عرض البيانات الإحصائية وتمثيلها

• أهداف الفصل الثالث • مقدمة • أولاً: التوزيع التكراري • ثانياً: تمثيل التوزيع بالرسوم البيانية • الأشكال البيانية للبيانات المنفصلة (المتقطعة) • أسئلة على الفصل الثالث

أهداف الفصل الثالث

١- أن يتعرف الطالب على الفرق بين البيانات المتصلة والبيانات المنفصلة.

٢- أن يتعرف الطالب على كيفية عمل التوزيعات التكرارية كأحد الأساليب المستخدمة في عرض البيانات الإحصائية في شكل جداول على مختلف أنواعها.

٣- أن يتعرف الطالب على كيفية عمل التكرارات النسبية والمئوية.

٤- أن يتعرف الطالب على كيفية عمل التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والهابط.

٥- أن يتعرف الطالب على كيفية تمثيل التوزيع بالرسوم البيانية المختلفة كالمضلع التكراري، والمنحنى التكراري، والمدرج التكراري، والمنحنى التكراري التجمعي، والدوائر، والأعمدة الرأسية والأفقية، واستخدام بعض الرسوم في المقارنة بين توزيعين.

٦- أن يتمكن الطالب من حل بعض التمارين على الموضوعات السابقة.

مقدمـة

يهدف هذا الفصل في المقام الأول إلى توضيح أساليب عرض البيانات الإحصائية عن طريق الجداول والأشكال البيانية.

وفيما يلي أساليب عرض البيانات الإحصائية:

أولا: التوزيع التكراري Frequency Distribution.

ثانيا: تمثيل التوزيع بالرسوم البيانية:

- المضلع التكراري Frequency Polygon.
- المنحنى التكراري Frequency Curve.
- المدرج التكراري Frequency Histogram.
- المنحنى التكراري التجمعي Frequency Cumulative Curve.
- الدوائر Circles.
- الأعمدة الرأسية والأفقية Vertical and Horizontal Bar.

أولا: التوزيع التكراري

يهدف التوزيع التكراري إلى عرض البيانات بطريقة مبسطة تعتمد على تصنيفها إلى فئات، وبطبيعة الحال فإن هذه الفئات تكون ذات طابع كمي في حالة القيم المتصلة، وذات طابع كيفي في حالة القيم المنفصلة.. ويشير مفهوم التكرار في الإحصاء إلى عدد الحالات أو الأشياء أو الأشخاص أو الأحداث في كل فئة من فئات التصنيف المستخدمة.

والجدول التكراري يشبه إلى حد كبير الفراز الذي يقوم بوضع الثمرات في

obeikandi.com

عدة صناديق حسب حجم الثمرة ونوعيتها، فيضع ثمرة ما ذات حجم معين وجودة معينة في صندوق الفرز الأول، وأخرى ذات حجم آخر وجودة أخرى في صندوق الفرز الثاني.. وهكذا، والباحث في إعداده للتوزيع التكراري يقوم بعمل الفراز، وهو نفسه الذي يحدد الفئات التي سيتم الفرز فيها، وبصورة عامة نستطيع أن نقول بأن التوزيع التكراري يعدُّ وسيلة لتجميع الدرجات المتقاربة في فئات أو تصنيفها في أقسام بشكل يتيح فهم توزيع الصفة أو الظاهرة التي يقوم الباحث بدراستها، أو نستطيع القول بأنه يهدف إلى ترتيب البيانات وتقسيمها تقسيما يسهل إدراك ما بينها من علاقات، ويوضح صفاتها ودلالتها.

ولكي نوضح أهمية التوزيع التكراري تأمل المثال التالي:

قام أحد الباحثين الاجتماعيين بتطبيق استبانة على عينة من الريفيين لمعرفة اتجاهاتهم نحو تنظيم الأسرة وكان عددهم ٥٠ فرداً وحصلوا على الدرجات التالية:

١٤	١٢	١٨	١٥	١٩
١٦	١٩	٢٠	٢٠	٢٠
٢٠	٢٠	٢٨	٢٣	٢٢
٢٣	٢٣	٢٤	٢٦	١٦
١٠	٢٧	١٧	١٩	٢٣
١٣	٢٥	٢١	٢٣	١٨
١٧	٢٢	٢٥	٢٧	٢٦
٢١	٢١	٢٤	٢٥	٢٢
٢٩	٢٥	٢٢	٢٠	٢٠
١٨	٢٩	١٨	١٧	١٨

وبطبيعة الحال فإن المتأمل لهذه الدرجات لا يمكنه أن يستخلص منها أي معنى واضح، فهي لا يمكن أن تعطى الباحث فكرة واضحة عن طبيعة اتجاهات هذه المجموعة نحو تنظيم الأسرة، ولا شك في أن الأمر يزداد تعقيدا كلما زاد عدد الأفراد الذين يشكلون عينة البحث والتي قد تتخطى المئات بل الآلاف.. ومن ثمة يبدو منطقيا تفريغ هذه الدرجات أو البيانات في جدول ينطوي على مجموعة من الفئات تضم كل فئة فيه الدرجات المتجاورة معا وتفصلها عن غيرها من الفئات بما يتيح حصر المرتفع والمنخفض منها وما يقع في منطقة وسط فيسهل فهمها ويتاح تحليلها على نحو أفضل مما هو قائم إزاء العرض المبعثر لها.

ويتطلب عمل التوزيع التكراري ما يلي:

١- تحديد الفئات

ينبغي على الباحث القائم بعمل التوزيع التكراري أن يحدد أولا الفئات التي تضم كل واحدة منها مجموعة من الدرجات المتجاورة معا، ويستلزم هذا الأمر أن يقوم الباحث بتحديد أعلى قيمة وأقل قيمة في الدرجات الواردة إليه، وفي المثال السابق نجد أن أقل قيمة هي (١٠) وأعلى قيمة هي (٢٩).. ويعني هذا الأمر أن الفئة الأولى في هذه الحالة أو أقل الفئات ينبغي أن تكون شاملة للقيمة (١٠)، كما أنه ينبغي أن تكون آخر فئة مشتملة على القيمة (٢٩)، ولا يفيد في هذه الحالة وضع فئات تشتمل على قيم أعلى بكثير من (٢٩) أو أقل بكثير من (١٠).

٢- اختيار مدى الفئة

مما لا شك فيه أنه لا توجد قاعدة ثابتة لتحديد مدى الدرجات التي تشتمل عليها كل فئة، أو بمعنى آخر تحديد الحد الأدنى والأعلى للدرجات التي تنتمي لهذه الفئة، فالمسألة متروكة كاملة للباحث نفسه فهو الذي يختار الحد الأدنى والأعلى، وأن

كان من الضروري أن يكون عدد الفئات مناسبا، على اعتبار أن مدى الفئة هو الذي يحدد عدد الفئات.. فإذا كان عدد الفئات صغيرا (فئتين – أو ثلاث فئات) أضاع الباحث على نفسه كثيرا من الفوائد التي يمكن أن يحصل عليها – كما سنرى بعد قليل – وهو نفس الأمر بالنسبة لعدد الفئات الكبيرة، ورغم عدم وجود قاعدة ثابتة إلا أن عددا يتراوح بين سبع وسبعة عشر قد يكون مناسبا إذا أمكن ذلك وإن كانت بعض الحالات لا تسمح بهذا العدد وهي الحالات التي تكون فيها الدرجات المراد توزيعها محصورة في مدى ضيق.

ومن الضروري أن تكون الفئات متساوية في الاتساع، فإذا افترضنا أننا حددنا مدى الفئة في المثال السابق بأنه (١٠) حد أدنى و(١١) حد أعلى للفئة الأولى فإن المدى هنا وحدتان هما (١٠، ١١)، ولمراعاة التساوي في الاتساع يجب أن تكون كل فئة في الجدول أو التوزيع مداها وحدتين وبتسلسل من الأدنى للأعلى، ومن ثمة ستكون الفئة الثانية حدها الأدنى (١٢) والأعلى (١٣)، والفئة الثالثة حدها الأدنى (١٤) والأعلى (١٥)، وهكذا الرابعة والخامسة حتى نصل إلى فئة تستوعب أعلى قيمة وردت في الدرجات.. وترجع منطقية تساوى الاتساع إلى أن الفئات غير المتساوية في اتساعها لا تتيح إمكانية التفسير للتوزيع التكراري من حيث إجراء مقارنات ذات قيمة بين الفئات المختلفة، فمثلا إذا كان عدد القيم التي تقع في فئة معينة يختلف عن عدد القيم التي تقع في فئة أخرى وكانت الفئتين غير متساويتين في الاتساع، فإنه في هذه الحالة لا يمكن تحديد ما إذا كان الفرق في عدد القيم يرجع إلى الفرق في اتساع الفئتين أو إلى الفرق في التركيز في الفئتين.

وبتطبيق ما سبق على المثال الخاص بالاتجاهات نحو تنظيم الأسرة يمكن وضع التصور التالي للفئات:

obeikandi.com

الفئات	حد أدنى	حد أعلى
الفئة الأولى	١٠	١١
الفئة الثانية	١٢	١٣
الفئة الثالثة	١٤	١٥
الفئة الرابعة	١٦	١٧
الفئة الخامسة	١٨	١٩
الفئة السادسة	٢٠	٢١
الفئة السابعة	٢٢	٢٣
الفئة الثامنة	٢٤	٢٥
الفئة التاسعة	٢٦	٢٧
الفئة العاشرة	٢٨	٢٩

ويلاحظ مما سبق أن الفئة الأولى تشتمل على أقل قيمة في الدرجات الواردة بالمثال (١٠)، والفئة الأخيرة تشتمل على أعلى قيمة فيها وهي (٢٩)، كما يلاحظ عدم وجود فئات قبل أقل قيمة ولتكن (٨–٩) حيث لم يحصل أحد على هذه الدرجات، فضلا عن عدم وجود فئات بعد أكبر قيمة ولتكن (٣٠–٣١) لنفس السبب.

كما أنه يلاحظ أن مدى كل فئة وحدتين فقط وقد أسفر هذا المدى عن عشر فئات وهو عدد مناسب، وروعي أن تكون الفئات جميعها متساوية في الاتساع فكل واحدة منها تشتمل على وحدتين وبتسلسل من أدنى إلى أعلى.

وبطبيعة الحال يمكن تغيير مدى الفئة في نفس المثال لتشمل ثلاث وحدات مثلا وفي هذه الحالة ستكون كالتالي:

obeikandl.com

الفئات	حد أدنى	حد أعلى
الفئة الأولى	١٠	١٢
الفئة الثانية	١٣	١٥
الفئة الثالثة	١٦	١٨
الفئة الرابعة	١٩	٢١
الفئة الخامسة	٢٢	٢٤
الفئة السادسة	٢٥	٢٧
الفئة السابعة	٢٨	٣٠

ويلاحظ في هذه الحالة أن توسيع مدى الفئة ليشمل ثلاث وحدات في كل فئة حيث تشتمل الأولى على (١٠، ١١، ١٢)، والثانية على (١٣، ١٤، ١٥).. وهكذا ترتب عليه تقليص عدد الفئات من عشر في التصور الأول إلى سبع في التصور الثاني، وهو تصور سليم أيضا للفئات روعي فيه نفس الشروط الخاصة بالتصور الأول.. وهكذا يمكن طرح تصور آخر تشتمل فيه كل فئة على أربع وحدات أو خمس... إلخ.

٣- تبويب التكرارات

يقوم الباحث في هذه الخطوة بتحديد عدد الأفراد الواقع في كل فئة من فئات التوزيع وفقا للبيانات الواردة، والإجراء المتبع في ذلك هو وضع خط مائل (علامة) للدلالة على أن درجة هذا الفرد تقع في هذه الفئة، ففي المثال السابق يتضح أن درجة الفرد الأول هي (١٤)، وتوضع العلامة الدالة عليها أمام الفئة الخاصة بها أو تلك التي تتضمنها كالتالي:

obeikandl.com

فئات	علامات
١١-١٠	
١٣-١٢	
١٥-١٤	/
١٧-١٦	
١٩-١٨	
٢١-٢٠	
٢٣-٢٢	
٢٥-٢٤	
٢٧-٢٦	
٢٩-٢٨	

وهكذا بالنسبة لكل درجة من الدرجات الواردة بالمثال، وبطبيعة الحال سيكون هناك (٥٠) علامة أو خط مائل يمثلون عدد الدرجات كافة كل في الفئة الخاصة به، وحينما يزيد عدد الخطوط أو العلامات عن أربع علامات يفضل وضع الخامسة بشكل عكسي لتعبر عن خمس علامات كالتالي:

(////) أربع علامات، (𝍸) خمس علامات..

وتأتي إلى الجوار السادسة والسابعة إن وجدت حتى التاسعة، ثم يوضع خط عكسي في العاشرة كالتالي:

(𝍸 ////) تسع علامات، (𝍸 𝍸) عشر علامات.

وبعد الانتهاء من الخطوة السابقة يتم تحويل العلامات إلى أرقام تسمى التكرارات وهي تلك التي يرمز لها بالرمز (ك) في عمود ثالث، ومن ثمة فإن الجدول

obeikandl.com

التكراري يشتمل على ثلاثة أعمدة، وبالتطبيق على المثال السابق يصبح الجدول بالشكل التالي:

فئات	علامات	تكرارات
١٠–١١	/	١
١٢–١٣	//	٢
١٤–١٥	//	٢
١٦–١٧	/////	٥
١٨–١٩	/// /////	٨
٢٠–٢١	///// /////	١٠
٢٢–٢٣	//// /////	٩
٢٤–٢٥	/ /////	٦
٢٦–٢٧	////	٤
٢٨–٢٩	///	٣
المجموع		٥٠

ومن الملاحظ في الجدول التكراري السابق أن مجموع التكرارات (٥٠) مساوياً لعدد القيم المعطاة أو الواردة في المثال، وأن أقل قيمة وأعلى قيمة في الدرجات موجودتان بالجدول في أول فئة وآخر فئة، وأن الفئات تسير بتتابع منتظم ومسلسل وأن اتساع كل فئة مساو لاتساع باقي الفئات.

ولعله قد أتضح في الأذهان فائدة وقيمة توزيع الدرجات في جدول تكراري فقد أمكن من خلال المثال السابق قراءة ما يلي:

obeikandl.com

١- إن معظم أفراد العينة حصلوا على درجات متوسطة على استبيانة الاتجاهات نحو تنظيم الأسرة إذ إن عددهم يزداد أمام الفئات (١٨-١٩)، (٢٠-٢١)، (٢٢-٢٣) وهم ٢٧ فرداً، وهو ما يعني أن الغالبية ليست مع أو ضد تنظيم الأسرة.

٢- إن مجموعة صغيرة من العينة حصلت على درجات منخفضة في الفئات (١٠-١١)، (١٢-١٣)، (١٤-١٥) وعددهم خمسة أفراد، وهو ما يعني أن قلة فقط تتبنى اتجاها سلبياً نحو تنظيم الأسرة.

٣- إن مجموعة صغيرة أيضاً حصلت على درجات مرتفعة في الفئات (٢٤-٢٥)، (٢٦-٢٧)، (٢٨-٢٩) وعددهم ١٣ فرداً، وهو ما يعنى أن قلة تتبنى اتجاهاً إيجابياً نحو تنظيم الأسرة وإن كانت تفوق أصحاب الاتجاه السلبي.

ومن ثمة فقد أعطى الجدول التكراري وصفا لتوزيع الدرجات كنا نعجز عن معرفته دونه.

١- الجداول التكرارية للفئات غير المتساوية

على الرغم من التأكيد على ضرورة استخدام فئات متساوية في التوزيع التكراري كما سبق وأوضحنا، إلا أنه قد تقتضي طبيعة البيانات في بعض البحوث استخدام فئات غير متساوية في التوزيع، ويحدث هذا إذا لاحظ الباحث أن هناك فئات كثيرة قليلة التكرار أو لم يرد بها تكرارات، فيلجأ إلى ضمها في فئة واحدة أو فئتين، والمثال التالي يوضح المقصود:

إذا افترضنا أن باحثاً أراد أن يوزع دخول عينة ما في جدول تكراري وكان عددهم (٤٠) فرداً وكانت دخولهم كالتالي:

١٧٦٥٠	٦٥٠	٣٧٠	٦٠٠
٩٠٧	٨١٠	١٣٥٠٠	٥٣٠
٣٢٢	٧٣٥	٢٧٠	٧١٠
٥٥٠	٩٠٣	٤٣٠	٤٩٠
٢٠١٠٠	٧٢٥	٥١٠	٦٨٠
٧٠٨	٦٠٢	٥٩٠	٩٠٥
٤٨٥	٤٠٧	٣٩٠	٤٠٣
٦٦٥	٣٣٣	٤٣٥	٧٣٠
٣٩٠	٥٠٦	٩٢٠	٣٥٠
٤٦٣	٨٥٠	١٠٠٠٠	٤٩٠

ويلاحظ من البيانات الواردة أن أقل قيمة أو أقل دخل هو (٢٧٠ جنيها) وأن أعلى قيمة أو أعلى دخل (٢٠١٠٠ جنيه) وهو ما يشير إلى اتساع المدى بشكل ملحوظ، كما يتضح أن غالبية الدخول تتراوح بين ٢٧٠ و٩٢٠ جنيها، وأن أربعة دخول فقط مرتفعة عن ٩٢٠ وهي (١٣٥٠٠، ١٠٠٠٠، ١٧٦٥٠، ٢٠١٠٠)، وإذا افترضنا أننا سنضع فئات يكون المدى فيها (١٠٠) كالتالي:

حد أدنى	حد أعلى
٢٥٠	٣٤٩
٣٥٠	٤٤٩
٤٥٠	٥٤٩
٥٥٠	٦٤٩
٦٥٠	٧٤٩
وهكذا...	

obeikandl.com

فلنا أن نتصور كم الفئات التي سترد في هذا التوزيع ولم يسجل بها تكرارات، ولذلك أصبح ضروريا وضع فئات غير متساوية للدخول فتكون الفئات كالتالي:

٢٥٠	٣٤٩
٣٥٠	٤٤٩
٤٥٠	٥٤٩
٥٥٠	٦٤٩
٦٥٠	٧٤٩
٧٥٠	٨٤٩
٨٥٠	٩٤٩
٩٥٠	٢٠١٠٠

ويكون التوزيع التكراري للدخول كالتالي:

فئات	علامات	تكرارات
٢٥٠-	///	٣
٣٥٠-	///-++//	٨
٤٥٠-	//-++//	٧
٥٥٠-	////	٤
٦٥٠-	///-++//	٨
٧٥٠-	/	١
٨٥٠-	-++//	٥
٩٥٠-٢٠١٠٠	////	٤
مجموع		٤٠

obeikandl.com

ويلاحظ من الجدول السابق أن الفئات غير متساوية وهو أمر يطلق على الفئات حتى ولو كانت فئة واحدة فقط هي التي غير متساوية.

٢- الجداول التكرارية مفتوحة الأطراف

من ناحية أخرى قد يضطر الباحث إلى توزيع بياناته في إطار مفتوح خاصة بالنسبة للأطراف كأن تكون القيم التي تقل عن رقم معين قليلة أو تزيد عن رقم معين قليلة ويتضح هذا الأمر في حالة توزيع أعمار عينة معينة في بحث ما، والجدول التالي يوضح كيف يمكن أن يكون التوزيع مفتوحاً من طرفيه، وهو جدول تكراري لأعمار عينتين بحثيتين من الحضر، والريف:

فئـــات	تكرارات عينة الحضر	تكرارات عينة الريف
أقل من ١٠ سنوات	٩	٣
١٠-	١٠٥	٨٤
١٥-	١٢١	٢٠٥
٢٠-	٢٣٠	٢١٠
٢٥-	٩٩	٩٢
٣٠-	٨٠	٤٤
٣٥ فما فوق	٦	٨
مجموع	٦٥٠	٦٤٦

ويتضح أن التوزيع مفتوح فليس له حد أدنى، فتبدأ الفئات بأقل من ١٠ سنوات لقلة التكرارات ثم تتابع بانتظام ١٠-، ١٥-، ٢٠-، وهكذا حتى الفئة الأخيرة، وهي أيضا مفتوحة لنفس السبب.

obeikandl.com

٣- الجداول التكرارية للبيانات المنفصلة (النوعية)

جدير بالذكر أنه ليس دائما ما يقوم الباحث بعمل جدول تكراري لفئات رقمية كما هو الحال في كافة الأمثلة السابقة، إذ إنه قد يحتاج إلى عمل الجدول وفقا لأساس نوعي، وهو أمر يشيع في حالة القيم غير المتصلة ومنها الحالة الاجتماعية والتعليمية والدرجة الوظيفية والمهن... إلخ، فيشكل الفئات وفقا للمتغيرات النوعية الخاصة ويقسم المجموعة الكلية على تلك المتغيرات، وفيما يلي توزيع تكراري لعينة مكونة من (٤٧٤) فرداً على متغير المهنة في أحد البحوث التي أجريت بهدف التعرف على الصورة الذهنية المدركة عن السلوك البيروقراطي لدى عينة من الجمهور:

المهنة	التكرارات
محاسبون	٥٠
محامون	٥٠
مهن حرة	٥٠
أطباء	٤٦
مهندسون	٥٠
لا يعملون	٣٧
أعضاء هيئة تدريس	٤١
مدرسون	٥٠
حرفيون	٥
طلاب جامعيين	٥٠
مجموع	**٤٧٤**

obeikandl.com

كما يوضح الجدول التالي خصائص نفس العينة على متغير المستوى التعليمي:

المستوى التعليمي	التكرارات
ابتدائية	٢
إعدادية	٢
ثانوية وما يعادلها	١١٦
فوق متوسط	١١
مؤهل عال	٣٠١
ماجستير	٢٨
دكتوراه	١٤
مجموع	**٤٧٤**

٤- التكرار النسبي والتكرار المئوي

أشرنا فيما سبق إلى الفوائد التي يمكن أن يجنيها الباحث من توزيع الدرجات في جدول تكراري، وكيف يمكن أن يعطيه هذا الجدول وصفا لتوزيع الدرجات كان يعجز عن معرفته دونه، والواقع أنه من الممكن أن تتضح الصورة أكثر فيما يختص بتوزيع الدرجات إذا قام الباحث بحساب التكرار النسبي والتكرار المئوي المقابل لكل فئة من فئات التوزيع بما يسمح بقراءة أفضل للجدول.

ويتم حساب التكرار النسبي عن طريق قسمة تكرار الفئة على مجموع التكرارات، وفي فئة ثانوية أو ما يعادلها في المثال السابق الخاص بخصائص العينة على متغير المستوى التعليمي التكرار النسبي = $\frac{١١٦}{٤٧٤}$ = ٠,٢٥ تقريباً.

obeikandl.com

أما التكرار المئوي فيتم حسابه عن طريق قسمة تكرار الفئة على مجموع التكرارات وضرب الناتج في مائة، وفي فئة مؤهل عالٍ لنفس المثال يتضح أن التكرار المئوي = $\frac{٣٠١}{٤٧٤} \times ١٠٠ = ٦٣,٥٪$.

أي أن:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

و

$$\text{التكرار المئوي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ١٠٠$$

والمثال التالي يوضح حساب كل من التكرار النسبي والمئوي:

فيما يلي درجات مجموعة من الطلاب الجامعيين عددهم (٥٠) طالباً على مقياس للاتجاهات نحو المشاركة السياسية:

١٩	٢٣	١٥	٢٠	١١	١٦	٢١	١٧	٢٢	١٨
٣٣	٥٥	٣٠	١٠	٣٧	٢٥	٣١	٢٨	٥٠	٢٩
٢٨	١٨	٣٥	٤٦	١٢	٢٦	٢٤	٢٧	١٧	٣٢
٣٤	٣٤	٢٦	٤٠	٤١	٢٠	٣٩	٢١	٥٢	٦٧
٢٢	٦٢	٤٠	٤٥	١٣	٣٨	١٦	٤٧	٤٣	١٦

وسوف نوضح في الجدول التالي التوزيع التكراري والتكرار النسبي والتكرار المئوي لهذه الدرجات:

obeikandl.com

فئات (ف)	علامات (ع)	تكرارات (ك)	التكرار النسبي (ك ن)	التكرار المئوي (ك م)
١٠–	////	٤	$\frac{٤}{٥٠}$ = ٠,٠٨	$\frac{٤}{٥٠}$ × ١٠٠ = ٨٪
١٥–	//// ///|	٩	$\frac{٩}{٥٠}$ = ٠,١٨	١٨٪
٢٠–	/// ///|	٨	$\frac{٨}{٥٠}$ = ٠,١٦	١٦٪
٢٥–	// ///|	٧	$\frac{٧}{٥٠}$ = ٠,١٤	١٤٪
٣٠–	/ ///|	٦	$\frac{٦}{٥٠}$ = ٠,١٢	١٢٪
٣٥–	////	٤	$\frac{٤}{٥٠}$ = ٠,٠٨	٨٪
٤٠–	////	٤	$\frac{٤}{٥٠}$ = ٠,٠٨	٨٪
٤٥–	///	٣	$\frac{٣}{٥٠}$ = ٠,٠٦	٦٪
٥٠–	//	٢	$\frac{٢}{٥٠}$ = ٠,٠٤	٤٪
٥٥–	/	١	$\frac{١}{٥٠}$ = ٠,٠٢	٢٪
٦٠–	/	١	$\frac{١}{٥٠}$ = ٠,٠٢	٢٪
٦٥–	/	١	$\frac{١}{٥٠}$ = ٠,٠٢	٢٪
المجموع		٥٠	١,٠٠	١٠٠٪

obeikandl.com

ويلاحظ في الجدول السابق أن مجموع التكرارات مساويا لعدد أفراد العينة (٥٠)، كما يلاحظ أن مجموع التكرار النسبي واحد صحيح، وأن مجموع التكرار المئوي مائة.. وقد يبدو واضحاً أن التكرار النسبي والمئوي أضافا ملمحاً جديداً لتوزيع الدرجات يتمثل في التعرف على النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجة ما، كما يستطيع الجدول أن يجيب عن كثير من التساؤلات التي قد تتبادر لذهن الباحث مثل:

١- ما النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجات مرتفعة؟

٢- ما النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجات منخفضة؟

٣- ما النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجات متوسطة؟

ولا شك في أن الإجابة على هذه الأسئلة تفيد كثيرا في فهم درجات المجموعة وتحديد اتجاهاتهم نحو موضوع الدراسة.

٥- التوزيع التكراري المتجمع The Cumulative Frequency Distribution

يستطيع الباحث أثناء تعامله مع القيم المتصلة العددية فقط أن يقوم بحساب ما يسمى بالتوزيع التكراري المتجمع، وهو أسلوب يلجأ إليه الباحث إذا أراد أن يحدد من خلال التوزيع التكراري نسبة عدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين، أو العكس، أي حينما يريد تحديد نسبة عدد الأفراد الذين تزيد درجاتهم عن حد معين.. وفي الحالة الأولى يقوم الباحث بحساب التكرار المتجمع الصاعد، وللثانية يحسب التكرار المتجمع الهابط، وفيما يلي طريقة حسابهما:

١- التكرار المتجمع الصاعد

في كثير من الأحيان يريد الباحث التعرف على نسبة الأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين للإجابة على تساؤل ما في دراسته، ولتوضيح المقصود نفترض

أن أخصائياً اجتماعياً طبق أحد الاستبانات على مجموعة من الطلاب بإحدى المدارس الثانوية للتعرف على اتجاهاتهم نحو أحد المقررات الدراسية وكان عددهم (٥٠) طالباً وأراد أن يتعرف على نسبة الطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٤٧,٥) وهي الدرجة التي تشير وفقا لدرجات الاستبانة إلى الحد الأدنى لتقبل المادة أو المقرر الدراسي.. وفي مثل هذه الحالة يقوم الأخصائي بإجراء عدة خطوات بعد التوزيع التكراري تشتمل على:

١- حساب الحد الأعلى للفئة.

٢- حساب التكرار المتجمع الصاعد.

٣- حساب التكرار المتجمع الصاعد النسبي.

٤- حساب التكرار المتجمع الصاعد المئوي.

ونستعرض فيما يلي درجات الطلاب على الاستبيان بعد توزيعها في جدول تكراري وقد اشتمل أيضا على الخطوات السابقة.

ف	ك	الحد الأعلى للفئة	ك متجمع صاعد	ك متجمع صاعد نسبى	ك متجمع صاعد مئوي
٤٠-٤٣	٢	٤٣,٥	٢	٠,٠٤	٤٪
٤٤-٤٧	١٥	٤٧,٥	١٧	٠,٣٤	٣٤٪
٤٨-٥١	٢٠	٥١,٥	٣٧	٠,٧٤	٧٤٪
٥٢-٥٥	٩	٥٥,٥	٤٦	٠,٩٢	٩٢٪
٥٦-٥٩	٤	٥٩,٥	٥٠	١,٠٠	١٠٠٪
مجـ	٥٠				

وفيما يلي نوضح كل عمود من أعمدة الجدول وطريقة الحصول عليه:

• **العمود الأول**: ويحتوي على الفئات وقد سبق الحديث عنها، وقد روعي فيه وضع الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة حتى يتسنى الحصول على الحد الأعلى للفئة (العمود الثالث).

• **العمود الثاني**: ويحتوي على التكرارات.

• **العمود الثالث**: وبه الحد الأعلى للفئة، ويتم حساب الحد الأعلى لكل فئة عن طريق القانون التالي:

$$\text{الحد الأعلى للفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة التالية لهذه الفئة} - \text{الحد الأعلى للفئة نفسها}}{٢} + \text{الحد الأعلى للفئة}$$

فإذا أردنا حساب الحد الأعلى للفئة الأولى في المثال نقوم بطرح حدها الأعلى وهو (٤٣) من الحد الأدنى للفئة التي تليها وهو (٤٤) ثم نقسم الناتج على (٢) ثم نجمع هذه النتيجة على الحد الأعلى للفئة نفسها المراد حساب الحد الأعلى لها وهو (٤٣) في المثال... أي:

$$\text{الحد الأعلى للفئة الأولى} = \frac{٤٤-٤٣}{٢} + ٤٣ = ٠,٥ + ٤٣ = ٤٣,٥$$

وبعد حساب الحد الأعلى للفئة الأولى يسهل حساب الحد الأعلى للفئات التالية بإضافة مدى الفئة وهو في المثال السابق (٤)، فتكون كالتالي:

٤٣,٥ – ٤٧,٥ – ٥١,٥ – ٥٥,٥ – ٥٩,٥

• **العمود الرابع**: وبه التكرار المتجمع الصاعد (ك صاعد)، ويتم حساب التكرار المتجمع الصاعد عن طريق وضع التكرار المقابل للفئة الأولى كما هو كأول تكرار متجمع صاعد في العمود الرابع وهو في المثال السابق (٢) ثم يجمع هذا التكرار المتجمع الصاعد الأول على التكرار الثاني العادي، ويوضع الناتج على اعتبار أنه

التكرار المتجمع الثاني.. ثم يجمع التكرار المتجمع الثاني على التكرار الثالث العادي، ويوضع الناتج على اعتبار أنه التكرار المتجمع الثالث... وهكذا كالتالي:

ف	ك	ك متجمع صاعد
٤٣–٤٠	٢	٢
٤٧–٤٤	١٥	١٧
٥١–٤٨	٢٠	٣٧
٥٥–٥٢	٩	٤٦
٥٩–٥٦	٤	٥٠

ولابد أن يكون آخر تكرار متجمع صاعد مساوياً لمجموع التكرارات وهو في المثال الحالي (٥٠).

• **العمود الخامس**: وبه التكرار المتجمع الصاعد النسبي ويتم الحصول عليه عن طريق قسمة التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة على مجموع التكرارات، فمثلا التكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الأولى = $\frac{٢}{٥٠}$ = ٠,٠٤، والتكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الثانية = $\frac{١٧}{٥٠}$ = ٠,٣٤ وهكذا.

• **العمود السادس**: وبه التكرار المتجمع الصاعد المئوي ويتم الحصول عليه عن طريق قسمة التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة على مجموع التكرارات ويضرب الناتج في مائة، فمثلا التكرار المتجمع الصاعد المئوي للفئة الأولى = $\frac{٢}{٥٠}$ × ١٠٠ = ٤٪، والتكرار المتجمع الصاعد المئوي للفئة الثانية= $\frac{١٧}{٥٠}$ × ١٠٠ = ٣٤٪ وهكذا.

obeikandl.com

وبالنظر إلى العمود الثالث (الحد الأعلى للفئة)، والعمود السادس (التكرار المتجمع الصاعد المئوي) في المثال السابق معا يمكن استخلاص ما يلي:

* يشير التكرار المتجمع الصاعد المئوي ٤٪ إلى النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٤٣,٥).

* يشير التكرار المتجمع الصاعد المئوي ٣٤٪ إلى النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٤٧,٥).

* يشير التكرار المتجمع الصاعد المئوي ٧٤٪ إلى النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٥١,٥).

* يشير التكرار المتجمع الصاعد المئوي ٩٢٪ إلى النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٥٥,٥).

* يشير التكرار المجتمع الصاعد المئوي ١٠٠٪ إلى النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٥٩,٥).

ووفقا للتساؤل المطروح من قبل الأخصائي الاجتماعي عن النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن (٤٧,٥) تكون الإجابة ٣٤٪.

٢- التكرار المتجمع الهابط

أتضح من خلال التكرار المتجمع الصاعد كيف يمكن للباحث أن يحدد النسبة المئوية للأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين، بيد أنه في كثير من الأحيان أيضا يكون تساؤل الباحث معكوس، بمعنى أنه قد يريد التعرف على النسبة المئوية للأفراد الذين تزيد درجاتهم عن حد معين.. ولتوضيح المقصود نفترض أن باحثا اجتماعيا أراد التعرف على نسبة الطلاب الذين تزيد درجاتهم عن (٣٩,٥) في امتحان

مادة علم الاجتماع وكان العدد الإجمالي للطلاب (مائة)، ففي مثل هذه الحالة يقوم الأخصائي بإجراء عدة خطوات بعد التوزيع التكراري تشتمل على:

١- حساب الحد الأدنى للفئة.

٢- حساب التكرار المتجمع الهابط.

٣- حساب التكرار المتجمع الهابط النسبي.

٤- حساب التكرار المتجمع الهابط المئوي.

ونستعرض فيما يلي درجات الطلاب في الامتحان بعد توزيعها في جدول تكراري يتضمن الخطوات السابقة:

ف	ك	الحد الأعلى للفئة	ك المتجمع الهابط	ك هابط نسبى	ك هابط مئوي
١٠-١٩	٨	٩,٥	١٠٠	١,٠٠	١٠٠٪
٢٠-٢٩	١٢	١٩,٥	٩٢	٠,٩٢	٩٢٪
٣٠-٣٩	٢٥	٢٩,٥	٨٠	٠,٨٠	٨٠٪
٤٠-٤٩	٣٥	٣٩,٥	٥٥	٠,٥٥	٥٥٪
٥٠-٥٩	٢٠	٤٩,٥	٢٠	٠,٢٠	٢٠٪
مجـ	١٠٠				

وفيما يلي نوضح كل عمود من أعمدة الجدول:

- **العمود الأول**: وبه الفئات بحدودها الدنيا والعليا.
- **العمود الثاني**: وبه التكرارات.
- **العمود الثالث**: وبه الحد الأدنى للفئة، ويتم حساب الحد الأدنى لكل فئة عن طريق القانون التالي:

$$\text{الحد الأعلى للفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة التالية للفئة المراد حساب الحد الأدنى لها} - \text{الحد الأعلى للفئة نفسها}}{٢}$$

– الحد الأدنى للفئة نفسها.

فإذا أردنا حساب الحد الأدنى للفئة الأولى في المثال يكون كالتالي:

يطرح الحد الأعلى للفئة وهو (١٩) من الحد الأدنى للفئة التي تليها وهو (٢٠)، ثم يقسم الناتج على (٢)، ثم تطرح النتيجة الإجمالية من الحد الأدنى للفئة نفسها وهو (١٠)، أي:

$$\text{الحد الأدنى للفئة الأولى} = 10 - \frac{20-19}{2} = 9,5$$

وبعد حساب الحد الأدنى للفئة الأولى يسهل حساب الحد الأدنى للفئات التالية بإضافة مدى الفئة وهو في المثال السابق (١٠)، فتكون كالتالي:

٩,٥ – ١٩,٥ – ٢٩,٥ – ٣٩,٥ – ٤٩,٥

• **العمود الرابع**: ويحتوي على التكرار المتجمع الهابط (ك هابط)، ويتم حسابه عن طريق وضع التكرار الخاص بالفئة الأخيرة على اعتبار أنه آخر تكرار متجمع هابط في آخر العمود الرابع وهو في المثال السابق (٢٠)، ثم يجمع هذا التكرار المتجمع الهابط على التكرار العادي للفئة السابقة على هذه الفئة ويوضح الناتج في عمود التكرار المتجمع الهابط في الفئة السابقة على هذه الفئة.. وهكذا، كالتالي مع مراعاة أن البداية من أسفل:

ف	ك	ك هابط
١٠–١٩	٨	١٠٠
٢٠–٢٩	١٢	٩٢
٣٠–٣٩	٢٥	٨٠
٤٠–٤٩	٣٥	٥٥
٥٠–٥٩	٢٠	٢٠

obeikandi.com

ولابد أن يكون أول تكرار متجمع هابط مساويا لمجموع التكرارات وهو في المثال السابق (١٠٠).

• **العمود الخامس**: وبه التكرار المتجمع الهابط النسبي، ويحسب بنفس طريقة حسابه في التكرار المتجمع الصاعد النسبي.

• **العمود السادس**: وبه التكرار المتجمع الهابط المئوي، ويحسب بنفس طريقة حسابه في التكرار المتجمع الصاعد المئوي.

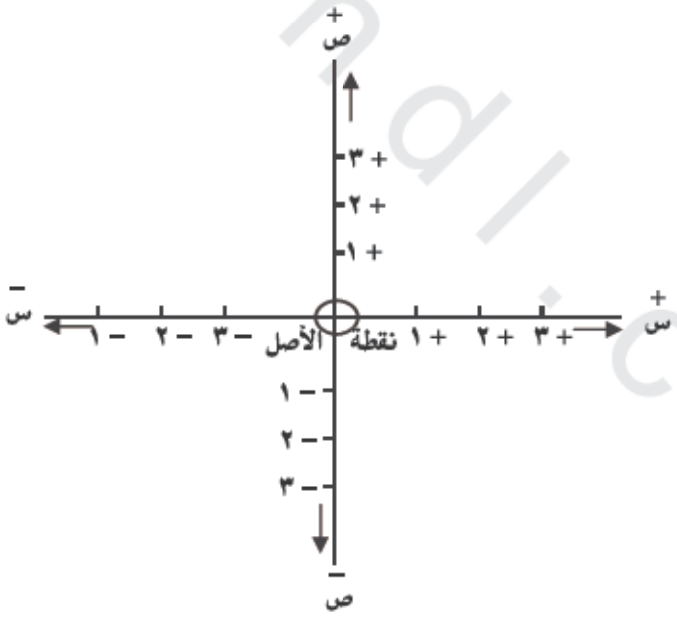
ووفقا للطرح السابق نستخلص من العمود الثالث (الحد الأدنى للفئة)، والعمود السادس (التكرار المتجمع الهابط المئوي) معا أن النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تزيد درجاتهم عن (٣٩,٥) – وهو السؤال المطروح من الباحث– هي (٥٥٪).

ثانيا: تمثيل التوزيع بالرسوم البيانية

اتضح من العرض السابق الأهمية التي ينطوي عليها الجدول التكراري كأحد أساليب عرض البيانات الإحصائية، وكيف أنه يمثل أداة قيمة لوصف توزيع الدرجات وقراءة كثير من النتائج التي ما كانت تتاح دون هذا العرض، مما جعله من أهم أساليب عرض البيانات، والواقع أن الرسوم البيانية هي ولا شك أيضا تعتبر من أكثر الأساليب والأدوات الشائعة في عرض البيانات الإحصائية، فهي لا تقل قيمة عن الجداول التكرارية خاصة أنها تتيح إمكانية اختصار البيانات المراد عرضها وتبسيطها بشكل يسهل استيعابه من قبل غير المتخصصين في الإحصاء والذين قد يواجهون صعوبة في قراءة الجداول واستخلاص ما بها من نتائج ومؤشرات، فالرسم أكثر وضوحا وأسهل في إجراء المقارنات.

وجدير بالذكر أنه ليس هناك قواعد ثابتة لاختيار أي الأشكال أو الرسوم البيانية التي يجب رسمها، فليس هناك أسلوب بياني محدد يعتبر الأصح لموقف معين وما عداه خطأ، فالأمر برمته يتوقف على خبرة الباحث في اختيار الرسم أو الشكل الذي يراه مناسبا لعرض بياناته بسهولة ويسر ودقة.

ويستند الرسم البياني الخاص بالتوزيعات على أساس رياضي مفاده أنه لابد وأن يكون على محورين متعامدين أحدهما أفقي ويسمى المحور السيني والآخر رأسي ويسمى المحور الصادي، وهما يتقابلان في نقطة تسمى (نقطة الأصل)، وتكون القيم الموجبة على يمين نقطة الأصل في المحور السيني بينما تكون القيم السالبة على يسارها، كما تكون القيم الموجبة أعلى نقطة الأصل في المحور الصادي وتكون القيم السالبة أسفل النقطة والتي يمثلها الصفر، كما هو موضح بالرسم التالي:



ونظرا لأن أغلب المعاملات الإحصائية في العلوم الاجتماعية تقوم على أساس موجب فإننا لن نحتاج في توضيح المعلومات بالرسم سوى لجزء واحد فقط من أجزاء الرسم السابق وهو الجزء س+، ص+ والذي يتضح في الشكل التالي:

وتوضع الفئات على المحور السيني، والتكرارات على المحور الصادي، ومن المفترض أن الرسم يحتاج بطبيعة الحال إلى أوراق خاصة معدة لهذا الغرض (أوراق الرسم البياني)، والمقسمة كل ورقة منها طولا وعرضا إلى سنتيمترات ومليمترات، وإن كان من غير الضروري التعبير عن كل وحدة في القيم (سواء الفئات أو التكرارات) بمسافة طولها سنتيمتر واحد، إذ من الممكن التعبير عن كل وحدة بجزء من السنتيمتر أو ربما بأكثر من سنتيمتر، فاختيار المسافة يتوقف على الحجم الذي نرسم فيه والقيم المراد تمثيلها.

obeikandl.com

الأشكال البيانية للتوزيعات التكرارية (البيانات المتصلة)

١ – المضلع التكراري Frequency Polygon

يعتمد المضلع التكراري في رسمه على الأسس السابقة، وعادة ما يستخدم المحور السيني لتمثيل الفئات الخاصة بالتوزيع التكراري، والمحور الصادي لتمثيل التكرارات، وفيما يلي مثال لدراسة أجريت على عينة مكونة من (٦٠) فردا لتحديد اتجاهاتهم نحو تنظيم الأسرة استخدم فيها أحد الاستبانات المعدة لهذا الغرض، وقد حصلوا على الدرجات التالية:

٤٤	٣٥	٢٦	٢٢	١٨	٥٣	٤٦	٦٤	٥٦	٣٨	٤٣	٣٩
٣	٢٢	٣	٤٤	٢٩	٦٢	٢٨	٣٣	٢٢	١٩	٥٥	٤٢
١٥	٦٤	٤٥	٧	٣٢	٣٤	١٩	٢٥	١٩	٧	٥١	٢٥
٦٢	٨	١٧	٤٥	٢٧	٢٥	٢٧	١٨	٩	٤٨	٦٧	٥٦
٥٨	١٥	٢٢	٦٢	٣٦	٥٩	٦	٢٤	٣٧	٦٢	٦٠	٥٨

ويوضح الجدول التالي توزيع هذه الدرجات تمهيدا لرسم المضلع التكراري:

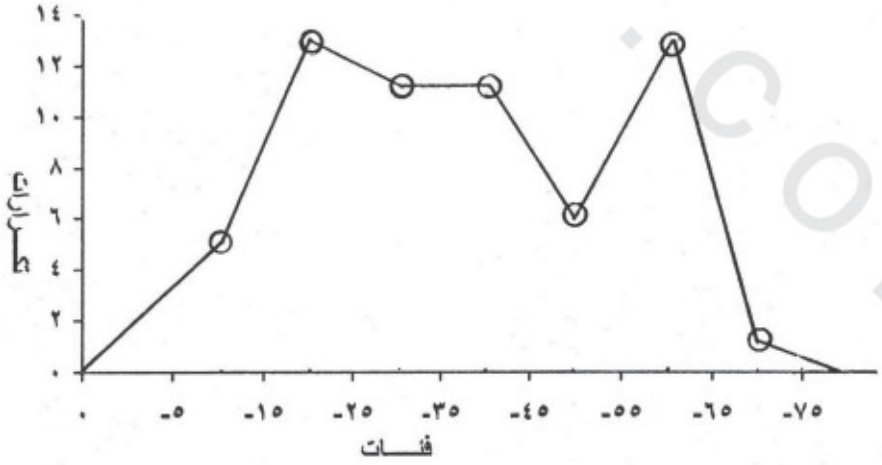
فئات	تكرارات
–٥	٥
–١٥	١٣
–٢٥	١١
–٣٥	١١
–٤٥	٦
–٥٥	١٣
–٦٥	١
مجموع	٦٠

obeikandl.com

ولتمثيل المعلومات السابقة بيانيا باستخدام المضلع التكراري يتعين على الباحث رسم المحورين س+، ص+، واختيار المقياس المناسب لتمثيل الفئات والتكرارات، ويلاحظ بالنسبة للفئات أن عددها (٧) فئات مما يشير إلى إمكانية استخدام (١سم) في المحور الأفقي لكل فئة.. أما بالنسبة للتكرارات والتي تمثل على المحور الرأسي فيلاحظ أن أكبر تكرار هو (١٣) ويعني ذلك أن استخدام (١سم) لكل تكرار سوف يكون كثيراً ولذلك فمن المنطقي استخدام (١سم) لكل تكرارين ومن ثمة سوف نحتاج إلى (٧سم) في المحور الرأسي..

وتلي هذه الخطوة وضع الفئات على المحور الأفقي، ووضع التكرارات على المحور الرأسي بالقياسات التي سبق تعينها، ثم يعبر عن تكرار كل فئة بنقطة داخل دائرة توضع فوق مركز الفئة وعلى ارتفاع معادل للقياسات السابقة.

وأخيراً يتم توصيل النقاط المتتالية بخطوط مستقيمة حتى النقطة الأخيرة ثم يتم إسقاط خط من النقطة الأخيرة على المحور الأفقي في فئة مفترضة تالية على الفئات التي وضعت من قبل.. والشكل التالي يوضح المضلع التكراري للتوزيع السابق متضمنا الشروط السابقة:



ونستطيع من خلال الرسم السابق أن نرصد ما يلي:

١- مثلت الفئات على المحور السيني باستخدام (١سم) لكل فئة وعددها سبع فئات.

٢- مثلت التكرارات على المحور الصادي باستخدام (١سم) لكل تكرارين، أي أن كل تكرار يمثله ٠,٥سم.

٣- وضعت دائرة فوق مركز كل فئة وأمام التكرار الخاص بها، والسبب في وضع النقطة في مركز الفئة وليس فوقها مباشرة، هو أن التكرار موزع على مدى الفئة كلها.

٤- تم توصيل النقاط بشكلٍ متتالٍ من الصفر وحتى آخر نقطة بخطوط مستقيمة.

٥- تم إسقاط خط من النقطة التي تعبر عن آخر تكرار على فئة تالية مفترضة هي الفئة ٧٥ – وفي مركزها.

استخدام المضلع التكراري في المقارنة بين توزيعين تكرارين

مما لا شك فيه أن إجراء مقارنة بين توزيعين تكرارين من خلال الجدول التكراري لكل منهما ليس بالأمر اليسير، وفي مثل هذه الحالات يوفر الرسم البياني إمكانية عقد مقارنة بسهولة ويسر، ولكن ليس في كل الأحوال نكون أمام عينتين متساويتين في العدد، فربما نكون أمام مجموعتين تتكون أولهما من ثلاثين فردا والأخرى تتكون من خمسمائة وهو ما يمثل إشكالية في المحور الصادي الخاص بالتكرارات، تلك المشكلة التي لم تكن تظهر لو كانت العينتين متساويتين في العدد.

وفي مثل هذه الحالة – عدم تساوى العينات – يتعين على الباحث إيجاد التكرار المئوي لكل توزيع تكراري ليحل محل التكرارات التي تختلف في مجموعها

فيسهل تمثيلها للمجموعتين، والمثال التالي يوضح تنفيذ إجراء مقارنة باستخدام المضلع التكراري بين توزيعين تكرارين في حالة عدم تساوى العينتين.

طبق باحث استطلاعاً للرأي حول تأثير وسائل الإعلام على القيم الاجتماعية على مجموعتين أحداهما من الريف وتشتمل على ثلاثين فردا والأخرى من الحضر وتشتمل على خمسين فرداً وجاء توزيع درجات كل مجموعة كما يلي:

أ) الجدول التكراري لعينة الريف

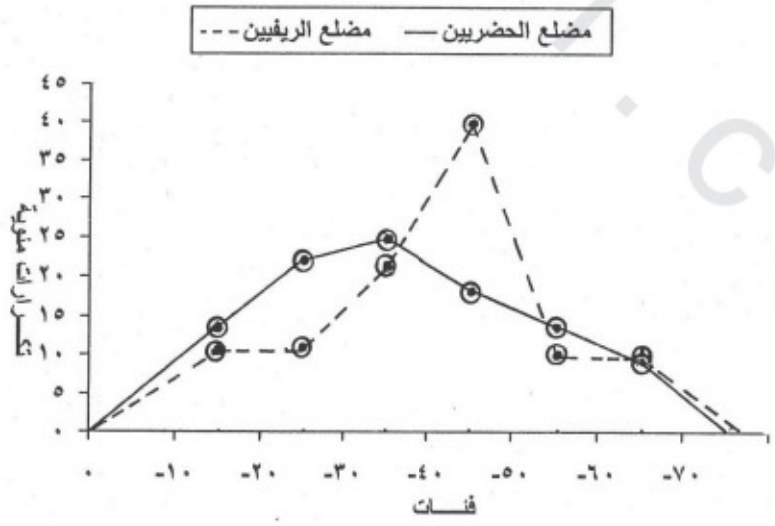
فئات	تكرارات	ك٪
١٠–	٣	$\frac{٣}{٣٠} \times ١٠٠ = ١٠٪$
٢٠–	٣	١٠٪
٣٠–	٦	٢٠٪
٤٠–	١٢	٤٠٪
٥٠–	٣	١٠٪
٦٠–	٣	١٠٪
مجـ	٣٠	١٠٠٪

obeikandl.com

ب) الجدول التكراري لعينة الحضر:

فئات	تكرارات	ك٪
-١٠	٧	$\frac{١٧}{٥٠} \times ١٠٠ = ٪١٤$
-٢٠	١١	٪٢٢
-٣٠	١٢	٪٢٤
-٤٠	٩	٪١٨
-٥٠	٧	٪١٤
-٦٠	٤	٪٨
مجـ	٥٠	٪١٠٠

ولعل أهم ما يلاحظ أنه تم تحويل التكرارات في التوزيعين إلى تكرارات مئوية، وبذلك يصبح مجموع (ك مئوي) متساوٍ في المجموعتين، ومن ثمة يتم استخدام (ك مئوي) على المحور الصادي كبديل للتكرارات فتسهل المقارنة، كما هو في الرسم التالي:



ونستطيع من خلال الرسم السابق أن نرصد ما يلي:

١- تم تمثيل الفئات على المحور السيني باستخدام (١ سم) لكل فئة، ويلاحظ أن الفئات هي نفسها في التوزيعين التكرارين وذلك؛ لأن الباحث يستخدم أداة واحدة للقياس في المجموعتين.

٢- استخدام المحور الصادي لتمثيل التكرارات المئوية كبديل عن التكرارات الأصلية نظرا لعدم تساوى أفراد العينيتين في العدد، وهو ما أشرنا إلى طريقة إجرائه سلفا.

٣- تم رسم المضلع الخاص بعينة الريفيين بنفس الأسلوب الذي قمنا بشرحه في رسم المضلع التكراري باستخدام خطوط مستقيمة متصلة.

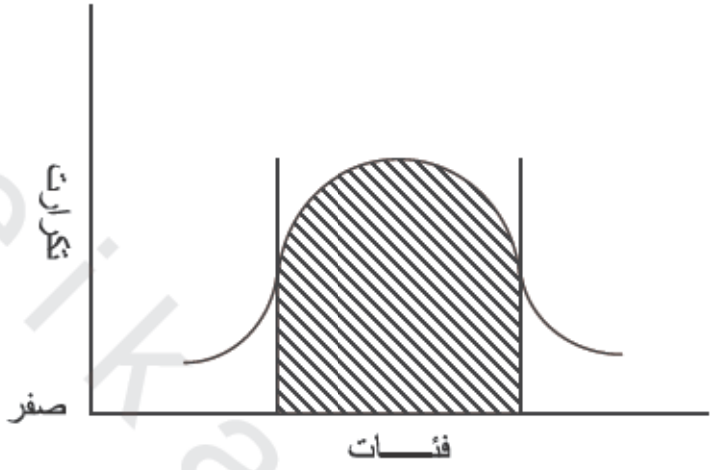
٤- تم رسم المضلع الخاص بعينة الحضريين بنفس الأسلوب أيضا ولكن باستخدام خطوط متقطعة، ويفضل رسمها بلون مختلف إذا أمكن ذلك.

وبطبيعة الحال يتم استخدام التكرارات العادية في الرسم حينما يجد الباحث نفسه إزاء مجموعتين متساويتين في العدد.

تسوية المضلع التكراري Smoothing of Polygon

من المفترض أنه حينما يقوم باحث بدراسة ظاهرة ما في مجتمع ما، فإنه يدرس هذه الظاهرة عند عينة من المجتمع الأصلي (عينة ممثلة)؛ نظرا لعدم استطاعته إجراء الدراسة على جميع أفراد المجتمع، وقد ينجم عن ذلك عدم تطابق بين توزيع العينة وتوزيع المجتمع الأصلي، حيث إن الأخير يخضع لما يسمى بالتوزيع الاعتدالي النموذجي Normal Distribution Curve أحد أساسيات القياس التي تقوم على أن جميع السمات أو القدرات... الخ إذا قيست لدى المجتمع الأصلي فإن هذه السمات أو القدرات تتوزع توزيعا اعتداليا، حيث يقع غالبية الأفراد في منتصف التوزيع ويقل

عددهم كلما ابتعدنا عن المنتصف ناحية الطرفين.. والشكل التالي يوضح المنحنى الاعتدالي النموذجي:



شكل يوضح المنحنى الاعتدالي النموذجي

وينشأ عدم تطابق أو تقارب الرسوم البيانية مع المنحنى الاعتدالي؛ نتيجة وجود عيوب في اختيار العينة أو في الأداة المستخدمة أو ربما لطبيعة توزيع الصفة أو السمة أو الاتجاه المقاس..

فقد لا تكون العينة ممثلة للمجتمع الأصلي الذي اختيرت منه، بمعنى أنها لا تعكس جميع خصائص المجتمع الأصلي، أو أنها لم يتبع في اختيارها القواعد المعروفة في اختيار العينات، كأن لم يعطِ جميع أفراد المجتمع الأصلي فرصة متساوية للوقوع في العينة أو أنها متحيزة..وقد يكون الاختبار أو الأداة المستخدمة غير مناسب لمستوى سن أو تعليم أفراد العينة كأن يكون شديد السهولة، أو العكس مما يجعل غالبية أفراد العينة يحصلون على درجات منخفضة أو مرتفعة.

obeikandl.com

وقد ينشأ عدم التطابق؛ لأن طبيعة توزيع السمة أو الظاهرة المقاسة هي على ذلك الشكل في الواقع أي كما تبدو في الرسم، كأن يقيس باحث ما الاتجاهات نحو اليهود في مجتمع إسلامي...الخ.

أو يكون حجم العينة صغيراً.. وهي كلها أمور ينجم عنها اشتمال التوزيع على أجزاء غير منتظمة تفسد الشكل العام للتوزيع، ولذلك فإنه من المفيد في كثير من الأحيان أن يقوم الباحث بتعديل التوزيع أو تسويته حتى يتخلص من مظاهر عدم الانتظام التي تنجم عن العوامل السابقة.

وأحد أهم الطرق التي تستخدم في هذا الصدد هو تعديل تكرار كل فئة بأن تعطي – أعني الفئة – تكرار يعادل متوسط تكرارها مع تكرار الفئة التي تسبقها والتي تليها، ويطلق البعض على هذه الطريقة أسم "المتوسطات المتحركة" Running or moving average.

وفيما يلي نستخدم المثال السابق لتوضيح تسوية المضلع باستخدام المتوسطات المتحركة والذي يتضح منه عدم المطابقة مع التوزيع الاعتدالي:

obeikandl.com

ف-	ك	المتوسطات المتحركة	ك بعد التعديل
	(صفر)		
(صفر -)	صفر	$\frac{٥}{٣} = \frac{٥+٠+٠}{٣}$	١,٦٧
-٥	٥	$\frac{١٨}{٣} = \frac{١٣+٠+٥}{٣}$	٦,٠٠
-١٥	١٣	$\frac{٢٩}{٣} = \frac{١١+٥+١٣}{٣}$	٩,٦٧
-٢٥	١١	$\frac{٣٥}{٣} = \frac{١١+١٣+١١}{٣}$	١١,٦٧
-٣٥	١١	$\frac{٢٨}{٣} = \frac{٦+١١+١١}{٣}$	٩,٣٣
-٤٥	٦	$\frac{٣٠}{٣} = \frac{١٣+١١+٦}{٣}$	١٠,٠٠
-٥٥	١٣	$\frac{٢٠}{٣} = \frac{١+٦+١٣}{٣}$	٦,٦٧
-٦٥	١	$\frac{١٤}{٣} = \frac{٠+١٣+١}{٣}$	٤,٦٧
(-٧٥)	صفر	$\frac{١}{٣} = \frac{٠+١+٠}{٣}$	٠,٣٣
	(صفر)		
مجـ ك =	٦٠		٦٠

obeikandl.com

وفيما يلي نوضح طريقة إجراء التعديل:

١- تم عمل جدول تكراري مشابه للجدول الخاص بالتوزيع غير أنه ترك في أعلاه صفين وفي أسفله صفين.

٢- وضعت فئة قبل أول فئة في التوزيع وهي (صفر-)، وفئة بعد آخر فئة في التوزيع وهي (٧٥-)، على اعتبار أنها تالية لآخر فئة (٦٥-)، ولا يشترط في الفئة العلوية المضافة أن تكون سابقة على الأولى في التسلسل.. إذ يصلح أن يستخدم لها (صفر-)، كما هو بالجدول.

٣- تم وضع تكرار قيمته (صفر) أمام كل فئة من الفئتين الفرضيتين السابقتين، كما هو واضح في عمود التكرارات.

٤- تم وضع تكرارين أخريين في أول وآخر الجدول قيمة كل منهما (صفر)، الأول قبل تكرار الفئة (صفر-)، والثاني بعد تكرار الفئة (٧٥-).

٥- تم ابتداء من الفئة الفرضية (صفر-) جمع كل من التكرار الخاص بها والتكرار السابق عليها والتكرار التالي لها معا، وقسمة الناتج على ثلاثة، ويكون خارج القسمة هو التكرار بعد التسوية، فالفئة الأولى (صفر-) تم جمع التكرار الخاص بها وهو (صفر) على التكرار السابق عليها وهو أيضا (صفر)، والتكرار التالي عليها وهو (٥) كما يلي:

$$\text{الفئة (صفر-)} = \frac{٥+٠+٠}{٣} = \frac{٥}{٣} = ١,٦٧$$

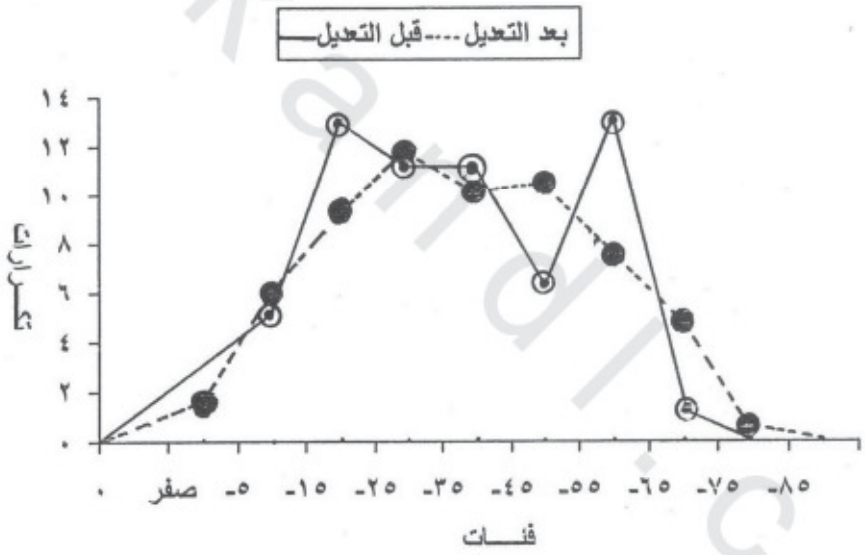
$$\text{والفئة (٥-)} = \frac{١٣+٠+٥}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦,٠٠$$

وهكذا....

ويلاحظ ضرورة تحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري لسهولة الجمع بعد عملية التسوية، ويتفق عند عملية التحويل هذه أن يساوى الثلث في خارج القسمة ٠,٠٣٣، والثلثين ٠,٦٧، ليكملا معا واحد صحيح.

كما يلاحظ أيضا ضرورة أن يكون مجموع التكرارات بعد التعديل مساويا لمجموعها قبله، وإن كان من الممكن التغاضي عن الفروق الصغيرة.

والشكل التالي يوضح مدى التعديل الذي يحدث في المضلع التكراري نتيجة للتسوية باستخدام المتوسطات المتحركة:



وهكذا يتضح من الرسم كيف أن المضلع بعد التعديل والممثل بالخطوط المتقطعة قد تخلص من كثير من العيوب الموجودة بالمضلع قبل التعديل والممثل بالخطوط المتصلة، كالالتواء وتعدد القمم، واقترب من التوزيع الاعتدالي النموذجي.

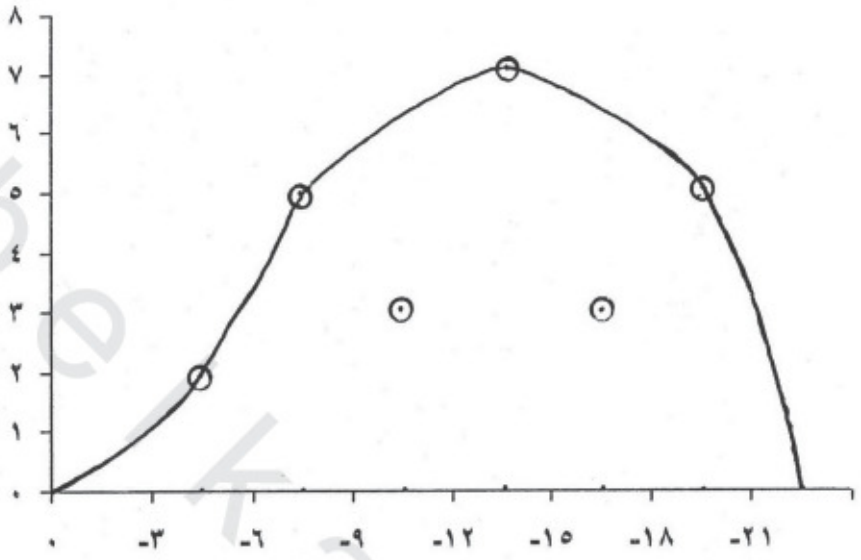
٢- المنحنى التكراري Frequency Curve

تكاد تتطابق متطلبات رسم المنحنى التكراري مع تلك التي ذكرناها فيما يتعلق برسم المضلع التكراري، فيما عدا نقطة واحدة ألا وهي استخدام الخطوط المنحنية بدلا من الخطوط المستقيمة، ففي بعض الأحيان يميل الباحث إلى التخلص من القمم المتعددة، والانكسارات التي تبدو واضحة في المضلع التماساً لشكل أكثر اعتدالية، والمنحنى التكراري يستخدم عادة لإعطاء شكل التوزيع بوجه عام، ويتم في المنحنى توصيل النقاط ببعضها عن طريق اليد مع التغاضي عن النقاط التي تمثل تطرفا وهو أمر يتوقف على التقدير الشخصي.

وفيما يلي تمثيل لأحد التوزيعات التكرارية لدرجات ٢٥ طالباً في امتحان لمادة الإحصاء باستخدام المنحنى التكراري:

فئات	تكرارات
٣-	٢
٦-	٥
٩-	٣
١٢-	٧
١٥-	٣
١٨-	٥
مجموع	٢٥

obeikandl.com



ويلاحظ على الرسم السابق أنه قد تم توصيل التكرارات المقابلة للفئات (٣-، ٦-، ١٢-، ١٨-) ولم يتم توصيل التكرارات المقابلة للفئتين (٩-، ١٥-) لأنهما يمثلان نقاطا منخفضة تؤثر في الشكل العام للمنحنى لو تم توصيلها بباقي التكرارات.

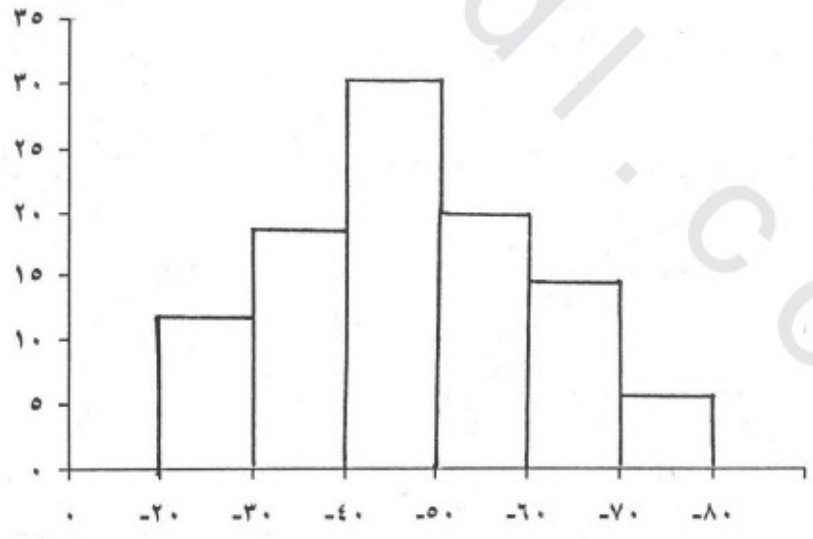
وجدير بالذكر أنه يمكن تعديل المنحنى التكراري باستخدام نفس الطريقة المتبعة في تعديل المضلع التكراري، كما يمكن استخدام نفس أسس المقارنة بين توزيعين في حال إجراء مقارنة باستخدام المنحنى، مع مراعاة حالات تساوي الأعداد، وحالات اختلافها.

٣- المدرج التكراري Frequency Histogram

يعرف المدرج التكراري بأنه شكل بياني للتوزيع التكراري في صورة مستطيلات متلاصقة تتناسب أطوالها مع تكرارات الفئات، ويختلف المدرج التكراري

عن كل من المضلع والمنحنى في أن المدرج يرسم على الفئة كلها من بدايتها وحتى نهايتها، وليس من مركز الفئة أو منتصفها كما في المضلع والمنحنى، وفيما يلي تمثيل لأحد التوزيعات التكرارية باستخدام المدرج التكراري.

فئات	تكرارات
٢٠-	١٢
٣٠-	١٨
٤٠-	٣٠
٥٠-	٢٠
٦٠-	١٤
٧٠-	٦
مجموع	١٠٠



obeikandl.com

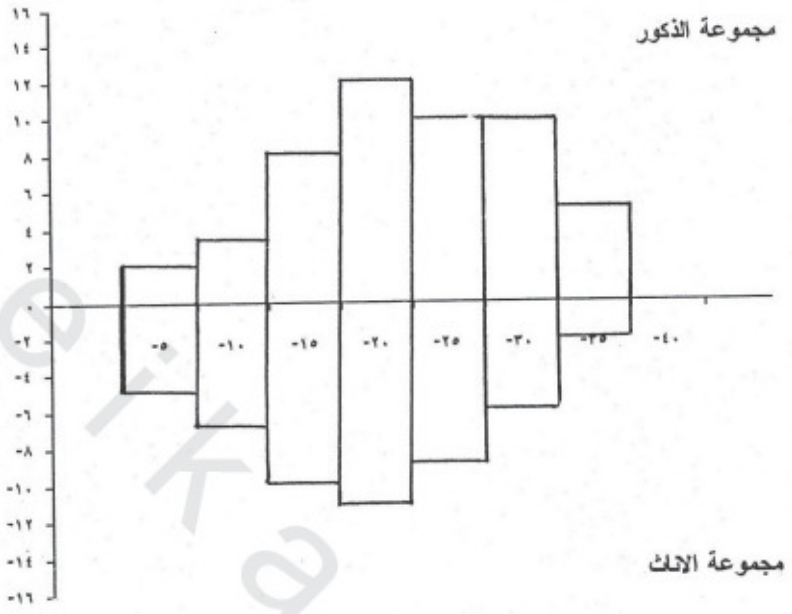
ويلاحظ على الرسم السابق أنه تم تحديد الفئات على المحور الأفقي، والتكرارات على المحور الرأسي بنفس الأسلوب المتبع في رسم المضلع أو المنحنى، ثم رسم فوق كل فئة مستطيلا له ارتفاع معين يحدده تكرار الفئة.

وعلى الرغم من إمكانية استخدام نفس الطريقة المتبعة في تعديل المضلع التكراري لتعديل المدرج، وكذلك نفس أسس المقارنة بين توزيعين، إلا أنه هناك اختلاف في الرسم.. إذ إن رسم المدرج بعد التعديل، أو مدرج التوزيع الثاني (في حالة المقارنة) فوق المدرج الأول ينتج عنه تعقد للشكل وصعوبة في المقارنة، ومن ثمة فإنه يستحسن استخدام جهتي المحور الأفقي في مثل هذه الحالات، فيرسم أحد المدرجين أعلاه والآخر أسفله.

وفيما يلي مثال للمقارنة بين توزيعين باستخدام المدرج التكراري، وهو مثال يتساوى فيه العينتين من حيث العدد، ويراعى في حالات اختلاف العدد حساب التكرار المئوي كما سبق وأوضحنا في المضلع التكراري.

فئات	ك ذكور	ك إناث
-٥	٢	٥
-١٠	٣	٧
-١٥	٨	١٠
-٢٠	١٢	١١
-٢٥	١٠	٩
-٣٠	١٠	٦
-٣٥	٥	٢
مجموع	٥٠	٥٠

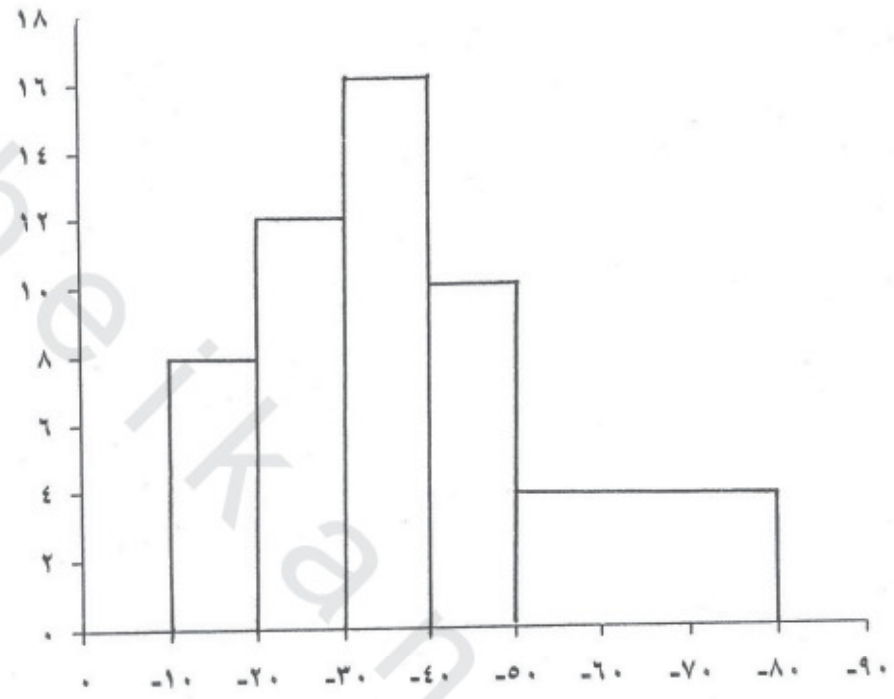
obeikandl.com



وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن استخدام المدرج التكراري في تمثيل الجداول التي تحتوى على فئات غير متساوية، والتي اشرنا إليها أنفا، ويوضح المثال التالي كيفية رسم المدرج التكراري لتوزيع يحتوي على فئات غير متساوية وهو توزيع لأعمار عينة استخدمت في أحد البحوث:

فئات	تكرارات
١٠-	٨
٢٠-	١٢
٣٠-	١٦
٤٠-	١٠
٥٠-٨٠	٤
مجموع	٥٠

obeikandl.com



٤- المنحنى التكراري التجمعي Frequency Cumulative Curve

يستخدم المنحنى التكراري التجمعي كتمثيل بياني للتوزيع التكراري المتجمع - والذي أشرنا إليه سابقا - ويشمل كل من التكرار المتجمع الصاعد، والتكرار المتجمع الهابط.. وفيما يلي نوضح كيفية رسم المنحنى التكراري التجمعي لكل منهما على حدة:

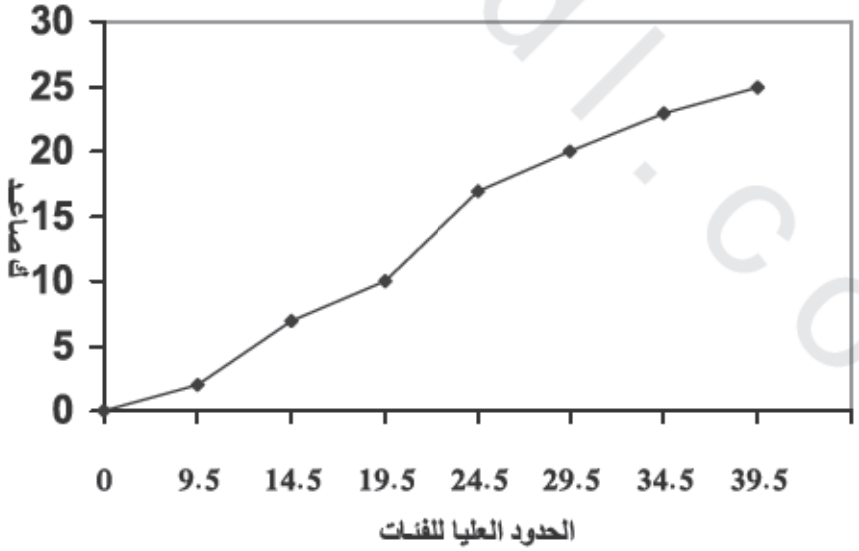
obeikandl.com

أ) المنحنى التكراري التجمعي الصاعد

يحتوي الجدول التالي على التكرار المتجمع الصاعد لدرجات ٢٥ طالباً على أحد المقاييس المستخدمة في بحث عن الاتجاه نحو التحديث:

ف –	ك	الحدود العليا للفئة	ك متجمع صاعد
٥–٩	٢	٩,٥	٢
١٠–١٤	٥	١٤,٥	٧
١٥–١٩	٣	١٩,٥	١٠
٢٠–٢٤	٧	٢٤,٥	١٧
٢٥–٢٩	٣	٢٩,٥	٢٠
٣٠–٣٤	٣	٣٤,٥	٢٣
٣٥–٣٩	٢	٣٩,٥	٢٥
مجموع	٢٥		

وفيما يلي المنحنى التكراري التجمعي لهذا التوزيع:



obeikandl.com

ويلاحظ في الرسم السابق أنه تم استخدام المحور الأفقي ليشير إلى الحدود العليا للفئات والتي سبق حسابها في الجدول، في حين استخدم المحور الرأسي ليشر إلى التكرار المتجمع الصاعد، ويلاحظ أيضا أنه تم تمثيل كل تكرار متجمع صاعد بنقطة وضعت مباشرة فوق الحد الأعلى للفئة التي يقع فيها وليس في المنتصف كما في رسم المنحنى والمضلع التكراري، ثم وصلت هذه النقاط باليد على نحوٍ متتالٍ، كما أنه لم يسقط المنحنى المرسوم على المحور الأفقي وإنما ظل متوقفاً بعد تمثيل آخر تكرار.

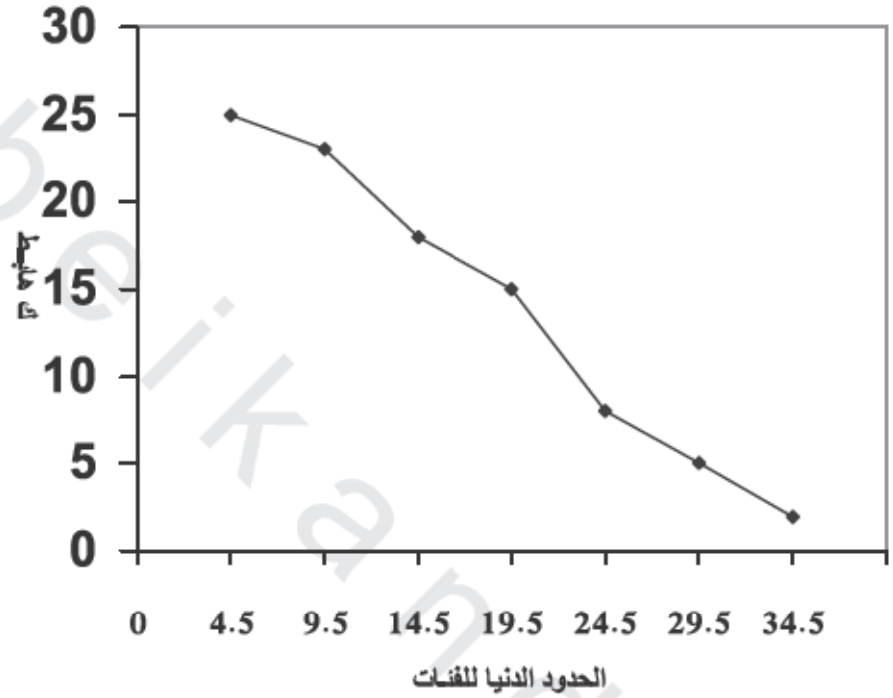
ب) المنحنى التكراري التجمعي الهابط

يحتوي الجدول التالي على التكرار المتجمع الهابط لنفس المثال السابق تمهيدا لرسم المنحنى التكراري التجمعي الهابط:

ف –	ك	الحدود الدنيا للفئة	ك متجمع هابط
٥–٩	٢	٤,٥	٢٥
١٠–١٤	٥	٩,٥	٢٣
١٥–١٩	٣	١٤,٥	١٨
٢٠–٢٤	٧	١٩,٥	١٥
٢٥–٢٩	٣	٢٤,٥	٨
٣٠–٣٤	٣	٢٩,٥	٥
٣٥–٣٩	٢	٣٤,٥	٢
مجموع	٢٥		

obeikandl.com

وفيما يلي المنحنى التكراري التجمعي لهذا التوزيع:



ويلاحظ في الرسم السابق أن المحور الأفقي استخدم هذه المرة ليشير إلى الحدود الدنيا للفئات، في حين استخدم المحور الرأسي ليشير إلى التكرار المتجمع الهابط، كما تم تمثيل التكرار المتجمع الهابط لكل فئة بوضع نقطة فوق الحد الأدنى للفئة مباشرة، ووصلت هذه النقاط باليد على نحوٍ متتالٍ مكونة المنحنى التكراري التجمعي الهابط.

obeikandl.com

الأشكال البيانية للبيانات المنفصلة (المتقطعة)

١ – الدوائر Circles

تعتبر الدوائر من الأشكال البيانية الشائعة التي يمكن الاعتماد عليها في التمثيل البياني، وتستخدم الدائرة لتوضيح الأحجام النسبية للمكونات داخل التجمع الكلى أو الإجمالي... والواقع أنه لا يفضل استخدام الدائرة إذا كان عدد المكونات الفرعية كثيرا، حيث يصعب معه التمييز بينهما، ويفضل في هذه الأحوال استخدام الأعمدة الرأسية أو الأفقية والتي سنأتي على ذكرها فيما بعد.

وتعتبر الدوائر من أفضل الأشكال البيانية التي تعبر عن المتغيرات النوعية (غير المتصلة) كالنوع، والمستوى التعليمي والحالة الاجتماعية، ونتائج الانتخابات أو عرض نتائج استقصاء للرأي العام.

وفيما يلي خطوات رسم الدائرة

١– ترسم دائرة تمثل العدد الكلي للمتغيرات.

٢– يتم تحويل الفئات إلى تكرارات نسبية، عن طريق قسمة تكرار الفئة على المجموع الكلى للتكرارات.

٣– يتم تقسيم الدائرة إلى أجزاء يمثل كل جزء فئة معينة على أن يكون هذا الجزء متناسبا مع التكرار النسبي لكل فئة، ويتم تحديد ذلك عن طريق ضرب التكرار النسبي لكل فئة في عدد درجات الدائرة وهي ٣٦٠ درجة لنحصل على زاوية كل فئة في الدائرة أو على الشريحة التي تمثل الفئة.

وفيما يلي مثال للتوضيح:

يحتوي التوزيع التالي على خصائص عينة استخدمت في دراسة عن التغير الاجتماعي على متغير المستوى التعليمي.

obeikandl.com

المستوى التعليمي	التكرارات
ثانوية أو ما يعادلها	١١٠
جامعي	٣٩٠
ماجستير	٥٠
مجموع	٥٥٠

ولرسم شكل بياني دائري للتوزيع السابق يلزم أولا استخراج التكرارات النسبية كالتالي:

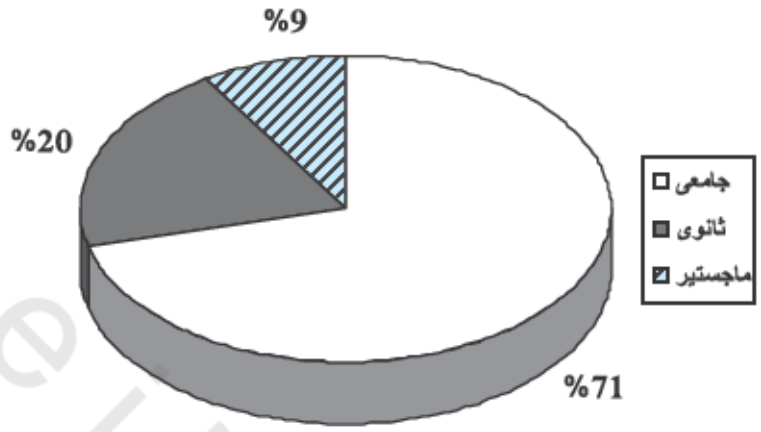
المستوى التعليمي	التكرارات	ك نسبى
ثانوية أو ما يعادلها	١١٠	٠,٢٠
جامعي	٣٩٠	٠,٧١
ماجستير	٥٠	٠,٠٩
مجموع	**٥٥٠**	**١,٠٠**

ثم يلي ذلك تحديد زاوية كل فئة في الدائرة عن طريق ضرب التكرار النسبي لكل فئة في مجموع درجات الدائرة وهي ٣٦٠ درجة... كالتالي:

- زاوية ثانوية أو ما يعادلها = ٠,٢٠ × ٣٦٠ = ٧٢ درجة في الدائرة.
- زاوية جامعي = ٠,٧١ × ٣٦٠ = ٢٥٥,٦ درجة في الدائرة.
- زاوية ماجستير = ٠,٠٩ × ٣٦٠ = ٣٢,٤ درجة في الدائرة.

ثم ترسم بعد ذلك دائرة يتم تجزئتها حسب زوايا كل فئة من الفئات المراد تمثيلها على أن تملأ فراغات كل جزء بشكل مختلف يتم توضيحه إلى جوار الرسم كالتالي:

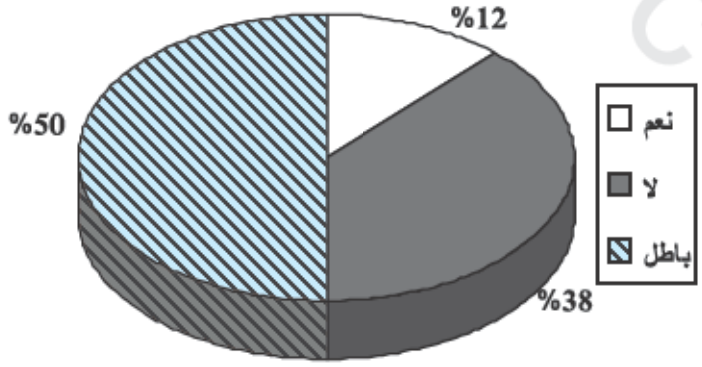
obeikandl.com



وفيما يلي مثال آخر عن نتائج استقصاء للرأي أجرى لاستطلاع الآراء في تعديل لوائح أحد النقابات والتي يمثلها الجدول التالي:

فئات	ك	ك نسبى	زاوية الفئة
نعم	١٣٢٠	٠,٥٠	°١٨٠
لا	٩٩٠	٠,٣٨	°١٣٧
أصوات باطلة	٣٣٠	٠,١٢	°٤٣
مجموع	٢٦٤٠	١,٠٠	°٣٦٠

والشكل التالي يوضح التوزيع السابق:



obeikandl.com

٢- الأعمدة الرأسية والأفقية Vertical and Horizontal Bar

أشرنا فيما سبق إلى أن الدوائر تعد من أفضل الأشكال البيانية للتعبير عن القيم المنفصلة أو المتغيرات النوعية، غير أنه وكما أوضحنا يصعب استخدام الدائرة للتعبير عن القيم المنفصلة في حالة المكونات الفرعية الكثيرة، أو بالأحرى مع عدد الفئات الكبير، ومن ثم يصبح استخدام الأعمدة الراسية أو الأفقية هو الأجدى في مثل هذه الحالات.. كما أنه توجد حالات أخرى من القيم المنفصلة تحتوى كل فئة فيها على أكثر من متغير، ومن ثمة لا تصلح الدوائر للتعبير عنها وتكون الأعمدة هي الأفضل، وفيما يلي مثال للتوضيح:

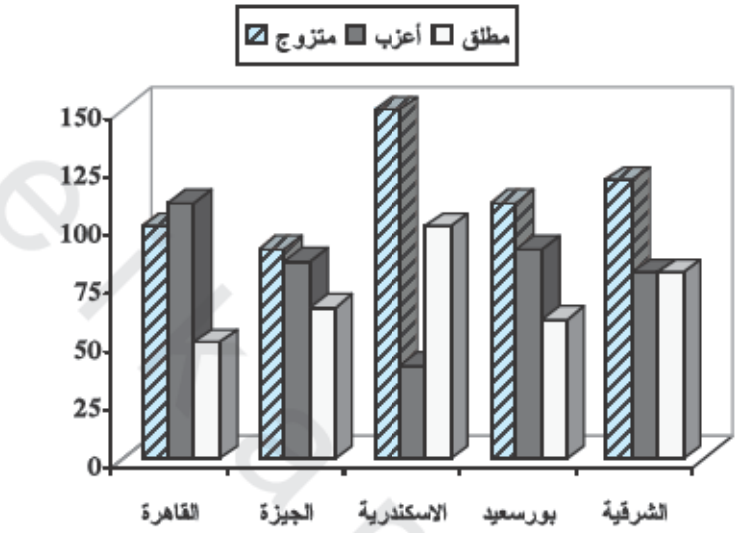
يمثل الجدول التالي توزيع عينة أحد البحوث الاجتماعية و المأخوذة من محافظات مختلفة هي القاهرة والجيزة والإسكندرية وبور سعيد والشرقية وفقا للحالة الاجتماعية.

المحافظة	الحالة الاجتماعية			إجمالي
	متزوج	أعزب	مطلق	
القاهرة	١٠٠	١١٠	٥٠	٢٦٠
الجيزة	٩٠	٨٥	٦٥	٢٤٠
الإسكندرية	١٥٠	٤٠	١٠٠	٢٩٠
بور سعيد	١١٠	٩٠	٦٠	٢٦٠
الشرقية	١٢٠	٨٠	٨٠	٢٨٠

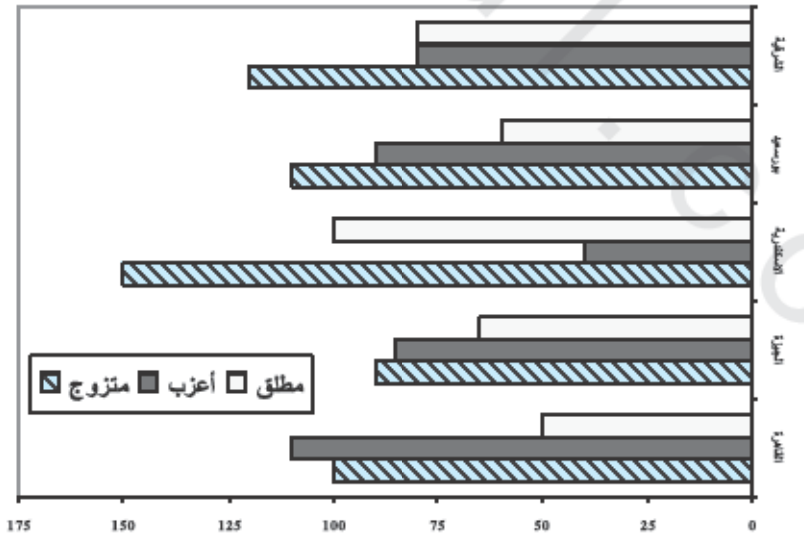
ولتمثيل هذه البيانات باستخدام أسلوب الأعمدة الرأسية والأفقية يتم رسم محورين أحدهما أفقي ويخصص للمحافظات والآخر رأسي ويخصص للعينة على أن تمثل نوعية العينة للمحافظة الواحدة بثلاثة أعمدة متلاصقة يمثل الأول المتزوجين

obeikandl.com

والثاني العازبين والثالث المطلقين، ويراعى اختيار مقياس مناسب للرسم وفقا للمساحة المخصصة لذلك كالتالي:



ويمكن تمثيل البيانات السابقة أيضا باستخدام الأعمدة الأفقية كالتالي:



أسئلة على الفصل الثالث

١- فيما يلي درجات خمسين طالبا على مقياس القيم الاجتماعية:

٢	٦	١	٤	١٢
٣	٥	٤	١	٩
١	٦	٣	٨	٤
٢	٢	٢	٢	١
٥	١	٩	٣	٤
٤	٣	٤	٤	٥
٣	٧	٣	٧	٣
٦	٢	٥	٦	٢
٨	٦	٦	٥	١
١١	٥	٥	٤	٤

والمطلوب:

١- توزيع الدرجات السابقة في جدول تكراري.

٢- حساب التكرار المئوي والنسبي.

٣- رسم المضلع التكراري.

٢- أجرى باحث دراسة على مجموعة من الطلاب بإحدى الجامعات المصرية بهدف التعرف على اتجاهاتهم نحو تنظيم الأسرة، وكان عددهم (٤٠) طالبا، وجاءت درجاتهم كالتالي:

١٥	٢٢	١٨	٣٧	٤٠	٣٢	٢٥	١٥	٤٧	١٩
١٠	٣١	٢١	٣٠	١٩	٤٥	٢٠	١٥	١٧	٣٣
٤٤	١١	١٢	٩	٢٢	٢٥	٢٩	١٨	٢٥	٢٧
٣٠	٣٥	٣٢	٢٠	١٨	١٤	١٣	٢٥	٢٢	٣٨

obeikandl.com

والمطلـوب:

١- توزيع القيم السابقة في جدول تكراري.

٢- رسم المضلع التكراري.

٣- رسم المضلع التكراري بعد تسوية التكرارات باستخدام المتوسطات المتحركة.

٤- رسم المنحنى التكراري التجمعي الصاعد.

٣- فيما يلي توزيعين تكرارين لدرجات مجموعتين إحداهما من الذكور والأخرى من الإناث على مقياس للتنشئة الاجتماعية:

فئات / تكرارات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	مجموع
مجموعة الذكور	٩	١٠	١٢	٢٥	٢٧	٤	٣	٩٠
مجموعة الإناث	١٠	١٥	١٨	٢٣	١٨	١٠	٦	١٠٠

والمطلوب:

١- تحديد النسبة المئوية للذكور الذين تقل درجاتهم عن ٤٩,٥.

٢- تحديد النسبة المئوية للإناث الذين تزيد درجاتهم عن ٢٩,٥.

٣- رسم المنحنى التكراري التجمعي الصاعد لمجموعة الذكور.

٤- رسم المنحنى التكراري التجمعي الهابط لمجموعة الإناث.

٥- قارن بين التوزيعين مستخدما أية طريقة من طرق الرسم.

obeikandl.com

٤- مثل البيانات التالية بالرسم باستخدام الدوائر:

فئات	تكرارات
موافق	٢١٥
غير موافق	١٢٠
محايد	٧٠
مجموع	٤٠٥

٥- فيما يلي توزيع عينة أحد البحوث على متغير الحالة الاجتماعية:

الفئة	الحالة الاجتماعية			إجمالى
	متزوج	أعزب	مطلق	
طلاب	٣	١٢٢	-	١٢٥
عمال	١٠٨	١٢	٥	١٢٥
مدرسين	٥٠	٦٠	١٥	١٢٥
لا يعمل	٣٥	٨٠	١٠	١٢٥

والمطلوب:

- تمثيل البيانات السابقة بالرسم باستخدام أسلوب الأعمدة الرأسية مرة، والأفقية مرة أخرى.

obeikandl.com