

## القروض

### Les Emprunts

يلجأ الأشخاص والمؤسسات في كثير من الأحيان إلى الاقتراض كوسيلة للتمويل. هذا الفصل يعرف أهم أنواع القروض التي نعرضها في الحياة العملية والقواعد التي تميزها.

ينتهي الفصل بالقروض السنوية التي نعرض من خلالها العمليات الحسابية على السندات.

#### (5.1) التعريفات والرموز

في هذه الفقرة نهتم بالقروض غير المجزأة أي القروض الصادرة عن مقرض واحد وهو عادة المؤسسة المالية، أما الفقرة الأخيرة فهي مخصصة لقروض السندات حيث يتدخل مجموعة من المقرضين.

أهم الأسئلة المتعلقة بالقروض هي:

- معرفة وضع الدين في كل لحظة.
- معرفة المبلغ المطلوب سداؤه في كل فترة.
- معرفة الفائدة الموجبة عند كل فترة.

المبالغ التي يتم إرجاعها في إطار التمتع بالقروض تسمى أقساط. يشمل القسط الجزء المتعلق بالسداد (يسمى كذلك الاستهلاك المالي) والجزء المتعلق بالفائدة.

$$(5.1) \quad \text{القسط} = \text{الاستهلاك} + \text{الفوائد}$$

تعتبر عملية تجزئة القسط إلى جزئين هما: الاستهلاك والفوائد من أهم المفاهيم المستخدمة في الإدارة المالية وكذلك في المحاسبة. حيث يعتبر الجزء من القسط والمتعلق بالاستهلاك سداداً للدين، وهذا يميزه عن الجزء الثاني المتعلق بالفائدة والتي تعتبر تكلفة مالية.

يتم تدوين القسط في الدفاتر المحاسبية على النحو التالي:

الاستهلاك      دين وفورات مقداره  $X$

الفوائد      تكاليف مالية وفورات

سوف ندرس في الفقرة التالية ثلاثة أنواع من القروض:

- القروض التي يتم سدادها في آجال محددة.
- القروض التي يتم سدادها باستهلاك ثابت.
- القروض التي يتم سدادها بأقساط ثابتة (الأكثر استخداماً).

الرموز:

$i$  نسبة الفائدة السنوية للقروض.

$C$  المبلغ المقرض.

$n$  مدة القرض بالسنوات.

$C_k$  المبلغ المتبقي من القرض في بداية السنة  $k$ .

$R_k$  المبلغ الذي تم سداه (الاستهلاك) في نهاية السنة  $k$ .

$I_k$  مقدار الفائدة التي تم سداها في نهاية السنة  $k$ .

$S_k$  الاستهلاك التراكمي في نهاية السنة  $k$ .

$A_k$  القسط المسدد في نهاية السنة  $(k A_k = R_k + I_k)$ .

ملاحظات:

نتعامل هنا مع القروض السنوية. أما إذا أردنا التعامل مع قروض تسدد بأقساط مدتها  $m$ ، فيكفي أن نغير نسبة الفائدة السنوية إلى النسبة المعادلة باستخدام القاعدة (3.9) وهي:  $i_m = (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1$ . ثم نكتب الفترة السنوية بدلالة  $m$  أي  $mn$ .

الأقساط الشهرية الثابتة تسمى الشهرية. اصطلاحاً نعرف في حساب القروض الفترة وليس العصر أو العهد، حيث إن القرض يبدأ في الفترة الأولى وهذا ما يمكن من التعبير عن رأس المال الأصلي بالرمز  $C_0$  وليس  $C_1$ .

### (5.2) القروض ذات الآجال الثابتة

في السنة الأولى من القرض يتضمن القسط الجزء المتعلق بالفائدة فقط. وفي السنة الثانية يتضمن الفائدة مع إجمالي المبالغ المطلوبة لسداد القرض. هذا النموذج من استهلاك القرض يستخدم خاصة في السندات التي سندرسها لاحقاً. القواعد التالية تمكن من إيجاد جميع العناصر المكونة لجدول الاستهلاك:

$$C_k = C \quad \forall k \quad (5.2)$$

$$R_k = S_k = \begin{cases} 0 & k < n \\ C & k = n \end{cases} \quad (5.3)$$

$$I_k = iC_k \quad (5.4)$$

$$A_k = R_k + I_k \quad (5.5)$$

مثال: قرض بمبلغ € 1000 وبنسبة فائدة 10% يسدد في أجله بعد أربع سنوات.  
المطلوب إعداد جدول الاستهلاك وحساب تكلفة القرض

الحل

الفترة	حالة الدين	الاستهلاك	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	القسط
$k$	$C_k$	$R_k$	$S_k$	$I_k$	$A_k$
1	1000	0	0	100	100
2	1000	0	0	100	100
3	1000	0	0	100	100
4	1000	1000	1000	100	1100

تكلفة القرض تمثل مجموع الفوائد أي € 400

(5.3) القروض ذات الاستهلاكات الثابتة

المبلغ المسدد ثابت؛ أي أن المبلغ هو نفسه من سنة إلى أخرى ، القواعد

التالية تمكن من إيجاد أي عنصر من عناصر جدول الاستهلاك:

$$C_k = (n - k + 1) \frac{C}{n} \quad (5.6)$$

$$R_k = R = \frac{C}{n} \quad (5.7)$$

$$S_k = k \frac{C}{n} \quad (5.8)$$

$$I_k = iC_k \quad (5.9)$$

$$A_k = R_k + I_k \quad (5.10)$$

مثال: قرض بمبلغ € 1000 وبنسبة فائدة 10% يسدد في أجله بعد أربع سنوات.  
المطلوب إعداد جدول الاستهلاك وحساب تكلفة القرض.

الحل

الفترة	حالة الدين	الاستهلاك	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	القسط
$k$	$C_k$	$R_k$	$S_k$	$I_k$	$A_k$
1	1000	250	250	100	350
2	750	250	500	75	325
3	500	250	750	50	300
4	250	250	1000	25	275

تكلفة القرض تمثل مجموع الفوائد أي € 250

#### (5.4) القروض ذات الأقساط الثابتة

وهي الحالة الأكثر شيوعا. وتستخدم هذه الحالة من قبل غالبية المؤسسات المانحة للقروض الصغيرة والإيجار المالي، فالشخص المقرض يعلم مسبقا مقدار المبالغ التي عليه تسديدها من سنة إلى أخرى. هذا المقدار هو في الواقع حاصل المعادلة الأكتوارية التالية:  $C = Aa_{\overline{n}|}$  والتي سندرسها في الفصل القادم. القواعد التالية تمكن من إيجاد أي عنصر من عناصر جدول الاستهلاك:

$$A_k = A = \frac{C}{a_{\overline{n}|}} \quad (5.11)$$

$$C_k = Aa_{\overline{n-k+1}|} \quad (5.12)$$

$$R_k = A - iC_k \quad (5.13)$$

$$S_k = Av^n s_{\overline{n}|} \quad (5.14)$$

$$I_k = iC_k \quad (5.15)$$

مثال رقم (1): قرض بمبلغ € 1000 وبنسبة فائدة 10% يسدد في أجله بعد أربع سنوات. المطلوب إعداد جدول الاستهلاك وحساب تكلفة القرض

الحل

تم اختزال المنازل العشرية لجميع الأرقام:

الفترة $k$	حالة الدين $C_k$	الاستهلاك $R_k$	الاستهلاك المتراكم $S_k$	الفائدة $I_k$	القسط $A_k$
1	1000	215	215	100	315
2	785	237	452	78	315
3	548	261	713	55	315
4	287	287	1000	29	315

تكلفة القرض تمثل مجموع الفوائد؛ أي € 262. وهذه النتيجة يمكن أن

نحصل عليها من خلال:  $nA - C$

مثال رقم (2): عرضت مؤسسة مالية الشروط التالية للحصول على قرض: نسبة الفائدة:

9%، المبلغ المقرض: 90000 frs مدة القرض: 5 سنوات والأقساط تسدد شهريا.

أوجد القسط الشهري وكذلك جميع العناصر المدرجة بالسطر رقم 13 من جدول الاستهلاك

الحل

نبدأ أولا بحساب:  $i_{12} = (1 + 0,09)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,007207323$  والمدة

بالأشهر نكتبها كالآتي شهرا 60 = 5 × 12 = n ثم يتم حساب  $a_{\overline{60}|}$  بنسبة فائدة

0,007207323 وهو ما يعطي:  $a_{\overline{60}|} = 48,57123807$

القسط المطلوب هو - إذن -  $A = \frac{50/000}{a_{\overline{60}|}} = \frac{50/000}{48,57123807} = 1'029,40$  frs

السطر الثالث عشر لجدول الاستهلاك (القسط الأول في السنة الثانية)

يكتب على النحو التالي:

$$C_{13} = Aa_{\overline{60-13+1}|} = 1029,4158a_{\overline{48}|} = 41'645,40 \text{ frs}$$

$$S_{13} = Av^n s_{\overline{13}|} = 9083,90 \text{ frs}$$

$$I_{13} = iC_{13} = 300,15 \text{ frs}$$

$$A_{13} = A = 1029,40 \text{ frs}$$

إكسل 

في برنامج إكسل لا توجد قواعد تمكن من الحصول على القيم المختلفة لجدول الاستهلاك. في المقابل يمكن بسهولة إعداد جداول الاستهلاكات باتباع الخطوات التالية:

(أ) القرض ذو الاستهلاك الثابت

نبدأ بحساب القيمة:  $R = \frac{C}{n}$  والتي نقوم بنسخها لجميع الفترات، بالنسبة للفترة الأولى نستخدم المعادلة:  $C_1 = C$ . وبالنسبة لبقية الفترات نسحب رأس المال المتبقي باستخدام المعادلة:  $C_k = C_{k-1} - R_{k-1}$ . ثم نستعمل الرمز  $iC_k$  ملء العمود المخصص للفائدة. أما عمود القسط  $A_k$  فيمكن إيجاده من خلال القاعدة:  $A_k = R_k + I_k$ . بالنسبة للسنة الأولى الاستهلاك المتراكم يساوي استهلاك الفترة  $(S_1 = R_1)$ . أما بالنسبة للفترات الأخرى يمكن استخدام المعادلة التالية:  $S_k = S_{k-1} + R_k$

(ب) القرض ذو القسط الثابت

نبدأ بحساب القيمة  $A = \frac{C}{a_{\overline{n}|}}$  التي نقوم بنسخها لجميع الفترات. بالنسبة للفترة الأولى نجد:  $C_1 = C$ . أما الفترات اللاحقة الأخرى فنحسب رأس المال المتبقي من خلال العلاقة:  $C_k = C_{k-1} - R_{k-1}$  ثم نستخدم القاعدة  $iC_k$  لحساب الفوائد. أما الحقل الذي يحتوي على الاستهلاك  $A_k$  فهو حاصل العلاقة التالية:  $R_k = A_k - I_k$ . كذلك بالنسبة للفترة الأولى، الاستهلاك المتراكم يساوي استهلاك الفترة  $(C_1 = R_1)$  وبالنسبة لبقية الفترات نستخدم العلاقة:  $S_k = S_{k-1} + R_k$ .

## (5.5) القروض السندية

على عكس القروض الشخصية أو الفردية فإن السندات تستدعي مجموعة كبيرة من المقرضين نسميهم المساهمين، وهؤلاء المساهمون يحصلون مقابل المبالغ التي أقرضوها على شهادات تسمى سندات. كل سند هو ممثل بجزء نسبي من القرض ويتم إدراجه في السوق المالية (البورصة). يقتصر طرح مثل هذه القروض على الشركات الكبرى حيث يمكن من جمع مبالغ مالية ضخمة. السند هو أداة دين مالية قابلة للتفاوض تصدرها هيئة عمومية (الدولة، منظمة حكومية أو أهلية) ويمثل جزء من قرض طويل الأجل وتعطي هذه الأداة صاحبها أحقية استلام الأرباح (الفوائد) التي تصرف في الغالب سنويا كما تعطيه أحقية استرجاع المبلغ المقرض عند انقضاء الأجل.

أهم خصائص السندات

القيمة الاسمية للسند وهي القيمة التي تحسب على أساسها الفوائد.  
 العائد الاسمي وهي نسبة الفائدة الاسمية التي تمكن من حساب الفائدة الموظفة على القيمة الاسمية لسند والتي يتم صرفها للمساهمين.  
 كذلك نسمي الفائدة الموظفة على سند عائد الكوبون Coupon Interest.  
 سعر الطرح أو سعر الاكتتاب هو السعر الفعلي المدفوع من المساهم ليصبح ممتلكا لسند. غالبا يتم طرح السند بحسب القيمة الاسمية أو أقل.  
 عائد الاستحقاق Yield to Maturity هو المبلغ الفعلي الذي يتم صرفه للمقرض عندما يحين موعد استحقاق السند. هذا الاستحقاق من المتوقع أن يكون مساويا للقيمة الاسمية أو أكثر.  
 يتم صرف الاستحقاق لجميع السندات في أغلب الحالات مرة واحدة على إثر انتهاء عملية الاقتراض. ونسمي عملية الاسترداد هذه إن فاين 'in fine'.

وهو ما يرجعنا إلى القرض ذي الأجل الثابت فقرة (5.2). في كل سنة يتم دفع الكوبون فقط. وهذا يمثل بالنسبة للمقرض تكاليف مالية مهمة في نهاية آخر أجل. بسبب التعقيدات الإدارية فإن استحقاق الأقساط الثابتة لم يعد مستخدماً، وبالتالي لن يتم التطرق إليه.

الرموز:

$C$  القيمة الاسمية للسند.

$N$  عدد السندات التي تم طرحها.

$n$  المدة المتبقية للاستحقاق.

$i$  نسبة الفائدة الاسمية للسند.

$c$  الكوبون ( $c = iC$ ).

$E$  سعر الطرح أو المساهمة.

$R$  سعر الاستحقاق.

$x$  معدل العائد الأكتواري ( $ARR$ ).

$P$  السعر الحالي للسند.

مثال: أصدرت إحدى الشركات سندات في شهر يونيو 2004 تنتهي بعد 10 أعوام بقيمة 3000000 يورو و300 سند أي بحساب 10000 يورو كقيمة اسمية للسند الواحد. نسبة التغطية: 99.5%. الاستحقاق بالقيمة الاسمية عند الأجل. العائد الاسمي: 4.5%. أوجد مختلف الرموز.

الحل

القيم المطلوبة هي التالية:

$$C = 10000 \quad N = 300 \quad CN = 3000000 \quad n = 10 \quad i = 0,045 \\ E = 0,995 \times 10'000 = 9950 \quad R = 10000 \quad c = 450$$

## (5.5.1) سعر السند عند الاستحقاق

في كل لحظة، يمكن حساب سعر السند الذي يساوي القيمة الحالية للكوبونات زائد عائد الاستحقاق على السند. ويتم تحديد القيمة الحالية على حسب نسبة الفائدة الحالية المستخدمة في سوق السندات لسندات مماثلة وبنفس المدة. وبالتالي إذا كانت المدة المتبقية  $n$  سنة فإن السعر الحالي للسند بنسبة فائدة  $i$  تساوي:

$$P = ca_{\overline{n}|i} + Rv^n \quad (5.16)$$

أي أن السعر الحالي للسند هو مجموع القيمة الحالية للكوبونات المستقبلية زائد القيمة الحالية لعائد الاستحقاق إن فاين *in fine*  
مثال: احسب السعر الحالي للسند إذا توفر لديك المعلومات التالية:

نسبة الفائدة السوقية: 4% الكوبونات السنوية تساوي 450 *frs*.  
الاستحقاق على القيمة الاسمية بعد 5 سنوات: 10000 *frs*.

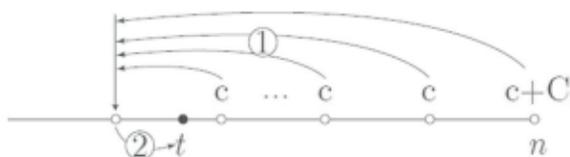
الحل

السعر الحالي للسند يتم تحديده من خلال القاعدة:

$$P = 450a_{\overline{5}|i} + 10'000v^5 = 10'222,60 \text{ frs}$$

## (5.5.2) سعر السند في تاريخ معين

إذا كنا نبحث عن سعر السند في تاريخ مختلف عن تاريخ صرف الكوبون، فإن أسهل طريقة لعمل ذلك تتمثل في حساب الخصم على سعر السند قبل سنة من صرف الكوبون القادم ① ثم حساب العائد على رأس المال للقيمة المتحصل عليها إلى حين تاريخ صرف الكوبون ②. الرسم البياني التالي يوضح هذه الطريقة:



مثال: أوجد السعر الحالي للسند إذا توفر لديك المعلومات التالية:  
نسبة الفائدة السوقية: 7% الكوبونات السنوية تساوي 400 € لقيمة  
اسمية تساوي 5000 €. متبقي 6 كوبونات على السند والكوبون القادم يحل أجله  
بعد 3 أشهر.

الحل

نبدأ بحساب:

$$400a_{\overline{5}|} + 5000v^6 = 5'238,33 \quad (1)$$

(2) نحسب العائد على رأس المال لهذه القيمة بعد فترة 9 أشهر:

$$5'238,33 \times 1,07^{9/12} = 5511,00 \text{ €}$$

(5.5.3) معدل العائد الأكتواري

معدل العائد الأكتواري  $x$  يعرف بأنه العائد الذي يحقق المعادلة التالية

بدلالة المدة المتبقية للاستحقاق  $n$ :

عند الطرح:

$$E = ca_{\overline{n}|} + Rv^n \quad (5.17)$$

في تاريخ معين:

$$P = ca_{\overline{n}|} + Rv^n \quad (5.18)$$

وهذه القاعدة يمكن كتابتها على الشكل:

$$E = \frac{c}{1+x} + \frac{c}{(1+x)^2} + \frac{c}{(1+x)^3} + \dots + \frac{c}{(1+x)^n} + \frac{R}{(1+x)^n} \quad (5.19)$$

القيمة الحالية للكوبونات المستقبلية in fine القيمة الحالية للاستحقاق

مثال: أوجد معدل العائد الأكتواري عند الطرح لسند معرف من خلال البيانات التالية:

الكوبونات السنوية: € 450 القيمة الاسمية €10000، سعر الطرح 9950 € وتاريخ الاستحقاق بالقيمة الاسمية بعد عشر سنوات.

الحل رقم (1): طريقة التصنيف

باستخدام طريقة التصنيف المبينة في الفقرة 17.4.1 يجب إبراز هذه المعادلة على الصورة الجبرية التالية:

$$f(i) = 450 \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10}}{i} + 10'000 \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10} - 9'950 = 0$$

نضع أولاً كقيم مبدئية مثلاً:  $a = 0,01$   $b = 0,1$  ؛ حيث  $f(a)f(b) < 0$

الجدول التالي يؤدي في نهاية العملية رقم عشرين إلى الحل:

$f(m)f(b)$	$m$	$b$	$n$
$>0$	,0550	,10	,010
$\triangleleft 0$	,03250	,0550	,010
$\triangleleft 0$	,043750	,0550	,03250
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$>0$	<b>0,045633984</b>	,0456341550	,0456338120

الحل هو إذاً:  $i = 4,5634\%$

الحل رقم (2): طريقة النقطة الثابتة

لكي تتمكن من استخدام هذه الطريقة يجب تحويل المعادلة (5.18) لتأخذ

الصورة:  $i = f(i)$  وهذا الأسلوب الذي يمكن اتباعه:

$$P = ca_{\overline{n}|i} + Rv^n$$

$$P = ca_{\overline{n}|i} + R(1 - ia_{\overline{n}|i})$$

$$P = R + (c - Ri)a_{\overline{n}|i}$$

$$i = f(i) \text{ عزل } i \text{ للحصول على العلاقة على } i = \frac{c}{R} - \frac{P-R}{Ra_{\overline{n}|i}}$$

وهكذا فإن العلاقة المطلوبة هي:

$$i = \frac{450}{10000} - \frac{9950 - 10000}{10000a_{\overline{10}|i}}$$

والتي يمكن كتابتها أيضا:

$$i = 0,045 + \frac{0,005}{a_{\overline{10}|i}}$$

انطلاقا من قيمة معينة لـ  $i$  مثلا:  $i = 0,1$  نتجه بسرعة إلى الحل النهائي

على النحو التالي:

$f(i)$	$i$	$n$
,0458137270	,10	0
,0456344250	,0458137270	1
,0456338670	,04456344250	2
,0456338650	,04563388670	3
<b>0,045633865</b>	,0456338650	4

الحل هو إذا:  $i = 4,5634\%$



الحل رقم (3): استخدام إكسل

لاستخدام هذه الطريقة المبنية في الفقرة رقم (17.4.3) نكتب القاعدة

القاعدة التالية ثم نستخدم الأمر أستهداف Goal Seek:

	A	B	C	D
1	$i$	السعر		
2	0,1	$=450 * PV(A2, 10, -1, 0, 0) + 10000 * (1 + A2)^{-10} - 9950$		
3				



وهو ما يعطينا الحل الآتي:  $i = 4,5634\%$



الحل رقم (4): استخدام الآلة الحاسبة تي آي-83

لاستخدام هذه الطريقة المبينة في الفقرة (17.4.3)، نكتب القاعدة التالية

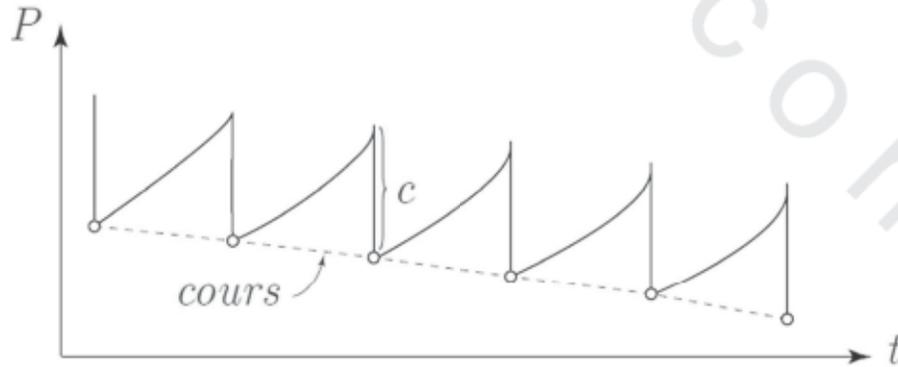
في محرر الحل Solver editor:

بالضغط على **SOLVER** **ALPHA** نحصل على نسبة الفائدة السوقية التي

نبحث عنها:  $i = 4,5634\%$

(5.5.4) سعر التداول

يتغير سعر التداول للسند بتغير الزمن على النحو التالي:



نلاحظ نموا للسعر في الفترة الموجودة بين تسديد قيمة الكوبونات ثم تراجعاً للسعر عند صرف قيمة الكوبونات. وهذا التذبذب في سعر السند لديه بلا شك تأثير غير مرغوب فيه لدى المستثمرين. لذلك فإن عبارة سعر التداول يقصد بها أن السعر يتغير من فترة إلى أخرى.

هذا السعر المبين من خلال السطر المنقط في الرسم يمكن من إظهار تطور منتظم لسعر السند. ويعرف السعر من خلال المعادلة التالية التي تكتب بدلالة الجزء  $f$  من السنوات المنقضية على السند:  $0 < f < 1$

$$\text{السعر} = P - fc \quad (5.20)$$

العبارة  $fc$  ترمز إلى الفوائد الجارية.

يكتب سعر السند كذلك وفي أغلب الأحيان في صورة نسبة مئوية (%) للقيمة الاسمية  $C$  للسند وهو ما يمكن بيانه على الشكل التالي:

$$\frac{\text{السعر}}{C} = \frac{\text{السعر}}{C} \times 100 \quad (5.21)$$

مثال: احسب سعر التداول لسند في صورة نسبة مئوية إذا علمت أن القيمة الاسمية للسند تساوي € 2000 والكوبونات السنوية تبلغ € 150. السعر الحالي للسند يبلغ € 2180 والكوبون القادم يصرف بعد شهرين.

الحل

مرت 10 أشهر على صرف آخر كوبون، وبالتالي:

$$\text{السعر} = 2180 - \frac{10}{12} \times 150 = 2055 \text{ €}$$

يكتب سعر التداول في صورة نسبة مئوية إذا تمت قسمة السعر على

$$\frac{2055}{2000} \times 100 = 102,75 \% \text{ القيمة الاسمية للسند:}$$

(5.5.5) القيم الحالية للفوائد المستقبلية ولعائد الاستحقاق:

القيمة الحالية للفوائد المستقبلية تتغير تبعا لتغير نسبة الفائدة السوقية. وهو ما يؤثر بدوره على القيمة الحالية للاستحقاق.

القيمة الحالية (أو الحاضرة) للسند هي مجموع القيم الحالية للفوائد الناتجة عن امتلاك السند زائد قيمة الحالية للاستحقاق.

مثال: احسب القيمة الحالية لسند مجزأ بين القيمة الحالية للفوائد المستحقة واستحقاق القيمة الاسمية معتمدا على البيانات التالية:

نسبة الفائدة السوقية: 4%. الكوبونات السنوية: 450 frs الاستحقاق

على القيمة الاسمية بعد خمس سنوات يبلغ: 10000 frs

الحل

نستخدم القاعدة التالية لحساب سعر السند:

$$P = 450a_{\overline{5}|v} + 10000v^5 = 10222,60 \text{ frs}$$

تساوي:

$$10000v^5 = 8219,27 \text{ frs}$$

$$450a_{\overline{5}|v} = 2003,33 \text{ frs} \text{ هي القيمة الحالية للفوائد المستقبلية}$$

تجد مثل هذه المفاهيم (القيم الحالية للفوائد المستقبلية والاستحقاق) في مجال التوثيق وخصوصا في العمليات المتعلقة بتقسيم الإرث ميدانا خصبا للتطبيق.

حيث إن كل ممتلك أو رأس مال يمكن تقسيمه إلى قسمين: حق الانتفاع

(القيمة الحالية للفوائد المستقبلية) والقيمة الصافية للممتلك (القيمة الحالية للاستحقاق). عند وفاة صاحب الحق في الانتفاع فإن مالك القيمة الصافية

للممتهلك يسترجع كامل حقوقه. مثلاً: في حالة العقار صاحب الحق في الانتفاع له حق استغلال العقار بفوائده وغلته بينما صاحب القيمة الصافية للعقار ليس إلا مالكا له.

مثال: باعت أم في عمر 70 عاما (بمعدل حياة يقدر بـ 15 سنة) وولدها مسكناً بلغت قيمته 800000 *frs*. الأم تعتبر صاحبة حق الانتفاع بينما الولد هو في حقيقة الأمر صاحب الاستحقاق (مالك المسكن). إذا عملت أن قيمة المسكن الاستثنائية تساوي 5%، ما هو نصيب كل من الأم والولد في المبلغ المتحصل عليه من عملية البيع علماً بأن نسبة الفائدة تبلغ 3%؟

الحل

لنرمز إلى  $X$  نصيب الولد (صاحب قيمة الاستحقاق). نستطيع وضع

$$800000 = 40000a_{\overline{15}|} + Xv^{15}$$

$$X = 502417,37$$

نصيب الولد:

$$502417,37v^{15} = 322482,00 \text{ frs}$$

نصيب الأم:

$$40000a_{\overline{15}|} = 477517,40 \text{ frs}$$

### (5.6) التمارين

1- قرض يقدر بـ 100000 € يسترجع بمبلغ واحد يساوي 110000 € خلال أربع سنوات. أوجد نسبة الفائدة المستخدمة.

2- قرض بمبلغ 6000 *frs* يسترجع عبر قسطين: الأول بقيمة 3000 *frs* بعد سنة والثاني بقيمة 4000 *frs* بعد سنتين.

- (أ) احسب نسبة الفائدة السنوية للقرض.
- (ب) أوجد جدول الاستهلاك لهذا القرض.
- 3- أوجد السطر الخامس لجدول الاستهلاك لقرض باستهلاك ثابت يبلغ 12000 *frs* علما بأن مدة القرض 5 سنوات ونسبة الفائدة السنوية 9.5%. الأقساط تسدد كل ثلاثة أشهر.
- 4- لدينا مقدار القسط الخامس الذي بلغ 222 € لقرض يسدد باستهلاكات ثابتة، أما القسط السادس فقد بلغ 210 € كما بلغت نسبة الفائدة: 8%. أوجد المدة وكذلك مقدار المبلغ المقرض؟
- 5- بين أن عملية استرداد القرض بأقساط ثابتة تمثل رياضيا متوالية هندسية أساسها  $r = 1 + i$ .
- 6- يسدد دين قيمته 40000 € على 10 أقساط سنوية ثابتة بمقدار  $X$ . أول قسط يتم دفعه بعد عشر سنوات.
- (أ) أوجد معادلة التوازن الأكتواري.
- (ب) أوجد القيمة  $X$  إذا كانت نسبة الفائدة السنوية تساوي 7%.
- 7- يسدد قرض في مدة عشر سنوات بأقساط ثابتة وبمعدل قسط واحد كل سنتين. أوجد السطر الثالث من جدول الاستهلاك إذا كانت نسبة الفائدة المستخدمة تقدر بـ 8% ومبلغ الدين يقدر بـ 15000 €.
- 8- قرض يتم تسديده بأقساط ثابتة عددها 10. يبلغ الاستهلاك الثالث 782 €. والاستهلاك السادس يبلغ 1012,7 €.
- (أ) أوجد نسبة الفائدة السنوية.
- (ب) أوجد مقدار القرض.
- (ج) أوجد مقدار المبلغ المتبقي من القرض بعد تسديد القسط السابع.

(د) أوجد السطرين الأخيرين من جدول الاستهلاك.

9- قرض مقداره € 100000 ونسبة فائدته 4,30%، بينما بلغت الأقساط الشهرية

€750,64. احسب نسبة الفائدة الفعلية التي يتحملها المقرض إذا أخذنا في

الاعتبار تكلفة 800 € مقابل مصاريف إدارية موظفة من قبل المؤسسة المالية.

10- أوجد السطر الثاني عشر من جدول الاستهلاك لقرض مقداره 35000 frs

يتم استرجاعه بأقساط ثابتة مدتها 5 سنوات. نسبة الفائدة السنوية للقرض:

9,5%.

11- ■ قرض يبلغ € 100000 بنسبة فائدة 9% يسترجع في مدة 15 سنة بأقساط

ثابتة. بعد تسديد القسط السادس، قرر المقرض خفض نسبة الفائدة إلى 8%

لبقية الأقساط.

(أ) ما هو مقدار القسط الجديد؟

(ب) كم عدد الأقساط المتبقية إذا واصلنا تسديد نفس مقدار القسط

الأول وكم يبلغ مقدار القسط الأخير؟

12- ■ عجز أحد العملاء عن دفع القسط الشهري الخامس عشر لقرض يبلغ

€ 30000 (أقساط ثابتة لمدة خمس سنوات). يرغب العميل في تمديد مبلغ

الدين المتخلد بذمته على فترة 10 سنوات. احسب القسط الشهري الجديد

إذا كانت نسبة الفائدة السنوية تبلغ 9,5%.

13- عجز أحد العملاء عن دفع القسط الشهري الخامس عشر لقرض يبلغ 30000

€ (أقساط ثابتة لمدة خمس سنوات). في المقابل فهو قادر على دفع 60% مما

يدفعه الآن. وافق المسؤول البنكي على إعادة جدولة الدين لهذا العميل

بمنحه مدة تسديد أطول. إذا علمت ان نسبة الفائدة السنوية تبلغ 9,5%.  
أوجد عدد الأقساط وكذلك مقدار القسط النهائي الجزئي.

14- ★ شاهدا نيكولا وسيستيان الإعلان التالي: يمنحك بنك قروسو' يقترح عليكم قرضا لمدة أربع سنوات بنسبة فائدة سنوية 9,85% وبأقساط أو استهلاكات ثابتة. فقام الرجلان باقتراض نفس المبلغ من البنك. نيكولا اختار نظام الاقتراض باستهلاكات ثابتة بينما اختار سيستيان نظام القسط الثابت. بعد فترة قال نيكولا لسيستيان: لقد سددت الآن نفس القسط الذي تقوم أنت بتسديده. هل تستطيع تحديد تاريخ بداية الاقتراض عند الطرفين؟

15- ★ أقرضت إحدى المؤسسات البنكية رجلا يدعى 'دونيس' مبلغا وطلبت منه إرجاعه في مدة عشر سنوات بدون فوائد وبالطريقة التالية:

- في نهاية السنة الأولى يرجع نصف المبلغ.
  - في نهاية السنة الثانية يرجع ثلث المبلغ المتبقي.
  - في نهاية السنة الثالثة يرجع ربع المبلغ المتبقي.
  - ...
  - في نهاية السنة التاسعة يرجع عشر المبلغ المتبقي.
  - في نهاية السنة العاشرة يرجع المبلغ المتبقي وهو € 300.
- إذا علمت أن جميع العمليات تتم بأرقام صحيحة وبال يورو. ما هو المبلغ المقرض لـ 'دونيس'؟

16- يحصل مالك أحد السندات على مبلغ 80 € في نهاية السنوات 2005 و 2006 و 2007 و 2008 و 2009 وعلى مبلغ نهائي يقدر بـ 2080 € في نهاية السنة

2010. ما هو سعر هذا السند بتاريخ 1.1.2005 الذي يمكن من تحقيق معدل عائد يساوي 6%؟

17- تبلغ القيمة الاسمية أحد السندات *frs* 5000 وتحقق نسبة فائدة سنوية تقدر بـ 7%. وهي مستحقة بالقيمة الاسمية خلال أربع سنوات. سعر السند الحالي هو *frs* 5220. أوجد معدل عائد الاستحقاق لهذا السند؟

18- نشترى سند قيمته €10000 بمبلغ € 9900 بنسبة فائدة 4,5% تسترجع بأجل ثابتة خلال خمس سنوات. الفائدة الاسمية تدفع بأجزاء نصف سنوية. ما هو معدل عائد الاستحقاق لهذا السند؟

19- سند قيمته *frs* 5000 بكوبونات سنوية تقدر بـ 6% تم شراؤه بعد 15 يوما من الحصول على الكوبون المتداول بسعر *frs* 92,50. أوجد سعر السند؟

20- سند بقيمة اسمية بلغت € 1000 ومتبقي له 8 كوبونات نسبة الفائدة المستحقة لها 3% سنويا. أوجد سعر التداول للسند بنسبة تقييم 5%:

(أ) 5 سنوات قبل انتهاء الأجل.

(ب) 4 سنوات وشهرين قبل انتهاء الأجل.

(ج) 3 سنوات و3 أشهر قبل انتهاء الأجل.

21- تقدر قيمة أحد الممتلكات العقارية بـ € 500000 كما تقدر قيمته الاستهجارية السنوية بـ 5%. ما هو نصيب استحقاق الملكية الراجع للسيدة 'مارتان' البالغة من العمر 77 سنة والتي يقدر توقع عمرها 11 سنة. نسبة الفائدة المستخدمة: 3%.