الباب الأول

الرياضيات المالية

- الفصل الأول: العمليات الحسابية على التواريخ والفترات
- الفصل الثاني: العمليات الحسابية على الفائدة البسيطة
- الفصل الثالث: العمليات الحسابية على الفائدة المركبة
- الفصل الرابع: الدفعات الدورية(الأقساط)
- الفصل الخامس: القروض
- الفصل السادس: استهلاك الأصول الثابتة

obeikandl.com

obeikandl.com

الفصل الأول

العمليات الحسابية على التواريخ والفترات

Calculs de dates et de durées

لمعرفة مبلغ الفائدة على الاستثمار يجب تحديد مدة هذا الاستثمار، تبدأ المرحلة الأولى في الرياضيات المالية والأكتوارية، بـ "حساب" التواريخ والفترات، وإذا كانت بعض البرامج الحاسوبية تستخدم **السنة البسيطة** (365 يوماً) في حساب المدد، فإن بعضها يستخدم **السنة التجارية** (360 يوماً) كما هو الحال عند عديد المؤسسات البنكية.

(1.1) عدد الأيام الفاصلة بين تاريخين

في الأسواق المالية توجد اتفاقية وحيدة محددة للمدد الفاصلة بين التواريخ؛ حيث يتم بموجبها حساب اليوم الأول (تاريخ البدء)، بينما يتم استبعاد اليوم الأخير (تاريخ النهاية أو تاريخ وصول الأجل).

مثال: عدد الأيام الفاصلة بين 15 يوليو و25 يوليو هو 10 أيام.

أهم القواعد الأساسية التي تحكم عمليات حساب الأيام الفاصلة بين التواريخ:

- أساس صحيح/صحيح: الفترة على هذا الأساس توافق عدد الأيام الصحيحة للعملية حسب التقويم. عدد أيام السنة هنا يساوي 365 أو 366 إذا كان

يوم 29 فبراير من بين الأيام المدرجة في السنة. هذه الأساس تسمي كذلك، أساس حالي/ حالي أو أساس أكتواري.

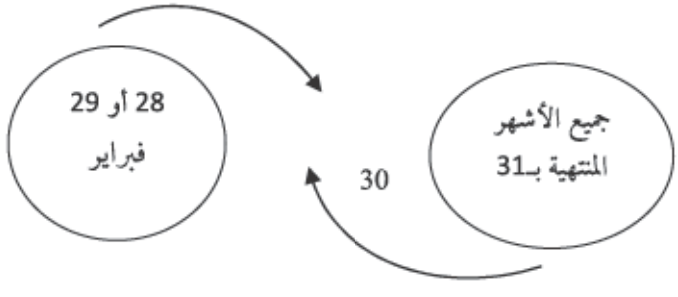
• أساس 360/ صحيح: الفترة في هذا الأساس توافق عدد الأيام الصحيحة للعملية حسب التقويم، عدد أيام السنة هنا يساوي دائما 360 يوما، وهو أساس فرنسي الاستخدام.

• أساس صحيح / 365: في هذه الحالة عدد أيام السنة يساوي دائما 365 بما في ذلك السنة الكبيسة، وهي طريقة حساب مستخدمة بالخصوص عند الدول "الأنجلو ساكسوني"، وهو بذلك أساس إنجليزي الاستخدام.

• أساس 360/ 30: جميع الأشهر حسب هذا الأساس مكونة من 30 يوما، وجميعها تنتهي بيوم 30. السنة تتكون من 360 يوما و12 شهرا. هذا الأساس يسمى كذلك سنوي 30/ 360. وهو أساس مستخدم كثيرا في العمليات الحسابية المالية. ويوجد لهذا الأساس عدة أشكال نوجزها فيما يلي:

(1.1.1) أساس 360/30: الطريقة الألمانية

وهي لا تتعلق إلا بشهر فبراير، ويفترض أن يكون اليوم الأخير من كل شهر هو الثلاثين ما عدا يوم 28 فبراير في السنة الكبيسة. هذه القاعدة مستخدمة خاصة في ألمانيا وسويسرا وبعض الدول الإسكندينافية.



مثال رقم (1): أوجد عدد الأيام الفاصلة بين يومي 29 فبراير 2004 و 15 أبريل 2004.

الحل

من 29 إلى 30 فبراير	0
مارس 2004	30 يوما
أبريل 2004	15 يوما

0+30+15=45 يوم

مثال رقم (2): أوجد عدد الأيام الفاصلة بين يومي 25 و28 فبراير 2005.

الحل

28 فبراير يعتبر في السنة العادية 30 فبراير لذلك:

30 − 25 = 5 أيام

(1.1.2) أساس 360/30: الطريقة الأوروبية

تواريخ البداية والنهاية الموافقة لـ31 من الشهر تصبح 30 من الشهر ذاته، وهي الطريقة المستخدمة في إكسل.

oberikandi.com

مثال رقم (1): أوجد عدد الأيام الفاصلة بين يومي 29 فبراير 2004 و 15 أبريل 2004.

الحل

من 29 إلى 30 فبراير	1 يوم
مارس 2004	30 يوما
أبريل 2004	15 يوما

1+30+15=46 يوم

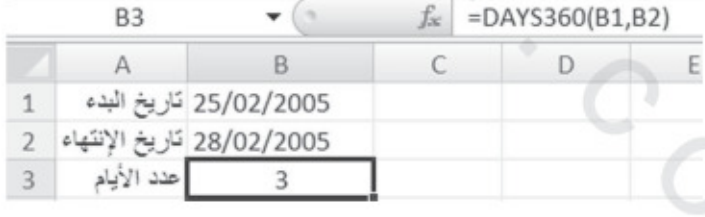
مثال رقم (2): احسب عدد الأيام الفاصلة بين يومي 25 و28 فبراير 2005.

الحل

28 – 25 = 3 أيام

إكسل:

توجد في إكسل دالة DAYS360 ()



(1.1.3) أساس 360/30 : الطريقة الأمريكية

إذا كان تاريخ البدء هو يوم 31 من الشهر فإن تاريخ البدء يصبح 30 من نفس الشهر. إذا كان تاريخ الانتهاء هو يوم 31 من الشهر فإن تاريخ الانتهاء يصبح يوم 1 من الشهر اللاحق، في المقابل فإن تاريخ الانتهاء يكون يوم 30 من نفس الشهر.

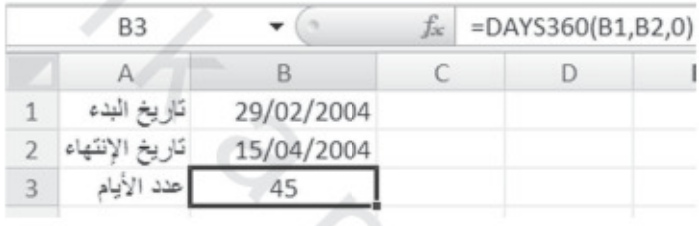
obeikandl.com

إكسل:

في إكسل توجد دالة DAYS360 ()، لكن بعد إدخال قيمة "0" في المربع الثالث:

مثال: استخدم إكسل لإيجاد عدد الأيام الفاصلة بين 25 فبراير 2004 و15 أبريل 2004.

الحل



45 يوما

(1.1.4) أساس 360/30: قاعدة الحساب

القاعدة العامة لحساب عدد الأيام (N_j) الفاصلة بين تاريخين على أساس 360/30 هي التالية:

$$N_j = (D_2-D_1)+30x\,(M_2-M_1)+360x\,(Y_2-Y_1) \quad (1.1)$$

حيث: $D_1/M_1/Y_1$ تاريخ البدء و$D_2/M_2/Y_2$:تاريخ الانتهاء

مثال: احسب باستخدام الطريقتين الألمانية والأوروبية عدد الأيام الفاصلة بين يوم 29 فبراير 2004 و28 فبراير 2005

الحل

تـواريخ البـدء والانتهـاء يجـب أن تعـدل لتتفـق مـع الطريقـة الـتي تم اختيارها:

	المعطيات	الألمانية	الأوروبية
D_1	29	30	29
M_1	02	02	02
Y_1	2004	2004	2004
D_2	28	30	28
M_2	02	02	02
Y_2	2005	2005	2005

الطريقة الألمانية:

N_j= (30-30)+30x (02-02)+360x (2005-2004) = 360يوما

الطريقة الأوروبية:

N_j= (28-29)+30x (02-02)+360x (2005-2004) = 359 يوما

(1.1.5) أساس صحيح: السنة=365 يوم (السنة البسيطة)

وهو النظام الحسابي المستخدم الأكثر طبيعية ودقة؛ لأنه يعتمد الشهر بـ28 و29 و30 و31 يوما.

إكسل

لا يحتوي إكسل على دالة حسابية مباشرة؛ لذلك نقوم بما يلي:

ندخل في إحدى الخانات تاريخ البدء وفي خانة أخرى تاريخ الانتهاء. ثم نحسب الفرق بين التاريخين. النتيجة تظهر – إذا – في شكل تاريخ.

الأمر الآتي يمكن من إظهار النتيجة في شكل أيام: **تنسيق/خلايا/نمطي** (عندما نستخدم أوفيس 2007 لا نحتاج إلى هذا الأمر لنحصل على النتيجة بعدد الأيام مباشرة)

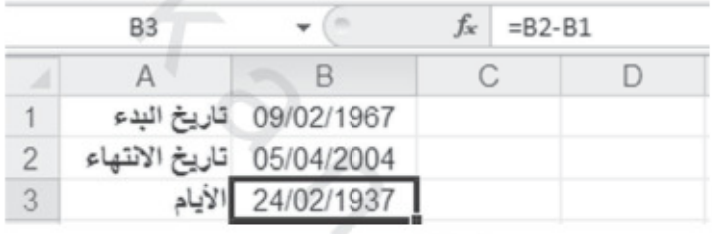
obeikandl.com

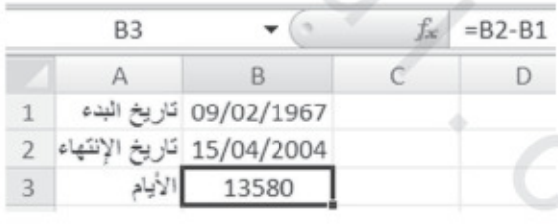
مثال: استخدم إكسل لحساب الفرق بين 9 فبراير 1967 و15 أبريل 2003.

الحل

يجب إدخال التواريخ على شكل تاريخ (على سبيل المثال: 9.2.1967 أو 9/ 2/ 1967). سوف يقوم إكسل بتحويل التواريخ أعلاه إلى الشكل: 09.02.1967.

نكتب في الخلية B3 القاعدة: B2-B1. ثم نقوم بعمل التنسيق اللازم على الخلية B3 باستخدام الأمر: **تنسيق/خلايا/نمطي**. النتيجة تعطي: 13580 يوما.





الآلة الحاسبة TI-83

يوجد في هذه الآلة الدالة dbd (begin date, finish date) وتظهر بالشكل dbd (DDMM.YY,DDMM.Yy) ونجدها في القائمة APPS /Finance/ D

مثال: احسب عدد الأيام الفاصلة بين الواحد والثلاثين من ديسمبر 2004 والواحد والثلاثين من ديسمبر 2006.

الحل

يكفي أن نستدعي الدالة () dbd ونتبع التنسيق التالي:

730=dbd (12.3104,12.3106) يوم

(1.1.6) أساس صحيح: قاعدة الحساب

القاعدة التالية تمكّن من حساب صحيح لعدد الأيام الفاصلة بين تاريخين.

لكل تاريخ نرمز بـ"D" لليوم، "M" للشهر و "Y"للسنة. نربط بين هذا التاريخ والرمز 'd' الذي يمثل عدد الأيام الفاصلة بين هذا التاريخ ومصدر معين. عدد الأيام الفاصلة بين التاريخين 1 و2 هو إذا :d_2-d_1.

الرقم 'd' يمكن الحصول عليه من خلال القاعدة:

إذا كانت M≤2

$$d = 365(Y-1) + INT\left(\frac{Y-1}{4}\right) - INT\left(\frac{Y-1}{100}\right) + INT\left(\frac{Y-1}{400}\right) + 31(M-1) + D \quad (1.2)$$

إذا كانت M>2

$$d = 365(Y-1) + INT\left(\frac{Y}{4}\right) - INT\left(\frac{Y}{100}\right) + INT\left(\frac{Y}{400}\right) + 31(M-1) + D + INT\,(0{,}4M + 2{,}2) \quad (1.3)$$

حيث *INT (x)* تمثل في هذه العبارات أقرب عدد صحيح أصغر من *x*.

obeikandl.com

(1.2) نظام تحويل الأزمنة

في هذه الفقرة نذكّر بأهم قواعد تحويل التواريخ.

تحويل السنوات والأشهر والأيام إلى سنوات

ليكن لدينا التاريخ التالي:D/M/Y حيث ترمزY: للسنوات وM: للأشهر وD: للأيام.التحويل إلى سنوات يتم عن طريق القاعدة التالية:

$$Year = Y + \frac{M}{12} + \frac{D}{360} \tag{1.4}$$

تحويل السنوات والأشهر والأيام إلى أشهر

ليكن لدينا التاريخ التالي:D/M/Y حيث ترمزY: للسنوات وM: للأشهر وD: للأيام.التحويل إلى أشهر يتم عن طريق القاعدة التالية:

$$Month = Y \times 12 + M + D \tag{1.5}$$

تحويل السنوات والأشهر والأيام إلى أيام

ليكن لدينا التاريخ التالي:D/M/Y حيث ترمز Y للسنوات وM للأشهر وD للأيام. التحويل إلى أيام يتم عن طريق القاعدة التالية:

$$Days = Y \times 360 + M \times 30 + D \tag{1.6}$$

تحويل عدد سنوات إلى سنوات، أشهر وأيام

ليكن لدينا عدد N من السنوات مكتوب في صورة عشرية وINT (x) العدد الصحيح الأقرب والأصغر من x. التحويل إلى Y سنوات و M أشهر وD أيام يتم عن طريق القاعدة التالية:

$$\begin{aligned} &Year: \quad INT(N) \\ &Month: \quad M = INT[12(N-Y)] \\ &Days: \quad D = INT\{30[12(N-Y)-M]\} \end{aligned} \tag{1.7}$$

openkarat.com

مثال رقم (1): قم بتحويل 4 سنوات و3 أشهر و2 أيام إلى سنوات ثم إلى أشهر وأخيرا إلى أيام.

الحل

(أ) التحويل إلى سنوات: $4 + \frac{3}{12} + \frac{2}{360} = 4.2556$ سنوات

(ب) التحويل إلى أشهر: $4 \times 12 + 3 + \frac{2}{30} = 51.0667$ أشهر

(جـ) التحويل إلى أيام: 360x4 +30x3+ 2=1532 يوما

مثال رقم (2): قم بتحويل **4.2556** سنوات إلى سنوات/ أشهر/ أيام.

الحل

السنوات: $Y = INT\ (4.2556) = 4$

الأشهر: $M = INT\{12\ (4.2556-4)\} = INT\ (12x0.2556) = INT\ (3.0672) = 3$

الأيام: $D = INT\{30\ (12\ (4.2556-4)-3)\} = INT\ (30x0.0672) = INT\ (2.016) = 2$

(1.3) حساب العمر

تحسب شركات التأمين أعمار المؤمن لهم حسب عدة طرق، نذكر من أهمها:

حساب العمر باليوم:

نحدد الفترة الزمنية المنقضية (أساس 30/ 360 أو أساس صحيح 365) بين تاريخ ميلاد المؤمن له وتاريخ التعاقد.

حساب العمر بالشهر المكتمل:

نحسب الفترة المنقضية (أساس 30/ 360 أو أساس صحيح 365) بين تاريخ ميلاد المؤمن له وتاريخ التعاقد.ثم نحول النتيجة إلى أشهر ونأخذ العدد الصحيح الأقرب والأصغر.

obeikandl.com

حساب العمر بالشهر الأقرب:

وهي صيغة أخرى من الطريقة السابقة، حيث يتم اختزال الفترة بالأشهر إلى الوحدة.

حساب العمر بالسنة المكتملة:

نحسب الفترة المنقضية (أساس 30/360 أو أساس صحيح 365) بين تاريخ ميلاد المؤمن له وتاريخ التعاقد. ثم نحوّل النتيجة إلى سنوات ونأخذ العدد الصحيح الأقرب والأصغر.

حساب العمر بالسنة الأقرب:

وهي صيغة أخرى من الطريقة السابقة، حيث يتم اختزال الفترة بالسنوات إلى الوحدة.

مثال: استخدم طريقة الأشهر المكتملة لحساب الفترة المنقضية بين تاريخ ميلاد مؤمن له في 31.01.1980 وتاريخ تعاقده مع شركة التأمين في 08.08.2005

الحل

نستطيع استخدام الدالة() Days360 في إكسل التي سبق الإشارة إليها في الصفحة 7 التي تعطينا عدد 16388 يوما. وعند استخدام القاعدة (1.5) نحول عدد الأيام هذه إلى أشهر، ثم نأخذ العدد الصحيح الأقرب والأصغر من الناتج، وبذلك نحصل على 546 =(546.266) INT شهرا. وأخيرا بالاستعانة بالقاعدة (1.4) نحول عدد الأشهر إلى سنوات أي 45.5 سنة.

(1.3.1) ملاحظات حول الاختزال

نستطيع اختزال عدد x إلى أقرب منه بـ $\frac{1}{n}$ وذلك باستخدام القاعدة التالية:

$$f(x,n) = \frac{INT\,(nx + 0{,}5)}{n} \qquad (1.8)$$

obeikandl.com

حيث () INT العدد الصحيح الأصغر والأقرب من x

وحيث:

- اختزال x للوحدة: $\Longleftarrow f(x;1)$
- اختزال x إلى رقمين بعد الفاصل (إلى 1/100) :$\Longleftarrow f(x;100)$
- اختزال x إلى الخمس (إلى 1/20) : $\Longleftarrow f(x;20)$
- اختزال x إلى العشر (إلى 1/0.1):$\Longleftarrow f(x;0;1)$

إكسل

يتضمن إكسل الدوال الثلاث الآتية التي تمكن من حساب الاختزالات:

- ROUND (number;num_digits)
- ROUNDUP (number;num_digits)
- ROUNDDOWN (number;num_digits)

تي– آي 83 (TI-83)

تتضمن الآلة الحاسبة تي–آي 83 الدالة التالية التي تمكن من احتساب الاختزالات:

- ROUND (number;num_Decimals)

(1.4) التمارين

1– استخدم قاعدة الحساب الألمانية (أساس 30/360) لإيجاد عدد الأيام الفاصلة بين التواريخ الآتية:

أ) 7 يناير 2005 و 27 فبراير 2005.

ب) 1 مايو 2006 و 1 نوفمبر 2006.

جـ) 27 فبراير 2006 و 13 يونيو 2006.

د) 15 يناير 2004 و29 فبراير 2004.

obeikandl.com

هـ) 20 فبراير 2005 و28 فبراير 2005.

2- استخدم طريقة الحساب الأوروبية (أساس 30/ 360) لإيجاد عدد الأيام الفاصلة بين التواريخ التالية:

أ) 30 يونيو 2005 و31 أغسطس 2005.

ب) 1 أبريل 2004 و12 أكتوبر 2004.

جـ) 1 يناير 2008 و29 فبراير 2008.

د) 29 فبراير 2004 و18 يونيو 2004.

هـ) 30 يناير 2006 و 28 فبراير 2006.

3- احسب عدد الأيام الفاصلة بين التواريخ التالية مستخدما القواعد (1.2) و(1.3):

أ) 15 يناير 2008 و29 فبراير 2008.

ب) 30 يناير 2006 و28 فبراير 2006.

جـ) 27 فبراير 2006 و 13 يونيو 2006.

د) 15 فبراير 2004 و 29 يونيو 2008.

4- استخدم برنامج إكسل لحساب عدد الأيام الصحيحة الفاصلة بين التواريخ التالية:

أ) 15 يناير 2008 و 29 فبراير 2008.

ب) 30 يوميو 2006 و 28 فبراير 2006.

جـ) 27 فبراير 2006 و13 يونيو 2006.

د) 15 فبراير 2004 و29 يونيو 2008.

obeikandl.com

5- استخدم الآلة الحاسبة تي- آي 83 لحساب عدد الأيام الصحيحة الفاصلة بين التواريخ التالية:

أ) 15 يناير 2008 و 29 فبراير 2008.

ب) 30 يوميو 2006 و 28 فبراير 2006.

جـ) 27 فبراير 2006 و13 يونيو 2006.

د) 15 فبراير 2004 و29 يونيو 2008.

6- حول إلى أشهر: 6 أعوام و6 أشهر و6 أيام.

7- حول إلى أيام: 6 أعوام و6 أشهر و6 أيام.

8- حول إلى سنوات: 3 أعوام و4 أشهر و15 يوما.

9- حول إلى أشهر: 46 نصف سنة.

10- حول إلى سنوات: 46 ربع سنة.

11- اكتب السنوات التالية في صورة سنوات/ أشهر/ أيام:

أ) 3.14 سنة.

ب) 12.175 سنة.

جـ) 17.22 سنة.

12- أبرم مؤمن له ولد في 15 أبريل 1963 عقدا بتاريخ 13 يونيو 2005. استخدم الطريقة الأوروبية (أساس 30/ 360) لحساب عمر المؤمن له:

أ) بحساب اليوم.

ب) بالشهر المكتمل.

جـ) بالسنة المكتملة.

د) بأقرب سنة.

obeikandl.com

13- ■ تستخدم التعاونيات المهنية في سويسرا القاعدة التالية لحساب مجموع المعدلات المستقبلية لمنح الشيخوخة:

$$B_{\ddot{x},s} = \sum_{u=\ddot{x}}^{s-1} b_u + b_s \frac{m}{12}$$

حيث:

s 65 سنة (سن التقاعد).

$\ddot{x}$ عمر المؤمن له (سنة مدنية – سنة الميلاد).

$b_{\ddot{x}}$ معدل منحة الشيخوخة عند بلوغ السن $\ddot{x}$ ($b_{\ddot{x}} = 18\%$ عندما تكون $\ddot{x} \geq 55$).

m عدد الأشهر منذ بداية السنة البسيطة إلى أول يوم من الشهر الذي يلحق شهر الميلاد.

احسب $B_{\ddot{x},s}$ لمؤمن له ولد في 10 مارس 1943 علما بأن تاريخ حساب العملية هو 4 يونيو 2005.

obeikandl.com