الفصل الثاني

العمليات الحسابية على الفائدة البسيطة

Opèrations à intérêt simple

الفائدة هي المكافأة التي يحصل عليها من رأس المال (مبلغ معين من المال) حين يتم اقراضه لفترة محددة من الزمن، وهي تسدد مرة واحدة أو على عدة مرات إذا كانت المدة الزمنية التي يقترض فيها طويلة. الفائدة يمكن كذلك تسديدها مسبقا (في بداية الفترة) أو في نهايتها. والفائدة تحدد حسب مدة القرض، المبلغ المقرض ونسبة الفائدة المعتمدة. المدة التي تحسب على أساسها الفائدة هي في أغلب الأحيان السنة، ويمكن استخدام مدد أخرى أقصر من السنة: نصف السنة أو ربع السنة أو حتى الشهر. عندما نتحدث عن الفائدة في النصوص نستعمل رمز النسبة المئوية % بينما في العمليات المالية نستعمل عادة الأرقام العشرية حيث 3.55% تكتب 0.0355.

دون الأخذ في الحسبان أي اعتبارات أخرى سوف نعتمد نظام الحساب أساس 30/ 360.

الرموز:

n فترة القرض

i نسبة الفائدة

I مجموع الفوائد

C_0 رأس المال الأصلي

C_n رأس المال النهائي أو حاصل رأس المال في نهاية الفترة n

مثال: حول نسبة الفائدة التالية $2\frac{3}{4}\%$ إلى الصورة العشرية؟

الحل

$$2\frac{3}{4}\% = 2,75\% = 0,0275$$

(2.1) قواعد الفائدة البسيطة

تطبق الفائدة البسيطة عادة على العمليات المالية التي تكون المدة فيها أقل من سنة.

عمليا يتم تطبيق نسبة الفائدة على مدة سنة، فعندما نقرأ نسبة فائدة تساوي 5% فالمقصود هو نسبة فائدة سنوية تساوي 5%. المدة يجب أن تكون إذاً سنوية.

مثال رقم (1): نسبة الفائدة = 4%،مدة القرض=30 شهر. أوجدn ؟

الحل

نحول الأشهر إلى سنوات: $2,5 = \frac{30}{12}$

وبالتالي فإن: $i = 0,04, n = 2,5$

مثال رقم (2): نسبة الفائدة = 4%، مدة القرض=45 يوما. أوجد n ؟ (أساس 30/ 360).

الحل

نحول الأيام إلى سنوات:$0,125 = \frac{45}{360}$

نبحث أولا عن مقدار الفائدة (I) الذي ينتجه رأس مال (C_0) لاستثمار مدته n فترة.

$$\boxed{I = C_0 \times n \times i = C_0 ni} \tag{2.1}$$

نستطيع التعرف على مقدار رأس المال النهائي المستثمر خلال المدة n والذي يساوي:

$$\boxed{C_n = C_0 + I} \tag{2.2}$$

وبما أن $I = C_0 in$ فإنه بإمكاننا وضع علاقة مباشرة بين رأس المال الأصلي والنهائي كالآتي: $C_n = C_0 + C_0 ni = C_0\,(1 + ni)$

$$\boxed{C_n = C_0\,(1 + ni)} \tag{2.3}$$

(2.1.1) العلاقات بين المعامل

هذه العلاقات يمكن الحصول عليها بسهولة بعد القيام ببعض التحويرات:

عندما نبحث عن رأس المال الأصلي C_0

$$\boxed{C_0 = \frac{C_n}{1 + ni}} \tag{2.4}$$

عندما نبحث عن المدة n

$$\boxed{n = \frac{C_n - C_0}{iC_0}} \tag{2.5}$$

عندما نبحث عن نسبة الفائدة i

$$\boxed{i = \frac{C_n - C_0}{nC_0}} \tag{2.6}$$

مثال رقم (1): نستثمر مبلغ 6000 € في حساب يوفر 3%. أوجد رأس المال النهائي بعد 3 أشهر؟

الحل

$C_0 = 5000$ $i = 0{,}03$ $n = {}^{3}/_{12}$ البحث عن n ؟

$$C_n = 5000\,(1 + \tfrac{3}{12}0{,}03) = 5037{,}50€$$

مثال رقم (2): استثمرنا مبلغ 2500 € لمدة طولها n شهر في حساب يوفر 5%. ما هي مدة هذا الاستثمار إذا كان رأس المال النهائي يقدر بـ 2531,25 ؟

الحل

$C_0 = 2500$ $i = 0{,}05\,;$ $C_n = 2531{,}25$ البحث عنn؟

$$n = \frac{C_n - C_0}{iC_0} = \frac{2531{,}25 - 2500}{0{,}05 \times 2500} = 0{,}25$$ سنة

الإجابة: 0,25 x 12=3 أشهر

مثال رقم (3): أودعنا 2500 € في حساب توفير لمدة 3 أشهر. أوجد نسبة الفائدة إذا كان رأس المال النهائي يبلغ 2531,25 €؟

الحل

$C_0 = 2500$ $n = \frac{3}{12} = 0{,}25\,;$ $C_n = 2531{,}25$ البحث عنi؟

$$i = \frac{C_n - C_0}{nC_0} = \frac{2531{,}25 - 2500}{0{,}25 \times 2500} = 0{,}05$$

الإجابة: 0,05=5%

(2.2) المعدل التناسبي

تمتاز الفائدة البسيطة بكونها تناسبية مع مدة الاستثمار. إذا كانت نسبة الفائدة 12% سنويا فهي مساوية لـ1% شهريا. لكن هذه الخاصية لن تحقق بالنسبة للفائدة المركبة.

المعدل التناسبي هو -إذن- المعدل الذي يحقق نفس العائد (الفائدة البسيطة) لمبلغ محدد خلال مدة محددة.

الرموز:

i_m نسبة الفائدة التي تسدد في الفترة m

الجدول التالي يبين رموز نسب الفوائد حسب الفترة التي يطبق فيها:

الفترة	m	i_m
سنوية	1	i
نصف سنوية	2	i_2
ربع سنوية	4	i_4
شهرية	12	i_{12}

من خلال الجدول المبين أعلاه نستطيع كتابة العلاقة التالية:

$$\underbrace{C_o(1+i_m m)}_{\text{الفوائد البسيطة المدفوعة على عدد } m \text{ مرات}} = \underbrace{C_0(1+i)}_{\text{الفائدة البسيطة السنوية}}$$

وهذا يمكّننا من كتابة العلاقة التي تربط بين m و i :

$$\boxed{i_m = \frac{i}{m}} \qquad (2.7)$$

$$\boxed{i = i_m m} \qquad (2.8)$$

مثال رقم (1): أوجد نسبة الفائدة الشهرية التي تعادل نسبة فائدة سنوية بـ12%؟

الحل

$$i = 12\% \text{ إذا } {}_{12} = \frac{i}{12} = \frac{0,12}{12} = 0,01 = 1\%$$

مثال رقم (2): أوجد نسبة الفائدة الشهرية التي تعادل نسبة فائدة نصف سنوية بـ3%؟

الحل

لدينا $_{2} = 0,03$ ونبحث عن i_{12}. نتحول أولا إلى النسبة السنوية ثم نحولها إلى نسبة شهرية: $i = 2\,i_2 = 0.06$ ثم نتحول إلى النسبة الشهرية:

$$i_{12} = \frac{i}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,005 = 0,5\%$$

(2.3) متوسط معدل الفائدة لعدد من الاستثمارات

لنفترض أنه تم استثمار مجموعة من المبالغ على فترات مختلفة وبنسب فوائد مختلفة أيضا، في هذه الحالة يمكن حساب نسبة الفائدة المتوسطة لمجموع الاستثمارات الذي يرمز له بـT .

C_t : المبلغ المستثمر رقم t.

i_t : نسبة الفائدة المستخدمة رقم t.

n_t : طول فترة الاستثمار رقم t.

k : عدد المبالغ المستثمرة.

T: نسبة الفائدة المتوسطة لجميع المبالغ المستثمرة.

القاعدة التالية تمثل قاعدة المتوسط الحسابي البسيط المرجح:

$$T = \frac{C_1 i_1 n_1 + C_2 i_2 n_2 + \cdots + C_k i_k n_k}{C_1 n_1 + C_2 n_2 + \cdots + C_k n_k}$$

$$\boxed{T = \frac{\sum_{t=1}^{k} C_t i_t n_t}{\sum_{t=1}^{k} C_t n_t}} \qquad (2.9)$$

مثال: أوجد النسبة المتوسطة لمجموعة الاستثمارات التالية:

المبلغ المستثمر	الفترة	النسبة
€ 1000	90 يوما	%3
€ 2000	120 يوما	%4
€ 3000	170 يوما	%5

الحل

$$T = \frac{1000\times0{,}03\times\frac{90}{360}+2000\times0{,}04\times\frac{120}{360}+3000\times0{,}05\times\frac{170}{360}}{1000\times\frac{90}{360}+2000\times\frac{120}{360}+3000\times\frac{170}{360}}$$

$$T = \frac{105}{2333{,}33} = 0{,}045 = 4{,}5\%$$

(2.4) طريقة الأعداد والمقامات الثابتة

نستخدم هذه الطريقة في حال البحث عن مقدار الفائدة الكلية المستخرجة من مجموعة من المبالغ المستثمرة بنسب فوائد متساوية.

الرموز:

C_t : المبلغ المستثمر رقم t.

n_t : طول فترة الاستثمار رقم t.

i :نسبة الفائدة المشتركة بين جميع الاستثمارات.

k : عدد المبالغ المستثمرة.

I_{TOT}: مقدار الفائدة الكلية لجميع الاستثمارات.

يحسب مقدار الفائدة الكلية على النحو التالي:

$$\begin{aligned} I_{TOT} &= C_1 i n_1 + C_2 i n_2 + \cdots + C_k i n_k \\ &= i(C_1 n_1 + C_2 n_2 + \cdots + C_k n_k) \\ &= i \sum_{t=1}^{k} C_t n_t \end{aligned}$$

$$\boxed{I_{TOT} = i \underbrace{\sum_{t=1}^{k} C_t n_t}_{\text{الأعداد}}} \qquad (2.10)$$

مثال: أوجد نسبة الفائدة الكلية لثلاثة مبالغ مستثمرة على النحو التالي:

المبلغ المستثمر	الفترة	النسبة
€ 1000	90 يوما	%3
€ 2000	120 يوما	%3
€ 3000	170 يوما	%3

الحل

$$I_{TOT} = 0{,}03 \times \left(1000 \times \frac{90}{360} + 2000 \times \frac{120}{360} + 3000 \times \frac{170}{360}\right)$$

$$I_{TOT} = 0{,}03 \times 2333{,}33 = 70\text{ €}$$

ملاحظة: هذه الطريقة تستخدم عادة الفترات بالأيام وهو ما مكن – كما يبين المثال– من كتابة الكسر: $\frac{1}{360}$ وبذلك نحصل على:

$$I_{TOT} = \frac{0{,}03}{360} \times 840000 = 70\text{ €}$$

في هذه العملية الحسابية سمي الكسر $\frac{0{,}03}{360}$ بالمقام الثابت وهي التسمية التي وصفت بها الطريقة المبينة.

(2.5) الخصم التجاري

يهدف الخصم التجاري الذي يمنحه البائع للمشتري إلى تشجيع هذا الأخير إلى تسديد التزاماته بأسرع وقت. ويمكن أن نشاهد خصومات تتراوح بين 2% و 5% لتسديد الفواتير في آجال لا تتعدى العشرة أيام أو صافي 30 يوما.

يجب على المشتري أن يستفيد من هذه الخصومات. وفي حال عدم الاستفادة منها فهو بطريقة مباشرة يتحول إلى مقترض بنسبة فائدة عالية طيلة 20 يوما.

الرموز:

C_0 : المبلغ بما في ذلك الخصم.

C_n : المبلغ دون الخصم.

n : المدة دون الاستفادة من الخصم.

t: معدل الخصم.

i : نسبة الفائدة في حال التخلي عن الخصم.

المبلغ بما في ذلك الخصم هو:

$$C_0 = C_n + tC_n = (1-t)C_n$$

مع استخدام القاعدة (3.4) يمكن أن نحصل على:

$$i = \frac{C_n - C_n(1-t)}{nC_n(1-t)} = \frac{1-(1-t)}{n(1-t)}$$

أي:

$$\boxed{i = \frac{t}{n(1-t)}} \qquad (2.11)$$

من خلال هذه المعادلة يتبين أن نسبة الفائدة الضمنية (i) يحددها معدل الخصم نفسه وكذلك المدة الزمنية التي انقضت دون الاستفادة من الخصم.

مثال: أوجد نسبة الفائدة الضمنية المتعلقة بخصم يساوي 1% لمدة زمنية لا تتعدى 10 أيام أو صافي 30 يوما.

الحل

$t = 0{,}01$ و يوما دون خصم $20 = \frac{20}{360} = n$

وهكذا فإن: $i = \frac{0{,}01}{20/360\times(1-0{,}01)} = \frac{0{,}01}{0{,}055} = 0{,}1818 \simeq 18\%$

(2.6) التمارين

1- استثمرنا مبلغ 2000 € خلال الفترة الممتدة من 10 يناير إلى 8 سبتمبر 2005 في حساب يوفر 3% سنويا. أوجد مقدار الفائدة التي حصلنا عليها في هذه العملية مستخدما أساس 30/ 360 وأساس صحيح/ 365؟

2- استثمرنا مبلغ 5000 € خلال الفترة الممتدة من 5 مارس إلى 15 أغسطس 2005 في حساب يوفر 2% نصف سنويا. أوجد المبلغ (رأس المال) النهائي الذي حصلنا عليه في هذه العملية مستخدما أساس 30/ 360 وأساس صحيح/ 365؟

3- استثمرنا مبلغ 3000 frs (فرنك سويسري) بنسبة فائدة 3% كل نصف سنة فحصلنا في نهاية المطاف على مبلغ قدره 3035 frs. ما هي المدة المنقضية على استثمار المبلغ المذكور بالأشهر والأيام؟ (استخدم أساس 30/ 360).

4- استثمر مبلغ 5000 € من الفترة المتراوحة بين 1 يناير و14 سبتمبر 2005 فأنتج مبلغا آخر قدره 5140 €.أوجد نسبة الفائدة السنوية المستخدمة في هذه العملية؟ (أساس 30/ 360).

5- اقترضنا مبلغ 6000 frs بنسبة فائدة 4.5% في 1 أبريل. إذا رغبنا في تسديد مقدار فائدة لا يتعدى 100 frs فما هو تاريخ إرجاع القرض؟ (أساس 30/ 360).

6- ما هي نسبة الفائدة الربع سنوية المعادلة لنسبة الفائدة الشهرية المقدرة بـ1%؟

7- استثمر مبلغ 1000€ لمدة 3 أشهر فأنتج فائدة مقدارها 36 €. ما نسبة الفائدة الشهرية لهذه العملية؟ (أساس 30/ 360).

8- اشترينا آلة ودفعنا 30% من سعرها عند التسليم أما الباقي فقد تقرر تسديده بعد 3 أشهر بفائدة تأخير تقدر بـ210€ .أوجد نسبة الفائدة الموظفة إذا سددنا مبلغ 2400€ عند التسليم؟

9- يمتلك شخص مبلغا كبيرا في حساب يوفر له 4% . إذا كان الشخص يقوم بسحب مبلغ شهري بـ4000€ دون أي تأثير في مقدار هذا المبلغ. فما هي قيمة المبلغ الموجود في الحساب؟ (أساس 30/ 360).

10- استثمر شخص مبلغ 3000 frs بنسبة فائدة 3%.بعد فترة سحب المبلغ المستثمر بفوائده. إذا علمت أن البنك أخذ عمولة تقدر بـ frs30 وأن المبلغ الإضافي الذي سحب يعادل المبلغ المستثمر في بداية الفترة. احسب فترة الاستثمار؟ (أساس 30/ 360).

11- احسب نسبة الفائدة المتوسطة للمبالغ المستثمرة التالية المودعة في سنة 2004 (أساس 30/ 360):

مبلغ الاستثمار	الفترة	النسبة
frs 8000	من 1 يناير إلى 31 مارس	%3
frs 6000	من 1 يناير إلى 30 يونيو	%3,5
frs 4000	من 1 يونيو إلى 30 سبتمبر	%4

12- احسب نسبة الفائدة المتوسطة للمبالغ المستثمرة التالية:

مبلغ الاستثمار	الفترة	النسبة
X	N2	I
X2	N	i2

13- استخدم طريقة الأعداد أساس 30/ 360 لإيجاد مقدار الفائدة الإجمالية لمجموعة الاستثمارات التالية المودعة بنسبة 3,75%:

مبلغ الاستثمار	الفترة
frs 4000	من 01.02.05 إلى 15.03.05
frs 4400	من 01.02.05 إلى 31.10.05
frs 4800	من 01.02.05 إلى 31.12.05

14- استثمر رأس مال بنسبة فائدة 4% فأنتج 3080 frs. واستثمر نفس المبلغ بنسبة فائدة 5% فأنتج 3100 frs.أوجد كلاً من مدة الاستثمار ومقدار رأس المال المستثمر؟ (أساس 30/ 360).

15- ■ استثمر مبلغان يقدر إجماليهما بـ10000 € الأول بنسبة فائدة x% والثاني بنسبة فائدة $(x+1)$%. وتقدر أرباح الفائدة من الاستثمار الأول بـ240 € بينما تقدر بالنسبة للاستثمار الثاني بـ200 € فقط. أوجد هاتين النسبتين وكذلك مقداري الاستثمارين. (أساس 30/ 260).

16- ■نودع مبلغ x عند بداية كل شهر في حساب توفير بنكي يوفر لنا 4%. (أساس 30/ 360).

(أ) ما هو المبلغ المتحصل عليه في نهاية الشهر الرابع؟

(ب) ما هو المبلغ المتحصل عليه في نهاية الشهر n؟

نصيحة: مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتهي في n تساوي $\frac{(n+1)}{2}$

17- احسب النسبة الضمنية i المتعلقة بخصم يساوي 2% على تأخير تسديد يقدر بـ 10 أيام أو 60 يوما صافيا.