الفصل الرابع

مفاهيم وأساليب إحصائية
Statistical Concepts and Techniques

مقدمة:

يجدر بنا في البداية أن نوضح أن المشتغلين ببحوث العمل لا يستخدمون عادة من المفاهيم والمبادئ الإحصائية إلا الحد الذي يشعرون أنهم بالفعل في حاجة ماسة إليه. فالإحصاء بالنسبة لهم ليست ترفاً وإنما، إذا استخدمت، فلكي تخدم غرضاً بحثياً معيناً. فالأصل في بحوث العمل أنها موجهة نحو حل مشكلة موقفية، أو تحسين ممارسات تدريسية معينة، أو تنمية المعلم مهنياً. ونحن لن نكرر هنا ما سبق أن أوضحناه من أن بحوث العمل لها توجهات تختلف عن تلك التي للبحوث التقليدية التي يقوم بها باحثون محترفون. ومن ثم، فإن الباحث الأدائي لا يشغل نفسه كثيراً بالأرقام ودلالاتها، وإنما يشغل نفسه بموقف يتعامل معه. أي أن لجوء هذا الباحث إلى استخدام أسلوب إحصائي معين ينبغي أن يظل في الحدود الدنيا التي لا تؤدي إلى اختفاء عناصر الموقف وجوانبه وراء الأرقام أو بينها.

ولعله من المناسب هنا، وقبل أن نستعرض بعض المفاهيم الإحصائية الأساسية أن نتعرف على حدود الدور الذي يمكن أن يقوم به الإحصاء في بحوث العمل، وذلك في ضوء فهمنا لطبيعة بحوث العمل. وقد يكون من الملائم هنا أن نورد موقفين (افتراضيين) ذكرهما أندروفينك (Andrew E. Finck, 2004) لإبراز حدود دور العمليات والأساليب الإحصائية في بحوث العمل.

الموقف الأول:

طائرة تقلع من لوس أنجلوس في طريقها إلى نيويورك، حيث يتوقع وصولها بعد خمس ساعات. وبعد ساعة من الطيران، تحدث قائد الطائرة إلى

الركاب معتذراً لهم عن إزعاجهم، ثم أردف قائلا: يؤسفني أن أخبركم أن أحد محركات الطائرة الأربع قد تعطل، ولكن يمكننا الاستمرار في الطيران إلى نيويورك بثلاثة محركات إلا أننا سوف نقطع المسافة في سبع ساعات. وبعد ساعة أخرى عاد قائد الطائرة للتحدث إلى الركاب معتذراً عن تعطل محرك آخر من محركات الطائرة، ثم أردف قائلا: إلا أنه يمكننا الاستمرار في الطيران بمحركين ولكننا سوف نستغرق عشر ساعات للوصول إلى نيويورك. وبعد ساعة أخرى من الطيران عاد قائد الطائرة للتحدث إلى الركاب معتذراً بسبب تعطل محرك ثالث من محركات الطائرة، ثم أردف قائلا: إلا أنه يمكننا الاستمرار في الطيران ولكن سنصل إلى نيويورك بعد ثماني عشر ساعة. وكان يجلس في مقعدين متجاورين خبيران في الإحصاء، فإذا بأحدهما ينظر إلى الآخر ويقول له: آمل ألا يتعطل المحرك الرابع حتى لا نبقى في الجو إلى ما لا نهاية!!

الموقف الثاني:

كان أحد الطلاب الذين يدرسون إحصاء يجلس إلى جوار أستاذه (في الإحصاء) في السيارة التي يقودها الأستاذ بنفسه. وقد فوجئ الطالب بأن أستاذه لا يتوقف عندما تكون إشارات المرور حمراء، وإنما، على العكس مما هو متوقع، ينطلق مسرعاً بالسيارة عند التقاطعات. وانزعج الطالب واستفسر من أستاذه عن سبب عدم توقفه، فإذا بالأستاذ يقول له: عند التقاطعات تكثر حوادث السيارات، لذا فإنني أحاول أن أنطلق بسرعة حتى لا أستغرق عندها (أي التقاطعات) إلا أقل فترة زمنية ممكنة!!

هذان الموقفان الافتراضيان يوضحان أن خبراء الإحصاء لم يكونوا مخطئين في افتراضاتهم، إلا أنهم كانوا يركزون على عوامل منعزلة دون النظر

إلى الموقف ككل. ففي الموقف الأول، يمكننا أن نرى أن مقدار الوقت الذي تقضيه الطائرة في الجو يتناسب عكسيا مع عدد المحركات، فكلما تناقص عدد المحركات ازداد مقدار الوقت. وبناء على هذه الحقائق، فإنه يمكننا أن نصل إلى استدلال صحيح بأنه عندما يتناقص عدد المحركات العاملة بشكل أكثر فإن الفترة الزمنية التي ستمكثها الطائرة في الجو سوف تقترب من لا نهاية، مما يعني أن الطائرة لن تهبط على الأرض على الإطلاق. أما الفطرة السليمة والحكم على الأمور بشكل صائب فإنهما يخبراننا أن الطائرة سوف تتحطم لأنه لن تكون هناك وسيلة للدفع.

وفي الموقف الافتراضي الثاني، هناك حديث عن كثرة عدد الحوادث عند التقاطعات، ومن ثم فالمطلوب من قائد السيارة أن ينطلق بسرعة أكبر عند تلك التقاطعات حتى يتجنب التعرض للحوادث. وبالطبع، فإن هذه الرؤية قاصرة، لأن ذلك يعني أن نقضي أقل فترة زمنية في التقاطعات حتى نتجنب التعرض لحوادث. إلا أن الفطرة السليمة تخبرنا أن تلك الحقائق الجزئية تمثل جزءاً من الصورة الكلية، وأن القيام بمثل ذلك السلوك يزيد في الواقع من احتمالية وقوع الحوادث بدرجة كبيرة. والتفسير البديل الأكثر فاعلية للبيانات هو أنه من الضروري اتخاذ أكبر قدر ممكن من الحيطة والحذر عند اجتياز التقاطعات.

هذان الموقفان الافتراضيان يوضحان أن أي موقف حياتي يتضمن مجموعة من العوامل المتداخلة التي إذا نظرنا إلى كل منها على نحو منعزل فإننا سوف نصل إلى تفسيرات خاطئة واستنتاجات مضللة.

إن بحوث العمل تهتم بالعوامل المتداخلة التي تسهم في الصورة الكلية للموقف، الأمر الذي يمكننا من فهم مجريات الأمور بشكل طبيعي. وبناء

على ذلك، فإن دور الإحصاء في بحوث العمل ينبغي أن يتوقف عند الحد الذي يساعدنا فقط على تحقيق ذلك الفهم بصورة أفضل. لذا، فإننا سوف نقتصر في الصفحات التالية على عرض بعض المفاهيم والأساليب الإحصائية البسيطة. ومن أراد أن يتعمق بدرجة أكبر في الإحصاء، فعليه أن يتجه إلى المراجع المتخصصة في الإحصاء، أما هنا فإننا نعرض فقط لما يمكن أن يحتاج إليه الباحث الأدائي عند معالجة البيانات المتحصل عليها.

وعلى وجه أكثر تحديداً، فإننا سوف نتناول في الصفحات التالية القضايا والمفاهيم والأساليب الإحصائية التالية:

١- تنظيم البيانات.

٢- المتوسطات الحسابية.

٣- الانحراف المعياري.

٤- الدرجة المعيارية والدرجة التائية.

٥- الارتباطات (العلاقات بين المتغيرات).

٦- اختبار ت للدلالة الإحصائية (دلالة الفروق بين المتوسطات).

أولا: تنظيم البيانات

عندما يقوم الباحث بتطبيق أدوات بحثه (اختبارات، أو استبيانات، أو بطاقات مقابلة، أو بطاقات ملاحظة، أو استمارات تحليل محتوى، أو مقاييس اتجاهات.. الخ) فإنه يخرج بكم هائل من البيانات الخام، والبيانات الخام التي يحصل عليها الباحث لا معنى لها إذا بقيت كما هي دون معالجة، ويعني ذلك أن هذه البيانات يجب أن تخضع لعمليات تنظيم ومعالجات تعطي لها معنى وتجعلها أكثر مقروئية. ولتوضيح ذلك الأمر ببساطة نفترض أن إحدى الصفحات تتضمن العشرات من الأرقام التي تعبر عن الدرجات التحصيلية للطلاب في مادة معينة، لو أننا تصفحنا تلك الدرجات مرات ومرات، فإننا لن نخرج باستنتاج مفيد، ولكي نصل إلى استنتاجات لها قيمتها، فإن هذه البيانات يجب أن تنظم بطريقة معينة تجعل وصفها وصفا هادفا من الأمور الميسورة، كما يجب أن تخضع لعمليات معالجة تمكننا من أن نخرج بأوصاف دقيقة لها وكذلك باستنتاجات مفيدة.

وفي الصفحات التالية يتم توضيح كيفية التعامل مع البيانات من حيث تنظيمها، ووصفها، والاستنتاج منها، وتفسيرها. ولتحقيق ذلك الهدف، يتم في البداية توضيح سمات البيانات، ثم كيفية تصنيفها، وعرضها، وجدولتها.

خصائص البيانات:

تمثل البيانات فئة خاصة من المعلومات يتم تجميعها تحت شروط معينة وموصوفة وصفا دقيقا، أي أن البيانات تمثل الأوصاف التي يقوم الباحث بتسجيلها للمواقف والأحداث التي قام بملاحظتها، وكأمثلة للبيانات: الدرجات التي يحصل عليها الأفراد في الاختبارات التحصيلية أو اختبارات

الشخصية أو اختبارات الذكاء، ردود أفعال الطلاب تجاه طريقة تعليم معينة، اتجاهات الأفراد نحو قضية معينة.

ومن تلك الأمثلة يتضح أنه ليس من الضروري أن تكون كل البيانات مدونة في صورة أرقام، فالبيانات يمكن أن تتخذ أشكالا متنوعة، فتحديد لون العين لدى فرد معين مثلا، يعد بيانات. وبصفة عامة فإنه يمكن تصنيف البيانات في وضوء عدد من الخصائص ذات الأهمية لنا في مرحلة التحليل والتفسير.

وبداية فإن هناك بعض المصطلحات التي يجب أن نلم بها، ومن هذه المصطلحات مصطلح «البيانات الخام» (Raw Data)، وهو يشير إلى تلك البيانات التي لم يحدث أي تعديل فيها من حيث الشكل أو المضمون، وذلك منذ تسجيلها، وإذا حدث تعديل للبيانات الخام فإنها بذلك تكون قد خضعت للمعالجة (Proccessing).

ويمكن توضيح ذلك بمثال: نفترض أن لدينا عشرة تلاميذ يتعلمون الكلمات بطريقتين مختلفتين: الطريقة الأولى: هي الطريقة «أ»، والطريقة الثانية: هي الطريقة «ب»، والجدول التالي رقم (٣) يوضح عدد الكلمات التي يكتسبها كل تلميذ إذا ما تعلم مرة بالطريقة «أ» لمدة نصف ساعة، ومرة أخرى بالطريقة «ب» لمدة نصف ساعة، وكذلك ترتيب كل تلميذ بالنسبة لأقرانه مع كل طريقة.

جدول رقم (٣) عدد الكلمات التي يكتسبها كل تلميذ باستخدام الطريقتين أ،ب وكذلك ترتيب كل تلميذ بالنسبة لزملائه:

رقم التلميذ	عدد الكلمات باستخدام الطريقة أ	الترتيب مع الطريقة أ	عدد الكلمات باستخدام الطريقة ب	الترتيب مع الطريقة ب
١	١٦	٨	٢٠	٨
٢	٢٠	٦	٢٢	٦
٣	٢٣	٥	٢٣	٥
٤	١٢	١٠	١٨	١٠
٥	٢٥	٣	٢٥	٣
٦	١٨	٧	٢١	٧
٧	١٤	٩	١٩	٩
٨	٢٧	١	٢٧	١
٩	٢٦	٢	٢٦	٢
١٠	٢٤	٤	٢٤	٤

البيانات التي يوضحها جدول رقم (٣) هي بيانات خام تعبر عن عدد الكلمات التي اكتسبها كل تلميذ إذا ما تعلم بالطريقة «أ» مرة وبالطريقة «ب» مرة ثانية، ويمكن إخضاع هذه البيانات للعديد من المعالجات، وبعض هذه المعالجات لا يؤدي إلى حدوث أي فقد للبيانات الأصلية حيث يمكن استرجاع تلك البيانات في أي وقت بسهولة، فعلى سبيل المثال: إذا ما قمنا بتربيع أي رقم من الأرقام الواردة في الجدول فإننا نستطيع الحصول على الرقم الأصلي مرة ثانية بإيجاد الجذر التربيعي للرقم الناتج من عملية التربيع،

أي أن مثل هذه العمليات تمكننا من استرجاع البيانات الأصلية إذا ما قمنا بإجراء العمليات العكسية.

وهناك بعض المعالجات التي لا يمكن أن تظهر فيها الانعكاسية بالشكل الذي أوضحناه، بمعنى آخر، فإن هذه المعالجات لا تمكننا من استرجاع البيانات الخام الأصلية مرة ثانية، فعلى سبيل المثال: لو أننا ترجمنا درجات التلاميذ إلى رتب تعبر عن موقع أو مرتبة كل تلميذ بالنسبة لزملائه، فإن هذه الرتب قد لا تعبر عن مسافات متساوية في كل الحالات، ولمزيد من التوضيح، فإن ترتيب التلميذ رقم (٨) هو الأول في الطريقتين، وترتيب التلميذ رقم (٩) هو الثاني، وترتيب التلميذ رقم (٥) هو الثالث، وترتيب التلميذ رقم (١٠) هو الرابع، والتلميذ رقم (٣) هو الخامس، والتلميذ رقم (٢) هو السادس، والتلميذ رقم (٦) هو السابع ... الخ. ويلاحظ من هذا الترتيب أن الفروق بين التلاميذ قد لا تكون متساوية، فالفرق بين التلميذ الأول والتلميذ الثاني (أي بين ٨، ٩) هو درجة واحدة، بينما الفرق بين التلميذ الخامس والتلميذ السادس (أي بين ٣، ٢) هو ثلاث درجات، وبناء على ذلك، فإننا لو حولنا البيانات الخام إلى رتب، فإننا لا نستطيع استرجاع البيانات الخام الأصلية مرة أخرى، أي أنه يحدث بعض الفقد في المعلومات في هذه الحالة، ذلك أننا نتخلى عن البيانات الخام –ولو إلى حين– ليتم التعبير عنها بصورة أكثر يسرا وسهولة.

وعملية الاختزال التي تتم للبيانات بهذه الطريقة (أي بتحويلها إلى رتب) لها مثالبها ومشكلاتها أيضا، ففي المثال السابق نجد أن ترتيب التلاميذ في الطريقتين كان واحدا، إلا أننا لو تفحصنا درجات التلاميذ ١، ٢، ٤، ٦، ٧ لوجدناها ١٦، ٢٠ ، ١٢، ١٨، ١٤ في الطريقة «أ»، بينما نجدها ٢٠، ٢٢،

١٨، ٢١، ١٩ مع الطريقة «ب»، بمعنى آخر، فإن الطريقة «ب» كانت أكثر فعالية من الطريقة «أ» مع هؤلاء التلاميذ وذلك في تعلمهم الكلمات، إلا أن تلك الفعالية لا تظهر لو اعتمدنا على ترتيب التلاميذ فقط في كل من الطريقتين «أ، ب».

نخلص من ذلك إلى أن البيانات الخام يكون معبراً عنها في صور متعددة منها الأرقام والكلمات والجمل الوصفية، كما أن هناك بعض المعالجات التي لا تؤدى إلى أي فقدان للمعلومات المتضمنة في البيانات، وبالمثل، فإن هناك العديد من المعالجات التي إذا استخدمت مع بيانات معينة أدت إلى فقدان جزء من المعلومات المتضمنة في تلك البيانات الخام.

عرض البيانات:

يعد عرض البيانات عملية اتصال بين الباحث والقارئ، ومن ثم فإن على الباحث أن يفكر في أنسب الطرق لعرض البيانات، وذلك بشكل يستطيع معه القارئ أن يستوعبها بسهولة.

وفيما يلي توضيح مبسط لبعض طرق عرض البيانات:

١- عرض البيانات وصفيا:

في هذه الطريقة يتم عرض البيانات في شكل تقريري توضح فيه النتائج التي يمكن استخلاصها من تلك البيانات، وكمثال لذلك، قد نقول: «توجد علاقة طردية بين المستوى الاجتماعي للأسرة والمستوى التحصيلي للأطفال في الأسرة، فقد وجد أن الأطفال من أبناء الأسر ذات المستوى الاجتماعي المرتفع يتراوح تحصيلهم في المتوسط بين ٧٥٪، ٩٠٪، وأن الأطفال من أبناء الأسر ذات المستوى الاجتماعي المتوسط يتراوح تحصيلهم بين ٥٠٪، ٧٤٪،

أما الأطفال من أبناء الأسر ذات المستوى الاجتماعي المنخفض، فإن مستوى تحصيلهم يبلغ أقل من ٥٠٪».

مثل هذا العرض الوصفي يصلح في حالة محدودية مقدار البيانات المطلوب عرضها، أما إذا كانت كمية البيانات كبيرة، فإنه يصعب استخدام تلك الطريقة.

٢ ـ عرض البيانات في صورة توزيعات تكرارية:

يتضمن العديد من الدراسات عدداً كبيرا من الدرجات ذات القيم المختلفة، وعند وضع هذه الدرجات، كما هي في صورتها الخام في جداول، فإن تلك الدرجات الخام لا تكون ذات معنى.

والبيانات الموضحة في جدول رقم (٤) تمثل الدرجات التي حصل عليها خمسون تلميذا في اختبار من الاختبارات.

جدول رقم (٤) الدرجات التي حصل عليها خمسون تلميذا في أحد الاختبارات:

٤٧	٣٧	٤١	٥٠	٤٥
٣٩	٤٩	٤٤	٤٣	٤٠
٤٢	٤٣	٤٢	٤٦	٤٠
٤٤	٤٥	٤٧	٤٥	٤٥
٣٦	٤٥	٤٦	٤٨	٤٤
٤٢	٤٨	٤٠	٤٣	٣٧
٤٦	٤٥	٤٥	٤٤	٤٢
٤٣	٤٣	٤٢	٤٣	٤١
٤٤	٤٥	٤٢	٤٤	٣٦
٤٤	٣٨	٤٤	٤٦	٤٢

عندما نفحص تلك البيانات الموضحة في جدول رقم (٤)، فإن المعاني

التي يمكن استخلاصها منها تكون محدودة للغاية، وأبسط طريقة لتنظيم تلك البيانات هي كتابة الدرجات الأعلى ثم الأقل فالأقل، ويتم وضع علامات تكرارية أمام كل درجة، وهذه العلامات تترجم إلى تكرارات، وبهذه الطريقة نستطيع أن نعرف عدد الطلاب الذين حصلوا على كل درجة من الدرجات الموضحة. ويوضح الجدول التالي رقم (٥) التوزيع التكراري لكل درجة من الدرجات الواردة في الجدول السابق.

جدول رقم (٥) التوزيع التكراري لكل درجة من الدرجات الواردة في الجدول رقم (٤).

الدرجات مرتبة تنازليا	العلامات	التكرار
٥٠	١	١
٤٩	١	١
٤٨	١١	٢
٤٧	١١	٢
٤٦	١١١١	٤
٤٥	١١١١ ١١١١	٨
٤٤	١١١١ ١١١١	٨
٤٣	١١١١ ١١	٦
٤٢	١١١١ ١١١	٧
٤١	١١	٢
٤٠	١١١	٣
٣٩	١	١
٣٨	١	١
٣٧	١١	٢
٣٦	١١	٢
		ن= ٥٠

كما أنه من الشائع أيضا دمج الدرجات في فئات ذات مسافات متساوية وتسجيل عدد الدرجات في كل فئة من الفئات، وذلك على النحو المبين في جدول رقم (٤).

جدول رقم (٦): التوزيع التكراري الفئوي للدرجات الموضحة في جدول (٥).

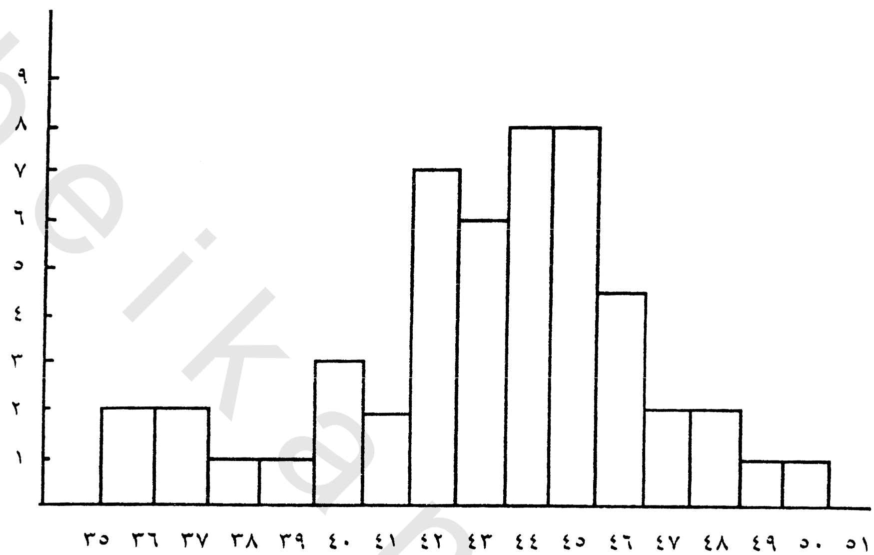
الفئة	التكرار
٤٨-٥٠	٤
٤٥-٤٧	١٤
٤٢-٤٤	٢١
٣٩-٤١	٦
٣٦-٣٨	٥
	ن=٥٠

والتوزيعات التكرارية مفيدة في الإجابة على العديد من الأسئلة الهامة، فتفحص التوزيع التكراري يوضح لنا على الفور أكثر وأقل الدرجات ظهورا، كما أنه يوضح لنا شكل التوزيع، فنعرف ما إذا كانت الدرجات متجمعة في أماكن معينة أم أنها موزعة بشكل متساو.

٣ ـ عرض البيانات في وصورة مدرجات تكرارية Histograms:

يمكن عرض البيانات في صورة بيانية، خصوصا إذا ما كانت تلك البيانات تتضمن تكرارات، وتعد المدرجات التكرارية إحدى طرق عرض مثل هذه البيانات، والمدرجات التكرارية بمثابة رسم بياني ذى بعدين، ترتب فيه البيانات في صورة أعمدة، ويستخدم لتمثيل مدى تكرارية ظهور كل درجة أو فئة من الدرجات، والمحور الرأسي على الرسم البياني يتضمن تكرارات الدرجات، بينما يتضمن المحور الأفقي ترتيبات الدرجات من الأقل إلى الأعلى، ويتم إعداد الأعمدة في الرسم البياني بحيث تتطابق مع النتائج،

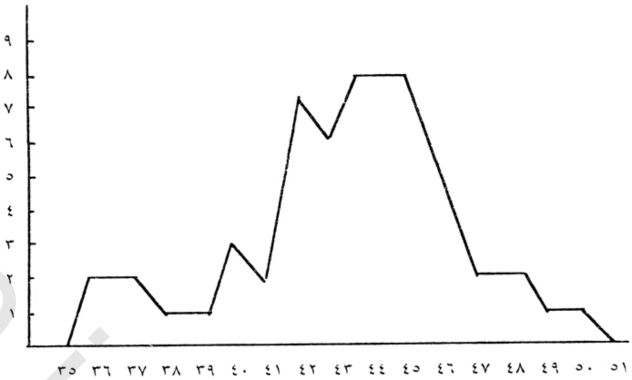
والرسم البياني الموضح في شكل رقم (٥) يمثل مدرجا تكراريا للبيانات المتضمنة في الجدولين رقم (٤، ٥).



شكل رقم (٥): مدرج تكراري للدرجات الموضحة في جدول رقم (٤)

٤ ـ عرض البيانات في صورة مضلعات تكرارية: Frequency Polygons

يمثل المضلع التكراري أسلوبا آخر من أساليب عرض التوزيعات التكرارية، والمضلع التكراري يماثل المدرج التكراري، إلا أنه يختلف عنه في أننا نستخدم النقط بدلا من الأعمدة في تمثيل البيانات، ثم نوصل النقط ببعضها بخطوط، والشكل رقم (٦) يوضح كيفية تمثيل البيانات في صورة مضلع تكراري، مع ملاحظة التماثل بين العرض الموضح في شكل رقم (٥) والعرض الموضح في شكل رقم (٦).



شكل رقم (٦): مضلع تكراري للدرجات المدونة في جدول رقم (٤)

ويمكن جعل مثل هذه الخطوط تأخذ شكلا منحنيا، والمنحنى المعروف باسم المنحنى الاعتدالي يعد مثالا لهذا الأسلوب.

تلك هي بعض الأساليب التي يمكن للباحث أن يستخدمها في وصف بيانات بحثه وصفا منظما يجعلها مقروءة.

ثانياً: المتوسطات الحسابية

المتوسط الحسابي لعدد من القيم هو ببساطة خارج قسمة مجموع هذه القيم على عددها.

أي أن المتوسط الحسابي $= \dfrac{\text{مجموع الدرجات أو القيم}}{\text{عدد الدرجات أو القيم}}$

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

فعلى سبيل المثال، لو كان لدينا عدد من الطلاب مقداره عشرة طلاب حصلوا على الدرجات التالية في اختبار تحصيلي معين:

١٢، ١٤، ٢٥، ١٦، ١٥، ١٣، ١٧، ١١، ١٨، ١٩

فإن المتوسط الحسابي (م) لهذه الدرجات يكون:

$$م = \frac{١٩+١٨+١١+١٧+١٣+١٥+١٦+٢٥+١٤+١٢}{١٠}$$

$$= \frac{١٦٠}{١٠} = ١٦$$

تلك هي أبسط الطرق لحساب المتوسط الحسابي. وهناك طرق أخرى يمكن الإطلاع عليها في مراجع الإحصاء المتخصصة لأننا قد اكتفينا هنا بما يمكن أن يحتاجه الباحث الأدائي.

ثالثا: الانحراف المعياري

إن الاعتماد على المتوسطات الحسابية لا يعطينا صورة وافية عن الخصائص الإحصائية للدرجات موضع التحليل. ولكي نحصل على وصف كامل لتلك الدرجات فإننا نحتاج إلى مقاييس إحصائية أخرى، وهي مقاييس التشتت والتي يعد الانحراف المعياري أحدها. ومقاييس التشتت توضح لنا مدى انتشار توزيع الدرجات حول متوسط التوزيع أو، بمعنى آخر، توضح لنا مدى اختلاف الدرجات عن المتوسط.

ونوضح ذلك الأمر بمثال عددي بسيط، لو افترضنا أن لدينا ثلاثة طلاب حصلوا على الدرجات ١٤، ١٥، ١٦ في اختبار ما، فإن متوسط درجاتهم (م) يكون:

$$م = \frac{١٦+١٥+١٤}{٣} = ١٥$$

ولو كان لدينا ثلاثة طلاب آخرين حصلوا على الدرجات ٥، ١٥، ٢٥، فإن متوسط درجاتهم (م) يكون:

$$م = \frac{٥+١٥+٢٥}{٣} = ١٥$$

المتوسط في الحالتين واحد ويساوي ١٥ إلا أن تشتت الدرجات ١٤، ١٥، ١٦ حول المتوسط أقل من تشتت الدرجات ٥، ١٥، ٢٥ حول المتوسط. ولذا فإنه لكي تكتمل الصورة يجب أن نكون على دراية بتشتت الدرجات.

والانحراف المعياري هو أحد الأساليب التي نستخدمها لنعرف مدى تشتت الدرجات حول المتوسط. الانحراف المعياري، إذن، عبارة عن معامل رقمي يشير إلى متوسط تباين الدرجات. بمعنى آخر، فإنه يوضح لنا مدى تباعد الدرجات عن المتوسط. ففي المثالين السابقين نجد أن تشتت الدرجات حول المتوسط في المثال الثاني أكبر منه في المثال الأول.

ويقوم الانحراف المعياري في جوهره على حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها. بمعنى آخر، فإن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات.

أي أن الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{\text{عدد الدرجات}}}$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة – المتوسط)}^{٢}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجـ (س– م)}^{٢}}{\text{ن}}}$$

حيث يدل الرمز (س) على الدرجة والرمز (م) على المتوسط والرمز (ن) على عدد الدرجات. وإذا رمزنا للانحراف بالرمز (ح)، فإن

ح = س – م

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}}{\text{ن}}}$$

والجدول التالي رقم (٧) يوضح كيفية حساب الانحراف المعياري من مجموعة من الدرجات الخام.

جدول رقم (٧) حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام

الدرجات (س)	الانحرافات عن المتوسط (ح)	مربعات الانحرافات ح٢
٢	٨-	٦٤
٦	٤-	١٦
٨	٢-	٤
١٠	صفر	صفر
١٢	٢+	٤
١٥	٥+	٢٥
١٧	٧+	٤٩
مجـ س =٧٠	مجـ ح=صفر	مجـ ح٢=١٦٢

المتوسط (م) = ١٠.

وتتلخص خطوات حساب الانحراف المعياري كما يلي:

١- حساب متوسط الدرجات (م) وهو = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}} = \frac{٧٠}{٧} = ١٠$

٢- حساب انحراف كل درجة عن المتوسط، فمثلا الدرجة ٢ أقل من المتوسط بمقدار ٨ درجات؛ ولذا فإن انحرافها= -٨، بينما الدرجة ١٥ أعلى من المتوسط بمقدار ٥ درجات؛ ولذا فإن انحرافها = +٥.

٣- يتم تربيع كل انحراف من الانحرافات عن المتوسط.

٤- تجميع مربعات الانحرافات عن المتوسط (حيث نجد أن مجـ ح^{٢}= ١٦٢)

٥- تطبيق المعادلة:

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{٢}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{١٦٢}{٧}} = \sqrt{٢٣,١٤}$$

∴الانحراف المعياري = ٤,٨١

رابعاً: الدرجة المعيارية والدرجة التائية

الدرجة المعيارية: Z(SS)

إن القيمة الخام في أي مجموعة من القيم لا تعطي معنى أو دلالة. فإذا فرضنا أن شخصاً ما قد حصل في مادة ما على ١٥من ٢٠(١٥/ ٢٠)، فإن هذه الدرجة لا تدل على ما إذا كان هذا الشخص قوياً في هذه المادة أو متوسطاً أو ضعيفاً. فقد يكون الاختبار صعباً بحيث كانت هذه الدرجة أعلى الدرجات، وقد يكون سهلاً بحيث كانت هذه الدرجة أقل الدرجات، أو قد يكون متوسطاً بحيث كانت هذه الدرجة تقع في وسط التوزيع.

لهذا، فإنه عند إجراء المقارنات فإننا نستخدم الدرجة المعيارية Z(SS) والدرجة التائية T-Score، وذلك لإعطاء معنى ودلالة للقيمة أو الدرجة الخام.

ويتم حساب الدرجة المعيارية المقابلة لقيمة معينة بحساب الفرق بين القيمة والمتوسط مقسوما على الانحراف المعياري.

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{القيمة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

بناء على ذلك، فإن الدرجة المعيارية قد تساوي صفراً في حالة تساوي القيمة بالمتوسط وقد تكون موجبة الإشارة إذا كانت القيمة أعلى من المتوسط. وقد تكون سالبة إذا كانت القيمة أقل من المتوسط.

مثال: مجموعة من الطلاب عددهم سبعة حصلوا على الدرجات المبينة في الجدول رقم (٨) أدناه في أحد الاختبارات التحصيلية. ومطلوب منا تحويل الدرجة الخام التي حصل عليها كل طالب إلى درجة معيارية.

جدول رقم (٨): حساب الدرجات المعيارية لمجموعة من الدرجات الخام

الأفراد	القيم	الانحراف عن المتوسط	مربع الانحراف عن المتوسط
١	٣٥	١+	١
٢	٣٧	٣+	٩
٣	٢٢	١٢-	١٤٤
٤	٤٤	١٠+	١٠٠
٥	٣٠	٤-	١٦
٦	٣٩	٥+	٢٥
٧	٣١	٣-	٩
	٢٣٨	صفر	٣٠٤

لتحقيق ذلك، نقوم بعمل التالي:

١- بناء جدول كالموضح سابقا مدون فيه القيمة أو الدرجة الخام التي حصل عليها كل طالب.

٢- إيجاد متوسط الدرجات وذلك بالطريقة التي أشرنا إليها سابقا، وهي

قسمة مجموع الدرجات على عدد الدرجات.

وفي المثال المبين هنا، فإن المتوسط (م) = $\frac{٢٣٨}{٧}$ = ٣٤

٣- إيجاد الانحراف المعياري للدرجات بالطريقة التي أشرنا إليها سابق، وذلك بإيجاد انحراف كل قيمة عن المتوسط، ثم تربيع الانحراف، ثم جمع مربعات الانحرافات، ثم قسمتها على عدد الدرجات، ثم إيجاد الجذر التربيعي للناتج.

وفي المثال المبين، فإن مجموع مربعات الانحرافات هو ٣٠٤ ، ومن ثم فإن الانحراف المعياري هو:

ع = $\sqrt{\frac{٣٠٤}{٧}}$ = $\sqrt{٤٣,٤٣}$ = ٦,٦ تقريباً

٤- نستطيع عندئذ أن نوجد الدرجة المعيارية المقابلة لأي قيمة في الجدول.

فمثلا، فإن الدرجة المعيارية المقابلة للقيمة٣٥= $\frac{٣٥-٣٤}{٦,٦}$ = ١٥,٠ تقريباً

والدرجة المعيارية المقابلة للقيمة ٢٢= $\frac{٣٤-٢٢}{٦,٦}$ = ١,٨٢ تقريباً

وبهذه الكيفية، فإننا نكون قد أخذنا في الحسبان عند حساب درجة أي طالب عاملين أساسيين هما: متوسط درجات الصف ككل، ومدى تشتت الدرجات حول المتوسط. أي أننا هنا لم نعد نتعامل مع الدرجة الخام بشكل مطلق حيث لا معنى لها، وإنما أخذنا في الحسبان موقع الطالب بين أقرانه.

الدرجة التائية: T-Score

في الجزء السابق وجدنا أن الدرجة المعيارية يمكن أن تكون إشارتها موجبة عندما تكون الدرجة الخام أعلى من المتوسط، ويمكن أن تكون إشارتها سالبة عندما تكون الدرجة الخام أقل من المتوسط. وللتغلب على

الإشارات السالبة والموجبة تستخدم الدرجة التائية T-Score التي هي عبارة عن درجة معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعياري ١٠. وبهذا يمكن التخلص من الإشارات السالبة والموجبة الموجودة في الدرجة المعيارية.

الدرجة التائية = ١٠× الدرجة المعيارية +٥٠

وهذا يعني أنه لكي توجد الدرجة التائية فإنه لابد أولاً من إيجاد الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة الخام في الجدول، ثم بعد ذلك نطبق المعادلة الخاصة بإيجاد الدرجة التائية.

وبناء على ذلك، لو كان لدينا درجة معيارية مقدارها -١ فإن الدرجة التائية المقابلة لها تساوي:

١٠×-١+٥٠=٤٠

ولو طبقنا ذلك على المثال السابق، فإن الدرجة التائية المقابلة للدرجة المعيارية ١٥,٠ هي:

١٠×١٥,٠+٥٠=٥١,٥

والدرجة التائية المقابلة للدرجة المعيارية ٤٥,٠ هي:

١٠×٤٥,٠+٥٠=٥٤,٥

والدرجة التائية المقابلة للدرجة المعيارية – ١,٨٢هي:

١٠×-١,٨٢+٥٠=٣١,٨

وبهذه الكيفية نتخلص من الإشارات السالبة والموجبة الموجودة في الدرجات المعيارية.

خامساً: العلاقات بين المتغيرات (الارتباطات)

المواقف الصفية والمدرسية مركبة ومعقدة ومتداخلة كتعقد وتداخل المواقف الحياتية نفسها. وبناء عليه، فعند قيام الباحث الأدائي بإجراء بحثه فإنه قد يواجه بمجموعة من العوامل (المتغيرات) المؤثرة في الموقف، ويعنيه أن يتعرف على مدى ارتباط هذه المتغيرات ببعضها وعلاقتها بالمخرجات المتوصل إليها. فنحن نتساءل مثلا عن مدى وجود علاقة بين الذكاء والتحصيل الدراسي، أو عن مدى وجود علاقة بين مستوى دافعية الطالب وتحصيله الدراسي، أو عن مدى وجود علاقة بين المستوى التعليمي للأسرة وبين التحصيل الدراسي للطالب وهكذا، فإننا نحاول أن نحدد مقدار الارتباط (إن وجد) بين متغير وآخر.

والعلاقة بين المتغيرات قد تأخذ أحد أشكال ثلاثة:

١- فهي إما أن تكون موجبة، كأن نجد (مثلا) أن هناك علاقة إيجابية (ارتباط موجب) بين المستوى الاقتصادي للأسرة وبين التفوق الدراسي للأبناء. بمعنى آخر، فإنه كلما ازداد المستوى الاقتصادي للأسرة ازداد معه مقدار التفوق الدراسي لأبناء هذه الأسرة.

٢- أو تكون العلاقة سالبة (ارتباط سالب)، كأن يقال مثلا إن هناك علاقة تناسب عكسي بين مستوى الأمية وبين إنتاجية الفرد، بمعنى أنه كلما ارتفع مستوى الأمية في مجتمع ما انخفضت إنتاجية أفراد هذا المجتمع.

٣- أو تكون العلاقة صفرية (أو قريبة من الصفر)، بمعنى أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين. فإذا وجدنا، مثلا، أن المستوى التحصيلي للطلاب ليس له علاقة بمستوى دافعيتهم، بمعنى أنه لا علاقة بارتفاع أو انخفاض

مستوى تحصيل الطلاب بارتفاع أو انخفاض مستوى دافعتيهم، فإن هذه العلاقة تعني أن الارتباط بين متغيري الدافعية والتحصيل يساوي صفراً.

وفيما يلي نتناول كيفية حساب معامل الارتباط بين متغيرين وذلك بطريقتين هما: معامل ارتباط الرتب لسبيرمان، ومعامل ارتباط بيرسون.

معامل ارتباط الرتب (سبيرمان):

يستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان في حالة العينات التي يكون عدد أفرادها صغيراً. ويعتمد في حسابه على ترتيب القيم في كل من المتغيرين موضوع الدراسة، ثم حساب الفرق بينهما، وبعد ذلك يتم تربيع هذا الفرق للتخلص من الإشارات.

وقانون معامل ارتباط الرتب هو:

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن \times (ن^{٢} - ١)}$$

حيث أ هي معامل ارتباط سبيرمان، مجـ ف^{٢} هي مجموع مربعات الفروق بين ترتيب القيم، ن هي عدد أفراد العينة.

وكمثال يوضح كيفية حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان نفترض أن باحثاً أراد أن يدرس العلاقة بين اتجاهات الطلاب نحو مادة (المتغير س) ومستوى تحصيل الطلاب في هذه المادة (المتغير ص). وكان عدد أفراد العينة (ن) هو ستة طلاب. وفيما يلي بيان الدرجات التي حصل عليها كل طالب على مقياس الاتجاهات نحو المادة (س) والاختبار التحصيلي (ص):

جدول رقم (٩): حساب معامل ارتباط سبيرمان

رقم الطالب	درجة س	درجة ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف^{٢}
١	٢٥	٩	٢	٤	-٢	٤
٢	١٥	١٠	٣	٣	صفر	صفر
٣	٣٠	١٢	١	١	صفر	صفر
٤	١٠	٨	٥	٥	صفر	صفر
٥	٨	١١	٦	٢	+٤	١٦
٦	١٢	٧	٤	٦	-٢	٤
			٢١	٢١	+٤	٢٤
					-٤	
					صفر	

$$\therefore \text{ر} = ١ - \frac{٦ \times ٢٤}{٦ \times (٣٦ - ١)} = ١ - \frac{١٤٤}{٦ \times ٣٥}$$

$$= ١ - \frac{١٤٤}{٢١٠} = ١ - ٠,٦٨٥ = ٠,٣١٥ = ٠,٣٢ \text{ تقريباً}$$

أي إنه يتم حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان على النحو التالي:

١- نقوم بترتيب درجات الطلاب على المتغير (س) ترتيباً تنازلياً، وذلك بإعطاء الرتبة الأولى لأكبر درجة والرتبة الثانية للدرجة التي تليها، وهكذا. ويوضع هذا الترتيب في العمود الرابع (رتبة س).

٢- نقوم بترتيب درجات الطلاب على المتغير (ص) بنفس الطريقة، وذلك بإعطاء الرتبة الأولى لأكبر درجة والرتبة الثانية للدرجة التي تليها،

وهكذا. يوضع هذا الترتيب في العمود الخامس (رتبة ص).

٣- نقوم بحساب الفرق بين رتبة س وبين رتبة ص لكل حالة، وذلك بطرح رتبة س من رتبة ص أو العكس. ويوضع الناتج في العمود المسمى ف أي الفرق. ونلاحظ هنا أنه إذا قمنا بجمع الفروق فإن الناتج يكون صفراً.

٤- نقوم بعد ذلك بتربيع الفروق ويوضع الناتج في العمود المسمى ف٢.

٥- نقوم بجمع القيم الموجودة في العمود ف٢ لنحصل على مجـ ف٢.

٦- نقوم بتطبيق المعادلة على النحو المشار إليه أسفل الجدول.

معامل ارتباط بيرسون:

يعد معامل ارتباط بيرسون من أكثر طرق حساب معاملات الارتباط شيوعاً، وذلك لأنه يأخذ في الحسبان جميع القيم المعطاة، ولا يقتصر فقط على الرتب كما كان الحال مع معامل سبيرمان (معامل ارتباط الرتب). وأخذ جميع القيم (وليس الرتب) في الحسبان يجعل معامل الارتباط أكثر دقة. فحساب معامل الارتباط على أساس الرتب أقل دقة من حسابه على أساس القيم، إذ أنه في حالة الأولى (الرتب) فإن زيادة القيمة أو نقصانها لا يغير من قيمة معامل الارتباط طالما أن الرتب بقيت على حالها. أما في حالة معامل ارتباط بيرسون فإنه يتأثر بأي تغيير يحدث في القيم.

وهناك طرق متعددة لحساب معامل الارتباط بطريقة بيرسون نختار منها واحدة فقط هي حساب المعامل عن طريق القيم الخام مباشرة.

والمعادلة المستخدمة هي:

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ } س ص - \text{مجـ } س \text{ مجـ } ص}{\sqrt{[ن \text{ مجـ } س^{٢} - (\text{مجـ } س)^{٢}] [ن \text{ مجـ } ص^{٢} - (\text{مجـ } ص)^{٢}]}}$$

والمثال التالي يبين كيفية إيجاد معامل ارتباط بيرسون:

نفترض أن لدينا عشرة طلاب طبق عليهم اختباران أو مقياسان: الأول لقياس اتجاهاتهم نحو المادة (س)، والثاني لتحديد مستواهم التحصيلي في المادة (ص). ويتم وضع درجاتهم في جدول كالتالي:

جدول رقم (١٠): حساب معامل ارتباط بيروسون

رقم الطالب	درجة س	درجة ص	س^٢	ص^٢	س ص
١	٨	٦	٦٤	٣٦	٤٨
٢	٧	٥	٤٩	٢٥	٣٥
٣	٩	٩	٨١	٨١	٨١
٤	٩	٩	٨١	٨١	٨١
٥	٧	٦	٤٩	٣٦	٤٢
٦	١	١	١	١	١
٧	٦	٥	٣٦	٢٥	٣٠
٨	٦	٥	٣٦	٢٥	٣٠
٩	٣	٢	٩	٤	٦
١٠	٤	٢	١٦	٤	٨

مجـ س= ٦٠ مجـ ص= ٥٠ مجـ س^{٢}= ٤٢٢ مجـ ص^{٢}= ٣١٨ مجـ س ص=٣٦٢

وبتطبيق المعادلة السابقة، فإن معامل الارتباط ر هو:

$$ر = \frac{١٠\times٣٦٢-٦٠\times٥٠}{\sqrt{[١٠\times٤٢٢-(٦٠)^٢][١٠\times٣١٨-(٥٠)^٢]}}$$

$$= +٠,٩٥$$

والخطوات المتبعة هي:

١- تدوين الدرجة س و الدرجة ص الخاصة بكل طالب في العمودين٢، ٣.

٢- إيجاد مربع الدرجة س لكل حالة في العمود الرابع (س^٢).

٣- إيجاد مربع الدرجة ص لكل حالة في العمود الخامس (ص^٢).

٤- إيجاد حاصل ضرب الدرجة س والدرجة ص (س ص) ووضعها في العمود السادس.

٥- إيجاد مجموع الدرجات س (مجـ س = ٦٠) أسفل العمود الثاني.

٦- إيجاد مجموع الدرجات ص (مجـ ص = ٥٠) أسفل العمود الثالث.

٧- إيجاد مجموع مربعات الدرجة س(مجـ س^٢ = ٤٢٢) أسفل العمود الرابع.

٨- إيجاد مجموع مربعات الدرجة ص(مجـ ص^٢ = ٣١٨) أسفل العمود الخامس.

٩- إيجاد مجموع حاصل ضرب س×ص (مجـ س ص= ٣٦٢) أسفل العمود السادس.

١٠- تطبيق القانون:

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[ن \text{ مجـ س}^٢ - (\text{مجـ س})^٢][ن \text{ مجـ ص}^٢ - (\text{مجـ ص})^٢]}}$$

وعلينا أن نلاحظ أن إشارة معامل الارتباط قد تكون موجبة في حالة الارتباط الموجب، وقد تكون سالبة عندما تكون العلاقة ذات تناسب عكسي.

سادساً: اختبار ت t-test

دلالة الفروق بين المتوسطات

في حالات عديدة يحتاج الباحث إلى أن يقارن بين الدرجات التي حصلت عليها مجموعة من الأفراد على اختبار معين بالدرجات التي حصلت عليها مجموعة أخرى من الأفراد على نفس الاختبار. ويحدث ذلك خصوصاً في الدراسات والبحوث ذات الطابع التجريبي. فعلى سبيل المثال، فإن معلماً ما قد يحاول التعرف على ما إذا كانت طريقة تدريسية معينة (أ) تؤدي إلى نتائج تحصيل في مادة ما أفضل من تلك التي تؤدي إليها طريقة أخرى (ب) . وفي هذه الحالة، فإنه يقوم باختيار مجموعتين متكافئتين من الطلاب، يقوم بتدريس إحداهما بالطريقة (أ) وبتدريس الأخرى بالطريقة (ب)، ثم يطبق اختباراً تحصيلياً على طلاب المجموعتين. فإذا جاء متوسط درجات إحدى المجموعتين أعلى من متوسط درجات المجموعة الثانية فعلى المعلم ألا يتسرع بإصدار حكم بأن إحدى الطريقتين أفضل من الأخرى لمجرد أن متوسط درجات طلاب المجموعة الأولى كان أعلى من متوسط درجات طلاب المجموعة الثانية. فمن الناحية الإحصائية، لا يتم إصدار مثل هذا الحكم إلا إذا طبقنا اختبار ت لحساب دلالة الفروق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين.

بمعنى آخر، فإننا نتساءل: هل الزيادة في متوسط درجات طلاب المجموعة

الأولى عن متوسط درجات طلاب المجموعة الثانية يعتد بها إحصائيا؟ أي: هل هي زيادة حقيقية؟ أم أنها راجعة إلى عوامل الصدفة وظروف اختيار العينة؟ للإجابة على مثل هذه التساؤلات، فإنه يتم تطبيق اختبار ت لحساب دلالة الفروق بين متوسطي درجات المجموعتين.

وعندما يكون عدد الطلاب في المجموعتين متساويا، فإن قانون اختبار ت في هذه الحالة هو:

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

حيث $م_1$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى

$م_2$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية

$ع_1$ = الانحراف المعياري للمجموعة الأولى

$ع_2$ = الانحراف المعياري للمجموعة الثانية

ن = عدد أفراد العينة في أي (واحد) من المجموعتين

والمثال التالي يوضح كيفية استخدام ذلك القانون:

قام الباحث بتطبيق اختبار للطلاقة اللفظية على مجموعتين من الذكور والإناث عدد كل منهما (ن) ستة، فكانت درجات كل مجموعة على هذا الاختبار كما هو مبين في جدول رقم (١١).

جدول رقم (١١): حساب قيمة ت عند تساوي عدد الأفراد في المجموعتين

المجموعة (أ)				المجموعة (ب)			
رقم الطالب	القيم (الدرجات)	الانحراف ح	$ح^2$	رقم الطالب	القيم (الدرجات)	الانحراف ح	$ح^2$
١	٥	صفر	صفر	١	٣	٣-	٩
٢	١٠	٥+	٢٥	٢	١٢	٦+	٣٦
٣	٨	٣+	٩	٣	١٥	٩+	٨١
٤	٤	١-	١	٤	٤	٢-	٤
٥	٢	٣-	٩	٥	١	٥-	٢٥
٦	١	٤-	١٦	٦	١	٥-	٢٥
	٣٠	صفر	٦٠		٣٦	صفر	١٨٠

$$م = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{٣٠}{٦} = ٥$$

$$م = \frac{٣٦}{٦} = ٦$$

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ\ ح^2}{ن}} = \sqrt{\frac{٦٠}{٦}} = \sqrt{١٠} = ٣,١٦$$

$$ع = \sqrt{\frac{١٨٠}{٦}} = \sqrt{٣٠} = ٥,٤٨$$

السؤال الآن: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية (أي يعتد بها كفروق حقيقية وليست صدفية) بين المجموعتين؟

لمعرفة ذلك يتم تطبيق المعادلة

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^{2} + \text{ع}_2^{2}}{\text{ن}-1}}}$$

$$\text{ت} = \frac{6-5}{\sqrt{\frac{(3,16)^{2} + (5,48)^{2}}{6-1}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{40}{5}}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2,82} = 0,35$$

ولمعرفة ما إذا كانت قيمة ت (٠,٣٥) هذه دالة أم لا يتم الكشف عن دلالتها من الجدول الإحصائي الخاص بذلك. ويتم أولا الحصول على ما نسميه درجة الحرية وهي تساوي هنا ن-١، أي ٦-١=٥ . وبعد ذلك ننظر في الجدول عند درجة حرية ٥ تحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١. فإذا كانت قيمة ت التي في الجدول عند أي من النسبتين أكبر من القيمة المستخرجة في المثال كان الفرق غير دال إحصائياً. أما إذا كانت قيمة ت التي في الجدول أقل من القيمة المستخرجة في المثال كان الفرق دالاً إحصائياً.

وبتطبيق ذلك على المثال السابق فإن قيمة ت في الجدول المقابلة لدرجة حرية ٥ عند مستوى ٠,٠٥ هي ٢,٥٧١، أي أكبر من ٠,٣٥. وبذلك فإن ت في هذه الحالة غير دالة إحصائياً، بمعنى أن الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين لا يعتد به.

وعندما يكون عدد الأفراد في المجموعتين مختلفاً، فإن حساب قيمة ت يتم على النحو التالي:

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_{\text{١}} - \text{م}_{\text{٢}}}{\sqrt{\frac{\text{ن}_{\text{١}}\text{ع}_{\text{١}}^{\text{٢}} + \text{ن}_{\text{٢}}\text{ع}_{\text{٢}}^{\text{٢}}}{\text{ن}_{\text{١}}+\text{ن}_{\text{٢}}-\text{٢}} \times \left(\frac{\text{١}}{\text{ن}_{\text{١}}} + \frac{\text{١}}{\text{ن}_{\text{٢}}}\right)}}$$

ولتوضيح ذلك نفترض أننا قد قمنا بتطبيق اختبار ما على مجموعتين إحداهما ذكور (أ) والثانية إناث (ب)، وكانت الدرجات في المجموعتين على النحو المبين في جدول رقم (١٢).

جدول رقم (١٢): حساب قيمة (ت) عند اختلاف عدد الأفراد في المجموعتين.

المجموعة (أ)				المجموعة (ب)			
رقم الطالب	القيم (الدرجات)	الانحراف ح	ح٢	رقم الطالب	القيم (الدرجات)	الانحراف ح	ح٢
١	٥	صفر	صفر	١	١٥	١+	١
٢	١٠	٥+	٢٥	٢	١٩	٥+	٢٥
٣	٨	٣+	٩	٣	١٦	٢+	٤
٤	٤	١-	١	٤	١٠	٤-	١٦
٥	٢	٣-	٩	٥	١٠	٤-	١٦
٦	١	٤-	١٦	-	-	-	-
	٣٠	صفر	٦٠		٧٠	صفر	٦٢

$$\text{م} = \frac{\text{٣٠}}{\text{٦}} = \text{٥} \qquad \text{م} = \frac{\text{٧٠}}{\text{٥}} = \text{١٤}$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{٦٠}}{\text{٦}}} = \sqrt{\text{١٠}} = \text{٣,١٦} \qquad \text{ع} = \sqrt{\frac{\text{٦٢}}{\text{٥}}} = \sqrt{\text{١٢,٤}} = \text{٣,٥٢}$$

$$\therefore ت = \frac{١٤-٥}{\sqrt{\frac{٦\times(٣,١٦)^{٢}+٥\times(٣,٥٢)^{٢}}{٦+٥-٢}\times\left(\frac{١}{٥}+\frac{١}{٦}\right)}}$$

$$= \frac{٩}{\sqrt{\frac{(٦\times١٠)+(٥\times١٢,٤)}{٩}\times(٠,٢٠+٠,١٧)}}$$

$$= \frac{٩}{\sqrt{\frac{٦٠+٦٢}{٩}\times٠,٣٧}}$$

$$= \frac{٩}{\sqrt{\frac{١٢٢}{٩}\times٠,٣٧}} = \frac{٩}{\sqrt{١٣,٥٦\times٠,٣٧}} = \frac{٩}{\sqrt{٥,٠٢}}$$

$$= \frac{٩}{٢,٢٤} = ٤,٠٢$$

بالنظر في جدول قيم ت عند درجة حرية (٥+٦−٢) أي ٩ نجد أن قيمة ت لها دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ وذلك لأن قيمة ت المستخرجة من المثال (٤,٠٢) أكبر من القيمة الموجودة في الجدول (٣,٢٥) عند مستوى دلالة ٠,٠١.

بمعنى آخر، فإن الفروق بين متوسطي درجات المجموعتين (أي بين ١٤ ،٥) هي فروق حقيقية ولا تعود إلى الصدفة أو إلى العوامل الخاصة باختيار المعينة.

الخلاصة:

قدمنا في الصفحات السابقة عرضاً لبعض المفاهيم والأفكار الإحصائية التي قد يجد الباحث الأدائي ضرورة في الاستعانة بها لتنظيم بياناته ومعالجتها بشكل يجعلها مقروءة من قبل الآخرين. ولقد حرصنا على أن نقدم تلك المفاهيم والمبادئ الإحصائية البسيطة والأساسية في نفس الوقت، تاركين للقارئ حرية الإطلاع على المراجع الإحصائية المتخصصة إذا ما أراد توسيع خلفيته في هذا المجال.

وفي البداية عرضنا للكيفية التي يمكن بها للباحث المعلم أن ينظم بياناته التي جمعها على مدار مراحل بحثه. ويأخذ هذا التنظيم أشكالاً متعددة، منها تنظيمها في صورة جداول، أو عرضها في صورة توزيعات تكرارية، أو في صورة مدرجات تكرارية، أو في صورة مضلعات تكرارية، أو في أي صورة أخرى يراها مناسبة لجعل بياناته مقروءة ومفهومة بالنسبة للقارئ الذي سيتصفح البحث.

أيضاً، عرضنا بشكل مبسط الكيفية التي يمكن للباحث المعلم أن يستخرج بها المتوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات. ونظراً لأن المتوسط الحسابي بمفرده لا يعطي صورة وافية عن الوضع، فكان لابد أن نتعرف على كيفية حساب مدى تشتت الدرجات أو القيم حول المتوسط. لذا، فإننا أوضحنا ببساطة طريقة حساب الانحراف المعياري كمقياس لتشتت الدرجات حول المتوسط.

والحقيقة أن معرفة كيفية حساب المتوسط الحسابي وتحديد مقدار الانحراف المعياري تشكل أساس العديد من المفاهيم والقوانين الإحصائية.

واستكمالاً لذلك فإننا قد عرجنا على الدرجة المعيارية والدرجة التائية بحسبانهما يقدمان لنا صورة أوضح عن حقيقة الدرجات التي يحصل عليها الطلاب في اختبار ما، فلا ننخدع بحصول طالب على درجة مرتفعة ولا نبتأس من حصول طالب آخر على درجة أقل. وإنما، لكي نتعرف على دلالة الدرجة التي حصل عليها طالب معين، لابد أن ندرس الوضع الكلي لطلاب المجموعة حتى نتعرف على موقع الطالب من المجموعة. ولهذا أوضحنا كيفية حساب الدرجة المعيارية والدرجة التائية.

كان من الضروري أيضاً أن نتناول فكرة العلاقة بين المتغيرات (الارتباطات) وذلك على أساس أن أي موقف تربوي يتضمن في طياته عدداً من العوامل (المتغيرات) التي تسهم في مخرجاته. وفي ضوء ذلك، فإننا قد تناولنا بالتوضيح المبسط معاملين من معاملات الارتباط، هما معامل ارتباط الرتب لسبيرمان، ومعامل ارتباط بيرسون.

وفي النهاية، فإننا قد أوضحنا حاجة الباحث المعلم إلى أن يقارن بين متوسطي درجات مجموعتين، وأن الفروق المطلقة بين المتوسطات لا معنى لها ما لم تخضع لاختبارات دلالة الفروق بين المتوسطات والمتمثلة، هنا، في اختبار ت للدلالة الإحصائية. وتطبيق مثل هذا الاختبار يوضح لنا ما إذا كان الفرق بين متوسطي درجات مجموعتين هو فرق حقيقي أم أنه راجع إلى عوامل الصدفة واختيار العينة. وقد عرضنا لصورتين من اختبار ت: الأولى عندما يكون عدد الأفراد في المجموعتين واحد، والثانية عندما يكون عدد الأفراد في إحدى المجموعتين مختلفاً عنه في المجموعة الأخرى.