

التحويل من رقمي إلى تناظري والعكس

Analog to Digital and Digital to Analog Conversion

(٢.١) مقدمة

إن عصر الإلكترونيات والحاسبات الذي نعيشه الآن قد فرض علينا التشابك بين الإشارات الرقمية digital والتناظرية analog بصورة لم يسبق لها مثيل. فإنه على الرغم من أن معظم الإشارات تكون في منشأها في الصورة التناظرية (مثل تغير درجة الحرارة مع الزمن، وتغير التيار مع الجهد، وتغير شدة الإضاءة مع الزمن في موقع معين وغير ذلك الكثير)، إلا أن الحاجة أصبحت ملحة الآن جداً لإيجاد الوسائل التي تقوم بعملية تحويل الإشارات من الصورة التناظرية إلى الصورة الرقمية والعكس. الوسائل والطرق التي تقوم بعملية التحويل عديدة ومنها ما هو رخيص وما هو مكلف فأيهما نختار؟ ما هو تأثير عملية التحويل على شكل الإشارة، وعلى كمية المعلومات الموجودة بها؟ ما هو شكل ونوع الضوضاء noise التي تضيفها عملية التحويل على الإشارة؟ كل هذه الأسئلة وغيرها سنجيب عليها من خلال هذا الفصل. الشكل رقم (٢.١) يبين رسماً صندوقاً لنظام معالجة رقمية للإشارات. في هذا النظام نجد أن أول مرحلة فيه هي مرشح تناظري analog filter مهمته هي الحد من ترددات الإشارة التناظرية عند قيمة

معينة قبل تحويلها إلى الصورة الرقمية حتى تتفادى عيباً أو خطأ خطيراً يمكن أن يحدث في الإشارة وهو ما يسمى بعيب التزييف aliasing الذي سندرسه بالتفصيل فيما بعد وسنلقي عليه الضوء في هذا الفصل ، وهذا هو الموضع الوحيد تقريباً الذي نكون فيه مضطرين لاستخدام مرشح تناظري في نظام رقمي متكامل وهذا هو السبب أيضاً الذي جعلنا نخصص في هذا الكتاب فصلاً خاصاً بالمرشحات التناظرية وطريقة تصميمها. في نهاية النظام الرقمي نحتاج دائماً لتحويل إشارة الخرج من الصورة الرقمية إلى الصورة التناظرية مرة أخرى وهذه المرحلة يعقبها مرشح تناظري آخر تكون مهمته هي تنعيم الإشارة الخارجة من النظام ، وهذا هو الموضع الآخر الذي نحتاج فيه المرشحات التناظرية.



الشكل رقم (٢.١). مراحل تحويل الإشارة التناظرية إلى الصورة الرقمية.

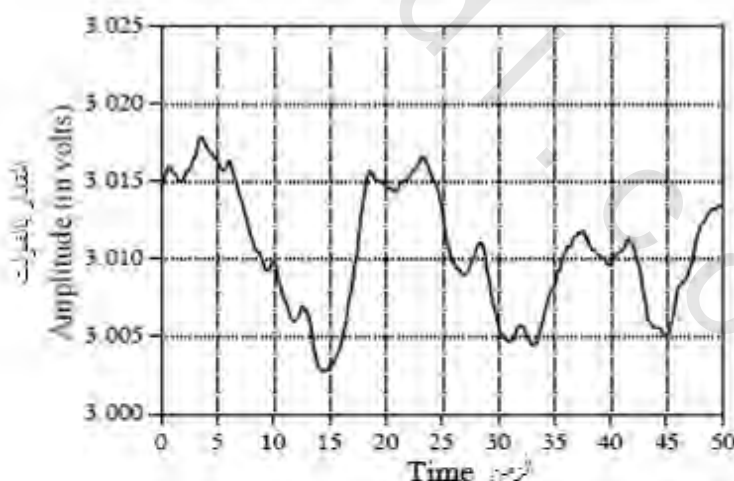
إن الإشارة الرقمية هي تلك الإشارة التي لها مستويان مميزان فقط، المستوى العاليي منهما يرمز له بالرمز ١ (واحد أو High) أما المستوى المنخفض فيرمز له بالرمز ٠ (صفر أو Low). في حالة إشارة الجهد فإن المستوى العالي قد يكون خمسة فولتات تقريباً والمستوى المنخفض صفر فولت تقريباً وهذا هو نظام TTL الأكثر شيوعاً وهناك الأنظمة الأخرى التي لا يتسع المجال لذكرها هنا والتي يفرض كل نظام منها بمستويات الجهد الخاصة به. أما الإشارة التناظرية فهي الإشارة التي من الممكن أن تأخذ مالا نهاية من القيم ، أو ينساب شكلها أو مقدارها بين مستوييها الأعلى والأدنى. فمثلاً لو أن

لدينا إشارة تناظرية يتراوح جهدها ما بين الصفر وثمانية فولتات فإن ذلك يعني أن جهد هذه الإشارة يمكن أن يأخذ ما لانهاية من القيم (٣,١٢ و ٤,١٠٥ و ٧,٩٩٩.... وهكذا) بين هاتين القيمتين.

(٢.٢) عملية التحويل من الصورة التناظرية إلى الصورة الرقمية

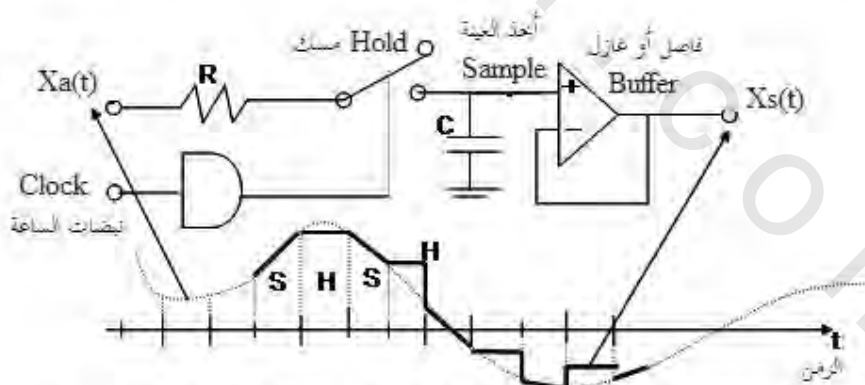
Analog to Digital Converter, ADC Process

يتكون المحول التناظري الرقمي من مرحلتين كما في الشكل رقم (٢.١). المرحلة الأولى هي مرحلة حفظ الإشارة ثم العينة sample and hold. المرحلة الثانية هي مرحلة تحويل قيمة هذه العينة إلى قيمتها الرقمية المقابلة. عملية تحويل قيمة العينة من الصورة التناظرية إلى الصورة الرقمية تأخذ بعض الوقت وهذا الوقت يطول أو يقصر على حسب طريقة التحويل المستخدمة. في أثناء هذا الوقت (وقت التحويل) لا بد أن تكون القيمة التناظرية للإشارة ثابتة ولا تتغير وإلا حدث خطأ في القيمة الرقمية الناتجة. هذه



الشكل رقم (٢.٢). إشارة جهد تناظرية.

المهمة (مهمة تثبيت إشارة الدخل في أثناء وقت التحويل) هي ما تقوم به دائرة الحفظ وأخذ العينة. الشكل رقم (٢.٢) يبين إشارة جهد تناظرية وكما نلاحظ من هذا الشكل أن الإشارة لها قيمة عند كل لحظة من لحظات الزمن. كما أن قيمة الإشارة يمكنها أن تأخذ أي قيمة من ٣ إلى ٣.٠٢٠ فولت تقريباً (تأخذ مالانهاية من القيم بين هذين المستويين). الشكل رقم (٢.٣) يبين مكونات دائرة الحفظ والعينة حيث نلاحظ أن هذه الدائرة عبارة عن مفتاح إلكتروني ومكثف. يتم غلق المفتاح عن طريق نبضة على طرف الإطلاق trigger فيتم شحن المكثف إلى قيمة جهد الإشارة عند هذه اللحظة وهذه ستكون قيمة العينة التي سيتم تحويلها إلى الصورة الرقمية. بعد أخذ العينة يتم فتح المفتاح وتوقف عملية شحن المكثف ويتم مسك قيمة العينة على المكثف فلا تتغير طوال مدة الفترة الزمنية التي يقوم المحول فيها بعملية التحويل. الشكل رقم (٢.٣) يبين أيضاً شكل الإشارة التناظرية عند مدخل دائرة الحفظ وشكل الإشارة التي ستظهر عند مخرج هذه الدائرة. نلاحظ أن المخرج عبارة عن عينات من إشارة الدخل عند لحظات



الشكل رقم (٢.٣). مكونات دائرة الحفظ والعينة وشكل الإشارة عند مدخلها ومخرجها.

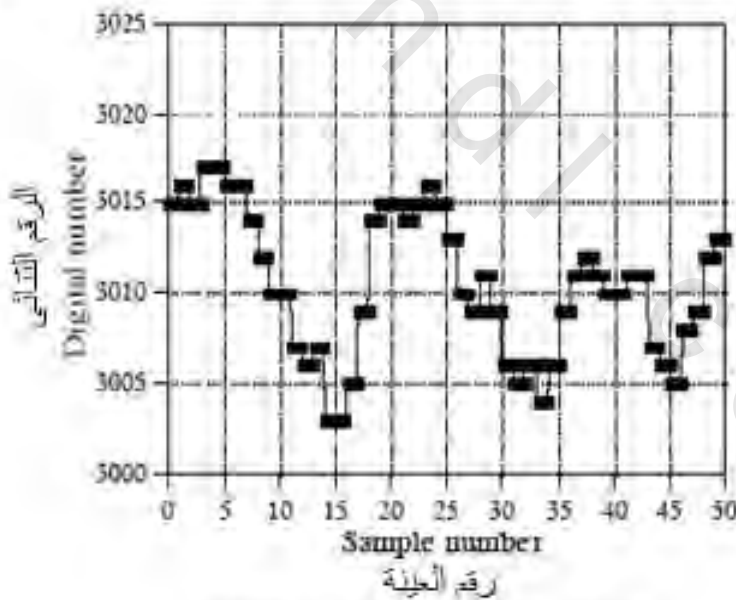
زمنية محددة ومتساوية ويتم إهمال قيمة الإشارة أو أي تغير فيها بين هذه اللحظات وهي فترات الحفظ. أي أن عملية الحفظ وأخذ العينات تمثل عملية تقطيع أو عينة sampling منتظمة لمتغير الزمن.

في أثناء حفظ الإشارة تدخل على المحول التناظري الرقمي الذي يعطي قيمة رقمية digital مقابلة لقيمة الإشارة التناظرية التي تم مسكها. بفرض أن المحول التناظري الرقمي يعطي خرج على ١٢ بتاً فإن الخرج سيأخذ قيمة تتراوح من الصفر حتى ٤٠٩٥ (٢^{١٢}). هذه العملية هي ما يطلق عليها التكميم quantization حيث يتم بها وضع العينة في قيمة من ٤٠٩٦ قيمة يتم تقسيم مدى الإشارة التناظرية إليها. أي أن عملية التحويل أو التكميم تقسم مدى الإشارة التناظرية إلى 2ⁿ من المستويات بحيث تأخذ كل عينة من العينات قيمة هذا المستوى على حسب قيمة هذه العينة. إذا وقعت قيمة العينة بين مستويين من مستويات التكميم فإنها تأخذ قيمة المستوى الأقرب لقيمتها. بفرض أن الإشارة التناظرية الموجودة في الشكل رقم (٢,٢) تتراوح قيمتها من صفر حتى ٤,٠٩٥ من الفولتات، فإنه بتقسيم هذا المدى إلى ٤٠٩٥ مستوى أو قيمة فإن كل قيمة أو مستوى ستكون واحد ميللى فولت. الشكل رقم (٢,٤) يبين شكل الإشارة التناظرية الموجودة في الشكل رقم (٢,٢) بعد خرجها من المحول التناظري الرقمي، أو بمعنى آخر بعد عملية التكميم. نلاحظ أن الخرج أصبح عبارة عن مجموعة من الأرقام تتراوح من ٣٠٠٠ حتى ٣٠٢٥ كما في الشكل. يمكن للإشارة التناظرية أن تأخذ القيمة ٣,٠١٥٤ وفي هذه الحالة ستأخذ القيمة أو الكمية ٣٠١٥ عند خرج المحول. ويمكن أيضاً للإشارة التناظرية أن تأخذ القيمة ٣,٠١٥٦ وفي هذه الحالة فإن قيمة الإشارة ستقرب إلى الكمية الرقمية أو المستوى ٣٠١٦.

إن عملية التكميم quantization تضيف ضوضاء على الإشارة الأصلية نتيجة

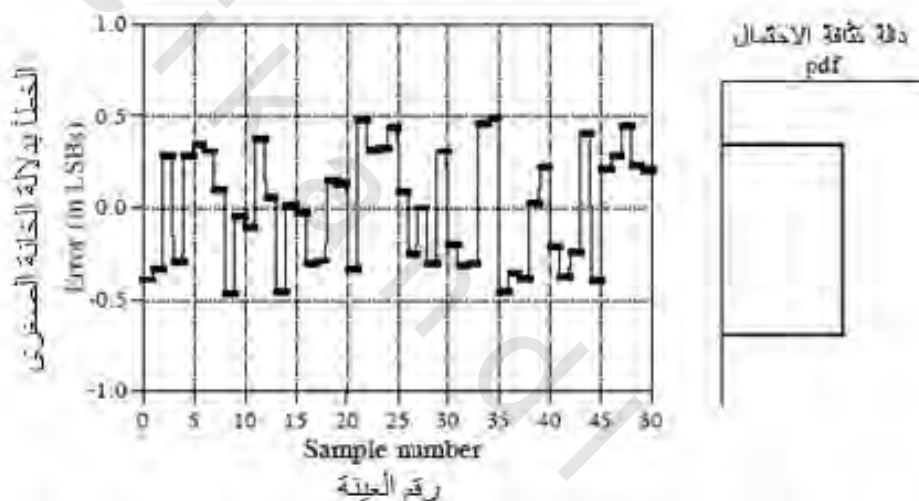
التقريب لأقرب مستوى كما ذكرنا سابقاً. هذه الضوضاء هي ناتج طرح الإشارة الموجودة في الشكل رقم (٢.٤) من الإشارة الأصلية الموجودة في الشكل رقم (٢.٢). هذه الضوضاء تكون عشوائية *random noise* يتراوح مقدارها بين الصفر و 0.5LSB حيث LSB أقل مقدار للإشارة يمكن تمييزه بهذا المحول وتساوي $\frac{1}{2^N - 1}$ وكما نلاحظ فإن مقدار هذه الضوضاء يقل مع زيادة عدد بتات المحول. الشكل رقم (٢.٥) يبين شكلاً افتراضياً لتغير هذه الضوضاء مع الزمن ويبين أيضاً دالة كثافة الاحتمال لهذه الإشارة حيث نلاحظ أن لها توزيعاً منتظماً *uniform distribution*.

بعد أن رأينا تأثير عملية التكميم وكيف أنه مع زيادة عدد بتات التحويل فإن الإشارة الرقمية تقارب الإشارة التناظرية بدرجة أكبر من حيث الشكل، ما هو الموقف من حيث المعلومات الموجودة في الإشارة التناظرية؟ هل كل المعلومات الموجودة في



الشكل رقم (٢.٥). مخرج المحول التناظري الرقمي.

الإشارة التناظرية سيتم استرجاعها دون فقد أي جزء منها؟ وما هو الشرط الذي يجب أن نوفره لكي نضمن الحصول على كل هذه المعلومات؟. إن هذا ما يجيب عليه نظرية العينة أو التقطيع التي سنتقدم شرحاً مبسطاً لها في الجزء التالي دون الدخول في تفاصيلها حتى ندرس تحويل فوريير الذي سيقدم لنا تعليلاً لكل الحقائق التي سنقرنها هنا.



الشكل رقم (٢.٤) - مقدار التوضوء المعادلة نتيجة تحويل التناظري الرقمي ودالة كثافة الاحتمال لها.

(٢.٣) نظرية العينة في النطاق الزمني

Sampling Theory in Time Domain

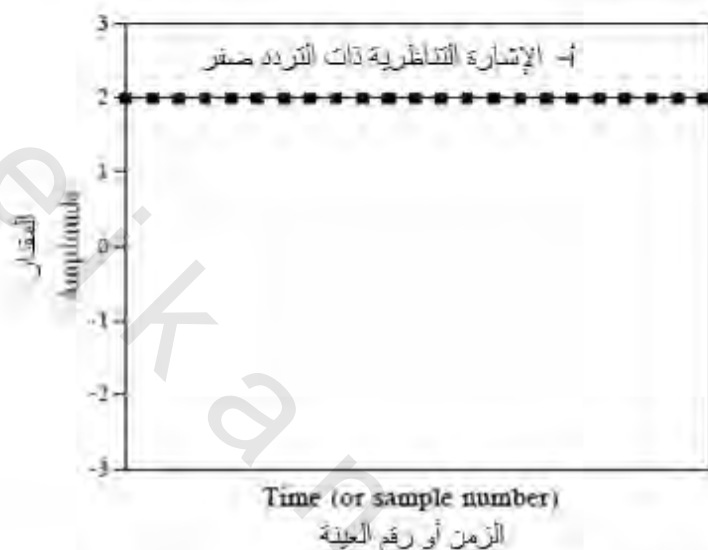
إن الهدف من دراسة نظرية العينة أو التقطيع هو تحديد أنسب معدل لعينة الإشارة التناظرية عن طريق دائرة الحفظ في الجزء السابق. المعدل الأنسب بالطبع

سيكون هو المعدل الذى يمكن من خلال استخدامه استرجاع جميع المعلومات التي كانت موجودة في الإشارة التناظرية بعد تحويلها إلى الصورة الرقمية ثم إعادتها مرة أخرى إلى الصورة التناظرية عن طريق محول رقمي تناظري Digital to Analog Converter, DAC. إن هناك مشكلة فعلاً في اختيار هذا المعدل الأنسب optimum. حيث إن هذا المعدل إذا قل عن كمية معينة فإنه لن يتم استرجاع كل المعلومات، كما أنه سيضاف ضوضاء على الإشارة تسمى ضوضاء التزيف aliasing noise والتي ستعرف عليها بعد قليل. إذا زاد هذا المعدل عما يلزم بدرجة كبيرة فإن ذلك سيكلف زيادة كبيرة في مساحة وسط التخزين اللازم لتخزين هذه الإشارة في صورتها الرقمية (الذاكرة)، كما أنها ستحتاج لزمان أطول في إجراء العمليات الحسابية المطلوب إجراؤها على الحاسب، لذلك كان لا بد من البحث عن المعدل الأنسب optimum لعينة الإشارات التناظرية.

إن نظرية العينة أو التقطيع يمكن استنتاجها رياضياً بعد دراسة تحويلات فوريير، وهذا ما سنراه فيما بعد. ولكن يمكن أيضاً استنتاج نظرية العينة دون الخوض في هذه المعادلات وذلك من خلال شرح مبسط لما يحدث عند عينة أي إشارة تناظرية وإعادتها مرة أخرى. لذلك سنفترض هنا أن لدينا إشارة تناظرية بتردد معين وسنأخذ منها عينات أو نعينتها بمعدل معين مع تغيير تردد الإشارة التناظرية باستمرار من الصفر إلى أن يساوي معدل العينة، وسنرى في كل مرة إن كان من الممكن أن نسترد الإشارة الأصلية دون تغيير أم لا. هذه الطريقة من مرجع "The scientist and engineering guide to digital signal processing" وهو متاح على الشبكة الدولية يمكن تحميله من قبل القارئ والاستفادة منه.

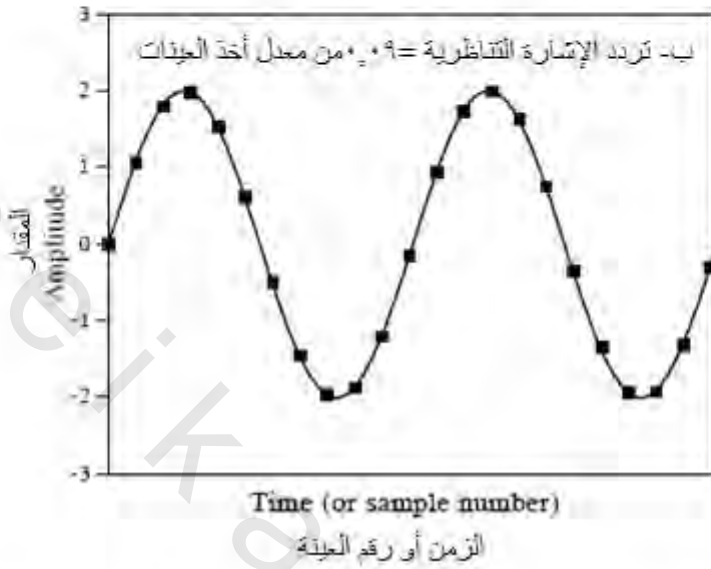
١ - الشكل رقم (٢,٦) يبين الإشارة التناظرية ذات التردد صفر (dc) والتي تم

عينتها بمعدل معين. في هذه الحالة يتضح أنه بمجرد التوصيل بين العينات المختلفة سنحصل على الإشارة التناظرية الأصلية دون أي فقد أو ضوضاء مضافة كما في الشكل.



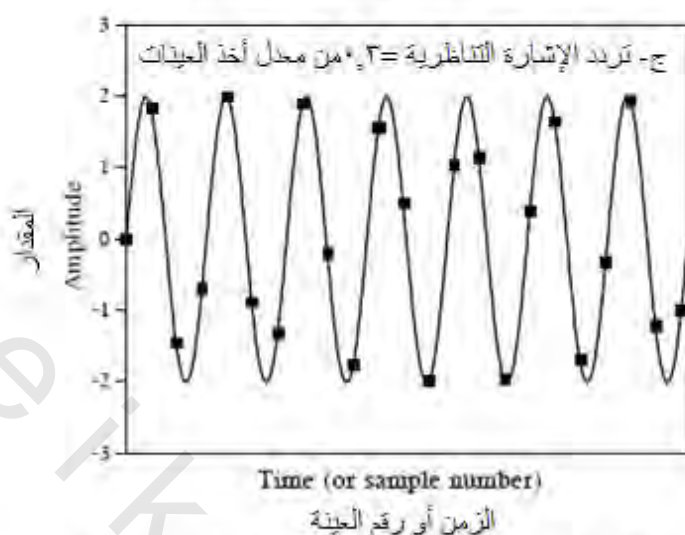
الشكل رقم (٢.٦). استرجاع الإشارة التناظرية ذات التردد صفر بعد أخذ عينات منها بأي معدل.

٢- هنا سنرفع من تردد الإشارة التناظرية بحيث يساوي تقريباً 0.9 من معدل العينة. أي أن كل دورة من دورات الإشارة التناظرية تحتوي تقريباً 1.1 من العينات أو نقطة تعيين كما في الشكل رقم (٢.٧). هنا يمكن أن نسأل سؤالاً، كم موجة جيبية أو موجة مركبة يمكنها أن تمر بجميع نقاط العينة الموضحة في الشكل رقم (٢.٧)؟ الإجابة ببساطة، إنها موجة وحيدة فقط وهي الموضحة في الشكل التي يمكنها أن تمر بجميع نقاط العينة. وعلى ذلك فإن هذه النقاط تعبر تماماً على الإشارة التناظرية ويمكن استرجاعها منها.



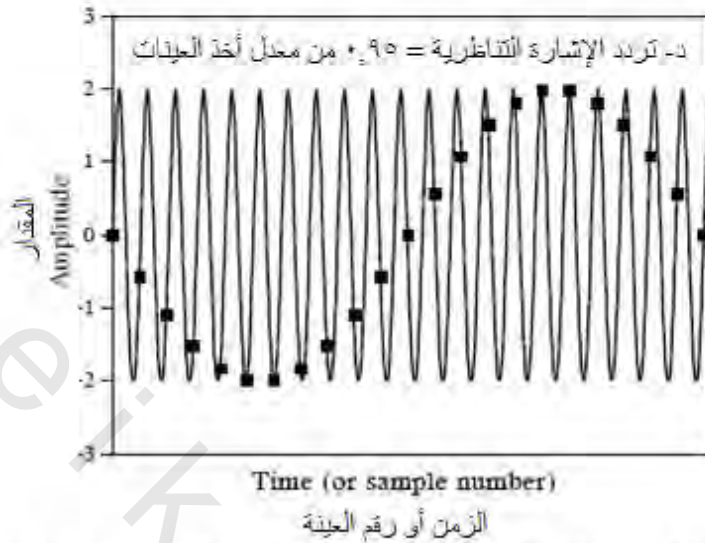
الشكل رقم (٢.٧). اسعواج الإشارة العاطرية ذات تردد ٠.٩ من معدل العينة دون أي مشكلة.

٣- سنستمر في زيادة تردد الإشارة التناظرية إلى أن يصبح ٠.٣ من معدل العينة. أي أنه في هذه الحالة يوجد ٣.٣ من العينات أو نقطة عينة في كل دورة من دورات الإشارة التناظرية كما في الشكل رقم (٢.٨). مرة ثانية وعلى الرغم من أن نقاط العينة موزعة على أزمنة بعيدة على الإشارة التناظرية إلا أن هذه النقاط مازالت تمثل الإشارة التناظرية تمثيلاً قريباً إذ لا يمكن أن يكون هناك موجة جيبية يمكنها أن تمر بنقاط العينة هذه إلا هذه الموجة فقط. لذلك فإنه يمكن استرداد الموجة الأصلية التناظرية من هذه النقاط.



الشكل رقم (٢,٨). تردد الإشارة التناظرية يساوي ٣ * من معدل العينة.

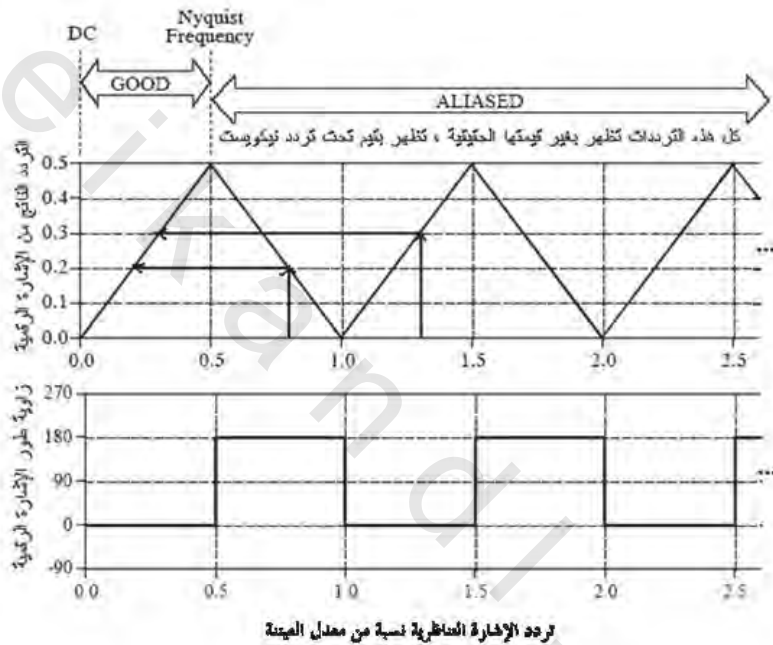
٤- الآن سنرفع من تردد الإشارة التناظرية إلى أن يصبح ٩,٥ * من معدل العينة، أي أنه سيكون هناك نقطة عينة واحدة تقريباً في كل دورة من دورات الإشارة التناظرية كما في الشكل رقم (٢,٩). لنحل هذه النقاط تمثل الإشارة التناظرية تمثيلاً قريباً كما في الحالات السابقة؟ الإجابة هي لا، إذ إن هذه النقاط تمثل موجة جيبية مختلفة تماماً عن الموجة التناظرية الأصلية وبالتحديد فإن هذه النقاط تمثل موجة جيبية ترددها هو ٥,٥ * من معدل العينة كما في الشكل، لم تعد الإشارة الرقمية تمثل الإشارة التناظرية تمثيلاً قريباً. هذا الخطأ هو ما يطلق عليه خطأ التزيف أو التزوير aliasing، إذ إن الإشارة تظهر بتردد مزور أو مستعار غير التردد الحقيقي الخاص بالإشارة التناظرية. باختصار فإن عملية العينة هنا تكون عملية فاشلة حيث لا يمكن استرجاع المعلومات الأصلية الموجودة في الإشارة التناظرية كما هي وبأمانة كما رأينا.



الشكل رقم (٧.٩). تردد الإشارة التناظرية يساوى تقريباً معدل العينة فتحت موجة جيبية مختلفة عن الأصل.

٥- إن هذا يقودنا إلى وضع نص نظرية العينة أو نظرية شانون Shannon أو نظرية نيكويست Nyquist نسبة إلى مؤلفي هذه النظرية سنة ١٩٤٠. هذه النظرية تقول "إن أى إشارة تناظرية يمكن عينتها واسعرداد كل ما لها من معلومات إذا كان أكبر تردد فيها أقل من نصف معدل العينة المستعمل" أي على أنه إذا كان معدل العينة كيلوهرتز، فإن الإشارة التناظرية يجب ألا تحتوي ترددات أكثر من واحد كيلوهرتز، وإذا احتوت مثل هذه الترددات (أكبر من كيلوهرتز واحد) فإن هذه الترددات ستظهر بقيم مختلفة عن قيم ترددها الأصلي وستقع هذه الترددات في المدى من صفر حتى كيلوهرتز واحد وستظهر مضافة إلى المكونات الأصلية التي لها نفس الترددات مما يسبب تشويها للإشارة الأصلية. يمكن أن نضع ذلك بصورة أخرى، إذا كان لدينا إشارة تناظرية تحتوي الترددات من صفر حتى أربعة كيلوهرتز (مثل إشارة

الصوت)، هذه الإشارة عندما نحولها إلى الصورة الرقمية يجب أن يكون معدل العينة المستخدم لا يقل عن ثمانية كيلوهرتزات. يمكن لمعدل العينة أن يزيد عن الثمانية كيلوهرتزات وهذا يكلف كما قلنا ذاكرة وزمن معالجة أكثر، ولكن يجب ألا يقل معدل العينة عن حد الثمانية كيلوهرتزات (معدل نيكويست).



الشكل رقم (٢.١٠). الترددات الأعلى من نصف معدل العينة تظهر بقيم مختلفة وزاوية طور مختلفة.

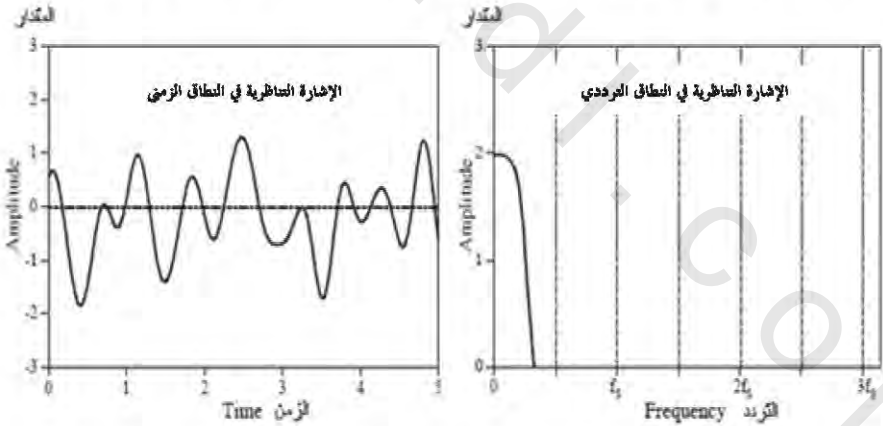
الشكل رقم (٢.١٠) يبين تغير تردد الإشارة التناظرية نسبة من معدل العينة وتردد الإشارة الرقمية الناتجة حيث نلاحظ من هذا الشكل أنه طالما أن تردد الإشارة الرقمية أقل من معدل نيكويست فإن عملية العينة تكون مثالية. جميع الترددات التناظرية الأعلى من معدل نيكويست تظهر بتردد مغاير لتردداتها الحقيقي.

في الشكل رقم (٢.١٠) الترددات التناظرية ٠.٨ و ١.٢ و ١.٨ و... كلها تظهر بالتردد الرقمي المزيف ٠.٢.

(٢.٤) نظرية العيننة في النطاق الترددي

Sampling Theory In Frequency Domain

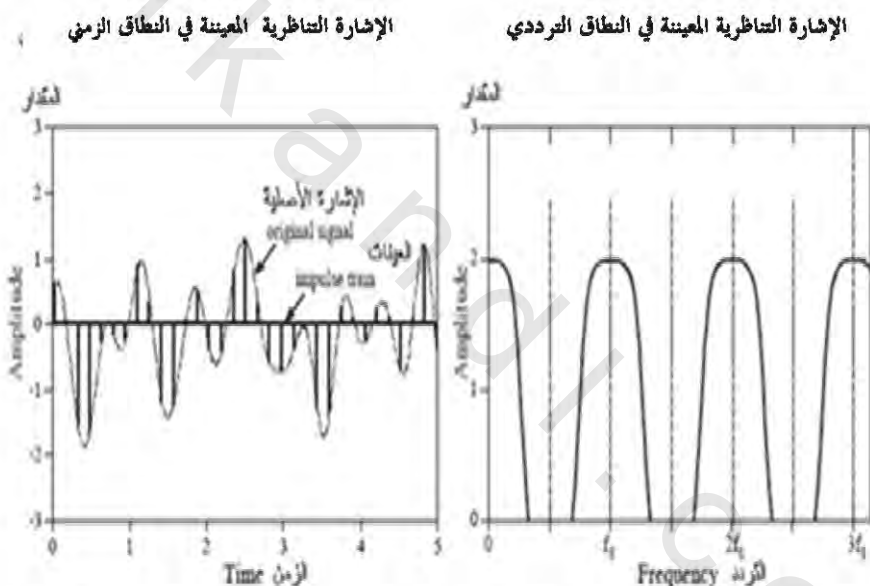
يمكن رؤية حدود واشتراطات نظرية العيننة في النطاق الترددي وهذا يعد منظوراً جديداً ورؤية جديدة ربما تكون أكثر وضوحاً لهذه النظرية. كيفية الدخول أو الانتقال إلى النطاق الترددي سيتم شرحها بالتفصيل في الفصول القادمة وبالتحديد في معرض الحديث عن تحويل فوريير. ولكن مبدئياً سنحدد النطاق الترددي بأنه تعبير عن الإشارة كعلاقة بين مقدارها كدالة في التردد كما أشرنا إلى ذلك في الفصل الأول وذكرنا أن المحلل الطيفي هو الجهاز المستخدم لعرض أي إشارة في هذا النطاق حيث يعرض المحتويات الترددية لهذه الإشارة. الشكل رقم (٢.١١) يبين إشارة تناظرية (إشارة صوت



الشكل رقم (٢.١١). إشارة تناظرية في النطاق الزمني والنطاق الترددي.

مثلاً) وقد تم عرضها في كل من النطاقين الزمني والترددي. في النطاق الترددي تم توقيع

مواضع تردد العينة f_s ومضاعفاته $2f_s$ و $3f_s$ وهكذا. ولقد راعينا كما في الشكل أن ينتهي المجال الترددي للإشارة التناظرية قبل التردد $0.5f_s$ ، أي أن الإشارة التناظرية لا تحتوي أي ترددات أعلى من هذا التردد حتى نحافظ على شروط نظرية العينة. تخيل الآن أننا قمنا بأخذ عينات الإشارة التناظرية وحولناها إلى عينات وذلك بمعدل عينة يساوي f_s ، فما هو شكل الإشارة المعينة في النطاق الترددي. الشكل رقم (٢،١٢) يبين الإشارة التناظرية في صورتها المعينة الجديدة وفي المقابل شكل هذه الإشارة في النطاق الترددي.

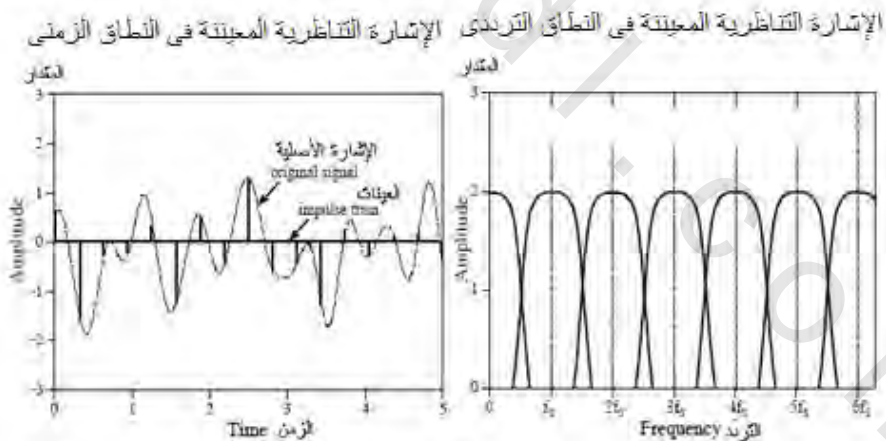


الشكل رقم (٢،١٢). الإشارة المعينة التي تحقق شرط نظرية العينة ممثلة في النطاق الزمني والنطاق الترددي.

الجديد هنا والجدير بالملاحظة في الشكل رقم (٢،١٢) أن طيف spectrum الإشارة التناظرية قد تم تكراره أو نسخه عند كل قيمة لتردد العينة f_s و $2f_s$ و $3f_s$ وهكذا. في هذا الشكل نلاحظ أن النسخ المختلفة لطيف الإشارة التناظرية منفصلة عن بعضها

تماماً بحيث أنه يمكن في هذه الحالة باستخدام مرشح منفذ للترددات المنخفضة LPF أن نسترجع الإشارة الأصلية دون أي مشكلة تزييف aliasing أو ضوضاء. ولذلك فإن عملية العينة في هذه الحالة تعد عملية مثالية إذ إنه يمكننا أن نحصل على الإشارة الأصلية تماماً من الإشارة المعينة.

ما هو الموقف لو أن معدل العينة المستخدم لا يحقق نظرية العينة، أي أن طيف الإشارة التناظرية يتخطى أو يحتوي مكونات أو ترددات أعلى من نصف تردد العينة $0.5f_s$ ؟ هذا الموقف يبينه الشكل رقم (٢،١٣) حيث نلاحظ من هذا الشكل أن النصف الأدنى من طيف الإشارة أصبح يتقاطع مع النصف الأعلى من الطيف نفسه بحيث أنه أصبح من المستحيل استخدام مرشح منفذ للترددات المنخفضة LPF لكي نسترجع الإشارة الأصلية نقية كما يجب، ولذلك فإن عملية العينة هنا ليست مثالية ولا يمكن استخدامها. من هنا نلاحظ أن شرط نظرية العينة وهو أن يكون أعلى تردد في الإشارة التناظرية أقل من نصف تردد العينة شرط مهم حتى لا يحدث خطأ التزييف aliasing.



الشكل رقم (٢،١٣). إشارة تناظرية معينة لا تحقق نظرية العينة عملة في النطاق الزمني والنطاق الترددي.

كما رأينا فإن عملية العينة ما هي إلا عملية أخذ عينات من الإشارة التناظرية عند فترات منتظمة ويمكن التعبير عن ذلك كما في المعادلة التالية حيث $x_a(t)$ تمثل الإشارة التناظرية:

$$\begin{aligned} x_a(t) &= A \cos(2\pi f t + \phi) \\ &= A \cos(\Omega t + \phi) \end{aligned} \quad (٢.١)$$

لكي تتم عملية العينة سن عوض عن الزمن t بالقيمة nT_s حيث $T_s = 1/f_s$ حيث T_s هي زمن العينة و f_s هي معدل أو تردد العينة. بالتعويض عن ذلك في المعادلة رقم (٢.١) يمكن كتابة الإشارة التناظرية في صورة تتابع كما يلي:

$$\begin{aligned} x[n] &= A \cos(2\pi f n T_s + \phi) \\ &= A \cos(\Omega n T_s + \phi) \end{aligned}$$

بوضع $T_s = 1/f_s$ و $\Omega_s = 2\pi f_s$ فإن المعادلة السابقة يمكن كتابتها كما يلي:

$$\begin{aligned} x[n] &= A \cos(2\pi \Omega n / \Omega_s + \phi) \\ &= A \cos(\omega n + \phi) \end{aligned} \quad (٢.٢)$$

حيث ω تمثل السرعة الزاوية الرقمية، وعلاقتها بالسرعة الزاوية التناظرية Ω هي كما يلي:

$$\omega = 2\pi \Omega / \Omega_s = \Omega T_s \quad (٢.٣)$$

لاحظ من المعادلة رقم (٢.١) أن وحدات السرعة الزاوية التناظرية Ω هي radians/second ، بينما وحدات السرعة الزاوية الرقمية من المعادلة رقم (٢.٢) هي radians/sample .

مثال رقم (٢.٢): افترض أن لدينا ثلاث إشارات تناظرية $x_1(t)$ وترددها هو 3Hz و $x_2(t)$ وترددها هو 7Hz و $x_3(t)$ وترددها هو 13Hz. الإشارات الثلاث تم أخذ عيناتها بمعدل عينة $f_s=10\text{Hz}$. يمكن كتابة الإشارات الثلاث السابقة كما يلي:

$$(x_1(t)=\cos(6\pi t), \quad x_2(t)=\cos(14\pi t), \quad x_3(t)=\cos(26\pi t)$$

يمكن كتابة التتابعات الناتجة عن أخذ عينات هذه الإشارات باستخدام المعادلة رقم (٢.٣) حيث $T_s=1/f_s=0.1$ كما يلي:

$$x_1[n]=\cos(0.6\pi n) \quad x_2[n]=\cos(1.4\pi n) \quad x_3[n]=\cos(2.6\pi n)$$

التابع $x_2[n]$ يمكن كتابته كما يلي باستخدام حساب المثلثات:

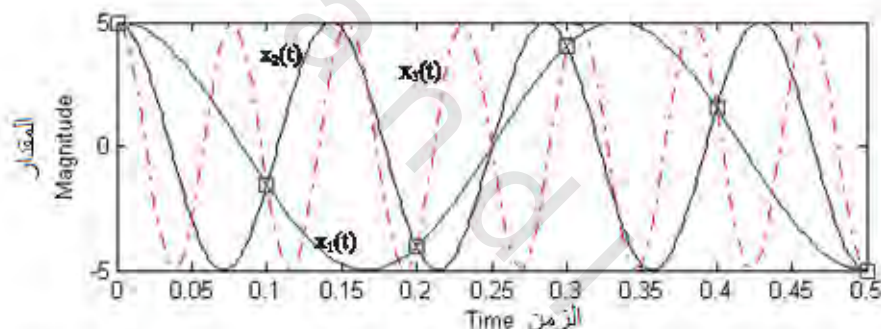
$$x_2[n]=\cos((2\pi-0.6\pi)n)=\cos(0.6\pi n)$$

بنفس الطريقة يمكن كتابة التابع $x_3[k]$ كالتالي:

$$x_3[n]=\cos((2\pi+0.6\pi)n)=\cos(0.6\pi n)$$

من هذا نرى أن التابع الناتج عن الإشارة التناظرية $x_1(t)$ وهو $x_1[n]$ يمثل أيضاً الإشارتين التاليتين وهما $x_2(t)$ و $x_3(t)$. أي أن الإشارة التناظرية التي ترددها سبعة هرتزات ظهرت بعد العينة كما لو كانت إشارة تناظرية ترددها هو ثلاثة هرتزات، لاحظ أن هذه الإشارة لا تحقق شرط نيكويست للعينة. كذلك الإشارة التناظرية التي ترددها ١٣ هرتزاً والتي لا تحقق شرط نيكويست هي الأخرى ظهرت بالتردد ثلاثة هرتزات بدلاً من ترددها الحقيقي. الإشارة الوحيدة التي ظهرت بترددها الحقيقي هي

الإشارة الأولى التي ترددها ثلاثة هرتزات والتي تحقق شرط نيكويست. أي أنه بعد أخذ عينات الثلاث إشارات السابقة ثم استرجاع الإشارات الأصلية مرة أخرى فإننا لن نحصل إلا على الإشارة التي ترددها ثلاثة هرتزات فقط. الشكل رقم (٢،١٤) يبين الثلاث إشارات التناظرية السابقة $x_1(t)$ و $x_2(t)$ و $x_3(t)$ ، ثم تم عينة الإشارة الأولى (ثلاثة هرتزات) ونقاط العينة موضحة بالمربعات كما في الشكل. لاحظ أن كل مربع من المربعات تمربه الثلاث إشارات مما يعني أن هذه العينات تمثل الثلاث إشارات، وهذا يوضح بجلاء مشكلة التزيف aliasing التي تظهر كما ذكرنا نتيجة العينة مع عدم تحقيق شرط نيكويست.



الشكل رقم (٢،١٤). العينات ممثلة بالنقاط المربعة تمثل أكثر من إشارة لا تحقق شرط نيكويست.

(٢،٥) التحويل من تناظري إلى رقمي A/D أو ADC

يقوم المحول التناظري الرقمي بتحويل الإشارة التناظرية إلى إشارة رقمية وعلى ذلك فإنه سيكون له دخل واحد وهو الإشارة التناظرية وعدد n من البتات في الخرج وذلك على حسب نوع المحول، والمتاح في السوق والشائع الاستخدام هي المحولات ذات الثمانية بتات والعشرة بتات والـ ١٢ بتاً. يجب أن نتذكر هنا أنه معنى أن الخرج

أربعة بتات مثلاً فإن ذلك يعني أن الخرج الرقمي يمكن أن يأخذ 2^4 أي ١٦ شفرة مختلفة وكل واحدة من هذه الشفرات تقابل قيمة معينة من جهد الدخل التناظري. أنواع المحولات التناظرية/الرقمية كثيرة ويتوقف سعر (وبالتالي جودة) الواحد منها على عدد بتات الخرج وعلى سرعة تحويل المحول من جهد تناظري إلى جهد رقمي. إنه بالطبع كلما زاد عدد بتات خرج المحول كلما ازداد سعره لأن دائرته تكون أكثر تعقيداً وتكون مقدرته التحليلية resolution أفضل.

تحدد سرعة المحول بالزمن الذي يأخذه لتحويل الإشارة التناظرية إلى الصورة الرقمية وعلى هذه السرعة يتوقف سعر المحول بدرجة كبيرة وعلى حسب هذه السرعة توجد أنواع كثيرة وطرق عديدة للتحويل من الصورة التناظرية إلى الرقمية وسنشرح بعض هذه الطرق فيما يلي.

(٢،٥،١) المحول التناظري الرقمي باستخدام المقارنات Comparator ADC

هذه الطريقة تسمى الطريقة الفورية flash method لأنها تعد أسرع طرق التحويل من تناظري إلى رقمي. الشكل رقم (٢،١٥) يبين دائرة محول تناظري/رقمي ذي أربعة بتات بهذه الطريقة. إن هذا النوع من المحولات يعتمد على تخصيص مقارن لكل مستوى من مستويات الخرج، وكما هو مبين في هذا الشكل فإن هذا المحول سيكون له 2^4 أي ١٦ مستوى منها مستوى الصفر. بالنظر لهذا الشكل نجد أن هناك مصدرين للجهد أحدهما هو الجهد V_i وهو الجهد التناظري المطلوب تحويله إلى الصورة الرقمية والجهد الآخر هو جهد المرجع V_r . جهد المرجع هذا قد تم تقسيمه إلى ١٦ مستوى باستخدام ١٦ مقاومة كلها لها القيمة R ما عدا مقاومتَي الطرفين فإن كلا منهما قيمتها $R/2$. لذلك فإن هذا التوزيع للمقاومات سيجعل جهد المرجع للمقارن

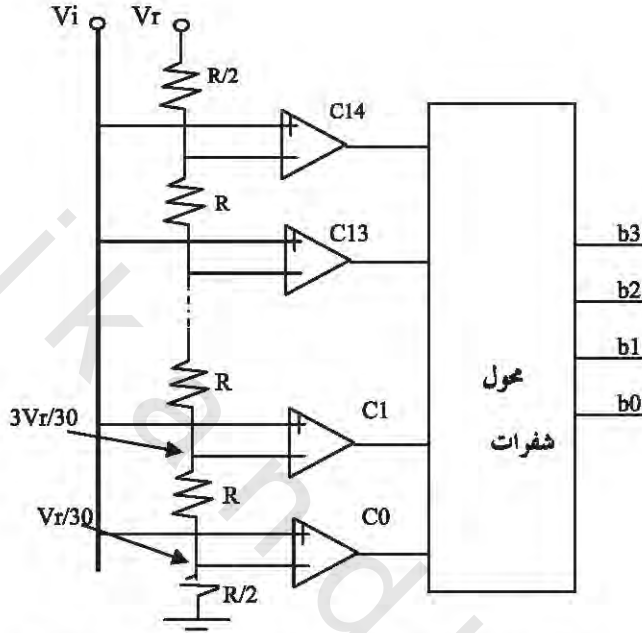
C_0 يساوي $V_r/30$ وللمقارن C_1 يساوي $3V_r/30$ وللمقارن C_3 يساوي $5V_r/30$ وهكذا. لاحظ أن أى واحد من هذه المقارنات يكون خرج واحد (ثنائياً) إذا كان دخله الموجب المتصل بجهد الدخل V_i أكبر من دخله السالب المتصل بجهد المرجع ويكون خرج هذا المقارن صفراً إذا كان دخله السالب أكبر من دخله الموجب. ولذلك فإننا نستطيع استنتاج خرج جميع المقارنات C_0 إلى C_{14} كما يلي :

إذا كان $V_r/30 < V_i < 3 V_r/30$	$C_0=1$
إذا كان $3V_r/30 < V_i < 5V_r/30$	$C_0=1, C_1=1$
إذا كان $5V_r/30 < V_i < 7V_r/30$	$C_0=1, C_1=1, C_2=1$
إذا كان $7V_r/30 < V_i < 9V_r/30$	$C_0=1, C_1=1, C_2=1, C_3=1$

وهكذا

لاحظ أن خرج المقارنات لا يمثل الخرج الثنائي المطلوب، لذلك فقد تم وضع محول شفرات يقوم بتحويل خرج المقارنات الذى يعد شفرة ذات ١٥ بتاً إلى الشفرة الثنائية المعروفة ذات الأربعة بتات. الجدول رقم (٢،١)، يوضح الحقيقة truth table لهذا المشفر. إن المقدرة التحليلية resolution لهذا المحول تساوي $V_r/15$ وهي أصغر جزء من جهد الدخل يمكن تمييزه، لاحظ أن المقدرة التحليلية تتحسن بزيادة عدد بتات المحول، فمثلاً للمحول ذي الثمانية بتات ستكون المقدرة التحليلية $V_r/255$ ، لاحظ أيضاً أن عدد المقارنات يزداد جداً بزيادة عدد بتات المحول فللمحول ذي الثمانية بتات مثلاً سنحتاج إلى ٢٥٥ مقارن وهذا يعد عدداً كبيراً وذلك يعد أحد عيوب هذه الطريقة، هذا بخلاف العدد الكبير من المقاومات بالإضافة إلى المشفر. إن أهم ميزة لهذه الطريقة هي السرعة، حيث إن هذه الطريقة تعد أسرع الطرق على الإطلاق لأنه بمجرد وضع الدخل التناظري V_i فإنه يحول فوراً إلى الصورة الرقمية في زمن يكاد يكون صفراً

وهو زمن مرور الإشارة في المقاومات والمقارنات ثم المشفر، لذلك فإن المحولات التي تستخدم هذه الطريقة تكون أغلى الأنواع سعراً.



الشكل رقم (٢.١٥). المحول التناظري/الرقمي بطريقة المقارنات.

(٢.٥.٢) المحول التناظري الرقمي باستخدام العداد الثنائي

الشكل رقم (٢.١٦) يبين مخططاً تركيبياً لدائرة هذا المحول. الإشارة المطلوب تحويلها إلى الصورة الرقمية هي الجهد V_i وكما نرى فإنه موصلاً على الدخل الموجب للمقارن C. المقارن C مقارن رقمي يعمل بنفس طريقة المقارنات التي شرحت في الطريقة السابقة. عند إعطاء نبضة على الطرف Start (ابداً) فإن خرج العداد يصبح صفراً ومن ثم يكون خرج المحول الرقمي التناظري D/A صفراً أيضاً ويكون $V_i > V_r$

الأثناء يقوم المحول الرقمي التناظري D/A بتحويل خرج العداد من الصورة الرقمية إلى الصورة التناظرية باستمرار ومع كل نبضة من نبضات التزامن Clock.

عندما يصل خرج المحول الرقمي التناظري D/A بحيث يكون أكبر بقليل أو يساوي جهد الدخل V_i ، عندها يتغير خرج المقارن من واحد إلى صفر مما يتسبب في أن بوابة AND لن تسمح بمرور نبضات التزامن إلى العداد وبذلك تتوقف عملية العد ويكون في هذه الحالة خرج العداد هو القيمة الرقمية المساوية للدخل التناظري V_i . لاحظ أنه عندما يكون خرج المقارن يساوي صفراً فإن مسجل الإزاحة يأخذ واحداً ومن ثم يقوم بتخزين خرج العداد لأنه هو الخرج المطلوب. لتحويل قيمة جديدة للدخل فإن نبضة بداية أخرى start تعطي وتكرر نفس العملية السابقة.

كما نرى فإن هذه الطريقة أبطأ بكثير من الطريقة السابقة (طريقة المقارنات) وذلك لأنها طريقة متابعية تعتمد على نبضات تزامن تعطي للعداد ثم انتظار العداد حتى يصل إلى القيمة المطلوبة. لذلك فإنه كلما كان جهد الدخل V_i صغيراً كلما كان زمن التحويل من تناظري إلى رقمي أقل لأن العدادات التي سيعدها العداد تكون صغيرة. وهذا يعني أن زمن التحويل سيتوقف على قيمة الجهد المطلوب تحويله إلى الصورة الرقمية ، وهذه أحد العيوب الأخرى لهذه الطريقة بجانب سرعتها القليلة.

إذا كانت إشارة الدخل من النوع المتغير مع الزمن فإن هذه الطريقة يمكن زيادة سرعتها قليلاً إذا استخدم عداد تصاعدي/تنازلي بدلاً من العداد التصاعدي فقط المستخدم. في هذه الحالة فإن هذا العداد يمكن التحكم في اتجاه العد له عن طريق خرج المقارن بحيث إذا كان خرج المقارن يساوي واحداً فإن العداد يعد تصاعدياً أما إذا كان خرج المقارن يساوي صفراً فإن العداد يعد تنازلياً وبذلك يصبح العداد متبوعاً لإشارة الدخل سواء بالزيادة أو النقص بدلاً من عمل إعادة reset له عند كل تغيير كما رأينا.

(٢,٥,٣) طريقة التقريب المتتالي Successive Approximation A/D Conversion

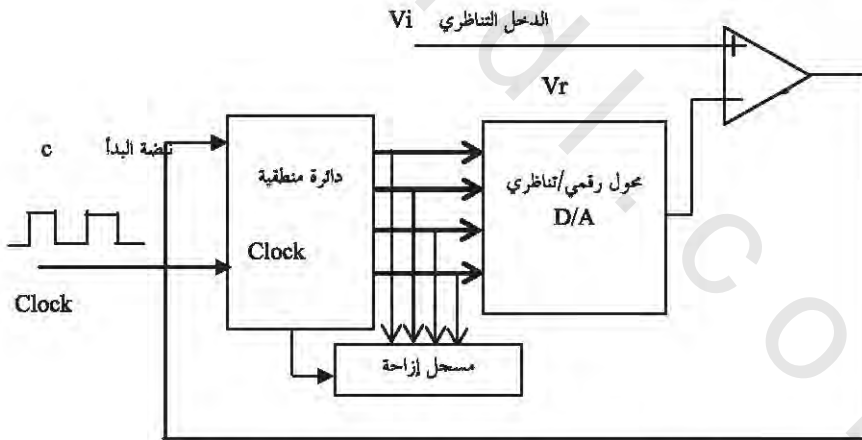
تعتمد هذه الطريقة على عمل عدة تقريبات متتالية إلى أن يساوي الجهد الرقمي الجهد التناظري V_i . الشكل رقم (٢,١٧) يبين رسماً صندوقياً لهذه الطريقة مفترضاً أربعة بتات. في بداية التشغيل تكون جميع الأربعة بتات غير معلومة القيمة لذلك سنفترضها $X_3X_2X_1X_0$. نبدأ عملية التقريب بافتراض أن البت ذا القيمة العظمى X_3 تساوي واحداً وباقي البتات تساوي صفراً كما يلي:

$$1000 = X_3X_2X_1X_0$$

هذه القيمة الرقمية تدخل إلى المحول الرقمي التماثلي D/A ليحولها إلى الصورة التناظرية V_r حيث يقوم المقارن C بمقارنة الجهد V_r مع الدخل V_i فإذا كان $V_r > V_i$ فإن ذلك يعني أن الرقم ١٠٠٠ كبيراً وعلى ذلك فإن البت X_3 لا يمكن أن يكون واحداً ولا بد أن يكون صفراً، أما إذا كان $V_r < V_i$ فإن ذلك يعني أن الرقم ١٠٠٠ مازال صغيراً وعلى ذلك فإن البت X_3 لابد وأن يكون واحداً. أي أنه بعد المقارنة الأولى فإن قيمة البت X_3 تتحدد تماماً إذا كان واحداً أو صفراً، ولنفترض أنها تحددت بالقيمة b_3 حيث b_3 إما واحد وإما صفر، وعلى ذلك فإن الصورة الرقمية تصبح $b_3X_2X_1X_0$ حيث X_2, X_1, X_0 مازالت غير معروفة. في المحاولة الثانية توضع البت $X_2=1$ وتبقى البتات $X_1X_0=00$ والبت b_3 تبقى كما هي في المحاولة السابقة وتتم مقارنة خرج المحول الرقمي التماثلي D/A وهو V_r مع الدخل V_i فإذا كان $V_r > V_i$ فإن هذا يعني أن الواحد في البت X_2 كبير ولذلك فإنه يستبدل بصفر، أما إذا كان $V_r < V_i$ فإن ذلك يعني أن الواحد في هذه البت X_2 مناسب ولذلك يبقى كما هو. وهكذا تستمر عملية التقريب ثم المقارنة مع البتات الباقية وهي X_1 و X_0 أي أنه بعد أربع تقريبات (تساوي عدد البتات في المحول

الرقمي التماثلي (D/A) تكون القيمة الرقمية الصحيحة $b_3b_2b_1b_0$ قد تم التوصل إليها وتم التحويل المطلوب.

إن الدائرة المنطقية الموجودة في الشكل رقم (٢،١٧) عليها إخراج الإشارة الرقمية الداخلة إلى المحول الرقمي التماثلي D/A مع كل نبضة تزامن، كما تقوم هذه الدائرة أيضاً على ضوء ما إذا كان خرج المقارن يساوي واحداً فإن البت المفروض يبقى كما هو واحد وإذا كان خرج المقارن يساوي صفراً فإن البت المفروض يتغير من واحد إلى صفر قبل أن تبدأ عملية التقريب الجديدة. لاحظ أن عملية التحويل في هذه الطريقة تتم بعد عدد من نبضات التزامن يساوي عدد البتات المستخدمة وهذا ما يجعل هذه الطريقة مناسبة جداً للكثير من التطبيقات حيث إنها ليست بالبطيئة جداً كما أنها ليست مرتفعة الثمن مثل طريقة المقارنات ولا يعتمد زمن التحويل فيها على قيمة الدخل التناظري كما رأينا في طريقة العداد الثنائي.



الشكل رقم (٢،١٧). محول تناظري/رقمي باستخدام التقريب المتتالي.

من الملاحظ أن عملية التحويل من تناظري إلى رقمي تحتاج دائماً إلى Clock أو إشارة تزامن فيما عدا فقط طريقة المقارنات فإنها لا تحتاج لهذه الإشارة، وذلك على العكس من عملية التحويل من رقمي إلى تناظري والتي لا تحتاج لإشارة تزامن في أغلب الأحوال. أيضاً فإن أي محول تناظري رقمي لابد وأن تدخل إليه إشارة بدء التحويل start conversion, SC والتي على ضوئها يبدأ المحول في عملية التحويل حيث يعطي هو أيضاً في نهاية هذه العملية إشارة نهاية تحويل EOC End of Conversion ، تدل على أنه قد انتهى من عملية التحويل والتي يستفاد منها في إعطاء القيمة الجديدة للدخل. الكثير من المحولات لا تتيح الخرج الرقمي مباشرة على الأطراف إلا من خلال فاصل buffer لتسهيل عملية مواجهتها مع المعالج حيث يمكن توصيلها على مسار البيانات للمعالج لأن خرجها يكون دائماً مفصلاً عن مسار البيانات فلا يسبب أية مشاكل مع الإشارات الأخرى ولكن في اللحظة التي يريد فيها المعالج قراءة خرج المحول فإنه يقوم بإعطاء نبضة تنشيط لبوابات الفصل buffer التي في خرج المحول من خلال طرف يسمى عادة بنقط تنشيط الخرج Output Enable, OE فتضع خرج المحول على مسار البيانات في اللحظة المناسبة التي حددها المعالج.

كمثال على ذلك نفترض مثلاً أننا نريد تحويل إشارة صوتية كلامية إلى الصورة الرقمية بهدف تخزينها في الذاكرة. من المعروف أن الصوت الآدمي يبلغ أعلى تردد فيه حوالي ٣,٥ كيلوهرتزات باعتبار أن هذا هو التردد الذي عنده يتم تمييز الشخص من صوته والذي تكفي به نظم التلفونات تقريباً. لذلك فإنه عند عينة sampling هذه الإشارة فإنه لابد وأن تقطع بتردد مقداره سبعة كيلوهرتزات على الأقل على حسب النظرية السابقة. من ذلك تكون سرعة المحول التناظري الرقمي المطلوب استخدامه في هذه الحالة تساوى واحداً مقسوماً على سبعة كيلوهرتزات وذلك يعطي حوالي ١٤٠

ميكروثانية على الأكثر، وهى تمثل زمن العيننة. وهذا يعني أن الطرف SC للمحول يجب إدارته من موجات تزامن مقدارها سبعة كيلوهرتزات.

(٢,٦) المحول الرقمي/التناظري D/A أو DAC

إن دوائر المحول الرقمي/التناظري D/A تتكون دائماً من شبكة مقاومات ومجمع للتيار. شبكة المقاومات تكون مهمتها هى تحقيق التيار الذى يتناسب مع القيمة العددية للدخل الثنائى وأما المجمع فيقوم بتجميع التيارات الخارجة من جميع فروع شبكة المقاومات وعادة ما يكون هذا المجمع عبارة عن مكبر تشغيلي Operational Amplifier كما سنرى.

(٢,٦,١) المحول الرقمي/التناظري باستخدام شبكة المقاومات المتضاعفة ثنائياً

Binary Weighted Resistances DAC

الشكل رقم (٢,١٨) يوضح دائرة هذا المحول الرقمي/التناظري حيث المفاتيح b_0 إلى b_3 هي عبارة عن مفاتيح إلكترونية ويمكنك اعتبارها ترانزستورات. عندما يكون أي من هذه المفاتيح يساوى واحداً فإنه يكون متصلاً بالجهد V_r أما عندما يكون هذا المفتاح يساوى صفراً فإنه يكون متصلاً بالأرضي. لاحظ أن هذه المفاتيح b_0 إلى b_3 تمثل في الحقيقة الدخل الرقمي للمحول. التيار I الداخل للمكبر التشغيلي يمكن حسابه من المعادلة التالية:

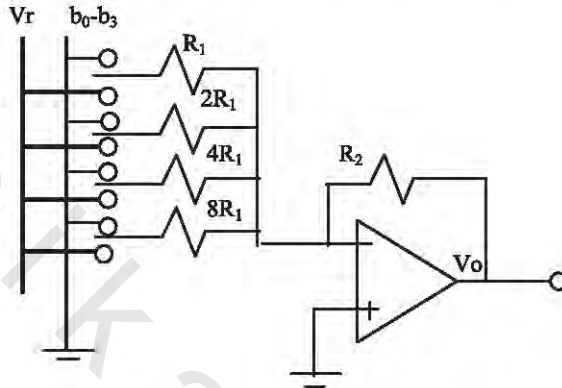
$$(٢,٤) \quad I = (V_r/R_1)b_3 + (V_r/2R_1)b_2 + (V_r/4R_1)b_1 + (V_r/8R_1)b_0$$

وأما جهد الخرج V_o فإنه يساوى حاصل ضرب التيار السابق في $(-R_2)$ كما نعلم من خواص المكبر التشغيلي. مع بعض الاختصارات للمعادلة رقم (٢,٤) يمكن كتابة

الصورة النهائية لمعادلة جهد الخرج V_o كما يلي :

(٢,٥)

$$V_o = (-V_{R2}/8R_1) [8b_3 + 4b_2 + 2b_1 + b_0]$$

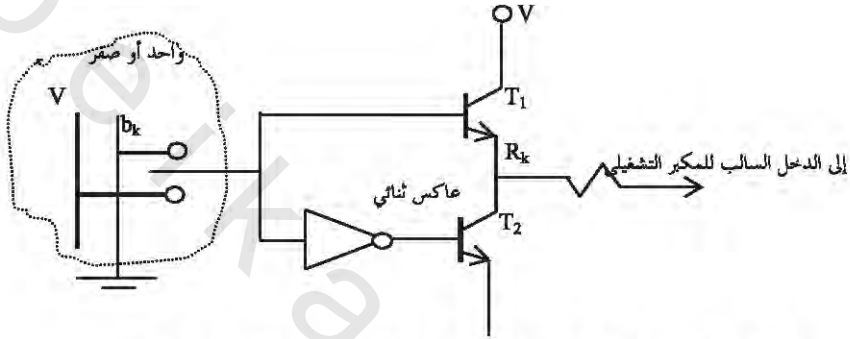


الشكل رقم (٢,١٨). اخول الرقمي / التناظري باستخدام شبكة المقاومات المتضاعفة ثنائياً.

لاحظ من المعادلة رقم (٢,٥) أنه بالتحكم في قيم كل من R_1 , R_2 , V_R يمكن التحكم في مستوى أو قيمة جهد الخرج V_o . فمثلاً إذا كانت $b_3b_2b_1b_0=0000$ فإن الخرج V_o سيساوي صفر فولت وأما إذا كانت الشفرة $b_3b_2b_1b_0=1111$ فإن الخرج V_o في هذه الحالة سيكون $15(-V_{R2}/8R_1)$ فولتاً، وهكذا يمكن حساب جهد الخرج لأي شفرة دخل.

الشكل رقم (٢,١٩) يبين تركيب واحد من المفاتيح الإلكترونية b_k الموجودة في المعادلة رقم (٢,١٨)، عندما يكون $b_k=1$ فإن الترانزستور T_1 يكون موصلاً أي ON وبذلك يتم توصيل الجهد V على الطرف الأيسر للمقاومة R_k ، لاحظ أنه في هذه الحالة ونتيجة وجود العاكس فإن الترانزستور T_2 يكون غير موصول أي OFF وبذلك نضمن

أن المقاومة R_k ستكون معزولة من الأرضي في حالة كون $b_k=1$. أما إذا كانت $b_k=0$ فإن الترانزستور T_1 يكون OFF بينما أنه نتيجة العاكس فإن الترانزستور T_2 يكون ON وبذلك توصل المقاومة R_k على الأرضي وتعزل عن مصدر الجهد V .



الشكل رقم (٢.١٩). التركيب الإلكتروني لأحد المفاتيح في الشكل رقم (٢.١٨).

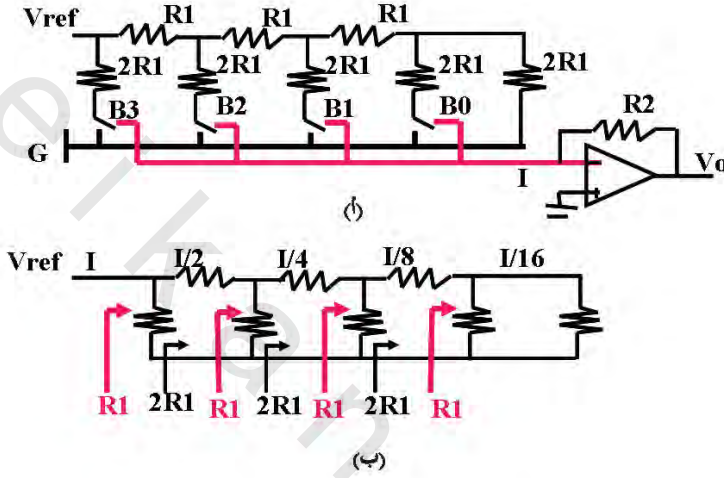
(٢.٦.٢) المحول الرقمي/التناظري باستخدام شبكة المقاومات السلمية

Ladder Network

(سلمية نسبة إلى سلم أو سلالم Ladder)

من عيوب دائرة المحول الرقمي/التناظري السابقة أن النسبة بين أصغر مقاومة وأكبر مقاومة كبيرة جداً وهذه النسبة تزداد بزيادة عدد البتات في دخل المحول، فمثلاً في حالة المحول ذي الثمانية بتات فإنه لو كانت أصغر مقاومة هي R فإن أكبر مقاومة ستكون $128R$. هذه النسبة الكبيرة سوف تضطر المصنع إلى تصنيع قيم كبيرة للمقاومات وكما نعلم فإن التفاوت في قيمة المقاومة يزداد بزيادة قيمتها مما سيؤدي إلى عدم دقة في خرج المحول الرقمي/التناظري. كذلك فإنه بما أن جميع دوائر المحولات

الرقمية/التناظرية تقريبا W تصنع على دوائر تكاملية فإن وجود مثل هذه المقاومات الكبيرة يحتاج إلى مساحات كبيرة على الدائرة التكاملية مما يتسبب في تقليل كثافة المكونات على الشريحة وصعوبة في تصنيعها.



الشكل رقم (٢.٢٠). الحول الرقمي التناظري السلمي.

الشكل رقم (٢.٢٠) يبين دائرة المحول الرقمي/التناظري الجديدة، وشبكة المقاومات السلمية، والتي تستخدم قيمتين فقط للمقاومات هما $R1$ و $2R1$. الشكل رقم (٢.٢٠ ب) يبين هذه الشبكة على حدة وقد وزعت عليها التيارات في الأفرع المختلفة، وكذلك وضحت على هذا الشكل قيمة المقاومة عند النقاط المختلفة على الشبكة. أهم ملاحظة على هذه الشبكة هي أنها استخدمت قيمتين فقط من المقاومات وهما $R1$ و $2R1$ وبذلك تم التغلب على التفاوت الكبير في قيم المقاومات الموجود في الطريقة السابقة. بالنظر إلى (٢.٢٠ ب) نلاحظ أن التيار في كل فرع من أفرع الشبكة موزع

بالطريقة الثنائية المطلوبة، فمثلاً في الفرع الأول التيار يساوي $I_1/2$ وفي الفرع الثاني $I_1/4$ وفي الفرع الثالث $I_1/8$ وهكذا بحيث أن مجموع التيارات الداخلة لمكبر العمليات سيكون:

$$(٢,٦) \quad I = (I_1/2)b_3 + (I_1/4)b_2 + (I_1/8)b_1 + (I_1/16)b_0$$

من هذه المعادلة وبعد بعض الاختصارات البسيطة يمكن حساب قيمة جهد الخرج V_o في هذه الحالة والذي سيعطي بالمعادلة الآتية:

$$(٢,٧) \quad V_o = (-R_2 I_1/16) [8b_3 + 4b_2 + 2b_1 + b_0]$$

وهي نفس المعادلة التي حصلنا عليها في الحالة السابقة. لاحظ أن قيمة جهد الخرج V_o في هذه الحالة يمكن التحكم فيه بالمتغيرات I_1 ، R_2 حيث التيار I_1 يمكن أن يعطى بالعلاقة:

$$(٢,٨) \quad I_1 = (V_{ref}/R_1)$$

حيث R_1 هي مقاومة دخل الشبكة عند طرفي الجهد V_{ref} .

(٢,٧) تمارين

١ - إشارة تناظرية $x_a(t)$ تتكون خطياً من الإشارات الجيبية ذات الترددات التالية: 300Hz و 400Hz و 1.3KHz و 3.6KHz و 4.3KHz. هذه الإشارة تم أخذ عيناتها بمعدل عينة مقداره 2KHz، وتم إدخال الإشارة المعينة على مرشح منفذ للترددات

المنخفضة حتى 900Hz (cutoff frequency) . خرج المرشح هو $y_a(t)$. ما هي المكونات الترددية للإشارة $y_a(t)$. ارسم شكلاً تخطيطياً يبين هذه الإشارة.

٢- أعد السؤال الأول في عدم وجود المرشح.

٣- أعد نفس السؤال مع اعتبار أن تردد العيننة مرة يساوي 2KHz وأخرى

. 4KHz

٤- إشارة تناظرية $x_a(t)$ تتكون خطياً من الإشارات الجيبية ذات الترددات

التالية: f_1 و f_2 و f_3 و f_4 وهذه الإشارة تم عينتها بمعدل عينة مقداره 3KHz وتم إدخال

هذه الإشارة المعينة في مرشح منفذ للترددات المنخفضة حتى 1.4KHz ليعطى إشارة

الخرج $y_a(t)$. الإشارة $y_a(t)$ وجد أنها تتكون من الترددات التالية 350Hz و 425Hz

و 918Hz على التوالي. ما هي القيم الممكنة للترددات f_1 و f_2 و f_3 و f_4 ؟ وهل هذه القيم

قيماً وحيدة؟ إذا لم تكن وحيدة فاكتب بعض القيم الأخرى الممكنة لهذه الترددات؟

٥- الإشارة التناظرية $x_a(t) = 2\cos(600\pi t) + 4\sin(1400\pi t) + 3\cos(4400\pi t) + 7\sin(5400\pi t)$

تم أخذ عيناتها بالمعدل 3KHz لتعطي التابع $x[n]$. اكتب معادلة هذا التابع.

٦- الإشارة التناظرية $x_a(t) = 2\cos(10\pi t) + 4\sin(20\pi t) + 3\cos(40\pi t)$ تم أخذ عيناتها

لتعطي التابع $x[n]$. ارسم هذا التابع مستخدماً معدلات العيننة التالية 43Hz و 40Hz

و 25Hz.

٧- ما هو الفرق بين المحول الرقمي/التناظري والمنتخب أو فاكك الشفرة

؟ decoder

٨- محول رقمي/تناظري ذو ثمانية بتات شفرة دخله هي 000101100 ، ما هي

قيمة خرج التناظري بالفولت إذا كانت أعظم قيمة للخرج هي خمسة فولتات؟

٩- ارسم جدولاً وبين فيه قيمة الخرج التناظري المقابلة لعشر شفرات ثنائية

- متتالية على الدخل ابتداءً من الشفرة 00000000 لنفس المحول السابق في المسألة الثامنة.
- ١٠- اشرح مع الرسم طريقة التحويل من رقمي إلى تناظري باستخدام شبكة المقاومات المتضاعفة ثنائياً.
- ١١- ارسم دائرة محول رقمي/تناظري ذي ثمانية بتات باستخدام شبكة المقاومات المتضاعفة ثنائياً، واكتب قيم جميع المقاومات إذا كانت أصغر مقاومة تساوي ٥٠ كيلو أوم.
- ١٢- اشرح مع الرسم طريقة التحويل من رقمي إلى تناظري باستخدام شبكة المقاومات السلمية.
- ١٣- عرف المقدرة التحليلية وأوجد النسبة المئوية لها وذلك لمحول ذي ستة بتات وللمحول ذي ١٢ بتاً.
- ١٤- لديك محول رقمي/تناظري موصلاً على بوابة الإخراج رقم 00، ارسم شكل الخرج مع الزمن لهذا المحول نتيجة تنفيذ البرنامج التالي:

```
MOV A,00
xx: OUT 00
INC A
JMP xx
```

- ١٥- أعد التمرين السابق إذا كان البرنامج المنفذ كالتالي:

```
MOV A,00
xx: OUT 00
INC A
JNZ xx
MOV A,FF
yy: OUT 00
DCR A
CP 00
JNZ yy
JMP xx
```

- ١٦- اشرح مع الرسم طريقة المقارنات للتحويل من تناظري إلى رقمي.
- ١٧- كم عدد المقارنات اللازمة لبناء محول تناظري/رقمي ذي ثمانية بتات.
- ١٨- هل تحتاج طريقة المقارنات إلى نبضات تزامن clock لتشغيلها ؟
- ١٩- اشرح مع الرسم طريقة العداد الثنائي للتحويل من تناظري إلى رقمي.
- ٢٠- ارسم الدائرة الكاملة للمحول التناظري/الرقمي باستخدام عداد تصاعدي/تنازلي مع الشرح.
- ٢١- إذا كانت القيمة العظمى لجهد الدخل هي ٢.٥ من فولتات احسب زمن التحويل لقيم الجهد الآتية: ٠.٥ ، ١ ، ١.٥ ، ٢ وذلك باستخدام طريقة العداد التصاعدي فقط ثم باستخدام طريقة العداد التصاعدي/التنازلي وذلك لمحول تماثلي/رقمي ذي أربعة بتات.
- ٢٢- اشرح مع الرسم طريقة التقريب المتتالي للتحويل من تناظري إلى رقمي.
- ٢٣- محول تناظري/رقمي بطريقة التقريب المتتالي يعمل بنبضات تزامن clock مقدارها ٥٠٠ كيلوهرتز، ما هو زمن التحويل الذي يمكن الحصول عليه من هذا المحول؟
- ٢٤- استخدم المعالج أو الحاسب بدلاً من الدائرة المنطقية الموجودة في الشكل رقم (٢،١٧) ليعطي التقريبات المتتالية ثم يقرأ قيمة المقارن وعلى ضوء هذه القراءة يعطي التقريب التالية وهكذا، ارسم خريطة تدفق flow chart واكتب برنامجاً بلغة الأسيمبلي أو لغة C يقوم بهذه المهمة مع رسم الدائرة اللازمة بالكامل.
- ٢٥- لديك محول تناظري/رقمي خرجة من خلال بوابات ثلاثية المنطق يتم تنشيطها بخط تنشيط output enable, OE وآخر خرجة مباشر، أيهما أفضل للتعامل مع المعالج، اشرح مع الرسم؟