

نظريات انتقال وانتشار النيوترونات في المفاعلات النووية

- مقدمة • تعريف الكميات الأساسية • نظرية
- انتقال النيوترونات • تبسيط معادلة انتقال
- النيوترونات • نظرية انتشار النيوترونات • تمارين

(٦،١) مقدمة

تؤدي معرفة توزيع النيوترونات داخل قلب المفاعل إلى حساب كميات التفاعلات المختلفة التي تحدث بدورها حالة المفاعل النووي في كل لحظة وإمكانية التحكم فيه. تُعدُّ دراسة تغير توزيع النيوترونات مع الزمن من ناحية الموقع واتجاهات الانسياب من أصعب المسائل وأشدها تعقيداً في مجال الهندسة النووية. وتحتاج هذه الدراسة إلى بذل جهد كبير من الناحية النظرية واستعمال الحاسبات الآلية الضخمة لحل العديد من المعادلات المعقدة. وتعتمد هذه الحسابات على نظرية انتقال النيوترونات، التي بُنيت على تتبع أحداث النيوترونات من حيث الإنتاج والتسرب وتفاعلات التشتت والامتصاص من كل المواد المكونة للمفاعلات.

تحتوي معادلة انتقال النيوترونات على عمليات التفاضل والتكامل الرياضية لسبعة متغيرات في آن واحد، مما يجعل حلها رياضياً من الصعب جداً. ويُمكن حل هذه المعادلة لبعض الحالات البسيطة، إلا أن حلها لجميع الحالات غير وارد، على الرغم من مساعدة الحاسبات الآلية الضخمة؛ ولهذا غالباً ما يتم تبسيط هذه المعادلة استناداً إلى بعض المبادئ الفيزيائية وتقريب نظرية انتقال النيوترونات إلى نظرية انتشار الغازات لكي يصبح من الممكن حل المعادلات ومعرفة توزيع فيض النيوترونات.

ستتطرق في هذا الفصل إلى تفاصيل بناء معادلة انتقال النيوترونات من خلال تتبع أحداث النيوترونات منذ لحظة إنتاجها حتى نهايتها عن طريق الامتصاص أو التسرب. وستتناول أيضاً موضوع حل هذه المعادلة والصعوبات الرياضية الناتجة عن ذلك. وسنشرح بعد ذلك أهم الافتراضات لتبسيط هذه المعادلة وتقريب نظرية الانتقال إلى نظرية الانتشار بالطرائق العديدة التي تؤدي إلى معرفة الهدف المنشود، وهو توزيع النيوترونات ومن ثم كمية التفاعلات داخل قلب المفاعل.

(٦,٢) تعريف الكميات الأساسية

قبل التطرق إلى شرح نظرية انتقال النيوترونات، يُفضل تعريف بعض الكميات الأساسية اللازمة لذلك. وتختص هذه الكميات بأعداد النيوترونات المختلفة من حيث الطاقة وانسيابها من مكان إلى آخر داخل المفاعل. فمن هذه الكميات ما هو عددي يساعد على حساب نسب التفاعلات المختلفة للنيوترونات مع مواد المفاعل، ومنها كميات متجهة تساعد على حساب النيوترونات المتسربة.

(٦,٢,١) الكميات العددية

أكثر الكميات العددية الخاصة بالنيوترونات استعمالاً وشيوعاً في مجال الهندسة النووية هي الكميات الثلاث الآتية:

(٦,٢,١,١) كثافة النيوترونات

تُعرف كثافة النيوترونات بعدد النيوترونات المتوقعة، التي لها الطاقة E ، حول dE ، في وحدة الحجم d^3r ، عند النقطة r ، وفي الزمن t .

$$(٦,١) \quad N(r, E, t) d^3r dE \equiv [\text{neutron} / \text{cm}^3 \cdot \text{ev}]$$

وعند حذف متغير الطاقة تعرف كثافة النيوترونات بالكثافة الإجمالية لتشمل كل النيوترونات بطاقتها المختلفة، وتصبح المعادلة السابقة كما يلي:

$$(٦,٢) \quad N(r, t) d^3r \equiv [\text{neutrons} / \text{cm}^3.]$$

(٦,٢,١,٢) فيض النيوترونات

يُعرف فيض النيوترونات بعدد النيوترونات المتوقعة، التي لها الطاقة E ، حول dE الساقطة على وحدة المساحة في الثانية، عند النقطة r ، وفي الزمن t .

$$(٦,٣) \quad \phi(r, E, t) = v \cdot N(r, E, t) \equiv [\text{neutrons} / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{ev}]$$

حيث إن:

v سرعة النيوترونات.

كذلك عند إهمال متغير الطاقة نحصل على ما يُسمى بفيض النيوترونات الإجمالي الذي له المعادلة الآتية:

$$(٦,٤) \quad \phi = (r, t) = v \cdot N(r, t) \equiv [\text{neutron} / \text{cm}^2 \text{ sec}]$$

(٦,٢,١,٣) معدل كثافة التفاعل

يُعرف معدل كثافة التفاعل بعدد التفاعلات المتوقعة للنيوترونات، التي لها الطاقة E مع نوى الذرات الموجودة في وحدة الحجم d^3r ، عند النقطة r ، وفي الزمن t .

$$(٦,٥) \quad F(r, E, t) d^3 r dE = v \cdot \Sigma(E) N(r, E, t) d^3 r dE$$

حيث إن:

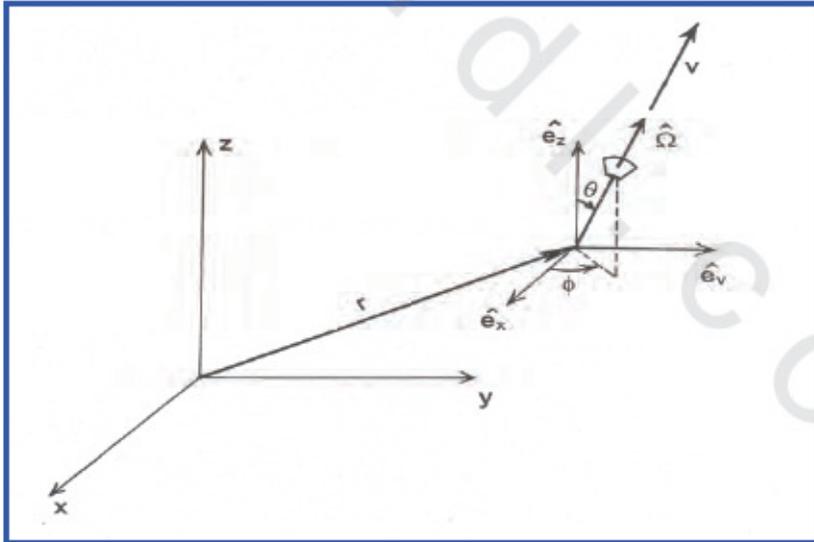
$\Sigma(E)$: المقطع العرضي المجهاري للتفاعل المحدد عند الطاقة E .

أما المعادلة الأكثر استعمالاً لحساب معدل كثافة التفاعل فتستعمل فيض النيوترونات وفق المعادلة الآتية:

$$(٦,٦) \quad F(r, E, t) = \Sigma(E) \phi(r, E, t)$$

(٦,٢,٢) الكميات المتجهة

يُوضح الشكل رقم (٦,١) رسماً بيانياً للإحداثيات المستعملة لتحديد موقع النيوترون، واتجاهه، ويساعد هذا الرسم أيضاً على فهم معنى الكميات المتجهة.



الشكل رقم (٦,١). تحديد موقع النيوترون واتجاهه [١٣].

تجدر الإشارة إلى أن أكثر الكميات المتجهة استعمالاً وشيوعاً في مجال الهندسة النووية هي الكميات الأربع الآتية:

(٦,٢,٢,١) الكثافة المتجهة للنيوترونات

تُعرف الكثافة المتجهة بعدد النيوترونات المتوقعة التي لها الطاقة E ، حول dE ، في وحدة الحجم d^3r ، عند النقطة r ، التي تتحرك في الاتجاه $\hat{\Omega}$ داخل الزاوية الصلبة $d\hat{\Omega}$ وفي الزمن t .

$$(٦,٧) \quad n(r, E, \hat{\Omega}, t) d^3r dE d\hat{\Omega} \equiv [\text{neutrons} / \text{cm}^3 \cdot \text{ev} \cdot \text{st}]$$

حيث إن:

$\frac{V}{|V|} = \hat{\Omega}$ وحدة المتجه المحددة لسريان النيوترونات وفق الزاويتين θ و ψ كما هو موضح في الشكل رقم (٦,١).

(٦,٢,٢,٢) الفيض المتجه للنيوترونات

تعريف الفيض المتجه شبيه بتعريف فيض النيوترونات السابق، إلا أنه في هذه الحالة يُؤخذ بالحسبان اتجاه سريان النيوترونات؛ ولهذا فإن الفيض المتجه للنيوترونات يساوي الكثافة المتجهة ضارب سرعة النيوترونات حسب المعادلة الآتية:

$$(٦,٨) \quad \phi(r, E, \hat{\Omega}, t) = vn(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

حيث إن:

v : سرعة النيوترونات.

$n(r, E, \hat{\Omega}, t)$: الكثافة المتجهة للنيوترونات.

(٦,٢,٢,٣) معدل كثافة التفاعل المتجهة

معدل كثافة التفاعل المتجهة تشابه أيضاً معدل كثافة التفاعل السابقة، إلا أن في هذه الحالة يُؤخذ فقط بتفاعلات النيوترونات، التي تتحرك في الاتجاه $\hat{\Omega}$ داخل الزاوية الصلبة $d\hat{\Omega}$ في الثانية وعند الزمن t .

$$(٦,٩) \quad \begin{aligned} f(r, E, \hat{\Omega}, t) &= v \Sigma(r, E) n(r, E, \hat{\Omega}, t) \\ &= \Sigma(r, E) \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t) \end{aligned}$$

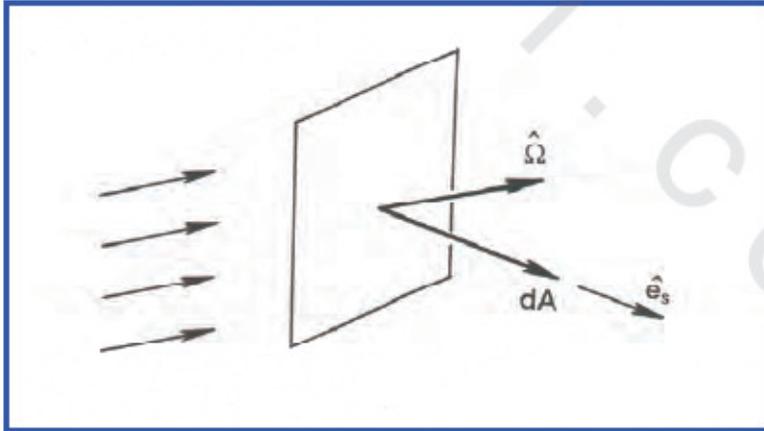
(٦,٢,٢,٤) كثافة التيار المتجهة للنيوترونات

يُمكن استنتاج معادلة التيار المتجه عن طريق الفيض المتجه للنيوترونات حيث تربطهما العلاقة الآتية:

$$(٦,١٠) \quad j(r, E, \hat{\Omega}, t) = \hat{\Omega} \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

أما المعنى الفيزيائي لهذا التيار فيظهر جلياً في الشكل رقم (٦,٢)، الذي يوضح مفهوم كثافة التيار المتجه للنيوترونات. وتعرف هذه الكثافة بعدد النيوترونات المتوقعة التي تخترق المساحة dA في الثانية، التي لها الطاقة E حول dE وتتحرك في الاتجاه $\hat{\Omega}$ حول $d\hat{\Omega}$ عند الزمن t .

$$(٦,١١) \quad j(r, E, \hat{\Omega}, t) dA dE d\hat{\Omega} = [\text{neutrons} / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{ev} \cdot \text{st}]$$



الشكل رقم (٦,٢). مفهوم كثافة التيار المتجه للنيوترونات [١٣].

(٦, ٢, ٣) العلاقة بين الكميات العديدة والمتجهة

(٦, ٢, ٣, ١) العلاقة بين كثافة النيوترونات

$$(٦, ١٢) \quad N(r, E, t) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} n(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

$$(٦, ١٣) \quad n(r, E, \hat{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} N(r, E, t)$$

وعند إهمال متغير الطاقة E نحصل على ما يسمى بالكثافة الإجمالية للنيوترونات وفق المعادلة الآتية:

$$(٦, ١٤) \quad N(r, t) \int_0^\infty dE N(r, E, t) = \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\hat{\Omega} n(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

(٦, ٢, ٣, ٢) العلاقة بين فيضي النيوترونات

$$(٦, ١٥) \quad \phi(r, E, t) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

وعند إهمال متغير الطاقة E نحصل على ما يُسمى بالفيز الإجمالي للنيوترونات على النحو الآتي:

$$(٦, ١٦) \quad \phi(r, t) = \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

(٦, ٢, ٣, ٣) العلاقة بين كثافة تباري النيوترونات

$$(٦, ١٧) \quad J(r, E, t) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} j(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

وعند إهمال متغير الطاقة E نحصل على ما يُسمى بالتيار الإجمالي وفق المعادلة الآتية:

$$(٦, ١٨) \quad J(r, t) = \int_0^\infty dE J(r, E, t) = \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\hat{\Omega} j(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

تنقسم أحياناً كثافة التيار المتجه هذه إلى كثافة تيار متجه إلى اليمين J وكثافة تيار متجه إلى اليسار J_+ ، أما المعادلة الرياضية لكل منهما فتكون على النحو الآتي:

$$(٦,١٩) \quad J_{\pm}(r,t) = \int_0^{\infty} dE \int_{2\pi\pm} d\hat{\Omega} \hat{e}_s J(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

حيث إن:

$$(٦,٢٠) \quad \hat{e}_s \cdot J(r,t) = [J_+(r,t) - J_-(r,t)]$$

(٦,٣) نظرية انتقال النيوترونات

تعتمد نظرية انتقال النيوترونات على تتبع الأحداث التي تحصل للنيوترونات منذ لحظة ولادتها حتى نهايتها عن طريق الامتصاص، أو التشتت، أو التسرب إلى خارج الحجم المحدد. ويؤدي تتبع الأحداث الفيزيائية هذه مع الزمن إلى استنتاج معادلة رياضية تُعبر عن تغير عدد النيوترونات في الحجم، ومن ثم حساب معدل التفاعلات؛ ولهذا الغرض يجب استعمال الكميات المتجهة؛ لأنها تحتوي على كل المتغيرات التي تدل على حالة النيوترونات من حيث الموقع والطاقة والاتجاه في كل لحظة. فمثلاً عند تفاضل الكثافة المتجهة للنيوترونات مع الزمن نحصل على معدل تغير عدد النيوترونات، الذي يساوي في الواقع محصلة التغيرات الناجمة عن تزايد وتناقص وتسرب النيوترونات من الحجم المفروض في كل لحظة.

(تزايد - تناقص - تسرب) النيوترونات في الحجم V

$$(٦,٢١) \quad \left[\int_V \frac{\phi n}{\phi t} d^3r \right] dE d\hat{\Omega}$$

تُلخص هذه العبارة نظرية انتقال النيوترونات التي تمثل حصر كل الأحداث التي تسبب زيادة أو نقصاناً أو تسرباً للنيوترونات في الحجم الافتراضي V . وستتطرق

الآن إلى شرح كل من هذه الأحداث ثم اختصارها بوضعها على شكل معادلات رياضية يسهل التعامل معها.

(٦,٣,١) تزايد النيوترونات

يتحقق تزايد النيوترونات في الحجم V من خلال:

أولاً: مصادر غير مرتبطة بكثافة النيوترونات في الحجم V مثل المصادر الخارجية للنيوترونات أو الناتجة عن عملية الانشطار. ويمكن أن يعبر عن هذه المصادر بدون تفصيل مبدئياً بالدالة $S(r, \hat{\Omega}, t)$ فيصبح عدد تزايد النيوترونات الناجم عن هذه المصادر على النحو الآتي:

$$(٦,٢٢) \quad a = \left[\int_V S(r, E, \hat{\Omega}, t) d^3r \right] dE d\hat{\Omega}$$

ثانياً: أثناء تصادم النيوترونات ذات الطاقات والاتجاهات المختلفة $E', \hat{\Omega}'$ مع نوى ذرات المادة داخل الحجم V تتحول إلى نيوترونات ذات الطاقة والاتجاه المطلوبين E و $\hat{\Omega}$ ؛ ولذلك يُحسب تزايد عدد النيوترونات الناتج عن هذه التصادمات على النحو الآتي:

$$(٦,٢٣) \quad b = \left[\int_V \sum_S (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) n(r, E', \hat{\Omega}', t) d^3r \right] dE d\hat{\Omega}$$

$$= \left[\int_V d^3r \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \int_0^\infty dE' \sum_S (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) n(r, E', \hat{\Omega}', t) d^3r \right] dE d\hat{\Omega}$$

حيث إن:

$$\sum_S (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega})$$

النيوترونات ذات الطاقة E' والاتجاه $\hat{\Omega}'$ عند تحولها إلى نيوترونات ذات طاقة E واتجاه $\hat{\Omega}$ ، ويُفترض أن يكون هذا المقطع معروفاً.

(٦,٣,٢) تناقص النيوترونات

يحصل تناقص النيوترونات في الحجم V من خلال تصادم النيوترونات ذات

الطاقة E' والاتجاه $\hat{\Omega}'$ مع نوى ذرات المادة داخل ذلك الحجم فتمتد، أو تتحول تلك

النيوترونات إلى نيوترونات ذات طاقات واتجاهات مختلفة. وتحسب أعداد هذه النيوترونات المفقودة على النحو الآتي:

$$(٦,٢٤) \quad c = \left[\int_V v \Sigma t(r, E) n(r, E, \hat{\Omega}, t) d^3 r \right] dE d\hat{\Omega}$$

حيث إن:

$\Sigma_t(r, E)$ تمثل المقطع العرضي الإجمالي $(\Sigma_S + \Sigma_a)$ عند النقطة r والطاقة E ويُفترض أن يكون هذا المقطع العرضي معروفاً.

(٦,٣,٣) تسرب النيوترونات

تسرب النيوترونات مرتبط بمساحة الحجم V ويكون في اتجاهين، أولهما من الداخل إلى الخارج (فقدان)، والثاني من الخارج إلى الداخل (تزايد)؛ ولهذا يجب حساب محصلة الكثافة المتجهة للنيوترونات لمعرفة مقدار زيادة أو نقصان النيوترونات في ذلك الحجم. وتُحسب محصلة الكثافة المتجهة للنيوترونات عادة على النحو الآتي:

$$(٦,٢٥) \quad d = \left[\int_S ds v \hat{\Omega} n(r, E, \hat{\Omega}, t) \right] dE d\hat{\Omega} \\ = \left[\int_V d^3 r v \hat{\Omega} \nabla n(r, E, \hat{\Omega}, t) \right] dE d\hat{\Omega}$$

حيث إن:

∇n يمثل لبلاسيان الكثافة المتجهة للنيوترونات.

(٦,٣,٤) معادلة نظرية انتقال النيوترونات

بعدما رصد الأحداث الفيزيائية التي تتعرض لها النيوترونات داخل الحجم الافتراضي V يمكن الآن التطرق إلى نظرية انتقال النيوترونات. ويمكن تلخيص هذه النظرية باستعمال رموز الأحداث التي تم شرحها في العبارة الآتية:

معدل تغير عدد النيوترونات في الحجم الافتراضي V يساوي:

$$(٦,٢٦) \quad d - c - b + a$$

وعند تحويل هذه العبارة باستعمال الرموز الرياضية نحصل بعد الترتيب على معادلة انتقال النيوترونات الآتية :

$$(٦, ٢٧) \quad \int_V d^3r \left[\frac{\partial n}{\partial t} + v \hat{\Omega} \nabla n + v \sum_t n(r, E, \hat{\Omega}, t) \right] dE d\hat{\Omega} \\ = \int_V d^3r \left[\int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' v \sum_s (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) n(r, E', \hat{\Omega}', t) \right. \\ \left. + [S(r, E, \hat{\Omega}, t)] dE d\hat{\Omega} \right]$$

علما أن :

$$\varphi(r, E, \hat{\Omega}, t) = v n(r, E, \hat{\Omega}, t) \\ \int f(x) dx = \int g(x) dx \Rightarrow f(x) = g(x)$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على معادلة نظرية انتقال النيوترونات بدلالة الفيض المتجه للنيوترونات ($\varphi(r, E, \hat{\Omega}, t)$).

$$(٦, ٢٨) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \nabla \varphi + \sum_t (r, E) \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t) \\ = \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \int_0^\infty dE' \sum_s (E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) \varphi(r, E, \hat{\Omega}, t) \\ + S(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

تجدر الإشارة إلى أن هذه المعادلة تحتوي على سبعة متغيرات $r(x, y, z)$ و $\hat{\Omega}(\theta, \psi)$ و E والزمن t ، بالإضافة إلى تداخل التفاضل والتكامل مما يزيد الأمر تعقيداً. ولا ننسى أيضاً الارتباط الوثيق والمعقد جداً للمقاطع العرضية والمجهارية بطاقة النيوترونات خاصة في مناطق الرنين، وكذلك ارتباطها بالموقع r وتغيراتها الحادة خاصة في حالة عدم تجانس الوسط المادي. أما دالة مصادر النيوترونات $S(r, E, \hat{\Omega}, t)$ ، فهي ليست بسيطة أيضاً حيث إنها تحتوي على نيوترونات الانتشار والنيوترونات المتأخرة لهذه العملية، وربما على نيوترونات خارجية أخرى.

تُشير كل هذه الملاحظات إلى أن حل هذه المعادلة لا يكون ممكناً إلا في الحالات البسيطة، أما حلها بشكل عام فهو شبه مستحيل حتى بمساعدة الحاسب الآلي؛ ولهذا

غالباً ما نلجأ إلى تبسيطها في الكثير من الحالات استناداً إلى بعض المبادئ الفيزيائية، وذلك بإهمال ما يمكن دون المس بالجواهر.

(٦،٣،٥) حل معادلة انتقال النيوترونات

سنتناول فيما يلي بعض الحالات البسيطة التي يمكن فيها حل معادلة انتقال النيوترونات رياضياً بدون جهد كبير. نحتاج أحياناً إلى معرفة فيض النيوترونات الناتج عن مصدر نيوتروني في وسط يمكن فيه إهمال عملية التشتت ($\Sigma_s = 0$) بسبب قلة الكثافة (فراغ - غاز)، أو شدة امتصاص النيوترونات كما هو الحال في الوقود النووي. حيثئذ تصبح معادلة انتقال النيوترونات في هذه الحالات البسيطة كما يلي:

$$(٦،٢٩) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \hat{\Omega} \nabla \phi + \Sigma_a(r, E) \phi(r, E, \hat{\Omega}, t) = S(r, E, \hat{\Omega}, t)$$

سنشرح فيما يلي خطوات حل هذه المعادلة بالنسبة إلى مصدر نقطي للنيوترونات أحادي الطاقة عند وضعه في الوسط.

أولاً: منطقة فراغ ($\Sigma_r = 0$)

ثانياً: منطقة متجانسة وشديدة الامتصاص ($\Sigma_s = 0$)

إذا كانت شدة الإشعاع لهذا المصدر تساوي:

$$(٦،٣٠) \quad S = \frac{S_0}{4\pi} \delta(r)$$

حيث إن:

$\delta(r)$ دالة ديراك، (Dirac) التي تتميز بالخاصية الآتية:

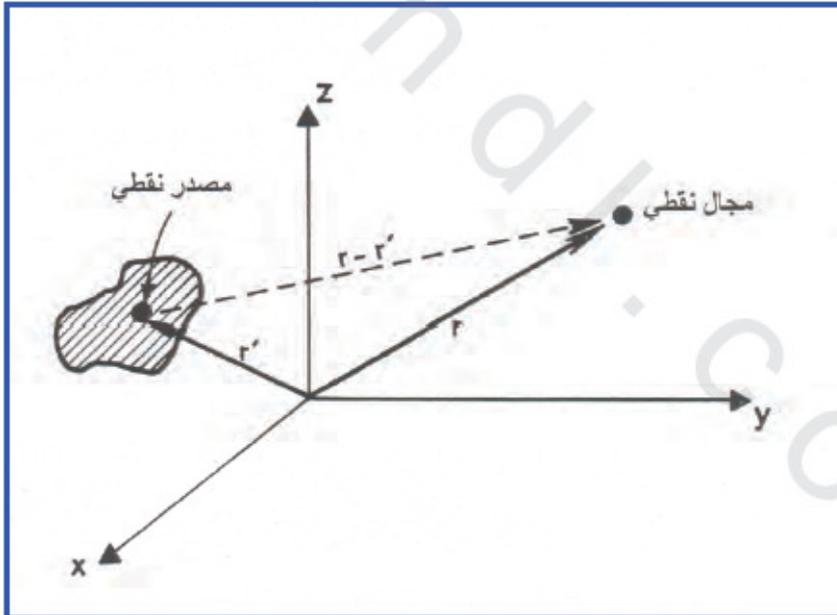
$$(٦،٣١) \quad \int d^3r' f(r) \delta(r - r') = f(r)$$

فما هو شكل فيض النيوترونات الإجمالي عند النقطة r وفي كلتا الحالتين:
أولاً: منطقة الفراغ

عند مرحلة الاستقرار المهمة في هذه المسألة وبعد حذف الجزء الخاص
بالامتصاص ($\Sigma_a = 0$) تصبح معادلة انتقال النيوترونات على النحو الآتي:

$$(٦,٣٢) \quad \hat{\Omega} \nabla \phi(r, \hat{\Omega}) = S(r, \hat{\Omega}) = \frac{S_0}{4\pi} \delta(r)$$

يُمكن تحويل هذه المعادلة إلى معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى باستعمال
المتغير $|r - r'| = R$ ، الذي يمثل فرق المسافتين r و r' في الاتجاه $\hat{\Omega}$ كما هو موضح في
الشكل رقم (٦,٣).



الشكل رقم (٦,٣). مصدر نقطي للنيوترونات [١٣].

وهكذا نحصل على المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى الآتية:

$$(٦,٣٣) \quad \frac{d\phi}{dR} = -S(r, \Omega)$$

وعند تكامل هذه المعادلة نحصل على الحل الآتي:

$$(٦,٣٤) \quad \begin{aligned} \phi(r, \Omega) &= \int_0^{\infty} dR S(r - R\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) \\ &= \frac{S_0}{4\pi} \int_0^{\infty} dR \delta(r - R\hat{\Omega}) \end{aligned}$$

وعند استعمال العلاقة بين فيزي النيوترونات نحصل على ما يلي:

$$(٦,٣٥) \quad \phi(r) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \phi(r, \Omega) = \frac{S_0}{4\pi} \int_0^{\infty} dR \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \delta(r - R\hat{\Omega})$$

ولتسهيل عملية التكامل والاستفادة من خاصية دالة "ديراك" نضرب المعادلة

بالكسر، مما يمكننا من الحصول على الحل النهائي الآتي:

$$(٦,٣٦) \quad \begin{aligned} \phi(r) &= \frac{S_0}{4\pi} \int_0^{\infty} R^2 dR \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \frac{\delta(r - R)}{R^2} = \frac{S_0}{4\pi} \int d^3R \frac{\delta(r - R)}{R^2} \\ &= \frac{S_0}{4\pi r^2} \end{aligned}$$

ثانياً: منطقة متجانسة وشديدة الامتصاص

تصبح معادلة انتقال النيوترونات عند مرحلة الاستقرار في هذه الحالة على

النحو الآتي:

$$(٦,٣٧) \quad \hat{\Omega} \nabla \phi + \Sigma_a(r) \phi(r, \Omega) = S(r, \Omega)$$

يُمكن إدخال عامل التكامل، $\exp(\Sigma_a \cdot r \cdot \hat{\Omega})$ على طرفي المعادلة ليصبح

شكلها العام شبيهاً بالمعادلة السابقة الخاصة بمنطقة الفراغ.

$$(٦,٣٨) \quad \hat{\Omega} \nabla [\phi \cdot \exp(\Sigma_a \cdot r \cdot \hat{\Omega})] = S \cdot \exp(\Sigma_a \cdot r \cdot \hat{\Omega})$$

ويؤدي تكامل هذه المعادلة إلى الحل الجزئي الآتي:

$$(٦, ٣٩) \quad \begin{aligned} \varphi(r, \hat{\Omega}) \exp(\sum_a r \cdot \hat{\Omega}) \\ = \int_0^\infty dR S(r - R\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) \exp[\sum_a (r - R\hat{\Omega})] \end{aligned}$$

وبعد القليل من الترتيب تصبح المعادلة السابقة كما يلي:

$$(٦, ٤٠) \quad \varphi(r, \hat{\Omega}) = \frac{S_0}{4\pi} \int_0^\infty dR \delta(r - R\hat{\Omega}) \cdot \exp(-\sum_a R)$$

وباستعمال العلاقة بين فيضي النيوترونات، ثم استخدام الطريقة السابقة نفسها للتكامل نحصل على الحل النهائي الآتي:

$$(٦, ٤١) \quad \begin{aligned} \phi(r) &= \frac{S_0}{4\pi} \int d^3R \frac{\delta(r - R)}{R^2} \cdot \exp(-\sum_a R) \\ &= \frac{S_0}{4\pi r^2} \cdot \exp(-\sum_a r) \end{aligned}$$

يُلاحظ من خلال دالتي فيض النيوترونات بالنسبة للحالتين السابقتين أن الفرق الوحيد بينهما يتمثل في عامل التوهين $\exp(-\sum_a r)$ الناتج عن امتصاص النيوترونات، الذي لا يوجد بالطبع في حالة الفراغ.

(٦, ٤) تبسيط معادلة انتقال النيوترونات

لقد ذكرنا سابقاً أن الحل العام رياضياً لمعادلة انتقال النيوترونات شبه مستحيل بسبب تداخل التفاضل والتكامل وكثرة المتغيرات في هذه المعادلة. ولهذا غالباً ما نلجأ عند حل هذا النوع من المعادلات إلى الطرائق العددية مثل الطرائق الاحتمالية، أو الدوال المنفصلة، وذلك بتحويل الدالة المجهولة ومشتقاتها إلى مجموعة من المعادلات الجبرية، وحل ذلك النظام بمساعدة الحاسب الآلي. وتُستعمل هذه الطرائق العددية لحل معادلة انتقال النيوترونات لبعض الحالات الخاصة فقط، لأن كمية الحسابات تصبح كبيرة جداً كلما بحثنا على دقة أكبر في النتائج. فمثلاً عند اختيار عدد متواضع من الخطوات (حوالي

عشر خطوات فقط) لكل من المتغيرات السبعة لهذه المعادلة، ويجب حل نظام يحتوي على مليون معادلة جبرية عند كل خطوة زمنية مما يُحتم استخدام حاسب آلي ذي ذاكرة ضخمة؛ ولهذا لا محالة من استخدام طرائق مختلفة لتبسيط معادلة انتقال النيوترونات، وذلك بإهمال بعض التفاصيل غير الأساسية قدر الإمكان.

(٦، ٤، ١) افتراض أحادية سرعة النيوترونات

عند افتراض أحادية سرعة النيوترونات يُمكن اعتبار المقطع العرضي الجهازي لتشتت النيوترونات كما يلي:

$$(٦، ٤٢) \quad \Sigma_s(E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) = \Sigma_s(E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) \delta(E' - E)$$

وحينئذٍ يُمكن تبسيط المعادلة التفاضلية لتصبح معادلة انتقال النيوترونات أحادية الطاقة على النحو الآتي:

$$(٦، ٤٣) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \nabla \varphi + \Sigma_t(r) \varphi(r, \hat{\Omega}, t) \\ = \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \Sigma_s(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) \varphi(r, \hat{\Omega}', t) + S(r, \hat{\Omega}, t)$$

على الرغم من ذلك لا يزال حل هذه المعادلة صعب المنال ويُفضل إدخال المزيد من الافتراضات الإضافية لتبسيطها أكثر.

(٦، ٤، ٢) افتراض تماثل زوايا التشتت

عند افتراض تماثل زوايا التشتت يُمكن تبسيط المعادلة السابقة الخاصة بانتقال النيوترونات أحادية الطاقة. وهذا الافتراض صحيح بالنسبة لعملية الانشطار النووي الذي يُمثل مصادر النيوترونات في المفاعل؛ ولهذا تصبح دالة مصادر النيوترونات في هذه الحالة كما يلي:

$$(٦، ٤٤) \quad S(r, \hat{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} S(r, t)$$

كذلك يُمكن افتراض تماثل زوايا التشتت في محاور المختبر على الرغم من أن هذا غير صحيح في الواقع ، خاصة عند اصطدام النيوترونات بذرات المواد الخفيفة. وعلى الرغم من ذلك عند اعتماد هذا الافتراض يصبح المقطع العرضي المجهاري كما يلي :

$$\Sigma_S(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_S$$

حينئذ تصبح معادلة انتقال النيوترونات أحادية الطاقة وفي هذه الحالة على النحو الآتي :

$$(6, 45) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \nabla \varphi + \Sigma_t(r) \varphi(r, \hat{\Omega}, t) = \frac{\Sigma_S}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \varphi(r, \hat{\Omega}', t) + \frac{S(r, t)}{4\pi}$$

نلاحظ أنه على الرغم من كل هذه الافتراضات فلا تزال هذه المعادلة معقدة ويصعب حلها رياضياً.

(٦, ٤, ٣) افتراض تجانس الوسط

يمكن أحياناً إضافة بعض الافتراضات الواقعية المهمة لتبسيط هذه المعادلة ، مثل افتراض تجانس الوسط ، أو بمعنى آخر تساوي الكثافة في كل أنحاء المفاعل سواء لأن المفاعل متجانس أو حساب معدل الكثافة بالنسبة للمفاعلات غير المتجانسة. ويُؤدى هذا الافتراض إلى عدم تغير المقطع العرضي المجهاري مع الموقع $(\Sigma_t(r) = \Sigma_t)$. ومن الافتراضات المهمة أيضاً افتراض الحالة المستقرة فقط مما يُلغي الجزء الخاص بالزمن في المعادلة. وعند اعتماد هذين الافتراضين تصبح معادلة انتقال النيوترونات أحادية الطاقة كما يلي :

$$(6, 46) \quad \hat{\Omega} \nabla \varphi + \Sigma_t \varphi(r, \hat{\Omega}) = \frac{\Sigma_S}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \varphi(r, \hat{\Omega}') + \frac{S(r)}{4\pi}$$

إذا كان المفاعل أو الوسط ذو شكل هندسي له محور تناظر، كما هو الحال بالنسبة للوح مسطح أو شكل كروي، يُمكن القيام بتبسيط أكبر للمعادلة السابقة لتصبح على النحو الآتي:

$$(٦, ٤٧) \quad \mu \frac{\partial \phi}{\partial x} + \sum_t \phi(x, \mu) = \frac{\sum_s}{2} \int_{-1}^{+1} du' \phi(x, \mu') + \frac{S(x)}{2}$$

حيث إن:

$\cos \theta = \mu$ أما الزاوية θ فهي إحدى زوايا الاتجاه $\Omega(\theta, \psi)$ انظر الشكل رقم (٦, ١).

الآن بعد كل هذه الافتراضات يمكن حل هذه المعادلة رياضياً والأهم هو معرفة حدود تطبيق هذه الافتراضات لكي لا تؤدي هذه الحسابات إلى الخروج على الواقع الفيزيائي. لكن جل هذه الافتراضات واقعية وتجب الاستفادة منها لتبسيط الحسابات خاصة أثناء الحسابات الأولية عند تصميم المفاعلات.

(٦, ٤, ٤) تقريب نظرية الانتقال إلى نظرية الانتشار

لقد بينا سابقاً أن نظرية انتقال النيوترونات نظرية شاملة وكاملة لمعرفة تفاصيل حالة النيوترونات في المفاعل أو في وسط آخر. لكن مع الأسف أن حل معادلات هذه النظرية صعب جداً إن لم يكن مستحيلأحياناً، مما يجعلنا نعمل على تبسيطها باعتماد بعض الافتراضات. وتُبنى هذه الافتراضات على مبادئ فيزيائية لكي لا تمس جوهر النتائج وتفقد الدقة والواقعية. لكن أفضل طرائق التبسيط استعمالاً لحسابات تصميم المفاعلات هو تقريب نظرية انتقال النيوترونات إلى نظرية انتشار الغازات التي تستعمل في الكثير من المجالات. وتتميز هذه الأخيرة بمحاكاتها عن قرب لانتقال النيوترونات في العديد من الحالات، وكذلك إمكانية حل معادلاتها رياضياً أو عددياً بمساعدة الحاسب الآلي.

تعتمد عملية تقريب نظرية انتقال النيوترونات إلى نظرية انتشار النيوترونات على إيجاد علاقة بين كثافة التيار، J و فيض النيوترونات، Φ . لا توجد في الواقع علاقة مباشرة بين هذين المجهولين، وهذا ما يزيد الأمر تعقيداً، إلا أنه بالإمكان الحصول على تلك العلاقة إذا تحققت الشروط الثلاثة الآتية:

$$(٦, ٤, ٤, ١) \quad \text{فيض النيوترونات يتغير ببطء}$$

يتغير فيض النيوترونات واقعياً ببطء في كل أنحاء المفاعل ما عدا في الأطراف وقرب المصادر النيوترونية مباشرة؛ ولهذا فعند اعتبار تحقق هذا الشرط في كل الأماكن يُمكن تعويض قيمة الفيض في حساب كثافة التيار بالجزء الأولى فقط من سلسلة "تايلور" للفيض حول نقطة الصفر الآتية:

$$(٦, ٤٨) \quad \phi(r) = \phi(0) + r \nabla \phi + \frac{1}{2} [r^2 \nabla^2 \phi(0)] + \dots$$

$$(٦, ٤, ٤, ٢) \quad \text{قلة الامتصاص مقارنة بالتشتت} \quad (\Sigma_a \ll \Sigma_s)$$

يُمكن إهمال عملية الامتصاص أثناء انتقال أو انتشار النيوترونات عند اعتماد تحقق هذا الشرط مما يجعل المقطع العرضي الإجمالي مكافئاً للمقطع العرضي للتشتت.

$$(٦, ٤٩) \quad \Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a \approx \Sigma_s$$

عند تحقق هذين الشرطين يُمكن حساب محصلة كثافة تيار النيوترونات $J(r)$ الناتجة عن تصادم النيوترونات داخل عنصر الحجم dV ، الذي يخترق وحدة المساحة dS ، التي تبعد المسافة r عن dV كما هو موضح في الشكل رقم (٦, ٤) الآتي.

استناداً إلى هذا الشكل يُمكن حساب محصلة كثافة تيار النيوترونات وفق مجموعة كثافة التيار النازل J_- والصاعد J_+ حسب المعادلة الآتية:

$$(٦, ٥٠) \quad J(r) = (J_+ - J_-)$$

حيث إن:

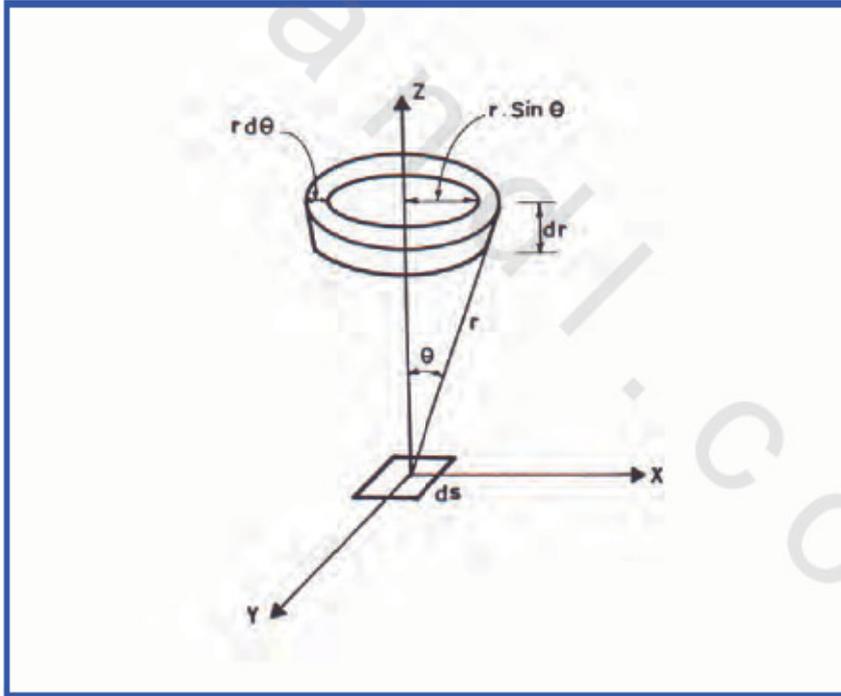
$$(٦,٥١) \quad J_- = \frac{dn}{ds} = \iint \frac{\phi(r)}{2} \Sigma_s \cdot e^{-r \Sigma_t} \cdot \sin \phi \cdot \cos E \cdot d\phi \cdot dr$$

وعند تعويض دالة الفيض في هذه المعادلة بسلسلة "تايلور" للفيض وافترض أن

$\Sigma_t \approx \Sigma_s$ تصبح المعادلة السابقة على النحو الآتي:

$$(٦,٥٢) \quad J_- = \frac{\Sigma_s}{2} \iint [\phi(0) + r \nabla \phi(0)] e^{-\Sigma_s} \cdot \sin \phi \cdot \cos E \cdot d\theta \cdot dr$$

$$= \frac{\phi(0)}{4} + \frac{1}{6 \Sigma_s} \nabla \phi(0)$$



الشكل رقم (٦,٤). محصلة كثافة تيار النيوترونات [٢].

أما كثافة تيار النيوترونات المتجه إلى الأعلى فيحسب بالطريقة نفسها، فنحصل على المعادلة الآتية:

$$(٦,٥٣) \quad J_+ = \frac{\phi(0)}{4} - \frac{1}{6\Sigma_s} \nabla\phi(0)$$

وأخيراً، نحصل على معادلة محصلة كثافة تيار النيوترونات الآتية:

$$(٦,٥٤) \quad \begin{aligned} J(r) &= -\frac{1}{3\Sigma_s} \nabla\phi(0) = -\frac{\lambda_s}{3} \nabla\phi(0) \\ &= -D\nabla\phi(0) \end{aligned}$$

حيث إن:

$\frac{1}{\Sigma_s} = \lambda_s$ يمثل المسار الحر لتشتت النيوترونات، أما D فيسمى معامل الانتشار، ويُعبر عنه بالمعادلة الآتية:

$$(٦,٥٥) \quad D = \frac{1}{3\Sigma_s} = \frac{\lambda_s}{3}$$

تجدر الإشارة إلى أن معادلة محصلة كثافة تيار النيوترونات التي حصلنا عليها $J(r)$ تُعرف بقانون "فيك" (Fick)، الذي يستعمل في الكثير من المجالات، مثل انتشار الغازات وانتقال الحرارة إلى آخره.

(٦,٤,٤,٣) عدم تماثل زوايا التشتت

لقد افترضنا هنا بطريقة غير مباشرة تماثل زوايا تشتت النيوترونات في محاور المختبر، وهذا في الواقع غير صحيح لوجود أفضلية التشتت إلى الأمام كما سبق شرحه؛ ولهذا يجب الأخذ بعين الاعتبار بهذه الخاصية لتشتت النيوترونات، وذلك بإدخال معامل التصحيح الذي يساوي ما يلي:

$$(٦,٥٦) \quad \overline{\cos\phi} = \frac{2A}{3} = \bar{\mu}_0$$

حيث إن :

A : العدد الكتلي لذرات المادة التي تشتت النيوترونات.

وهكذا يُمكن تصحيح معامل الانتشار لتصحيح المعادلة على النحو الآتي :

$$(٦,٥٧) \quad D = \frac{1}{3(\Sigma_t - \bar{\mu}_0 \Sigma_s)} = \frac{1}{3\Sigma_{tr}} = \frac{\lambda_{tr}}{3}$$

حيث إن :

Σ_{tr} : المقطع العرضي المجهاري للانتقال.

λ_{tr} : المسار الحر للانتقال النيوترونات.

الآن بعد أن حصلنا على العلاقة المنشودة التي تربط بين كثافة التيار وفيض النيوترونات يُمكن تقريب نظرتي الانتقال والانتشار لتصبح معادلة انتقال النيوترونات أحادي الطاقة على سبيل المثال على النحو الآتي :

$$(٦,٥٨) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla J + \Sigma_t \phi(r,t) = \Sigma_s \phi(r,t) + S(r,t)$$

$$(٦,٥٩) \quad \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} - D \nabla^2 \phi + \Sigma_t \phi(r,t) = \Sigma_s \phi(r,t) + S(r,t)$$

وستتطرق في بقية هذا الفصل إلى أهم جوانب نظرية انتشار النيوترونات وحل بعض المعادلات المهمة لها.

(٦,٥) نظرية انتشار النيوترونات

عندما تتوافر الشروط المذكورة في الفقرة السابقة يُمكن اعتبار عملية انتقال النيوترونات عملية انتشار مما يساعد على تبسيط المعادلات في العديد من الحالات. وستتناول الآن نظرية انتشار النيوترونات وتفرعاتها الأساسية حسب عدد زمر النيوترونات ، كما ستتطرق أيضاً إلى حل بعض معادلات نظرية الانتشار المختلفة.

تجدر الإشارة إلى أن تناولنا هذه النظرية سيكون مختصراً نوعاً ما، وننصح القارئ إذا كان مهتماً بالتفاصيل بالرجوع إلى كتابنا "مبادئ المفاعلات النووية" (المرجع رقم ١)، الذي تناولنا فيه هذا الموضوع بالتفصيل.

تُستنتج المعادلة العامة لنظرية انتشار النيوترونات من تتبع أحداث النيوترونات التي تتلخص في عمليات الإنتاج والامتصاص والتسرب؛ ولهذا فإن افتراضنا أن عدد النيوترونات في حجم معين يساوي n في لحظة محددة، فإن تغير هذا العدد مع الزمن يُحسب وفق المعادلة الآتية.

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} dV &= [\text{إنتاج} - \text{الامتصاص} - \text{التسرب}] dV \\ &= [S(r, E, t) + \sum_a(r, E)\phi(r, E, t) - \nabla J(r, E, t)] dV \\ (٦, ٦٠) \quad &= [S(r, E, t) + \sum_a(r, E)\phi(r, E, t) - \nabla D(r, E) \cdot \nabla \phi(r, E, t)] dV \end{aligned}$$

حيث إن:

$S(r, E, t)$: مصدر إنتاج النيوترونات.

$\sum_a(r, E)$: المقطع المجهاري لامتصاص النيوترونات.

$\frac{\lambda_{tr}}{3} = D(r, E)$: تسرب النيوترونات علماً أن $\nabla D(r, E) \cdot \nabla \phi(r, E, t)$

عامل الانتشار.

$\phi(r, E, t)$: فيض النيوترونات التي لها الطاقة E وفي الموقع r والزمن t .

(٦, ٥, ١) انتشار زمرة واحدة من النيوترونات

تُستعمل نظرية انتشار الزمرة الواحدة للنيوترونات في العديد من الحالات كما هو الحال بالنسبة لمفاعلات النيوترونات السريعة أو عند افتراض كل نيوترونات المفاعل أحادية الطاقة أثناء الحسابات الأولية عند تصميم المفاعلات. بالإضافة إلى ذلك، فإن حسابات هذه النظرية شبيهة بالحسابات التي تتكرر عند اعتماد نظريات الانتشار الأكثر تعقيداً مثل نظرية الزمر المتعددة للنيوترونات.

لنفرض الآن أن لدينا مفاعلاً متجانساً الكثافة، ويحتوي على نيوترونات شبه أحادية الطاقة. يؤدي هذا الافتراض إلى ثبوت قيم المقاطع المجهرية، وكذلك عامل الانتشار لتصبح حينئذ معادلة نظرية انتشار الزمرة الواحدة للنيوترونات على النحو الآتي:

$$(٦, ٦١) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = S + D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi$$

إذا كان مصدر النيوترونات ناتج عن عملية الانشطار، كما هو الحال في المفاعلات النووية، فيمكن التعبير عنه بالمعادلة الآتية:

$$(٦, ٦٢) \quad S = K_\infty \Sigma_a \phi = \eta \cdot f \cdot \Sigma_a \phi$$

حيث إن:

K_∞ يمثل عامل التضاعف الذي يحتوي على العاملين η و f فقط في حالة الزمرة الواحدة ($\epsilon = p = 0$)، وذلك لعدم وجود منطقة الرنين ولا الانشطارات السريعة.

عند دراسة الحالة الحرجة المهمة التي يكون فيها المفاعل في حالة استقرار عادة تصبح معادلة الانتشار السابقة كما يلي:

$$(٦, ٦٣) \quad D\nabla^2\phi + \Sigma_a\phi(K_\infty - 1) = 0$$

وعند قسمة هذه المعادلة على عامل الانتشار D وترتيبه بعد ذلك نحصل على معادلة نظرية انتشار الزمرة الواحدة للنيوترونات الآتية:

$$(٦, ٦٤) \quad \nabla^2\phi + \left(\frac{K_\infty - 1}{M^2}\right)\phi = 0$$

$$\nabla^2\phi + B_m^2\phi = 0$$

حيث إن :

$$\lambda_{tr} = \frac{D}{\Sigma_a} \approx M$$

ولادة النيوترون ونقطة امتصاصه.

$$\left(\frac{K_{\infty} - 1}{M^2}\right) = B_m^2$$

انحناء المواد (Buckling) ذلك لأنه مرتبط بنوعية المواد المكونة للمفاعل فقط.

تجدر الإشارة إلى أن المعادلة السابقة تخص المفاعلات المتجانسة ولا يمكن استعمالها للمفاعلات غير المتجانسة ، وذلك لعدم ثبوت قيم المقاطع المجهرية وعامل الانتشار بسبب اختلاف كثافة المواد المستعملة (وقود صلب ، مهدئ سائل...) . وتصبح هذه القيم في حالة المفاعل غير المتجانس غير ثابتة بل دوالاً مرتبطة بالموقع (r) ، مما يجعل المعادلة أكثر تعقيداً. لكن غالباً ما يُقسم المفاعل في هذه الحالة إلى خلايا متشابهة وحساب معدل للمقاطع المجهرية وعامل الانتشار حسب مواد الخلية وافترض أن المفاعل متجانس أيضاً.

(١, ١, ٥, ٦) الشروط الحدودية

يعتمد حل معادلة الانتشار على الشروط الحدودية التي تختلف من حالة إلى أخرى ، وتؤدي عادة إلى حل واحد مقبول فيزيائياً. وأكثر هذه الشروط استعمالاً ما يلي :

أولاً : فيض النيوترونات محدود وغير سالب.

ثانياً : الفيض متصل ومتساو عند الخط الفاصل بين وسطين متجاورين

$$(\phi_A = \phi_B)$$

ثالثاً : الفيض لا يساوي الصفر عند نهاية الوسط المادي للانتشار (المفاعل) بل

يبقى موجباً في الوسط الفارغ المجاور حتى نهاية مسافة الاستطالة وفق المعادلة الآتية :

$$(٦, ٦٥) \quad \phi(x_0 + d) = 0$$

حيث إن :

x_0 : سمك وسط الانتشار (قلب المفاعل).

$$d : \text{مسافة الاستطالة، } 0.71\lambda_{tr} \approx \frac{2}{3}\lambda_{tr} = d$$

(٦, ٥, ١, ٢) حل معادلة الانتشار

لنفرض أن لدينا قلب مفاعل متجانساً كروي الشكل ونصف قطره الوهمي يساوي نصف قطره الحقيقي زائد مسافة الاستطالة ($R = R_0 + d$). وعند استخدام الإحداثي الكروي تصبح معادلة الانتشار للحالة الحرجة ($B_m^2 = B_g^2$) على النحو الآتي :

$$(٦, ٦٦) \quad \frac{d^2(r.\phi)}{d^2r} + B_g^2.(r.\phi) = 0$$

ومعلوم أن الحل العام لهذا النوع من المعادلات التفاضلية يكون كما يلي (انظر المرجع رقم ١) :

$$(٦, ٦٧) \quad \phi = A \frac{\sin(B_g.r)}{r} + C \frac{\cos(B_g.r)}{r}$$

ولتحديد الثابت A و C نعود إلى الشروط الحدودية :

أولاً : $r \leftarrow 0$: الجزء الثاني من الحل يُؤول إلى ما لانهاية، وهذا غير مقبول ؛ لأن الفيض محدود ولذلك نستنتج قيمة الثابت $A = \frac{\phi_0}{B_g}$ وذلك لأن :

$$(٦, ٦٨) \quad \phi_0 = A.B_g \frac{\sin(B_g.r)}{B_g.r} = A.B_g$$

$$r \rightarrow 0$$

ثانياً: $R = r$: الفيض يساوي الصفر عند نقطة نهاية الاستطالة ، $R = R_0 + d$

$$(٦,٦٩) \quad \phi = \frac{A}{R} \sin(B_g \cdot r) = 0 \Rightarrow B_g R = n\pi$$

وعلماً أن الحل المقبول فيزيائياً يقتضي $n = 1$ لكي لا يصبح الفيض سالباً في بعض المناطق ، الأمر الذي يجعل قيمة الانحناء الهندسي و فيض النيوترونات على النحو الآتي :

$$(٦,٧٠) \quad B_g = \frac{\pi}{R}$$

$$\phi = \phi_0 \frac{\sin(\pi \cdot u)}{u}$$

حيث إن :

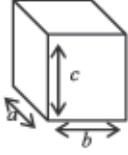
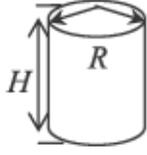
$$u = \frac{r}{R} : \text{ المتغير الذي تنحصر قيمته بين الصفر والواحد الصحيح } [0,1].$$

تجدر الإشارة إلى إمكانية حساب الحجم الحرج للمفاعل الآن ، وعند تحديد المواد المكونة للمفاعل من وقود إلى آخره أو ما يُسمى بانحناء المواد B_m^2 . ذلك لأن الحالة الحرجة تقتضي تساوي الانحناء الهندسي وانحناء المواد $(B_m^2 = B_g^2)$. وهكذا نستنتج من الحسابات السابقة أن الحجم الحرج للمفاعل الكروي يكون على النحو الآتي :

$$(٦,٧١) \quad V_c = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi^4}{B_m^3} \approx \frac{130}{B_m^3}$$

كذلك يُمكن حل معادلات انتشار الزمرة الواحدة للنيوترونات الخاصة بالأشكال الهندسية الأخرى. ويوضح الجدول رقم (٦,١) أهم النتائج التي نحصل عليها حسب الشكل الهندسي للمفاعلات النووية.

الجدول رقم (٦, ١). أهم نتائج حسابات العوامل الأساسية لمختلف الأشكال الهندسية للمفاعلات النووية [١٤].

الشكل	الانحناء ، B^2	الفيض	الحجم الخرج	$\phi_0/\bar{\phi}$
	$(\pi/a)^2$	$\phi_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$	∞	1.57
	$(\pi/a)^2 + (\pi/b)^2 + (\pi/c)^2$	$\phi_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \times \cos\left(\frac{\pi x}{b}\right) \times \cos\left(\frac{\pi x}{c}\right)$	$\frac{161}{B^3}$	3.88
	$(\pi/R)^2$	$\phi_0 \cdot \frac{\sin(\pi r/R)}{(\pi r/R)}$	$\frac{130}{B^3}$	3.29
	$(\frac{\pi}{H})^2 + (\frac{2.405}{R})^2$	$\phi_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \cdot J_0\left(\frac{2.405}{R}\right)$	$\frac{148}{B^3}$	3.64

(٦, ٥, ٢) انتشار زمرتين من النيوترونات

لا يجوز استعمال نظرية الزمرة الواحدة للنيوترونات في كل الحالات لما فيها من افتراضات تقريبية تؤدي أحياناً إلى نتائج غير واقعية ؛ ولهذا وجدت نظرية الزمرتين من النيوترونات أكثر تطوراً وتناسب العديد من المفاعلات الحرارية والمفاعلات التي لها عواكس على الأطراف. وتُقسم النيوترونات في هذه الحالات إلى زمرتين، إحداهما تخص النيوترونات السريعة، والثانية تخص النيوترونات الحرارية، وهكذا نحصل على نظام المعادلات الآتية :

$$(٦,٧٢) \quad \begin{cases} D_F \nabla^2 \phi_F + S_F - \Sigma_F \phi_F = 0 \\ D_T \nabla^2 \phi_T + S_T - \Sigma_T \phi_T = 0 \end{cases}$$

حيث إن :

D_T و D_F : عاملا الانتشار للنيوترونات السريعة والحرارية.

Φ_T و Φ_F : فيضا النيوترونات السريعة والحرارية.

Σ_T و Σ_F : المقاطع المجهرية لامصاص النيوترونات السريعة والحرارية.

S_T و S_F : مصادر النيوترونات السريعة والحرارية.

نلاحظ أن العمل المشترك بين معادلتني هذا النظام هو الجزء الخاص بمصادر

النيوترونات S_T و S_F حيث كل منهما مولد للآخر، ويُعبر عن ذلك بالمعادلتين الآتيتين :

$$(٦,٧٣) \quad \begin{aligned} S_F &= \frac{K_\infty}{p} \Sigma_T \phi_T \\ S_T &= p \Sigma_F \phi_F \end{aligned}$$

(٦,٥,٢,١) شروط حل المعادلات الحرجة

عند تعويض مصادر النيوترونات السريعة والحرارية، S_T و S_F بقيمهما في

معادلات النظام السابق ثم استعمال انحناء المواد وحساب أن $\nabla^2 \phi = -B_m^2 \phi$ كما هو

الحال بالنسبة لمعادلة انتشار الزمرة الواحدة للنيوترونات يُمكن التخلص من التفاضل

والحصول على نظام المعادلات الخطية المستقلة الآتي :

$$(٦,٧٤) \quad \begin{cases} (D_T B_m^2 + \Sigma_T) \phi_T - p \Sigma_F \phi_F = 0 \\ -\frac{K_\infty}{p} \phi_T + (D_F B_m^2 + \Sigma_F) \phi_F = 0 \end{cases}$$

لهذا النظام حل (غير $\phi = 0$) عندما يساوي محدود المصفوفة الناتجة عن هذا النظام الصفر، الذي يُعبر عنه بالمعادلة الآتية:

$$(6,75) \quad (D_T B_m^2 + \Sigma_a)(D_F B_m^2 + \Sigma_F) - K_\infty \Sigma_a \Sigma_F = 0$$

وبعد القليل من الترتيب، نحصل على شرط حل معادلات الانتشار للحالة الحرجة وفق نظرية انتشار زمريتين من النيوترونات على النحو الآتي:

$$(6,76) \quad K_{eff} = K_\infty \xi_F \xi_T = \frac{K_\infty}{(1 + B_m^2 L_T^2)(1 + B_m^2 L_F^2)} = 1$$

حيث إن:

L_T^2 و L_F^2 : معدل المسار الحر للنيوترونات الحرارية والسريعة تتالياً.

ξ_F و ξ_T : احتمال عدم التسرب للنيوترونات الحرارية والسريعة تتالياً.

(٦, ٥, ٢, ٢) حل نظام معادلات الانتشار

لنفرض أن لدينا مفاعلاً حرارياً متجانساً وكروي الشكل، كما هو الحال في المثال السابق، علماً أن نصف قطره الوهمي $R = R_0 + d$ ولا توجد عواكس على أطراف المفاعل. وإذا أردنا معرفة تغير فيض النيوترونات السريعة والحرارية داخل قلب المفاعل، يجب استخدام نظرية انتشار زمريتين من النيوترونات، ومن ثم حل نظام معادلات الانتشار الآتي:

$$(6,77) \quad \begin{cases} D_F \nabla^2 \phi_F - \phi_F \Sigma_F + \frac{K_\infty}{p} \Sigma_T \phi_T = 0 \\ D_T \nabla^2 \phi_T - \phi_T \Sigma_T + p \Sigma_F \phi_F = 0 \end{cases}$$

يؤدي حل هذا النظام من المعادلات التفاضلية الحصول على دالتي فيض النيوترونات السريعة والحرارية الآتي: (تفصيل الحل في المرجع ١).

$$(٦,٧٨) \quad \phi_F = AX + CY = A \frac{\sin(\mu.r)}{r}$$

$$(٦,٧٩) \quad \phi_F = A'X + C'Y = A' \frac{\sin(\mu.r)}{r} = A.S_1 \frac{\sin(\mu.r)}{r}$$

حيث إن:

$$B_g = \mu$$

$$0 = C' = C$$

$$R = R_0 + d$$

و يساوي الصفر عند النقطة $R = R_0 + d$.

$$A : \text{ هذا الثابت يتم تحديده عن طريق قدرة المفاعل.}$$

$$\text{عامل الربط بين فيضي النيوترونات.} \quad \frac{p\Sigma_F / \Sigma_T}{1 + (\mu^2.L_F^2)} = \frac{A'}{A} = \frac{\phi_T}{\phi_F} = S_1$$

(٦,٥,٣) انتشار الزمر المتعددة من النيوترونات

كلما زاد عدد زمر النيوترونات المفروضة زادت الحسابات دقة وكذلك تعقيداً خاصة عندما يتكون المفاعل من عدة مناطق غير متجانسة. وتستعمل هذه الطريقة عادة في آخر مراحل تصميم المفاعل لحساب الكتلة الحرجة وقدرة المفاعل بعدما تتضح المعالم الأساسية له. عند ذلك يصبح من الضروري استخدام خوارزمات خاصة "كود" للقيام بهذه الحسابات بمساعدة الحاسبات الآلية الضخمة.

تؤدي نظرية الزمر المتعددة من النيوترونات إلى تكوين نظام يحتوي على عدد الزمر نفسها من المعادلات في حالة وجود منطقة واحدة (مفاعل متجانس بدون عواكس مثلاً). لكن عندما يكون عدد الزمر يساوي n وعدد المناطق المختلفة للمفاعل يساوي m ، فإن عدد معادلات النظام تصبح تساوي $n \times m$ ، وهكذا تتزايد الحسابات تعقيداً كلما بحثنا على دقة أكبر.

لنفترض الآن أبسط الحالات باعتماد منطقة واحدة تمثل قلب مفاعل متجانس مثلاً وعدد زمر النيوترونات يساوي n ثم نكتب نظام معادلات الانتشار للحالة الحرجة الآتي :

$$(٦,٨٠) \left\{ \begin{array}{l} D_1 \nabla^2 \phi_1 - \sum_{a1} \phi_1 - \sum_{s1} \phi_1 + X_1 \sum_{m=1}^n \nu_m \cdot \sum_{f_m} \phi_m = 0 \\ \vdots \\ D_g \nabla^2 \phi_g - \sum_{ag} \phi_g - \sum_{sg} \phi_g + \sum_{m=1}^{g-1} \sum_s (m \rightarrow g) \phi_g + X_g \sum_{m=1}^n \nu_g \sum_{f_g} \phi_g = 0 \\ \vdots \\ D_n \nabla^2 \phi_n - \sum_{an} \phi_n - \sum_{sn} \phi_n + \sum_{m=1}^{n-1} \sum_s (m \rightarrow n) \phi_n + X_n \sum_{m=1}^n \nu_n \sum_{f_n} \phi_n = 0 \end{array} \right.$$

حيث إن :

الفيض :

$$(٦,٨١) \quad \phi_g = \int_{E_{g-1}}^{E_g} \phi(E) dE$$

عامل الانتشار :

$$(٦,٨٢) \quad D_g = \int_{E_{g-1}}^{E_g} D(E) \phi(E) dE$$

المقطع العرضي للامتصاص :

$$(٦,٨٣) \quad \sum_{ag} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} \sum_a(E) \phi(E) dE$$

المقطع العرضي للتشتت :

$$(٦,٨٤) \quad \sum_{sg} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} \sum_s(E) \phi(E) dE$$

المقطع العرضي للانتشار:

$$(٦,٨٥) \quad \Sigma_{fg} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} \Sigma_f(E) \phi(E) dE$$

مجموعة النيوترونات التي تظهر في الزمرة g الناتجة عن تشتت النيوترونات من الزمرة الأعلى طاقة. (ولهذا لا يظهر هذا الجزء في المعادلة الأولى للنظام).

$$(٦,٨٦) \quad P_s = \sum_{m=1}^{g-1} \Sigma_s(m \rightarrow g) \phi_m$$

مجموعة النيوترونات الانشطارية التي تظهر في الزمرة g والناتجة عن الانشطارات في كل الزمر.

$$(٦,٨٧) \quad P_f = X_g \sum_{m=1}^n \nu_m \Sigma_{fm} \phi_m$$

علماً أن X_g يساوي نسبة النيوترونات الانشطارية التي تظهر في الزمرة g الناتجة عن الانشطارات في أي زمرة. أما العامل ν_g فهو يمثل معدل النيوترونات المنتجة لكل انشطار.

$$(٦,٨٨) \quad \nu_g = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_{g-1}}^{E_g} \nu(E) \phi(E) dE$$

(٦,٥,٣,١) شروط حل نظام المعادلات الحرجة

كما هو الحال بالنسبة لنظرية انتشار الزمرة الواحدة ونظرية انتشار الزمرتين من النيوترونات، فإن الحالة الحرجة لنظرية انتشار الزمر المتعددة لا تتحقق إلا بتساوي قيم الانحناء الهندسي والانحناء المواد المكونة للمفاعل. ولهذا فلا داعي لإعادة الحسابات بالنسبة لهذه النظرية، ويمكن استنتاج مما سبق أن الشرط للحل يتلخص في المعادلة الآتية:

$$(٦,٨٨) \quad K_{eff} = K_{\infty} \cdot \epsilon_i = \frac{K_{\infty}}{\prod_{i=1}^n (1 + B_g^2 L_i^2)} = 1$$

حيث إن:

L_i^2 يمثل مربع طول المسار الحر لانتشار الزمرة التي رقمها i . ويصعب عادة حساب هذه المسارات الحرة بدقة لكل زمرة مما يجعل من الضروري قياس بعضها للتأكد من الحسابات النظرية.

(٢, ٣, ٥, ٦) حل نظام معادلات الحالة الحرجة

لا يمكن حل المعادلات التفاضلية لنظام نظرية انتشار الزمر المتعددة من النيوترونات يدوياً كما أشرنا سابقاً. ذلك لأن عدد الزمر يتراوح عادة بين عشرة ومائة لكي نحصل على نتائج لها قدر مقبول من الدقة. وهذا يُحتم استخدام الحاسب الآلي للقيام بهذه الحسابات المعقدة والطويلة.

(٦, ٦) تمارين

- ١- عرّف الكميات العددية والكميات المتجهة للنيوترونات.
- ٢- اشرح باختصار أساسيات نظرية انتقال النيوترونات.
- ٣- اشرح باختصار أساسيات نظرية انتشار النيوترونات.
- ٤- اذكر أهم الشروط التي بتحققها يمكن تقريب نظرية انتقال النيوترونات إلى نظرية الانتشار.
- ٥- وضح الحالات المناسبة لاستعمال كل من نظرية الانتشار الزمرة الواحدة والزمريتين والزممر المتعددة للنيوترونات.
- ٦- إذا كان فيض النيوترونات الحراري الساقط على صفيحة نحيفة من اليورانيوم يساوي 2×10^{12} n/cm²sec من ناحية اليمين والفيض الساقط من ناحية اليسار يساوي 3×10^{10} n/cm²sec فاحسب عند نقطة محددة في وسط الصفيحة ما يلي:
(أ) فيض النيوترونات وتيارها عند تلك النقطة.

(ب) معدل كثافة التفاعل عند تلك النقطة.

٧- إذا كانت الكثافة المتجهة للنيوترونات الحرارية في النقطة r والاتجاه $\hat{\Omega}$

المحدد تساوي :

$$n(r, \hat{\Omega}, t) = \frac{n_0}{4\pi} (1 - \cos \theta)$$

حيث إن :

θ الزاوية بين $\hat{\Omega}$ والمحور Z فاحسب ما يلي :

(أ) فيض النيوترونات التي تقطع المسافة A المتعامدة على المحور Z .

(ب) كثافة تيار النيوترونات الصاعد والنازل.

(ج) محصلة تيار النيوترونات عند النقطة r .

٨- وضع مصدر نقطي مشع للنيوترونات الحرارية في كل الاتجاهات في وسط

فارغ ثم في وسط مادي ماص للنيوترونات. اكتب معادلة انتقال النيوترونات لهذه

الحالات ، ثم احسب ما يلي :

(أ) فيض النيوترونات في الفراغ عند النقطة r التي تبعد عن المصدر بحوالي

١٠ سم.

(ب) فيض النيوترونات في الوسط المادي عند النقطة r التي تبعد عن المصدر

بحوالي ١٠ سم.

٩- اكتب معادلات الشروط الثلاث لتقريب نظرية انتقال النيوترونات إلى نظرية

انتشار النيوترونات.

١٠- أثناء التصميم الأولي لمفاعل أبحاث أستعملت نظرية الزمرة الواحدة

لانتشار النيوترونات واختير الشكل الأسطواني للمفاعل ثم خليط متجانس من الماء

واليورانيوم ^{235}U حيث إن تركيز اليورانيوم يساوي 0.016 g/cm^3 ، فاحسب في هذه

الحالة ما يلي :

أ) أبعاد المفاعل الذي يحقق أقل كتلة حرجة ($H=1.82R$)

ب) الكتلة الحرجة.

ج) أعد حسابات الفقرة أ وب، إذا كان شكل المفاعل كروياً علماً أن

$$.L_T^2 = 3.84 \text{ cm}^2 ; \tau_T = 27 \text{ cm}^2$$