	13	13	4

المطلوب (أ) وفق منحنى التوزيع الطبيعي لهذه البيانات؟

(ب) اختبر جودة التوفيق عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$

١٢- في معركة حربية كان عدد المناطق m_y التي تستقبل y ضربات كالتالي :

y	0	1	2	3	4	≥ 5
m_y	229	211	93	35	7	1

اختبر فرض العدم أن عدد الضربات متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمعلمة μ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ افترض أن $\bar{x} \approx 3.25$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

١٣- إذا كانت أزمدة الحياة لـ 100 خلية ضوئية flashlight ، تم ملاحظتها موزعة كالتالي:

عدد الدقائق	0-706	706-746	746-786	786-∞
التكرار	13	36	38	13

اختبر فرض العدم أن زمن الحياة X للخلية الضوئية يتبع توزيعاً طبيعياً .

١٤- قام مستول مراقبة الجودة في مصنع لإنتاج وحدات معينة باختبار 200 وحدة من ناحية عدد السطوح التالفة وتم الحصول على البيانات التالية :

عدد السطوح التالفة	0	1	2	3	4	5	6 وأكثر
التكرار المشاهد	90	62	31	13	3	1	0

استخدم توزيع بواسون لتوفيق هذه البيانات واختبر جودة التوفيق عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

١٥- أوضحت الدراسات السابقة في مصنع للملابس أن 14% من المبيعات كانت للأشخاص الذين عمرهم أقل من 16 سنة و 38% كانت للأعمار من 16 إلى 20 سنة و 26% كانت للأعمار من 21 إلى 25 سنة و 22% كانت للأشخاص أكبر من 25 سنة. الجدول التالي يعطى النتائج التي تم الحصول عليها من عينة من 200 شخص .

العمر	أقل من 16	16-20	21-25	أكبر من 25
التكرار	22	62	60	56

ما هو فرض العدم الذي تتوقع أن تختبره ؟ ضع استنتاجك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

١٦- إذا كان X يمثل الزمن اللازم (بالأيام) لتصلح مكون ما في طائرة . المطلوب اختبار ما إذا كان توزيع بواسون بمتوسط $\mu = 3$ أيام نموذج مناسب لهذا المتغير وذلك باستخدام البيانات في الجدول التالي :

زمن التصليح (بالأيام)	0	1	2	3	4	5	6	≥ 7
التكرار	1	3	7	6	10	7	6	0

١٧- يعطى الجدول التالي سرعة الإشعاع radial velocities لعدد 80 من النجوم الساطعة والمطلوب اختبار ما إذا كان التوزيع الطبيعي نموذج قياسي لهذا المتغير .

حدود الفنة	(-80,-70)	(-70,-60)	(-60,-50)	(-50,-40)	(-40,-30)
التكرار	1	2	2	2	8
حدود الفنة	(-30,-20)	(-20,-10)	(-10, 0)	(0,10)	(10,20)
التكرار	24	26	11	2	1
حدود الفنة	(20,30)				
التكرار	1				

١٨- في عينة عشوائية من 1000 شخص وجد أن 452 يعطون صوqم لمرشح ما. المطلوب اختيار فرض العدم أن 50% من الأصوات تذهب إلى المرشح وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

١٩- خلال 1000 ساعة طيران لخمسين طائرة تم تسجيل عدد الطائرات m_x التي حدث لها فشل في x مكون . النتائج في الجدول التالي :

x	0	1	2	3	4	≥ 5
m_x	7	10	9	7	6	11

اختبر فرض العدم أن المتغير X يتبع توزيع بواسون بمعلمة $\mu = 2$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٢٠- إذا كان عدد الصناديق المرفوضة من الحجم الواحد من مسحوق منظف من الأنواع A, B, C, D, E, F هي :

النوع	A	B	C	D	E	F
عدد الوحدات المرفوضة	270	308	290	312	300	320

أختبر فرض العدم أن الاختلاف بين الأنواع المختلفة يرجع إلى الصدفة باستخدام مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢١- في بحث ميداني عن التفضيل خمسة أنواع من مساحيق التنظيف A, B, C, D, E تم الحصول على البيانات التالية :

النوع	A	B	C	D	E
التكرار	187	221	193	204	195

هل تعتقد أن المستهلكين غير قادرين على التمييز بين المساحيق الخمسة ؟ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢٢- في مشكلة جينية يعتقد أن اللون البني يحدث باحتمال 0.25 والأبيض باحتمال 0.25 والمنقط باحتمال 0.5 .

(أ) أختبر فرض العدم أن هذا النموذج صحيح عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ إذا تم الحصول على البيانات التالية :

اللون	البني	الأبيض	المنقط
التكرار	5	15	20

(ب) أختبر فرض العدم أن الاحتمالات هي $\frac{1}{9}$ للبي و $\frac{4}{9}$ للأبيض و $\frac{4}{9}$ للمتقط وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢٣- إذا كان احتمال أن لاعب كرة السلة يصوب نحو الهدف هو 0.3 فإذا لعب 100 محاولة فحصل على 20 هدف أختبر فرض العدم $H_0: P = 3$ ضد الفرض البديل $H_1: P \neq 0.3$ حيث P هو احتمال التصويب نحو الهدف عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٢٤- اختيرت عينة عشوائية من 30 فرداً في جامعة ما وتم تصنيفهم تبعاً للجنس وعدد ساعات مشاهدة التلفزيون في خلال أسبوع. البيانات التي تم الحصول عليها معطاة في الجدول التالي :

المشاهدة	الجنس	
	ذكر	أنثى
أكثر من 25 ساعة	5	9
أقل من 25 ساعة	9	7

هل يمكن القول أن هناك علاقة بين الجنس وعدد ساعات مشاهدة التلفزيون وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢٥- أخذت عينة عشوائية من 200 رجل متزوج وتم تصنيفهم في الجدول التالي تبعاً للتعليم وعدد الأطفال :

التعليم	عدد الأطفال		
	0-1	2-3	أكثر من 3
بسيط	14	37	32
متوسط	19	42	17
جامعي	12	17	10

أختبر فرض العدم أن عدد الأفراد في الأسرة غير مرتبط بالتعليم وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٢٦- لدراسة العلاقة بين امتلاك سيارة وامتلاك تلفزيون في بلد ما تم إجراء استطلاع للرأي على عينة من 20,000 شخص وقد تم الحصول على البيانات التالية :

عدد التلفزيونات التي يمتلكها الشخص	عدد السيارات التي يمتلكها الشخص			
	لا يوجد	1	2	3

لا يوجد	1000	900	100	2000
واحد	1500	2600	500	4600
أثنين أو أكثر	500	2500	400	3400

أخبر فرض العدم أن عدد السيارات التي يمتلكها الشخص مستقلة عن عدد التليفزيونات التي يمتلكها وذلك مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢٧- أجري استطلاع للرأي على 300 طالب في ثلاث كليات للتجارة (في ثلاث جامعات مختلفة) وذلك لمعرفة المجال التجاري الذين يرغبون العمل فيه بعد التخرج وكانت الإجابات كالتالي :

المجال	A	B	C
الاستثمار	20	20	10
البنوك	15	25	30
الشركات	60	40	50
الاستشارات	5	15	10

يرغب المستول عن البحث في معرفة ما إذا كان المجال الذي يعمل فيه الشخص مستقل عن الجامعة التي يتخرج منها وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٢٨- في عينة عشوائية من 174 شخص يقودون سيارة جديدة في مدينة ما تم تصنيفهم حسب عدد السيارات التي اشتراها كل قائد سيارة خلال العشرة سنوات السابقة والأعمار المختلفة لهم وذلك في الجدول التالي :

عدد السيارات المشترية	العمر		
	أقل من 30	30 - 40	40 فأكثر
0	49	5	12
1	23	13	12
2	11	18	7
أكثر من 2	7	12	5

قدر ما إذا كان هناك علاقة بين العمر وعدد السيارات المشتراة .

٢٩- الجدول التالي يبين 94 شخصاً مقسمين حسب التدخين والتعليم .

التدخين	متعلم	غير متعلم
---------	-------	-----------

يدخن	29	22
لا يدخن	24	19

المطلوب اختبار العلاقة بين التدخين والتعليم عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣٠- تقوم إحدى الشركات بإنتاج ثلاثة مستويات من منتج معين . فإذا اختيرت عينة عشوائية مكونة من 540 وحدة من المصنع وتم تسجيل عدد الوحدات التالية في كل مستوى في الجدول التالي :

مستوى الإنتاج	نوع الإنتاج	
	سليم	معيب
A	185	20
B	199	24
C	98	14

اختبر فرض العدم بعدم وجود علاقة بين مستوى الإنتاج ونوع المنتج (سليم ومعيب) وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣١- أجرى بحث ميداني لتقدير ما إذا كان هناك علاقة بين الاتجاه السياسي وغزو الفضاء وتم الحصول على البيانات التالية :

الاتجاه السياسي	التدعيم		
	جيد جداً	جيد	لا يدعم
جمهوري	8	12	10
ديمقراطي	10	17	10
مستقل	12	6	12

اختبر فرض العدم بعدم وجود علاقة بين الاتجاه السياسي وغزو الفضاء .

٣٢- أراد مسئول في مكتبة لبيع الكتب العلمية دراسة ما إذا كان هناك علاقة بين لون الإعلانات المرسله إلى العملاء وكمية المبيعات . أرسل 200 إعلان إلى مجموعة من العملاء وتم الحصول على البيانات التالية :

	إعلان ملون	إعلان غير ملون
الكمية المباعة	70	20
الكمية الغير مباعة	30	80

المطلوب دراسة العلاقة بين لون الإعلان وكمية المبيعات عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣٣- يعطى الجدول التالي التقديرات التي حصل علىها 272 طالباً في اختبارين مختلفين.

الاختبار الأول	الاختبار الثاني		
	ممتاز	جيد	مقبول
ممتاز	9	9	99
جيد	29	7	39
مقبول	59	2	19

هل يمكن الجزم بعدم وجود ارتباط بين درجات الاختبارين عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٣٤- في عينة عشوائية من 750 شخص تم تصنيفهم حسب الدخل والوزن في الجدول التالي :

الوزن	الدخل		
	منخفض	متوسط	عالي
خفيف	100	50	50
متوسط	50	200	70
بدين	120	60	50

اختبر فرض العدم أن العاملين (الدخل والوزن) مستقلين عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣٥- الجدول التالي يعطى عدد الوحدات التالفة السليمة المنتجة بواسطة آلتين .

	وحدات تالفة	وحدات سليمة
الماكينة A	25	375
الماكينة B	42	558

هل عدد الوحدات التالفة مستقل عن نوع الماكينة التي تنتجها. وذلك عند مستوى معنوية

$\alpha = 0.05$.

٣٦- أعطيت لعينة من 100 شخص مسحوق للغسيل قياسي وذلك لتسجيل ما إذا كان

المسحوق فعال أو غير فعال ثم أعطى لهم مرة أخرى مسحوق جديد وتم سؤالهم مرة أخرى عن

رأيهم في المسحوق . نتائج الاستقصاء في الجدول التالي :

المسحوق القياسي	المسحوق الجديد	
	فعال	غير فعال
فعال	20	10
غير فعال	50	20

هل يمكن القول بأن هناك ارتباط بين الفاعلية ونوع المسحوق ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٣٧- يعطى الجدول التالي تصنيف لمينة عشوائية من 2764 شخص حسب الدخل بالدولار والفترة منذ آخر زيادة لاستشارة طبيب .

الدخل	منذ 6 شهور	من 7 شهور لسنة	أكثر من سنة
أقل من 3000	186	38	35
3000-4999	227	54	45
5000-6999	219	78	78
7000-9999	355	112	140
أكثر من 10,000	653	285	259

المطلوب اختبار ما إذا كان هناك استقلال بين المتغيرين (الدخل وزيارة الطبيب) وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣٨- قامت إحدى الشركات بعمل دورات تدريبية للعاملين بها لرفع كفاءتهم . اختيرت عينة عشوائية من 100 عامل وتم تصنيفهم تبعاً لكفاءتهم قبل وبعد عمل الدورات التدريبية والنتائج معطاة في الجدول التالي :

قبل الدورات	بعد الدورات		المجموع
	غير ماهر	ماهر	
غير ماهر	20	80	100
ماهر	2	98	100
المجموع	22	178	200

هل يمكن القول أن هناك علاقة بين التدريب والكفاءة ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٣٩- قام صاحب متجر بتسجيل المعلومات التالية عن 450 شخص من المترددين على المتجر والبيانات معطاة في الجدول التالي :

	ذكور	إناث
يشترى	60	60
لا يشترى	150	180

هل يمكن القول أن الشراء يرتبط بالجنس ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٤٠- لدراسة العلاقة بين حساسية الجلد من ضوء الشمس ولون العين حصل طبيب متخصص في الأمراض الجلدية على البيانات التالية وذلك من عينة عشوائية من 100 شخص .

لون العين	تأثير الأشعة		
	قوي	متوسط	ضعيف
أزرق	19	27	4
رمادي أو اخضر	7	8	5
بني	1	13	16

هل يمكن القول أن هناك علاقة بين لون العين وحساسية الجلد عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٤١- أعطي دواء لثلاثة مجموعات وسجلت النتائج في الجدول التالي :

الدواء	نسبة المرضى الذين تم شفائهم	نسبة المرضى الذين لم يشفوا
A	95	35
B	90	10
C	85	15

قدر ما إذا كانت هذه البيانات توضح اختلاف استجابة الشفاء للأدوية الثلاثة وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

٤٢- يقوم مصنعين بإنتاج نفس المنتجات A, B, C الجدول التالي يعطى الوحدات المنتجة من كل مصنع .

المصنع	المنتج			المجموع
	A	B	C	
X	42	13	33	88
Y	20	21	58	99

هل يمكن القول بأن هناك فرق معنوية بين الإنتاج للمصنعين ؟ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

٤٣- في معهد للأورام تم تجربة علاج جديد يسمى Q 134 على عينة عشوائية من 170 مريض . أيضا اختبرت عينة عشوائية من 170 مريض وتم علاجهم بالعلاج القديم المسمى Q133 والنتائج معطاة في الجدول التالي :

العلاج	شفاء	وفاة
Q134	150	20
Q133	130	40

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_j ; j = 1, 2$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٤٤- اختبرت عينات عشوائية من الطلبة في فرق دراسية مختلفة وتم حساب درجاتهم وتسجيل تقديراتهم في الجدول التالي :

الفرقة	التقدير		
	ضعيف	جيد ومقبول	جيد جدا وممتاز
الفرقة الأولى	24	58	18
الفرقة الثانية	36	112	52
الفرقة الثالثة	80	230	90
الفرقة الرابعة	60	200	40

هل تدل هذه البيانات على أن توزيع الطلاب حسب تقديراتهم يعتمد على الفرقة الدراسية الموجود فيها الطالب ؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٤٥- يوجد في شركة سنترال A وسنترال B ويعتقد العامل على السنترال A أنه يستقبل مكالمات دولية أكثر من السنترال B لاختبار هذا الفرض تم الحصول على البيانات السلي في الجدول التالي :

السنترال	المكالمات المحلية	المكالمات الدولية
A	400	100
B	328	72

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_j ; j = 1, 2$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٤٦- قام صاحب سيارات بعمل استطلاع للرأي عن تفضيل شراء نوع جديد من السيارات وذلك في ثلاثة مدن A, B, C. اختبرت عينات عشوائية من الثلاثة مدن وتم سؤالهم " هل تفضلون شراء السيارة الجديدة " ؟ وتم الحصول على البيانات التالية :

نتائج الاستطلاع	المدن		
	A	B	C
يفضل الشراء	100	160	190
لا يفضل الشراء	50	40	60

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_{j|3} = P_j ; j = 1, 2$

٤٧- في استطلاع للرأي على الأشخاص بدون عمل في أربعة مناطق في بلد ما اختيرت أربع عينات من الحجم 300 واحدة من كل منطقة وتم تصنيفهم حسب المدة التي مكثوا فيها بدون عمل :

المدة بدون عمل بالأسبوع	المناطق				المجموع
	NE	SE	Nw	Sw	
أكثر من 20	80	75	60	65	280
من 10-20	115	105	110	90	420
أقل من 10	105	120	130	145	500

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_{j|3} = P_{j|4} = P_j ; j = 1, 2, 3$

٤٨- بفرض أن جدول توافق من نوع 2×3 لمقارنة عيتين مستقلين . بفرض أن عينة عشوائية من الرجال وعينة عشوائية أخرى من النساء أعطوا رأيهم في بحث ميداني وتم تسجيل النتائج في الجدول التالي :

	يوافق	لا يوافق	لم يقرر
سيدة	118	62	25
رجل	84	78	37

هل يمكن القول أن الرجال والسيدات يفكرون بطريقة مختلفة ؟

٤٩- إذا تم تصنيف أنواع الفشل في طائرة إلى كهربائي - ميكانيكا - غير ذلك . فإذا تم تصميم نوعين من الطائرات I, II. المطلوب اختبار فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_j ; j = 1, 2, 3$. وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

وذلك بالاعتماد على البيانات التالية :

	ميكانيكي	كهربائي	غير ذلك
التصميم I	50	30	60
التصميم II	40	30	40

٥٠- أجريت دراسة على عادة التدخين بين الذكور والإناث في منطقة ما. اختيرت عيتين واحدة من 200 رجل والأخرى من 200 سيدة والبيانات في الجدول التالي :

	يدخن	لا يدخن
رجال	110	90

سيارات	104	96
--------	-----	----

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_j, j=1,2$ وذلك عند مستوى معنوية

$$\alpha = 0.05$$

-٥١- يعتقد شخص أن نسبة وجود صفة ما في ثلاث مجتمعات واحدة وتساوي 0.3. اختبرت عينات عشوائية من الحجم 50, 100, 50 من المجتمعات 1,2,3 على التوالي. يعطى الجدول التالي البيانات التي تم الحصول عليها في كل عينة. اختبر فرض العدم

$$H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_{j|3} = P_j, j=1,2.$$

	نعم	لا	المجموع
العينة 1	20	30	50
العينة 2	25	75	100
العينة 3	25	25	50

-٥٢- بفرض أن لديك البيانات التالية في بحث ميداني :

	نعم	لا	المجموع
العينة 1	10	40	50
العينة 2	50	20	100
العينة 3	30	20	50

إذا كان يعتقد أن نسبة الذين يقولون نعم هو $P_1=0.8$ اختبر فرض العدم

$$H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_{j|3} = P_j, j=1,2$$

-٥٣- في بحث ميداني تم تصنيف ثلاثة عينات من المزارعين I, II, III حسب نوع العمل في الأرض التي يزرعها (خليط - بأجر - يمتلك) . البيانات معطاة في الجدول التالي :

	يمتلك	بأجر	خليط
العينة I	36	67	49
العينة II	31	60	49
العينة III	58	87	80

اختبر فرض العدم $H_0 : P_{j|1} = P_{j|2} = P_{j|3} = P_j, j=1,2,3$ وذلك عند مستوى معنوية

$$\alpha = 0.05$$

٥٤- يتكون نظام من أربعة أجزاء تعمل مستقلة عن بعضها فإذا كان P_i يرمز إلى احتمال أن يعمل الجزء i بنجاح. أختبر فرض العدم $P_1=0.9, P_2=0.9, P_3=0.8, P_4=0.8$ وذلك باستخدام البيانات في الجدول التالي والتي تعطي عدد مرات النجاح لكل جزء في 50 محاولة.

الجزء	1	2	3	4
عدد مرات النجاح	40	48	45	40

٥٥- البيانات التالية تمثل 20 مفردة تم توليدها على الحاسب الآلي :

.81	.48	.1	.29	.31	.86	.91	.92	.27	.21
.31	.39	.39	.47	.84	.81	.97	.51	5.9	.70

(أ) أختبر فرض العدم $H_0: M = 0.5$ ضد الفرض البديل $H_1: M > 0.5$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

(ب) أختبر فرض العدم $H_0: M = 0.21$ ضد الفرض البديل $H_1: M > 0.21$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٥٦- البيانات التالية تمثل الدخل السنوي لعشرين أسرة بالدولار

20130	25570	20410	30700	19340	2370	48160	14350	13670	5850
30700	19340	496	24840	17880	27620	21660	12110	13570	45150

أختبر فرض العدم $H_0: M = 24800$ ضد الفرض البديل $H_1: M < 24800$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٥٧- إذا كانت أوزان إناث القروء بالكيلو جرام لعينة من الحجم $n=15$ هي :

8.3	9.50	9.60	8.75	8.40	9.10	9.25	9.80	10.05
8.15	10.00	9.60	9.80	9.20	9.30			

أختبر فرض العدم $M = 8.81$ ضد الفرض البديل $H_1: M > 8.41$ وذلك باستخدام اختبار الإشارة .

٥٨- تم سؤال 14 شخص من المدخنين عن العمر الذي بدءوا التدخين عنده وكان لديهم النتائج الآتية :

الشخص	1	2	3	4	5	6	7
العمر	22	25	37	28	15	14	22
الشخص	8	9	10	11	12	13	14
العمر	16	18	17	23	16	20	18

هل يمكن اختبار الفرض القائل بأن وسيط المجتمع المسحوبة منه هذه العينة يساوى 20 ضد الفرض القائل أن الوسيط لا يساوى 20 وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٥٩- إذا كانت M ترمز لوسيط توزيع متماثل من النوع المتصل استخدم اختبار الإشارة لاختبار فرض العدم $H_0: M = 75$ ضد الفرض البديل $H_1: M > 75$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ وذلك بالاعتماد على عينة عشوائية من الحجم $n=18$. المشاهدات في الجدول التالي تعطى انحرافات مشاهدات العينة عن 75 أي $(x_i - M)$, $i=1,2,\dots,18$

1.5	-0.5	1.6	0.4	2.3	-0.8	3.2	0.9	2.9
0.3	1.8	1.5	-0.1	1.2	2.5	0.6	-0.7	1.9

٦٠- البيانات التالية تمثل أطوال عينة من 16 شجرة بالاستيمترات :

122	117	127	102	137	135	124	145
130	139	127	129	143	113	116	135

أختبر ما إذا كان وسيط المجتمع هو $M = 130$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$. (الفرض البديل $M \neq 130$).

٦١- أستخدم اختبار الإشارة لتحليل فته الأزواج في الجدول التالي وذلك لاختبار فرض العدم $H_0: M_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: M_D > 0$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الشخص	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المعالجة A	46	41	37	32	28	43	42	51	28	27
المعالجة B	32	43	37	32	31	39	44	53	26	31

٦٢- البيانات في الجدول التالي تمثل المبيعات لمشروب بارد A في يوم ما التي اشترتها 12 شخص وأيضاً المبيعات لنفس الأشخاص من المشروب B في نفس اليوم.

المشاهدة	المشروب A	المشروب B
1	4	5
2	6	5
3	3	3
4	5	6
5	7	8
6	8	6
7	9	6
8	3	10
9	4	4
10	4	5
11	5	5

12	4	6
----	---	---

اختبر فرض العدم $H_0: M_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: M_D > 0$ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٣- أخذت عينة من 10 أطفال بإحدى المدارس ودونت أوزانهم ثم أعطي كل منهم وجبة غذائية وذلك لمدة 4 شهور متتالية ثم دونت أوزانهم فكانت النتائج كالآتي :

الطفل	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
قبل الوجبة	130	127	129	141	137	134	139	140	138	139
بعد الوجبة	129	124	139	177	134	136	137	135	133	132

المطلوب اختبار أثر تعاطي الوجبة في زيادة وزن مجتمع هؤلاء الأطفال عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٤- استخدمت طريقتين لتقدير مستوى مركب Protein Bound iodine وذلك باستخدام 10 أنثى بالغة. استخدم اختبار الإشارة في تقدير ما إذا كانت النتائج في الجدول التالي والمقدرة بالطريقة B أكثر معنوية من القيم المقدرة بالطريقة A.

الشخص	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	4	6	3	5	7	8	9	3	4	5
B	5	5	3	6	8	6	10	4	5	5

٦٥- اختبر 18 زوج (توائم) من ذكور حيوان ما حيث أعطى الغذاء I لواحد من التوائم وأعطى الغذاء II للآخر في كل زوج. الأوزان خلال 8 أسابيع معطاة في الجدول التالي :

I	111	102	90	110	108	125	125	99	121
II	101	97	90	96	95	110	107	85	104
I	133	101	98	109	107	124	115	90	120
II	119	98	97	104	90	109	106	84	105

استخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرض بعدم وجود فرق معنوي بين الغذائين ضد الفرض البديل أن الغذاء I أحسن وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٦- البيانات التالية تعطى عدد ضربات القلب في الدقيقة لعشرة فئران مرة عند وضع الفأر في قفص بدون رفاق ومرة أخرى في وجود رفاق له.

الفأر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

وحيد	463	462	462	456	450	426	418	415	409	402
الفأر مع رفاق	523	494	461	461	535	476	454	484	470	437

أختبر فرض العدم $H_0: M_D = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: M_D \neq 0$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٧- أجريت مسابقة لعمل كيك ذات مواصفات معينة لمجموعتين من السيدات أ و ب وكانت الدرجات التي حصلت عليها كل سيدة معطاة في الجدول التالي :

المجموعة أ	91	92	96	97	97	93	92	90
المجموعة ب	91	90	91	87	94	95	88	89

هل يمكن القول أن العنيتين تم اختيارهما من نفس المجتمع ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٨- يعطى الجدول التالي عدد الصمامات الكهربائية المنتجة في خطين من خطوط الإنتاج A,B وذلك خلال فترة 10 أيام .

A	170	164	140	184	174	142	191	169	161	200
B	201	179	159	195	177	170	185	179	170	212

هل يمكن القول أن العنيتين تم اختيارهما من نفس المجتمع وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٦٩- نوعين من البلاستيك ، كل نوع منتج بطريقة مختلفة . وقد تم اختبار ultimate strength لكل مفردة في عينة عشوائية من النوع الأول وأيضاً عينة عشوائية من النوع الثاني (وحدة القياس 1,000 رطل لكل بوصة مربعة).

النوع 1	15.3	18.7	22.3	17.6	19.1	14.8
النوع 2	21.2	22.4	18.3	19.3	17.1	27.7

هل يمكن القول أن النوعين هما نفس ultimate strength وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٧٠- لمقارنة معدل النبض في ذكور الفئران بمعدل النبض لإناث الفئران تم الحصول على البيانات التالية :

الذكور	74	77	78	75	72	71
الإناث	60	83	73	84	82	79

هل يمكن القول أن معدل النبض واحد في الذكور والإناث وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٧١- يعطى الجدول التالي أزمنة الحياة لكرات التحميل وذلك باستخدام اختبارين مختلفين . المطلوب اختبار فرض العدم H_0 : المجتمعين لهما نفس التوزيع ضد الفرض البديل H_1 : قيم x'_s تتجه لأن تكون أقل من قيمة y'_s وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الاختبار الأول	140.3	158.0	183.9	132.9	117.8	98.7	164.8	93.4
الاختبار الثاني	193.0	172.5	173.3	204.7	172.0	152.9	216.0	422.6

٧٢- لمقارنة القلوية في بركتين (مقاسه بالمليجرام لكل لتر) ، أخذت عيتين من الحجم 5 من كل بركة . استخدم اختبار Wilcoxon لتقدير ما إذا كان هناك فرق معنوي في القلوية بين البركتين :

البركة I	102	116	122	112	104
البركة II	108	117	115	120	105

٧٣- إذا كانت كمية النيكوتين لنوعين من السجائر مقاس بالمليجرام كالآتي :

النوع A	22.1	24.0	26.3	24.8	25.4	26.1	23.3	22.1	24.1	22.3
النوع B	24.1	20.6	23.1	22.5	24.0	26.2	21.6	22.2	21.9	25.4

هل يمكن القول أن كمية النيكوتين واحدة في النوعين وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٧٤- إذا كان عدد البكتريا في وحدة حجم وذلك لأربع وحدات من الحجم في المزرعة A وأيضا في المزرعة B البيانات معطاة في الجدول التالي . اختر فرض العدم H_0 : أن المجتمعين لهما نفس التوزيع ضد الفرض البديل H_1 : قيم x'_s تتجه لأن تكون أكبر من قيم y'_s :

A	27	361	26	25
B	32	29	35	29

٧٥- استخدم اختبار Wilcoxon لتقدير ما إذا كان هناك فرق معنوي بين الفئتين التاليين من البيانات :

A	82	86	30	21	38	29	29	19
B	124	116	54	54	110	29	39	54

٧٦- في مصنع للورق يوجد نوعين من الورق A, B. أخذت عينة عشوائية من 5 لفات من كل نوع وقيست قوة التمزق لمفردات كل عينة. البيانات معطاة في الجدول التالي :

النوع A	154	143	135	140	128
النوع B	149	162	160	154	175

هل يمكن القول أن قوة التمزق مختلفة في النوعين وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٧٧- لمعرفة تأثير طريقة حديثة لزراعة الليرة استخدمت إحدى محطات التجارب الزراعية هذه الطريقة الحديثة في زراعة 8 قطع وقورن المحصول الناتج مع المحصول الناتج من 9 قطع متجاورة زرعت بالطريقة العادية وكانت النتائج (عدد الشجيرات بالفدان كالآتي):

الطريقة العادية	40.1	28.7	33	36.9	34.9	33.5	37.1	40.2	
الطريقة الحديثة	55.1	49.2	23.4	46.5	52	52.2	51.3	40.9	50.1

هل هذه النتائج تعطي دليلاً على أن الطريقة الحديثة أحسن من الطريقة العادية .

٧٨- تعطي البيانات في الجدول التالي المبيعات اليومية لخليّة تجارين ، العينة الأولى للمحل 1 تعطي المبيعات اليومية خلال 12 يوماً والعينة الثانية تعطي المبيعات اليومية للمحل 2 خلال 10 أيام . أختبر فرض العدم H_0 : المجتمعين هما نفس التوزيع ضد الفرض البديل H_1 : قيم x'_S تتجه لأن تكون أكبر من قيم y'_S وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$. المبيعات مقاسة بالدولار.

المحل 1	100	125	60	137	82	99	150	98	143	122	95	110
المحل 2	82	98	115	143	65	123	128	93	135	120		

٧٩- اختبرت مجموعتان من الأرانب الأولى من 10 أرنبا أعطيت الغذاء A والثانية من 12

أرنبا أعطيت غذاء B وكانت الزيادة في الوزن بعد فترة معينة هي :

A	24	34	30	30	33	22	12	23	27	29		
B	30	36	38	33	38	34	30	35	30	36	38	36

هل يمكن القول أن العينتين تم اختيارهما من نفس المجتمع ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٠- يعطى الجدول التالي درجات الذكاء لمجموعتين من الطلبة والمطلوب اختبار هل العينتين تم اختيارهما من نفس المجتمع وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

I	111.7	119.5	118.7	111.2	117.2	117.4
II	116.6	115.8	115.8	115.4	115.1	115.0
I	117.4	116.8	115.0	114.1	114.1	112.2
II	113.9	112.4	112.7	111.9	112.8	110.2

أختبر فرض العدم أن المجتمعين لهما نفس التوزيع ضد الفرض البديل أن قيم x'_s تتجه لأن تكون أكبر من قيم y'_s وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨١- البيانات التالية تعطي كمية الوقود المستهلكة لثلاث أنواع من المحركات (الوحدات المستخدمة في القياس kilometers per liter).

النوع A	31	30	29	22	32	25				
النوع B	12	13	26	24	11	26	27			
النوع C	17	20	23	9	15	18	19	14	8	5

هل يوجد فروق معنوية بين الأنواع الثلاثة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٢- يرغب مستول في مصنع لإنتاج الورق في تقدير ما إذا كان هناك اختلاف معنوي في مقاومة الرطوبة لأربعة طرق لتخزين الورق . نتائج الاختبار لطرق التخزين الأربعة معطاة في الجدول التالي :

الطريقة			
A	B	C	D
5.3	4.3	6.0	5.6
5.3	3.7	5.0	8.0
6.5	3.8	5.6	5.4
5.4	4.6	4.9	6.5
7.6	4.1	4.5	8.5

هل يمكن القول أن هناك اختلاف في كمية الرطوبة بين طرق التخزين المختلفة ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٣- قررت شركة تطوير ثلاثة أنواع من المحركات واختبار واحد منهم لسيارة فاخرة يراد تسويقها . لهذا الفرض أجريت تجربة لتقدير استهلاك الوقود لكل محرك حيث اختبرت عينة

عشوائية من كل نوع وتم اختبارهم في ظروف الطريق الطبيعي . البيانات التي تم الحصول عليها من الاختبار في الجدول التالي :

1	31	30	29	22	32	25				
2	12	13	26	24	11	16	27	10		
3	3	17	20	32	9	15	18	19	14	8

المطلوب اختبار فرض العدم H_0 : توزيعات المجتمعات الثلاثة متطابقة ضد الفرض البديل H_1 : التوزيعات ليس لها نفس الوسيط وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$.

٨٤- لدراسة تأثير نوع جديد من سIRM الدم على وقف سرطان الدم ، أختبر 9 فئران في مراحل متقدمة من المرض وتم تعريض 5 منهم للمعالجة و 4 لم يتم تعريضهم . يعطى الجدول التالي أزمنة الحياة ، بالسنة ، من بداية التجربة .

عولج	2.1	5.3	1.4	4.6	0.9
لم يعالج	1.9	0.5	2.8	3.1	

هل يمكن استنتاج أن سIRM الدم له تأثير فعال على إيقاف سرطان الدم ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٥- البيانات التالية تعطي أعمار البطاريات (بالساعة) لثلاثة أنواع من البطاريات المستخدمة في الآلات الحاسبة المحمولة .

I	II	III
12	17	21
19	25	15
19	13	16
16	31	29
20	36	32
24	15	14
30	20	18
15	35	26

هل يوجد اختلاف في متوسط أعمار البطاريات للأنواع الثلاثة ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٦- في تجربة تم تقدير مستويات مركب antecubital vein cortisol لثلاث مجموعات من المرضى . البيانات معطاة في الجدول التالي :

I	262	307	211	323	454	339	304	154	287	326
II	465	501	455	355	468	360				
III	343	772	207	1048	838	687				

المطلوب اختبار فرض العدم أن توزيعات المجتمعات الثلاثة متطابقة ضد الفرض البديل أن توزيعات المجتمعات الثلاثة ليس لها نفس الوسيط وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٧- قام مستول بتسجيل الإنتاج اليومي لثلاثة ماكينات وحصل على البيانات المعطاة في الجدول التالي :

الآلة الأولى	100	110	92	95	108
الآلة الثانية	99	97	90	101	98
الآلة الثالثة	98	104	113	97	103

أختبر فرض العدم أن الماكينات الثلاثة تعطي نفس الإنتاج في اليوم وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٨٨- زرعت ثلاثة أنواع من الأسمدة عشوائية على مجموعة من قطع الأراضي المتجاورة والمزروعة بنوع واحد من محصول النرة فكان المحصول الناتج كما يلي :

السماذ الأول 83, 80, 76, 77, 85, 62

السماذ الثاني 69, 50, 74, 71, 73, 68

السماذ الثالث 55, 77, 65, 61, 80, 82

أختبر عند مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ أن تأثير السماذ متساوي ضد الفرض البديل أنها ليست جميعاً متساوية .

٨٩- للمقارنة بين ثلاثة أنواع من الأدوية في إنقاص الوزن تم اختيار عينة عشوائية من 21 شخصاً وقسمت إلي ثلاثة مجموعات حيث أعطى لكل مجموعة نوع من هذا الدواء وبعد ثلاثة أشهر سجل النقص في أوزانهم بالكيلو جرام كالآتي :

الدواء

A 4.1, 5.2, 5.3, 5.6, 7.1, 7.2, 8.0

B 2.3, 2.4, 3.2, 3.2, 3.4, 3.5, 3.6

C 6.2, 6.9, 7.0, 7.8, 8.8, 9.0, 9.5

أختبر فرض العدم أن تأثير الأنواع الثلاثة متماثل ضد الفرض البديل أن هذا التأثير يختلف من نوع إلى آخر عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٩٠- البيانات التالية تمثل الإنتاج اليومي من الأكواب الزجاجية لثلاث ماكينات وذلك من عينة عشوائية من 12 يوماً. أختبر معنوية الفروق بين الماكينات الثلاثة وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

A 340, 345, 330, 342, 338

B 339, 333, 344

C 347, 343, 349, 355

-٩١- فيما يلي مستوى مركب Protoporphyrin في الدم لمجموعتين من المرضى ومجموعة من الأصحاء (ملليجرام لكل 100 سم³).

مجموعة الأصحاء	21, 25, 46, 29, 37, 77, 27, 57, 71, 55, 30, 25, 45, 36, 29
المجموعة الأولى من المرضى	77, 171, 285, 81, 452, 511 173, 914, 83, 152, 770
المجموعة الثانية من المرضى	37, 28, 39, 44, 45, 28, 37, 19, 67, 11, 36, 8, 75, 147, 10

فهل تدل هذه البيانات على اختلاف مستوى مركب Protoporphyrin في الدم لهذه المجموعات الثلاثة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

-٩٢- البيانات التالي تمثل نسبة غدة الأدرينالين لكل جرام من وزن الجسم في ثلاثة أنواع من الفئران :

المجموعة الأولى	85.4	127.79,	137.7,	139.5,	139,	155.1
المجموعة الثانية	180.3,	192.2,	190.6,	233.0,	220.5	
المجموعة الثالثة	138.6,	140.8,	144.7,	183.3,	206.6	

اختر معنوية الفروق بين الأنواع الثلاثة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

-٩٣- في دراسة لمقارنة مستوى الكوليسترول في ثلاثة مجاميع كانت النتائج كمايلي :

المجموعة الثانية	262, 307, 200, 320, 453, 339, 303 153, 288, 355
المجموعة الثانية	464, 500, 454, 354, 467, 361
المجموعة الثالثة	342 771 206 1047 837 687

اختر معنوية الفروق بين المجموعات الثلاثة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

-٩٤- البيانات التالية تمثل عدد الأسماك التي تم صيدها سنويا عند موقع خاص في بحيرة كبيرة ،

البيانات مقاسه بالطن . حلل هذه البيانات لتقدير ما إذا كان التغير السنوي عشوائياً أم لا ؟

السنة	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951
العدد	56	57	61	59	61	51	55	52	48
السنة	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
العدد	51	49	47	51	41	48	39	42	41

٩٥- البيانات التالية تعطي عدد الحمام في منطقة معينة (محمية) خلال السنوات من 1954 حتى 1965 .

السنة	1954	1955	1956	1957	1958	1959
العدد	13	13	12	10	8	11
السنة	1960	1961	1962	1963	1964	1965
العدد	9	7	6	5	7	8

هل تعتقد أن حجم المجتمع يتأثر عشوائياً من سنة إلى أخرى ؟ وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٩٦- البيانات التالية تمثل الأزمنة بين الحوادث في مدينة كبيرة

8.66 11.28, 10.43, 10.89, 11.49, 15.92, 12.5, 13.86, 13.32

أختبر فرض العدم أن العينة عشوائية ضد الفرض البديل أن العينة غير عشوائية عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

٩٧- بفرض أن لدينا عينة من 25 شخص وكنا نرمز للشخص الذكر في العينة بالرمز M وبالرمز F للأُنثى وكانت لدينا النتائج الآتية

MF MMMM F MMM FFFF M FF MMM FFFFF

المطلوب عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ تحديد هل العينة عشوائية أم لا ؟

٩٨- يعطى الجدول التالي درجات حرارة موجبة وسالبة

9, 10, 11.5, 3, -1, 3, 4, -7, -6, 3,
-9, 5, 9, 6, 5, 2, 7, -2, -5, -4, -6

والمطلوب بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ معرفة هل هذه البيانات عشوائية بالنسبة للإشارة أم لا ؟

٩٩- أجرى اختبار لمجموعة من الموظفين قبل تدريبهم وبعد 6 أشهر من التدريب وقد تم ترتيبهم تبعاً لجودة إنتاجهم . البيانات التالية تعطي الرتب التي حصلوا عليها .

الموظف	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
الرتب قبل التدريب	2	3	1	6	7	4	8	5	12	11	9	10
الرتب بعد التدريب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

أوجد معامل سيرمان .

-١٠٠- في وكالة لبيع السيارات أجريت دراسة على 15 موظف في قسم المبيعات وذلك لدراسة العلاقة بين درجة الاختبار التي حصل عليها الموظف عند تعيينه وعدد السيارات المباعة خلال السنة الأولى من التعيين

الشخص	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
الدرجة X	72	88.5	70	87	71	85	89	93	98	96	86	82	88	83	80
عدد السيارات y	314	422	322	440	287	415	463	497	510	512	432	390	453	374	385

أختبر فرض العدم H_0 : المتغيرين مستقلين ضد الفرض البديل H_1 : توجد علاقة بين المتغيرين في نفس الاتجاه وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

-١٠١- أجريت مقابلة شخصية من قبل شخصين A, B وذلك لثمانية أشخاص متقدمين لوظيفة ما وتم تسجيل الدرجات التالية :

الشخص	1	2	3	4	5	6	7	8
A	12	17	14	7	10	12	6	3
B	16	15	18	5	3	10	7	4

حول الدرجات إلى رتب وأحسب معامل سيرمان .

-١٠٢- البيانات التالية تعطي الرتب التي حصل عليها 10 سكرتيرات يكتبن على الآلة الكاتبة أولاً في الظروف العادية ثم في ظروف اختبار . أوجد معامل سيرمان

السكرتيرة	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
في ظروف الاختبار	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
في الظروف العادية	3	4	6	1	2	8	9	10	7	5

-١٠٣- قامت شركة بإجراء اختبار لـ 7 أشخاص من المتقدمين لوظيفة ما . الاختبار الأول مقابلة شخصية والآخر تحريري وتم الحصول على البيانات التالية :

الشخص	1	2	3	4	5	6	7
الرتبة للمقابلة الشخصية	4	1	7	6	2	3	5
الرتبة للامتحان التحريري	5	2	7	4	1	3	6

أوجد معامل سيرمان .

-١٠٤- طلب أستاذ في الجامعة من 10 طلاب تقديم بحثين في الامتحان النهائي . الدرجات التي حصل عليها كل طالب هي :

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
درجة البحث الأول (الدرجة من 100)	58	56	54	65	58	60	59	51	53	56
درجة البحث الثاني (الدرجة من 10)	6	7	5	8	10	5	7	6	2	4

أوجد معامل سيرمان .

-١٠٥- الجدول التالي يسجل كمية المطر (اليومية) وعدد ساعات ظهور السحب (بالساعات) في بلد ما خلال 11 فترة زمنية والمطلوب إيجاد معامل سيرمان للرتب بين سقوط الأمطار وظهور السحب.

الفترة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
سقوط المطر	15.1	15.8	14.9	16.6	12.6	17.4	16.1	13.7	15.5	17.5	13.2
ظهور السحب	1692	1634	1835	1741	1876	1561	1921	1942	1822	1542	1874

-١٠٦- في روضة للأطفال اختبرت عينة عشوائية من 20 طفل وتم تسجيل درجة كل طفل في الامتحان وكذلك عمره والبيانات معطاة في الجدول التالي :

العمر	6.50	6.75	7.0	7.50	7.50	7.50	7.50	7.75	8.0	8.00
الدرجة	16	28	46	14	41	10	56	43	15	21
العمر	8.25	8.25	8.75	9.00	9.75	9.50	9.50	9.75	9.00	9.00
الدرجة	28	57	36	71	47	66	71	61	60	72

استخدم سيرمان لاختبار العلاقة بين العمر والدرجة عند مستوى معنوية $\alpha = 0.5$.

REFERENCES

المراجع

أولاً : المراجع العربية

- ١- أحمد عبادة سرحان، (١٩٦٨)، مقدمة في طرق التحليل الإحصائي، معهد الدراسات والبحوث الإحصائية-القاهرة .
- ٢- أحمد عبادة سرحان، (١٩٨٣)، تصميم التجارب وتحليلها، دار الكتب الجامعية-القاهرة- جمهورية مصر العربية .
- ٣- أحمد فؤاد غالب وآخرون، (١٩٩٣)، الرياضة لدارسى العلوم الحيوية-ترجمة لكتاب جاديش س. أريا و روبين و. لاردنر-الدار الدولية للنشر و التوزيع-القاهرة-جمهورية مصر العربية .
- ٤- أنيس إسماعيل كنجو، (١٩٩٣)، الإحصاء و الاحتمال-جامعة الملك سعود-عمادة شؤون المكتبات .
- ٥- بدرية شوقى عبد الوهاب و محمد كامل الشريينى، (١٩٨٤)، المبادئ الأولية في الإحصاء -ترجمة لكتاب بول ج. هويل-الطبعة الرابعة-دار جون وايلى وأبنائه .
- ٦- جلال الصياد، (١٩٨٨)، نظرية الاحتمالات-الطبعة الثانية-دار الشروق-جدة-المملكة العربية السعودية .
- ٧- جلال مصطفى الصياد و محمد الدسوقى حبيب، (١٩٩٠)، مقدمة في الطرق الإحصائية -الطبعة الثانية-تامة-جدة-المملكة العربية السعودية .
- ٨- ذكريا الشريينى، (١٩٩٥)، الإحصاء و تصميم التجارب في البحوث النفسية والتربوية و الاجتماعية-مكتبة الأنجلو المصرية-القاهرة .
- ٩- ربيع ذكى عامر، (١٩٨٩)، تحليل الانحدار-أساليبه و تطبيقاته العملية باستخدام البرنامج الجاهز +SPSS/PC- معهد الدراسات والبحوث الإحصائية-جامعة القاهرة .
- ١٠- سعدية حافظ منتصر، (١٩٨٢)، ملخصات شوم-نظريات و مسائل في الإحصاء و الاقتصاد القياسي-ترجمة لكتاب دومينيك سالفاتور-دار ماكجروهيل-نيويورك .
- ١١- سمير كامل عاشور و سامية سالم أبو الفتوح، (١٩٩٠)، مقدمة في الإحصاء التحليلي-معهد الدراسات والبحوث الإحصائية-جامعة القاهرة .
- ١٢- سمير كامل عاشور و سامية سالم أبو الفتوح، (١٩٩٠)، مقدمة في الإحصاء الوصفي-معهد الدراسات والبحوث الإحصائية-جامعة القاهرة .

- ١٣- سمير كامل عاشور و سامية سالم أبو الفتوح، (١٩٩٥)، الاختبارات اللامعلمية-معهد الدراسات و البحوث الإحصائية-جامعة القاهرة .
- ١٤- عدنان بن ماجد عبد الرحمن برى و محمود محمد إبراهيم هندي و أنور أحمد محمد عبد الله، (١٩٩١)، مبادئ الإحصاء و الاحتمالات-عماده شؤون المكتبات-جامعة الملك سعود-المملكة العربية السعودية .
- ١٥- عفاف الدش، (١٩٩٤)، الإحصاء التطبيقي للتجارين-الطبعة الثانية-جامعة حلوان-القاهرة .
- ١٦- محمد صبحي أبو صالح و عدنان محمد عوض، (١٩٨٣)، مقدمة في الإحصاء-الطبعة الرابعة-دار جون وايلي و أبنائه-نيويورك .
- ١٧- محمد محمد الطاهر الإمام، (١٩٩٤)، تصميم و تحليل التجارب-دار المريخ-الرياض-المملكة العربية السعودية .

ثانياً : المراجع الأجنبية

- 1-Bain, L. J. (1992) Introduction to Probability and Mathematical Statistics, Second Edition, Duxbury Press - An Imprint of Wadsworth Publishing Company Belmont, California.
- 2-Cangelosi, V. E.; Taylor, P. H. and Rice, P. F. (1979) Basic statistics - A Real World Approach, Second Edition, West Publishing Company, New York.
- 3-Cochran, W. G. (1963) Sampling Techniques, Second Edition, New York : John Wiley & Sons, Inc.
- 3-Daniel, W. W. (1978) Applied Nonparametric Statistic, Houghton Mifflin Company, London.
- 4-Devore, J. L. (1995) Probability and Statistics for Engineering and the Sciences, Fourth Edition, Duxbury Press-An International Thomson Publishing Company, London.
- 5-Draper, N. R. and Smith, H. (1981) Applied Regression Analysis, Second Edition, John Wiley & Sons Inc., U.S.A.
- 6-Frank, H. and Althoen, S. C. (1997) Statistics- Concepts and Applications, Low Price Edition, Cambridge University Press.
- 7-Freund, J. E. and Williams, F. J. (1972) Elementary Business Statistics, Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall, Inc.
- 8-Hamburg, M. (1979) Basic Statistics : A Modern Approach, Second Edition, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York.
- 9-Mendenhall, W. (1975) Introduction to Probability and Statistics, Company, Inc. Belmont, California Fourth Edition, Duxbury Press, A Division of Wadsworth Publishing Company, Inc. Belmont, California.
- 10-Neter, J.; Wasserman, W. and Whitmere, G. A. (1993) Applied Statistics, Fourth Edition, ALLYN AND BACON, London.

- 11-Owen, F. and Jones, R. (1994) *Statistics, Fourth Edition*, Pitman Publishing, London.
- 12-Scheffler, W. (1979) *Statistics for the Biological Sciences, Second Edition*, Addison-Wesley Publishing Company. Inc. Philippines.
- 13-Walpole, R. E. (1982) *Introduction to Statistics*, Macmillan Publishing Co. Inc. New York.
- 14-Weisberg, S. (1980), *Applied Linear Regression*, John Wiley & Sons Inc., New York, U.S.A.
- 15-Winer, B. J. Brown, D. R. and Michels, K. M.(1991) *Statistical Experimental Design, Third Edition*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- 16-Yamane, T. (1967) *Elementary Sampling Theory*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.
- 17-Yates, F. (1934) Contingency Tables Involving Small Numbers and the χ^2 Test, *J. Roy. Statist. Soc.*, 1,217-235.

الملاحق

- ملحق (١) جدول حساب $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ لتغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين .
- ملحق (٢) جدول حساب $\sum_{x=0}^r p(x; \mu)$ لتغير عشوائي يتبع توزيع بواسون .
- ملحق (٣) جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي القياسي $P(0 < Z < z)$.
- ملحق (٤) جدول القيم الحرجة t_{α} لتوزيع t .
- ملحق (٥) جدول القيم الحرجة χ_{α}^2 لتوزيع χ^2 .
- ملحق (٦) جدول القيم الحرجة $f_{\alpha}(v_1, v_2)$ لتوزيع F عند $(\alpha = 0.05)$.
- ملحق (٧) جدول القيم الحرجة $f_{\alpha}(v_1, v_2)$ لتوزيع F عند $(\alpha = 0.01)$.
- ملحق (٨) جدول القيم الحرجة لاختبار Cochran لتجانس التباين .
- ملحق (٩) جدول القيم الحرجة $q_{\alpha}(p, v)$ لنومون .
- ملحق (١٠) جدول القيم الحرجة c_{α} لاختبار الاعتدال .
- ملحق (١١) جدول القيم الحرجة $d(n, \alpha')$, $d(n, \alpha'')$ لاختبار إشارة الرتب .
- ملحق (١٢) جدول القيم الحرجة لاختبار Mann-Whitney-Wilcoxon .
- ملحق (١٣) جدول القيم الحرجة لاختبار Kruskal - Wallis .
- ملحق (١٤) جدول القيم الحرجة r_1 السفلي لاختبار الدورات .
- ملحق (١٥) جدول القيم الحرجة r_2 العليا لاختبار الدورات .
- ملحق (١٦) جدول القيم الحرجة $r_{3, \alpha}^*$ لاختبار سبيرمان .

جدول حساب $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ لمغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين

a. $n=5$

		p														
		0.01	0.05	0.1	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0		.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
1		.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
2		1.00	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
3		1.00	1.00	1.00	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
4		1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n=10$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0		.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1		.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2		1.00	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
3		1.00	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
4		1.00	1.00	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
5		1.00	1.00	1.00	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
6		1.00	1.00	1.00	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
7		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
8		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
9		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

تابع ملحق (١)

جدول حساب $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ لمغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين

c. n=15

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0		.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1		.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2		1.00	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3		1.00	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4		1.00	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
5		1.00	1.00	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
6		1.00	1.00	1.00	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
7		1.00	1.00	1.00	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
8		1.00	1.00	1.00	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
9		1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
10		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
11		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
12		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
13		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
14		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.995	.987	.965	.794	.537	.140

المصدر : عن [Devore(1995)]

جدول حساب $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ لمغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين

d. n=20

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0		.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1		.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2		.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3		1.00	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4		1.00	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5		1.00	1.00	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6		1.00	1.00	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7		1.00	1.00	1.00	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8		1.00	1.00	1.00	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9		1.00	1.00	1.00	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10		1.00	1.00	1.00	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11		1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.997	.988	.878	.642	.182

تابع ملحق (١) جدول حساب $\sum_{x=0}^r b(x; n, p)$ لمغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين

d. n=25

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0		.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1		.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2		.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3		1.00	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.00	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4		1.00	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5		1.00	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6		1.00	1.00	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7		1.00	1.00	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
8		1.00	1.00	1.00	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
9		1.00	1.00	1.00	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
10		1.00	1.00	1.00	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
11		1.00	1.00	1.00	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
12		1.00	1.00	1.00	1.00	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
13		1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
14		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
15		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
16		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
17		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
18		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
19		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
20		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
21		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
22		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.991	.968	.902	.463	.127	.002
23		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.998	.993	.973	.729	.358	.026
24		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	.999	.996	.928	.723	.222

جدول حساب $\sum_{x=0}^r p(x; \mu)$ لتغير عشوائي يتبع توزيع بواسون

		μ									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
0		.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
1		.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
2		1.00	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
3			1.00	1.00	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
4					1.00	1.00	1.00	.999	.999	.998	.996
5								1.00	1.00	1.00	.999
6											1.00

المصدر عن : [Devore (1995)]

جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي القياسي
 $P(0 < Z < z)$

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

المصدر : عن [Daniel (1978)]

ملحق (٤)

جدول القيم الحرجة t_{α} لتوزيع t

v	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

المصدر : عن [Devore (1995)]

جدول القيم الحرجة χ^2_{α} لتوزيع χ^2

V	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

جدول القيم الحرجة $f_{\alpha}(v_1, v_2)$ لتوزيع F عند $(\alpha = 0.05)$

v_2	v_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.636
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.07
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.88	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.84	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

المصدر : عن [Devore (1995)]

جدول القيم الحرجة $f_{\alpha}(v_1, v_2)$ لتوزيع F عند $(\alpha = 0.01)$

v_1		v_2																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	
1		4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366	
2		98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50	
3		34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13	
4		21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46	
5		16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02	
6		13.57	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88	
7		12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65	
8		11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86	
9		10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31	
10		10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91	
11		9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60	
12		9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36	
13		9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.41	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17	
14		8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00	
15		8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87	
16		8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75	
17		8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65	
18		8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57	
19		8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49	
20		8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42	
21		8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36	
22		7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31	
23		7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26	
24		7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21	
25		7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17	
26		7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13	
27		7.66	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10	
28		7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06	
29		7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03	
30		7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01	
40		7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80	
60		7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60	
120		6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38	
∞		6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00	

جدول القيم الحرجة لاختبار Cochran لتجانس التباين

df for S_j^2	$1 - \alpha$	k=number of variances										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
1	.95	.9985	.9669	.9065	.8412	.7808	.7271	.6798	.6385	.6020	.4709	.3894
	.99	.9999	.9933	.9676	.9279	.8828	.8376	.7945	.7544	.7175	.5747	.4799
2	.95	.9750	.8709	.7679	.6838	.6161	.5612	.5157	.4775	.4450	.3346	.2705
	.99	.9950	.9423	.8643	.7885	.7218	.6644	.6152	.5727	.5358	.4069	.3297
3	.95	.9392	.7977	.6841	.5981	.5321	.4800	.4377	.4027	.3733	.2758	.2205
	.99	.9794	.8831	.7814	.6957	.6258	.5685	.5209	.4810	.4469	.3317	.2654
4	.95	.9057	.7457	.6287	.5441	.4803	.4307	.3910	.3584	.3311	.2419	.1921
	.99	.9586	.8335	.7212	.6329	.5635	.5080	.4627	.4251	.3934	.2882	.2288
5	.95	.8772	.7071	.5895	.5065	.4447	.3974	.3595	.3286	.3029	.2195	.1735
	.99	.9373	.7933	.6761	.5875	.5195	.4659	.4226	.3870	.3572	.2593	.2048
6	.95	.8534	.6771	.5598	.4783	.4184	.3726	.3362	.3067	.2823	.2034	.1602
	.99	.9172	.7606	.6410	.5531	.4866	.4347	.3932	.3592	.3308	.2386	.1877
7	.95	.8332	.6530	.5365	.4564	.3980	.3535	.3185	.2901	.2666	.1911	.1501
	.99	.8988	.7335	.6129	.5259	.4608	.4105	.3704	.3378	.3106	.2228	.1748
8	.95	.8159	.6333	.5175	.4387	.3817	.3384	.3043	.2768	.2541	.1815	.1422
	.99	.8823	.7107	.5897	.5037	.4401	.3911	.3522	.3207	.2945	.2104	.1646
9	.95	.8010	.6167	.5017	.4241	.3682	.3259	.2926	.2659	.2439	.1736	.1357
	.99	.8674	.6912	.5702	.4854	.4229	.3751	.3373	.3067	.2813	.2002	.1567
16	.95	.7341	.5466	.4366	.3645	.3135	.2756	.2462	.2226	.2032	.1429	.1108
	.99	.7949	.6059	.4884	.4094	.3529	.3105	.2779	.2514	.2297	.1612	.1248
3	.95	.6602	.4748	.3720	.3066	.2612	.2278	.2022	.1820	.1655	.1144	.0879
	.99	.7067	.5153	.4057	.3351	.2858	.2494	.2214	.1992	.1811	.1251	.0960
144	.95	.5813	.4031	.3093	.2513	.2119	.1833	.1616	.1446	.1308	.0889	.0675
	.99	.6062	.4230	.3251	.2644	.2229	.1929	.1700	.1521	.1376	.0934	.0709

المصدر : عن [Winer et al (1991)]

جدول القيم الحرجة $q_{\alpha}(p, v)$ لنيومن

V	α	m									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	.05	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17
	.01	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24	10.48
6	.05	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65
	.01	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30
7	.05	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30
	.01	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55
8	.05	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05
	.01	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03
9	.05	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87
	.01	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49	7.65
10	.05	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72
	.01	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21	7.36
11	.05	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61
	.01	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99	7.13
12	.05	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51
	.01	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81	6.94
13	.05	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43
	.01	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67	6.79
14	.05	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36
	.01	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54	6.66
15	.05	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31
	.01	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44	6.55
16	.05	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26
	.01	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35	6.46
17	.05	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21
	.01	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27	6.38
18	.05	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17
	.01	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20	6.31
19	.05	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14
	.01	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14	6.25
20	.05	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11
	.01	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09	6.19
24	.05	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01
	.01	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92	6.02
30	.05	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92
	.01	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76	5.85
40	.05	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82
	.01	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60	5.69
60	.05	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73
	.01	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45	5.53
120	.05	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64
	.01	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30	5.37
	.05	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55
	.01	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16	5.23

جدول القيم الحرجة $q_{\alpha}(p, v)$ لـنيومن

m										
12	13	14	15	16	17	18	19	20	α	v
7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21	.05	5
10.70	10.89	11.08	11.24	11.40	11.55	11.68	11.81	11.93	.01	
6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59	.05	6
9.48	9.65	9.81	9.95	10.08	10.21	10.32	10.43	10.54	.01	
6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17	.05	7
8.71	8.86	9.00	9.12	9.24	9.35	9.46	9.55	9.65	.01	
6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87	.05	8
8.18	8.31	8.44	8.55	8.66	8.76	8.85	8.94	9.03	.01	
5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64	.05	9
7.78	7.91	8.03	8.13	8.23	8.33	8.41	8.49	8.57	.01	
5.83	5.93	6.03	6.11	6.19	6.27	6.34	6.40	6.47	.05	10
7.49	7.60	7.71	7.81	7.91	7.99	8.08	8.15	8.23	.01	
5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.13	6.20	6.27	6.33	.05	11
7.25	7.36	7.46	7.56	7.65	7.73	7.81	7.88	7.95	.01	
5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21	.05	12
7.06	7.17	7.26	7.36	7.44	7.52	7.59	7.66	7.73	.01	
5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	5.99	6.05	6.11	.05	13
6.90	7.01	7.10	7.19	7.27	7.35	7.42	7.48	7.55	.01	
5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	5.85	5.91	5.97	6.03	.05	14
6.77	6.87	6.96	7.05	7.13	7.20	7.27	7.33	7.39	.01	
5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.78	5.85	5.90	5.96	.05	15
6.66	6.76	6.84	6.93	7.00	7.07	7.14	7.20	7.26	.01	
5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90	.05	16
6.56	6.66	6.74	6.82	6.90	6.97	7.03	7.09	7.15	.01	
5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73	5.79	5.84	.05	17
6.48	6.57	6.66	6.73	6.81	6.87	6.94	7.00	7.05	.01	
5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79	.05	18
6.41	6.50	6.58	6.65	6.73	6.79	6.85	6.91	6.97	.01	
5.23	5.31	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75	.05	19
6.34	6.43	6.51	6.58	6.65	6.72	6.78	6.84	6.89	.01	
5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.55	5.61	5.66	5.71	.05	20
6.28	6.37	6.45	6.52	6.59	6.65	6.71	6.77	6.82	.01	
5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.49	5.55	5.59	.05	24
6.11	6.19	6.26	6.33	6.39	6.45	6.51	6.56	6.61	.01	
5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.47	.05	30
5.93	6.01	6.08	6.14	6.20	6.26	6.31	6.36	6.41	.01	
4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.22	5.27	5.31	5.36	.05	40
5.76	5.83	5.90	5.96	6.02	6.07	6.12	6.16	6.21	.01	
4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24	.05	60
5.60	5.67	5.73	5.78	5.84	5.89	5.93	5.97	6.01	.01	
4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13	.05	120
5.44	5.50	5.56	5.61	5.66	5.71	5.75	5.79	5.83	.01	
4.62	4.68	4.74	4.80	4.85	4.89	4.93	4.97	5.01	.05	∞
5.29	5.35	5.40	5.45	5.49	5.54	5.57	5.61	5.65	.01	

جدول القيم الحرجة C_{α} لاختبار الإعتدال

	α		
	.1	.05	.01
5	.9033	.8804	.8320
10	.9347	.9180	.8804
15	.9506	.9383	.9110
20	.9600	.9503	.9290
n 25	.9662	.9582	.9408
30	.9707	.9639	.9490
40	.9767	.9715	.9597
50	.9807	.9764	.9664
60	.9835	.9799	.9710
75	.9865	.9835	.9757

المصدر عن : [Daniel (1978)]

جدول القيم الحرجة $d(n, \alpha'), d(n, \alpha'')$ لاختبار إشارة الرتب

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
3	1	.750	.250	.125
4	1	.875	.125	.063
5	1	.938	.062	.031
	2	.875	.125	.063
6	1	.969	.031	.016
	2	.937	.063	.031
	3	.906	.094	.047
	4	.844	.156	.078
7	1	.984	.016	.008
	2	.969	.031	.016
	4	.922	.078	.039
	5	.891	.109	.055
8	1	.992	.008	.004
	2	.984	.016	.008
	4	.961	.039	.020
	5	.945	.055	.027
	6	.922	.078	.039
	7	.891	.109	.055
9	2	.992	.008	.004
	3	.988	.012	.006
	6	.961	.039	.020
	7	.945	.055	.027
	9	.902	.098	.049
	10	.871	.129	.065
10	4	.990	.010	.005
	5	.986	.014	.007
	9	.951	.049	.024
	10	.936	.064	.032
	11	.916	.084	.042
	12	.895	.105	.053
11	6	.990	.010	.005
	7	.986	.014	.007
	11	.958	.042	.021
	12	.946	.054	.027
	14	.917	.083	.042
	15	.898	.102	.051
12	8	.991	.009	.005
	9	.988	.012	.006
	14	.958	.042	.021
	15	.948	.052	.026
	18	.908	.092	.046
	19	.890	.110	.055
13	10	.992	.008	.004
	11	.990	.010	.005
	18	.952	.048	.024
	19	.943	.057	.029
	22	.906	.094	.047
	23	.890	.110	.055

تابع : ملحق (١١)

جدول القيم الحرجة $d(n, \alpha''), d(n, \alpha')$ لاختبار إشارة الرتب

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
14	13	.991	.009	.004
	14	.989	.011	.005
	22	.951	.049	.025
	23	.942	.058	.029
	26	.909	.091	.045
	27	.896	.104	.052
15	16	.992	.008	.004
	17	.990	.010	.005
	26	.952	.048	.024
	27	.945	.055	.028
	31	.905	.095	.047
	32	.893	.107	.054
16	20	.991	.009	.005
	21	.989	.011	.006
	30	.956	.044	.022
	31	.949	.051	.025
	36	.907	.093	.047
	37	.895	.105	.052
17	24	.991	.009	.005
	25	.989	.011	.006
	35	.955	.045	.022
	36	.949	.051	.025
	42	.902	.098	.049
	43	.891	.109	.054
18	28	.991	.009	.005
	29	.990	.010	.005
	41	.952	.048	.024
	42	.946	.054	.027
	48	.901	.099	.049
	49	.892	.108	.054
19	33	.991	.009	.005
	34	.989	.011	.005
	47	.951	.049	.025
	48	.945	.055	.027
	54	.904	.096	.048
	55	.896	.104	.052
20	38	.991	.009	.005
	39	.989	.011	.005
	53	.952	.048	.024
	54	.947	.053	.027
	61	.903	.097	.049
	62	.895	.105	.053
21	43	.991	.009	.005
	44	.990	.010	.005
	59	.954	.046	.023
	60	.950	.050	.025
	68	.904	.096	.048
	69	.897	.103	.052

المصدر : عن [Daniel (1978)]

تابع : ملحق (١١)

جدول القيم الحرجة $d(n, \alpha'')$, $d(n, \alpha')$ لاختبار الإشارة

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
22	49	.991	.009	.005
	50	.990	.010	.005
	66	.954	.046	.023
	67	.950	.050	.025
	76	.902	.098	.049
	77	.895	.105	.053
23	55	.991	.009	.005
	56	.990	.010	.005
	74	.952	.048	.024
	75	.948	.052	.026
	84	.902	.098	.049
	85	.895	.105	.052
24	62	.990	.010	.005
	63	.989	.011	.005
	82	.951	.049	.025
	83	.947	.053	.026
	92	.905	.095	.048
	93	.899	.101	.051
25	69	.990	.010	.005
	70	.989	.011	.005
	90	.952	.048	.024
	91	.948	.052	.026
	101	.904	.096	.048
	102	.899	.101	.051

المصدر : عن [Daniel (1978)]

جدول القيم الحرجة لاختبار

Mann-Whitney-Wilcoxon

n_1	α	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.025	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	.05	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	.10	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8
3	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	.005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	.01	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6
	.025	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
	.05	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
	.10	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
4	.001	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
	.005	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9
	.01	0	0	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11
	.025	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	.05	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	.10	1	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19	21	22	23
5	.001	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
	.005	0	0	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14
	.01	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	.025	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
	.05	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24	26
	.10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31
6	.001	0	0	0	0	0	0	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	.005	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19
	.01	0	0	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23
	.025	0	2	3	4	6	7	9	11	12	14	15	17	18	20	22	23	25	26	28
	.05	1	3	4	6	8	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	27	29	31	33
	.10	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	35	37	39
7	.001	0	0	0	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
	.005	0	0	1	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	22	23	25
	.01	0	1	2	4	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22	24	25	27	29
	.025	0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
	.05	1	3	5	7	9	12	14	16	18	20	22	25	27	29	31	34	36	38	40
	.10	2	5	7	9	12	14	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	42	44	47
8	.001	0	0	0	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22
	.005	0	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	18	19	21	23	25	27	29	31
	.01	0	1	3	5	7	8	10	12	14	16	18	21	23	25	27	29	31	33	35
	.025	1	3	5	7	9	11	14	16	18	20	23	25	27	30	32	35	37	39	42
	.05	2	4	6	9	11	14	16	19	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	48
	.10	3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55

جدول القيم الحرجة لاختبار
Mann-Whitney-Wilcoxon

n ₁	α	n ₂ =2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9	.001	0	0	2	3	4	6	8	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	27	
	.005	0	1	2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	25	28	30	32	34	37
	.01	0	2	4	6	8	10	12	15	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	41
	.025	1	3	5	8	11	13	16	18	21	24	27	29	32	35	38	40	43	46	49
	.05	2	5	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
	.10	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	36	39	42	46	49	53	56	59	63
10	.001	0	0	1	2	4	6	7	9	11	13	15	18	20	22	24	26	28	30	33
	.005	0	1	3	5	7	10	12	14	17	19	22	25	27	30	32	35	38	40	43
	.01	0	2	4	7	9	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	39	42	45	48
	.025	1	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	34	37	40	43	46	49	53	56
	.05	2	5	8	12	15	18	21	25	28	32	35	38	42	45	49	52	56	59	63
	.10	4	7	11	14	18	22	25	29	33	37	40	44	48	52	55	59	63	67	71
11	.001	0	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	21	23	25	28	30	33	35	38
	.005	0	1	3	6	8	11	14	17	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49
	.01	0	2	5	8	10	13	16	19	23	26	29	32	35	38	42	45	48	51	54
	.025	1	4	7	10	14	17	20	24	27	31	34	38	41	45	48	52	56	59	63
	.05	2	6	9	13	17	20	24	28	32	35	39	43	47	51	55	58	62	66	70
	.10	4	8	12	16	20	24	28	32	37	41	45	49	53	58	62	66	70	74	79
12	.001	0	0	1	3	5	8	10	13	15	18	21	24	26	29	32	35	38	41	43
	.005	0	2	4	7	10	13	16	19	22	25	28	32	35	38	42	45	48	52	55
	.01	0	3	6	9	12	15	18	22	25	29	32	36	39	43	47	50	54	57	61
	.025	2	5	8	12	15	19	23	27	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70
	.05	3	6	10	14	18	22	27	31	35	39	43	48	52	56	61	65	69	73	78
	.10	5	9	13	18	22	27	31	36	40	45	50	54	59	64	68	73	78	82	87
13	.001	0	0	2	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	43	46	49
	.005	0	2	4	8	11	14	18	21	25	28	32	35	39	43	46	50	54	58	61
	.01	1	3	6	10	13	17	21	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68
	.025	2	5	9	13	17	21	25	29	34	38	42	46	51	55	60	64	68	73	77
	.05	3	7	11	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	66	71	76	81	85
	.10	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	75	80	85	90	95
14	.001	0	0	2	4	7	10	13	16	20	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55
	.005	0	2	5	8	12	16	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	64	68
	.01	1	3	7	11	14	18	23	27	31	35	39	44	48	52	57	61	66	70	74
	.025	2	6	10	14	18	23	27	32	37	41	46	51	56	60	65	70	75	79	84
	.05	4	8	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	78	83	88	93
	.10	5	11	16	21	26	32	37	42	48	53	59	64	70	75	81	86	92	98	103
15	.001	0	0	2	5	8	11	15	18	22	25	29	33	37	41	44	48	52	56	60
	.005	0	3	6	9	13	17	21	25	30	34	38	43	47	52	56	61	65	70	74
	.01	1	4	8	12	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	67	71	76	81
	.025	2	6	11	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	71	76	81	86	91
	.05	4	8	13	19	24	29	34	40	45	51	56	62	67	73	78	84	89	95	101
	.10	6	11	17	23	28	34	40	46	52	58	64	69	75	81	87	93	99	105	111
16	.001	0	0	3	6	9	12	16	20	24	28	32	36	40	44	49	53	57	61	66
	.005	0	3	6	10	14	19	23	28	32	37	42	46	51	56	61	66	71	75	80
	.01	1	4	8	13	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	83	88
	.025	2	7	12	16	22	27	32	38	43	48	54	60	65	71	76	82	87	93	99
	.05	4	9	15	20	26	31	37	43	49	55	61	66	72	78	84	90	96	102	108
	.10	6	12	18	24	30	37	43	49	55	62	68	75	81	87	94	100	107	113	120

جدول القيم الحرجة لاختبار
Mann-Whitney-Wilcoxon

n_1	P	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
17	.001	0	1	3	6	10	14	18	22	26	30	35	39	44	48	53	58	62	67	71
	.005	0	3	7	11	16	20	25	30	35	40	45	50	55	61	66	71	76	82	87
	.01	1	5	9	14	19	24	29	34	39	45	50	56	61	67	72	78	83	89	94
	.025	3	7	12	18	23	29	35	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106
	.05	4	10	16	21	27	34	40	46	52	58	65	71	78	84	90	97	103	110	116
	.10	7	13	19	26	32	39	46	53	59	66	73	80	86	93	100	107	114	121	128
18	.001	0	1	4	7	11	15	19	24	28	33	38	43	47	52	57	62	67	72	77
	.005	0	3	7	12	17	22	27	32	38	43	48	54	59	65	71	76	82	88	93
	.01	1	5	10	15	20	25	31	37	42	48	54	60	66	71	77	83	89	95	101
	.025	3	8	13	19	25	31	37	43	49	56	62	68	75	81	87	94	100	107	113
	.05	5	10	17	23	29	36	42	49	56	62	69	76	83	89	96	103	110	117	124
	.10	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	78	85	92	99	107	114	121	129	136
19	.001	0	1	4	8	12	16	21	26	30	35	41	46	51	56	61	67	72	78	83
	.005	1	4	8	13	18	23	29	34	40	46	52	58	64	70	75	82	88	94	100
	.01	2	5	10	16	21	27	33	39	45	51	57	64	70	76	83	89	95	102	108
	.025	3	8	14	20	26	33	39	46	53	59	66	73	79	86	93	100	107	114	120
	.05	5	11	18	24	31	38	45	52	59	66	73	81	88	95	102	110	117	124	131
	.10	8	15	22	29	37	44	52	59	67	74	82	90	98	105	113	121	129	136	144
20	.001	0	1	4	8	13	17	22	27	33	38	43	49	55	60	66	71	77	83	89
	.005	1	4	9	14	19	25	31	37	43	49	55	61	68	74	80	87	93	100	106
	.01	2	6	11	17	23	29	35	41	48	54	61	68	74	81	88	94	101	108	115
	.025	3	9	15	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	99	106	113	120	128
	.05	5	12	19	26	33	40	48	55	63	70	78	85	93	101	108	116	124	131	139
	.10	8	16	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	120	128	136	144	152

جدول القيم الحرجة لاختبار Kruskal - Wallis

Sample Sizes					Sample Sizes				
n ₁	n ₂	n ₃	Critical value	α	n ₁	n ₂	n ₃	Critical value	α
2	1	1	2.7000	0.500				4.7000	0.101
2	2	1	3.6000	0.200	4	4	1	6.6667	0.010
2	2	2	4.5714	0.067				6.1667	0.022
			3.7143	0.200				4.9667	0.048
3	1	1	3.2000	0.300				4.8667	0.054
3	2	1	4.2857	0.100				4.1667	0.082
			3.8571	0.133				4.0667	0.102
3	2	2	5.3572	0.029	4	4	2	7.0364	0.006
			4.7143	0.048				6.8727	0.011
			4.5000	0.067				5.4545	0.046
			4.4643	0.105				5.2364	0.052
3	3	1	5.1429	0.043				4.5545	0.098
			4.5714	0.100				4.4455	0.103
			4.000	0.129	4	4	3	7.1439	0.010
3	3	2	6.2500	0.011				7.1364	0.011
			5.3611	0.032				5.5985	0.049
			5.1389	0.061				5.5758	0.051
			4.5556	0.100				4.5455	0.099
			4.2500	0.121				4.4773	0.102
3	3	3	7.2000	0.004	4	4	4	7.6538	0.008
			6.4889	0.011				7.5385	0.011
			5.6889	0.029				5.6923	0.049
			5.6000	0.050				5.6538	0.054
			5.0667	0.086				4.6539	0.097
			4.6222	0.100				4.5001	0.104
4	1	1	3.5714	0.200	5	1	1	3.8571	0.143
4	2	1	4.8214	0.057	5	2	1	5.2500	0.036
			4.5000	0.076				5.0000	0.048
			4.0179	0.114				4.4500	0.071
4	2	2	6.0000	0.014				4.2000	0.095
			5.3333	0.033				4.0500	0.119
			5.1250	0.052	5	2	2	6.5333	0.008
			4.4583	0.100				6.1333	0.013
			4.1667	0.105				5.1600	0.034
4	3	1	5.8333	0.021				5.0400	0.056
			5.2083	0.050				4.3733	0.090
			5.0000	0.057				4.2933	0.122
			4.0556	0.093	5	3	1	6.4000	0.012
			4.8889	0.129				4.9600	0.048
4	3	2	6.4444	0.008				4.8711	0.052
			6.3000	0.011				4.0178	0.095
			5.4444	0.046				3.8400	0.123
			5.4000	0.051	5	3	2	6.9091	0.009
			4.5111	0.098				6.8218	0.010
			4.4444	0.102				5.2509	0.049
4	3	3	6.7455	0.010				5.1055	0.052
			6.7091	0.013				4.6509	0.091
			5.7909	0.046				4.4945	0.101
			5.7273	0.050	5	3	3	7.0788	0.009
			4.7091	0.092				6.9818	0.011

تابع : ملحق (١٣)

جدول القيم الحرجة لاختبار Kruskal - Wallis

Sample Sizes					Sample Sizes				
n ₁	n ₂	n ₃	Critical value	α	n ₁	n ₂	n ₃	Critical value	α
5	3	3	5.6485	0.049	5	5	1	6.8364	0.011
			5.5152	0.051				5.1273	0.046
			4.5333	0.097				4.9091	0.053
			4.4121	0.109				4.1091	0.086
5	4	1	6.9545	0.008				4.0364	0.105
			6.8400	0.011	5	5	2	7.3385	0.010
			4.9855	0.044				7.2692	0.010
			4.8600	0.056				5.3385	0.047
			3.9873	0.098				5.2462	0.051
			3.9600	0.102				4.6231	0.097
5	4	2	7.2045	0.009				4.5077	0.100
			7.1182	0.010	5	5	3	7.5780	0.010
			5.2727	0.049				7.5429	0.010
			5.2682	0.050				5.7055	0.046
			4.5409	0.098				5.6264	0.051
			4.5182	0.101				4.5451	0.100
5	4	3	7.4449	0.010				4.5363	0.102
			7.3949	0.011	5	5	4	7.8229	0.010
			5.6564	0.049				7.7914	0.010
			5.6308	0.050				5.6657	0.049
			4.5487	0.099				5.6429	0.050
			4.5231	0.103				4.5229	0.099
5	4	4	7.7604	0.009				4.5200	0.101
			7.7440	0.011	5	5	5	8.000	0.009
			5.6571	0.049				7.9800	0.010
			5.6176	0.050				5.7800	0.049
			4.6187	0.100				5.6600	0.051
			4.5527	0.102				4.5600	0.100
5	5	1	7.3091	0.009				4.5000	0.102

المصدر : عن [Daniel (1978)]

جدول القيم الحرجة t_1 السفلي لاختبار الدورات

$n_2 \backslash n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

المصدر : عن [Daniel (1978)]

جدول القيم الحرجة I_2 العليا لاختبار الدورات

$n_1 \backslash n_2$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2																			
3																			
4				9	9														
5			9	10	10	11	11												
6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
8				11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
9					13	14	14	15	16	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18
10					13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
11					13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
12					13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
13						15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
14						15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
15						15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
16							17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
17							17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
18							17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
19							17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
20							17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

المصدر : عن [Daniel (1978)]

جدول القيم الحرجة $F_{\alpha, n}$ لاختبار سيرمان*

n	.001	.005	.010	.025	.050	.100
4	--	--	--	--	.8000	.8000
5	--	--	.9000	.9000	.8000	.7000
6	--	.9429	.8857	.8286	.7714	.6000
7	.9643	.8929	.8571	.7450	.6786	.5357
8	.9286	.8571	.8095	.7143	.6190	.5000
9	.9000	.8167	.7667	.6833	.5833	.4667
10	.8667	.7818	.7333	.6364	.5515	.4424
11	.8364	.7545	.7000	.6091	.5273	.4182
12	.8182	.7273	.6713	.5804	.4965	.3986
13	.7912	.6978	.6429	.5549	.4780	.3791
14	.7670	.6747	.6220	.5341	.4593	.3626
15	.7464	.6536	.6000	.5179	.4429	.3500
16	.7265	.6324	.5824	.5000	.4265	.3382
17	.7083	.6152	.5637	.4853	.4118	.3260
18	.6904	.5975	.5480	.4716	.3994	.3148
19	.6737	.5825	.5333	.4579	.3895	.3070
20	.6586	.5684	.5203	.4451	.3789	.2977
21	.6455	.5545	.5078	.4351	.3688	.2909
22	.6318	.5426	.4963	.4241	.3597	.2829
23	.6186	.5306	.4852	.4150	.3518	.2767
24	.6070	.5200	.4748	.4061	.3435	.2704
25	.5962	.5100	.4654	.3977	.3362	.2646
26	.5856	.5002	.4564	.3894	.3299	.2588
27	.5757	.4915	.4481	.3822	.3236	.2540
28	.5660	.4828	.4401	.3749	.3175	.2490
29	.5567	.4744	.4320	.3685	.3113	.2443
30	.5479	.4665	.4251	.3620	.3059	.2400

المصدر : عن [Daniel (1978)]