نبذة عن المصفوفات
والمحددات والمجموعات المحدبة

أولاً: المصفوفات
Matrices

لنفرض أن a_{ij} ($i=1,2,\ldots,m$ ، $j=1,2,\ldots,n$) هي أعداد حقيقية فإذا وضعنا هذه الأعداد بترتيب معين كما في الشكل التالي G:

$$G=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}$$

فإن G يسمى مصفوفة من الدرجة **m×n** (عدد أسطرها m وعدد أعمدتها n).

وعادة ما نختصر كتابة G على الشكل $G=[a_{ij}]$ ونسمي الأعداد a_{ij} عناصر المصفوفة. وفي الحالة الخاصة n=m فإننا نسميها مصفوفة مربعة من الدرجة n .وعندما m=1 فإنها تسمى مصفوفة سطر أما عندما n=1 فتسمى مصفوفة عمود. كذلك نسمي العناصر a_{ij} التي يكون فيها i=j بقطر المصفوفة، ونسمي المصفوفة المربعة التي تكون جميع عناصر القطر فيها مساوية 1 وبقية عناصرها أصفارا باسم "مصفوفة الوحدة كما

obeikandl.com

نسمي المصفوفة التي جميع عناصرها أصفارا باسم المصفوفة الصفرية.فمثلا المصفوفات G_1 ، G_2 ، G_3 G_4 التالية هي مصفوفة 5×4 ومصفوفة عمود 1× 4 ومصفوفة وحدة 3×3 ومصفوفة سطر 1×4 على الترتيب.

$$G_1=\begin{bmatrix}1&2&8&5\\3&-1&4&2\\1&6&7&9\\4&6&2&10\\2&6&1&8\end{bmatrix}\text{ ، }G_2=\begin{bmatrix}2\\7\\11\\8\end{bmatrix}\text{ ، }G_3=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\text{ ، }G_4=\begin{bmatrix}4&8&7&2\end{bmatrix}$$

العمليات الأساسية على المصفوفات

إذا كان لدينا مصفوفتان $A=[a_{ij}]$ و $B=[b_{ij}]$ من درجة واحدة فإن مجموعهما(فرقهما) هو المصفوفة C التي عناصرها c_{ij} معرفة بالعلاقة التالية :

$$c_{ij}=a_{ij}\pm b_{ij}$$

(+ للمجموع و- للفرق). ويعرف حاصل ضرب مصفوفة ما $A=[a_{ij}]$ بعدد r والذي نرمز له بالرمز rA بأنه المصفوفة الناتجة من ضرب كل عنصر من A بالعدد r أي $rA=[ra_{ij}]$. ومن الواضح أن A+B=B+A أي أن جمع المصفوفات تبديلي.

ولتعريف حاصل ضرب مصفوفتين $A=[a_{ij}]$ و $B=[b_{ij}]$ نشترط أن A من الدرجة m×n وأن B من الدرجة n×p عندئذ حاصل ضربهما والذي نرمز له بالرمز AB هو المصفوفة التي عناصرها m_{ij} معطاة بالعلاقة التالية :

$$m_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$$

وبوجه عام فإن AB≠BA . أي أن ضرب المصفوفات ليس تبديلياً .

obeikandl.com

فمثلا لو أخذنا المصفوفات G_2 وG_4 أعلاه فإن G_2G_4 هي مصفوفة 1×1 تحسب كما يلي 2×4 +7×8 +11×7 +2×8 = 157 . كذلك يمكننا التحقق أنه لو كانت I هي مصفوفة الوحدة من الدرجة n وكانت A مصفوفة من الدرجة m×n فإن AI=A .ولو كانت A مربعة ومن الدرجة n لكان AI=IA=A. وكمثال على جمع المصفوفات نأخذ المصفوفة G_1 أعلاه والمصفوفة التالية :

$$G_5 = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 9 & 5 & 9 \\ 4 & 8 & 2 & 10 \\ 2 & 16 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$ عندئذ

$$G_1+G_5= \begin{bmatrix} 2 & 9 & 10 & 6 \\ 6 & 1 & 7 & 4 \\ 2 & 15 & 12 & 18 \\ 8 & 14 & 4 & 20 \\ 4 & 22 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$.

ثانياً: المحددات

Determinants

إن مفهوم المحددات وقيمتها من أهم الأمور المتعلقة بالمصفوفات لكننا لا نعرف المحددات إلا للمصفوفات المربعة. فإذا كانت A مصفوفة مربعة من الدرجة n فإن محدد A (determinant) والذي سنرمز له ب det(A) يعطى كما يلي :

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ويقال عن محدد A إنه من المرتبة n . وللمحددات قيمتها الخاصة بها وتتم حساب هذه القيمة استنادا إلى المحددات ذات المرتبة الثانية حيث تحسب قيمها كما يلي :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

وتتم حساب المحددات من مراتب أعلى من 2 إما حسب أحد أسطرها(أو حسب أحد أعمدتها) وذلك بإعطاء عناصر ذلك السطر(العمود) إشارات مختلفة ومتعاقبة ابتداء من الإشارة + وضرب النواتج بالمحددات المقابلة الناتجة . ويقصد بالمحدد المقابل لعنصر بأنه ذلك المحدد الجزئي الناتج من حذف السطر والعمود اللذان يتقاطعان في ذلك العنصر من المحدد الذي نرغب بحسابه. وللتوضيح فإن

$$\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 1 \end{vmatrix} - 8\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 2(6-63) - 8(5-56) + 4(54-48) = 27$$

ويتم حساب المحددات من مراتب أعلى بنفس الطريقة. ومن الواضح أنه إذا كانت جميع عناصر سطر (أو عمود) في محدد ما أصفارا فإن قيمة هذا المحدد تساوي الصفر فإذا كان مثل هذا السطر أو العمود غير موجود في محدد فيمكننا تسهيل حساب قيمته من خلال اختيار السطر أو العمود الذي يحوي أكبر عدد من الأصفار . فمثلا من المحدد التالي نلاحظ أن السطر الثاني هو الذي يحوي أكبر عدد من الأصفار الأمر الذي يسهل علينا حساب قيمته عن طريق هذا السطر حيث نجد

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 3[2(7) - 1(-25)] - 1[-7(-28) + 2(-2)] = -75$$

ثالثاً: تعريف المجموعات المحدبة

Convex sets

نقول عن مجموعة S جزئية غير خالية من الفضاء $\Re^n$ إنها مجموعة محدبة (Convex Set) إذا كانت القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين X , Y منها تقع بكاملها داخل هذه المجموعة.

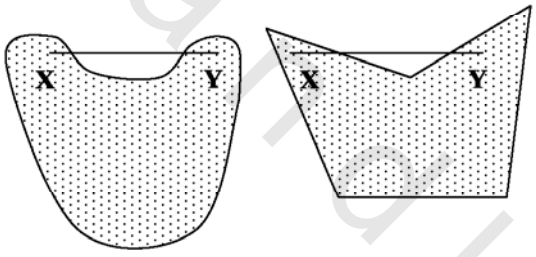
ويعطي الشكل رقم (١ ،أ) أمثلة على مجموعات غير محدبة في حين يمثل الشكل رقم (٢ ،أ) أمثلة على مجموعات محدبة.

وتعرف المجموعة المحدبة رياضياً كما يلي. نقول عن مجموعة غير خالية S إنها محدبة إذا تحقق الشرط التالي لأي عنصرين X,Y من S ولأي $0 \le \lambda \le 1$ فإن $S \ni \lambda X + (1-\lambda)Y$ ويمكننا، باستخدام العلاقة الأخيرة، إثبات النظرية التالية بسهولة

نظرية (١,م)

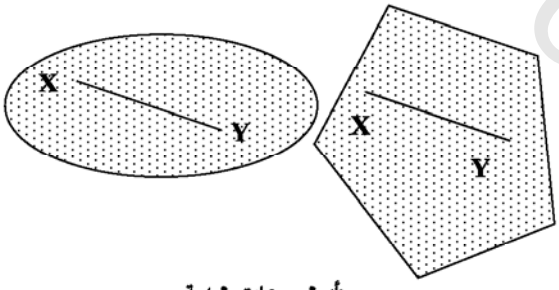
تقاطع أي عدد منته من المجموعات المحدبة (إذا لم يكن خالياً) هو أيضاً مجموعة محدبة.

كما يمكننا إثبات أن حل أي متباينة خطية هو مجموعة محدبة. وبموجب النظرية الأخيرة يكون فضاء الحل لأي برنامج خطي هو مجموعة محدبة، لأن هذا الفضاء ليس إلا تقاطع مجموعات هي حلول لمتباينات خطية.



(ب) مجموعات غير محدبة

الشكل رقم (١، أ).



(أ) مجموعات محدبة

الشكل رقم (٢،أ).

obeikandl.com

obeikandl.com

ثبت المصطلحات

أولاً: عربي– إنجليزي

أ

إجراء	Procedure
احتمال	Probability
احتمالي	Probabilistic
إحصاء	Statistics
أداء	Performance
أدنى	Low
الأدنى	Lower
أساسي	Basic
إستراتيجية (إستراتيجيات)	Strategy (Strategies)
الإستراتيجية (الإستراتيجيات) المثلى	Optimal Strategy (Strategies)
أعلى	Upper

obeikandl.com

اقتصادي	Economic
أقصر مسار	Shortest path
أمثل	Optimal
أمثلية	Optimization
أمثلية جزئية	Sub-optimization
إمكانية (مكان للخدمة)	Facility
إنتاج	Production
انتظار	Waiting
أولي	Elementary

ب

بارز	Prominent
بحوث عمليات	Operation research
بديل (بدائل)	Alternative(s)
برمجة	Programming
برمجة خطية	Linear programming
برمجة خطية عددية	Integer Linear Programming
برمجة رياضية	Mathematical programming
برمجة عددية	Integer programming
برمجة عددية ذات متغيرات ثنائية القيم	(0-1) Integer Programming
برمجة عددية مختلطة	Mixed integer Programming
بناء	Model building

obeikandl.com

Data	بيانات

ت

Variance	تباين
Partition	تجزئة
Sensitivity analysis	تحليل الحساسية
Data analysis	تحليل بيانات
Assignment	تخصيص
Scale	تدرج أو مقياس
Network flow	تدفق شبكي
Design	تصميم
System design	تصميم نظام
Problem classification	تصنيف المشكلة
Cooperative	تعاوني
Economic interpretation	تفسير اقتصادي
Direct costs	تكاليف مباشرة
Deterioration	تلف
Forecasting	تنبؤ
Implementation	تنفيذ
Distribution	توزيع
Normal distribution	توزيع طبيعي
Uniform distribution	توزيع منتظم

obeikandl.com

ج

جدول	Table

ح

حاسب	Computer
حالة استقرار	Steady-state
حجم	Size
حد أدنى	Lower bound
حد أعلى	Upper bound
حرج	Critical
حساسية	Sensitivity
حظ	Chance
حل (حلول)	Solution
حل ابتدائي	Initial solution
حل أساسي	Basic solution
حل النموذج	Model solution
حل أمثل	Optimal solution
حل أمثل جزئي	Suboptimal solution
حل أمثل مضاعف	Multiple optimal solution
حل أمثل وحيد	Unique optimal solution

openkandl.com

Non-optimal solution	حل غير أمثل
Infeasible solution	حل غير ممكن
Feasible solution	حل ممكن

خ

Property	خاصية
Pure	خالص أو بحت أو صرف
Service	خدمة
Discount	خصم
Quantity discount	الخصم على الكمية
Linear	خطي
Algorithm	خوارزمية
Iterative algorithm	خوارزمية تكرارية

د

Function	دالة
Objective function	دالة الهدف
Convex function	دالة محدبة
Concave function	دالة مقعرة
Degree	درجة
Cycle	دورة
Periodic	دورية
Dynamic	ديناميكيا (حركي)

obeikandl.com

ذ

ذكاء صناعي	Artificial intelligence

ر

ربح	Profit
رسم	Graph
رمز (رموز)	Symbol

ز

زمن أو وقت	Time

س

ساكن	Static
سطر محوري	Pivot row
السمبلكس	Simplex

ش

شبكة	Network
شجرة	Tree
شخصي	Personal

obeikandl.com

Condition	شرط (شروط)

ص

Row(s)	صف (صفوف)
Characteristic	صفة أو ميزة
Validation	صلاحية
Formulation	صياغة
Problem formulation	صياغة المشكلة
Form	صيغة

ض

Implicit	ضمني

ط

Nature	طبيعة (قدر)
Method	طريقة
Total enumeration method	طريقة التعداد الشامل
Implicit enumeration method	طريقة التعداد الضمني
Simplex Method	طريقة السمبلكس
Dual Simplex Method	طريقة السمبلكس الثنوية
Graphical method	طريقة بيانية

obeikandl.com

ع

عائد (عوائد)	Payoff(s)
عامل الخصم	Discount factor
عجز	Shortage
عدد صحيح	Integer
عددي	Digital
عشوائي	Random
عشوائي	Stochastic
عقدة	Node
عقدة حظ	Chance Node
عملية	Process
عمود محوري	Pivot column
عنصر	Element
عنصر محوري	Pivot element

غ

غير منته	Infinite

ف

فضاء	Space
فضاء الحل	Solution space

obeikandl.com

Effectiveness	فعالية
System effectiveness	فعالية نظام

ق

Controllable	قابل للضبط
Cut	قطع
Cutting plane	قطع مستوي
Pure cutting plane	قطع مستوي صرف
Mixed cutting plane	قطع مستوي مختلط
Constraint(s)	قيد (قيود)
Upper Value	القيمة العليا
Expected Value	قيمة متوقعة

ك

Complete	كامل
Perfect	كامل
Total	كلي
Quantity	كمية

ل

Game(s)	لعبة (ألعاب)

obeikandl.com

م

Direct	مباشر
Principle	مبدأ
Continuous	متصل
Identical	متطابق
Variable	متغير
Basic Variable	متغير أساسي
Controllable variable	متغير قابل للضبط
Decision variable	متغير قرار
Symmetric	متناظر
Mean	متوسط
Expected	متوقع
Convex set	مجموعة محدبة
Simulation	محاكاة
Deterministic	محدد
Mixed	مختلط
Stock	مخزون
Diagram	مخطط
Inputs	مدخلات
Dependent	مرتبط
Stage(s)	مرحلة (مراحل)
Path	مسار

obeikandl.com

Primal problem	مسألة أولية
Dual problem	مسألة ثنوية
Stationary	مستقر
Independent	مستقل
Level	مستوى
Joint	مشترك
Project	مشروع
Matrix	مصفوفة
Payoff matrix	مصفوفة العوائد
Strict	مطلق أو حاد أو كامل
Rate	معدل
Parameter	معلمة
Information	معلومات
Imperfect Information	معلومات غير كاملة
Perfect Information	معلومات كاملة
Criterion	معيار
Admissible	مقبول
Performance measure	مقياس الأداء
Appropriate	ملائم
Feasible	ممكن
Competition	منافسة
Uniform	منتظم
Finite	منته

obeikandl.com

Discrete	منفصل
Utility	منفعة
Transpose of a Matrix	منقول مصفوفة
Facility Location	موقع الخدمة
Slope	ميل

ن

Activity	نشاط
Depletion	نضوب
System	نظام
Theorem	نظرية
Point	نقطة
Saddle Point	نقطة سرجية (أو نقطة توازن)
Models of integer programming	نماذج البرمجة العددية
Modelling	نمذجة
Model	نموذج
Optimal model	نموذج أمثل
Dual Model	نموذج ثنوي
Mathematical model	نموذج رياضي

هـ

Objective	هدف

obeikandl.com

Structure	هيكل
System structure	هيكل النظام

Unique	وحيد
Weight	وزن

Dominate	يهيمن

obeikandl.com

ثانياً: إنجليزي – عربي

A

Activity	نشاط
Admissible	مقبول
Algorithm	خوارزمية
Alternative(s)	بديل (بدائل)
Appropriate	ملائم
Artificial intelligence	ذكاء صناعي
Assignment	تخصيص

B

Basic	أساسي
Basic solution	حل أساسي
Basic Variable	متغير أساسي

C

Chance	حظ
Chance Node	عقدة حظ
Characteristic	صفة أو ميزة

obeikandl.com

Competition	منافسة
Complete	كامل
Computer	حاسب
Concave function	دالة مقعرة
Condition	شرط (شروط)
Constraint(s)	قيد (قيود)
Continuous	متصل
Controllable	قابل للضبط
Controllable variable	متغير قابل للضبط
Convex function	دالة محدبة
Convex set	مجموعة محدبة
Cooperative	تعاوني
Criterion	معيار
Critical	حرج
Cut	قطع
Cutting plane	قطع مستوي
Cycle	دورة

D

Data	بيانات
Data analysis	تحليل بيانات
Decision variable	متغير قرار

obeikandl.com

Degree	درجة
Dependent	مرتبط
Depletion	نضوب
Design	تصميم
Deterioration	تلف
Deterministic	محدد
Diagram	مخطط
Digital	عددي
Direct	مباشر
Direct costs	تكاليف مباشرة
Discount	خصم
Discount factor	عامل الخصم
Discrete	منفصل
Distribution	توزيع
Dominate	يهيمن
Dual problem	مسألة ثنوية
Dual Model	نموذج ثنوي
Dual Simplex Method	طريقة السمبلكس الثنوية
Dynamic	ديناميكيا (حركي)

E

Economic	اقتصادي

obeikandl.com

Economic interpretation	تفسير اقتصادي
Effectiveness	فعالية
Element	عنصر
Elementary	أولي
Expected	متوقع
Expected Value	قيمة متوقعة

F

Facility	إمكانية (مكان للخدمة)
Facility Location	موقع الخدمة
Feasible	ممكن
Feasible solution	حل ممكن
Finite	منته
Forecasting	تنبؤ
Form	صيغة
Formulation	صياغة
Function	دالة

G

Game(s)	لعبة(ألعاب)
Graph	رسم

obeikandl.com

Graphical method	طريقة بيانية

I

Integer Linear Programming	برمجة خطية عددية
Integer programming	برمجة عددية
Integer Programming	برمجة عددية ثنائية ذات متغيرات ثنائية القيم
Implementation	تنفيذ
Initial solution	حل ابتدائي
Infeasible solution	حل غير ممكن
Iterative algorithm	خوارزمية تكرارية
Implicit	ضمني
Implicit enumeration method	طريقة التعداد الضمني
Integer	عدد صحيح
Infinite	غيرمنته
Identical	متطابق
Inputs	مدخلات
Independent	مستقل
Information	معلومات

J

Joint	مشترك

obeikandl.com

L

Level	مستوى
Linear	خطي
Linear programming	برمجة خطية
Low	أدنى
Lower	الأدنى
Lower bound	حد أدنى

M

Mathematical model	نموذج رياضي
Mathematical programming	برمجة رياضية
Matrix	مصفوفة
Mean	متوسط
Method	طريقة
Mixed	مختلط
Mixed integer Programming	برمجة عددية مختلطة
Mixed cutting plane	قطع مستوي مختلط
Model	نموذج
Models of integer programming	نماذج البرمجة العددية
Model building	بناء
Model solution	حل النموذج

obeikandl.com

Modelling	نمذجة
Multiple optimal solution	حل أمثل مضاعف

N

Nature	طبيعة(قدر)
Network	شبكة
Network flow	تدفق شبكي
Node	عقدة
Non-optimal solution	حل غير أمثل
Normal distribution	توزيع طبيعي

O

Objective	هدف
Objective function	دالة الهدف
Operation research	بحوث عمليات
Optimal	أمثل
Optimal model	نموذج أمثل
Optimal solution	حل أمثل
Optimal Strategy (Strategies)	الإستراتيجية (الإستراتيجيات) المثلى
Optimization	أمثلية

obeikandl.com

p

Parameter	معلمة
Partition	تجزئة
Payoff(s)	عائد (عوائد)
Path	مسار
Payoff matrix	مصفوفة العوائد
Perfect	كامل
Perfect Information	معلومات كاملة
Imperfect Information	معلومات غير كاملة
Performance	أداء
Performance measure	مقياس الأداء
Periodic	دورية
Personal	شخصي
Pivot row	سطر محوري
Pivot column	عمود محوري
Pivot element	عنصر محوري
Point	نقطة
Primal problem	مسألة أولية
Principle	مبدأ
Probabilistic	احتمالي

obeikandl.com

Probability	احتمال
Problem classification	تصنيف المشكلة
Problem formulation	صياغة المشكلة
Procedure	إجراء
Process	عملية
Production	إنتاج
Profit	ربح
Programming	برمجة
Project	مشروع
Prominent	بارز
Property	خاصية
Pure	خالص أو بحت أو صرف
Pure cutting plane	قطع مستوي صرف

Q

Quantity	كمية
Quantity discount	الخصم على الكمية

R

Random	عشوائي
Rate	معدل
Row(s)	صف (صفوف)

obeikandl.com

S

Saddle Point	نقطة سرجية (أو نقطة توازن)
Scale	تدرج أو مقياس
Sensitivity	حساسية
Sensitivity analysis	تحليل الحساسية
Service	خدمة
Shortage	عجز
Shortest path	أقصر مسار
Simplex	السمبلكس
Simplex Method	طريقة السمبلكس
Simulation	محاكاة
Size	حجم
Slope	ميل
Solution	حل (حلول)
Solution space	فضاء الحل
Space	فضاء
Stage(s)	مرحلة (مراحل)
Static	ساكن
Stationary	مستقر
Statistics	إحصاء
Steady-state	حالة استقرار

obeikandl.com

Stochastic	عشوائي
Stock	مخزون
Strict	مطلق أو حاد أو كامل
Structure	هيكل
Strategy (Strategies)	إستراتيجية (إستراتيجيات)
Suboptimal solution	حل أمثل جزئي
Sub-optimization	أمثلية جزئية
Symbol	رمز (رموز)
Symmetric	متناظر
System	نظام
System design	تصميم نظام
System effectiveness	فعالية نظام
System structure	هيكل النظام

T

Table	جدول
Theorem	نظرية
Time	زمن أو وقت
Total	كلي
Total enumeration method	طريقة التعداد الشامل
Transpose of a Matrix	منقول مصفوفة
Tree	شجرة

obeikandl.com

U

Uniform	منتظم
Uniform distribution	توزيع منتظم
Unique	وحيد
Unique optimal solution	حل أمثل وحيد
Upper	أعلى
Upper bound	حد أعلى
Upper Value	القيمة العليا
Utility	منفعة

V

Validation	صلاحية
Variable	متغير
Variance	تباين

W

Waiting	انتظار
Weight	وزن

obeikandl.com

obeikandl.com

كشاف الموضوعات

أ

الحد الأعلى الحالي ٢٣٥، ٢٤٥
أساسي ٥
أقصر مسار ٢٠١
اقتصادي ٢٤٢
أمثل ١٠، ١١، ١٥، ١٦، ١٧، ٢٥
استخدام المتغيرات الثنائية القيم ٧٦، ١٠٨
في القيود المنطقية ١٠٨
في القيود ذات الشروط ١٠٨
في القيود الإقتضائية ١٠٩، ١١٠
في القيود البديلة ١١٠، ١١١
في القيود المقتضية لقيود أخرى ١١٢
التعبير عن المتغيرات أو الدوال المنفصلة باستخدام المتغيرات المتممة ١١٩
الصيغة المعتمدة في حل مسائل البرمجة العددية ذات المتغيرات الثنائية القيم ٢٧٥
الخوارزمية الجمعية ٢٨٠ ، ٢٨٩، ٢٩١، ٣٠١
استخدام المتغيرات المتممة ١١٩، ١٢٠، ٢٧٦
المسألة الموجهة لأقل شجرة متفرعة ١٨٦
ألية إسقاط الحلول غير الواعدة ٢٧٩

ب

بحوث عمليات ٣، ٦
برمجة ١ بيانية ١، ٦١

obeikandl.com

برمجة خطية ٣، ٥، ٦، ٨٣، ٢٢١
برمجة عددية ٣، ٤، ٧٥، ١٠٧، ٢٢١، ٢٢٢
برمجة خطية عددية (بحتة) ٣، ٧٥، ٧٦، ٨٦، ٢٢٢، ٢٢٨
برمجة عدية ذات متغيرات ثنائية القيم ٧٧، ٨١، ٢٠٩
برمجة خطية عددية مختلطة ٧٦، ٧٧، ٨٢، ٨٣
برمجة رياضية ٦، ٧٥، ١٠٨

ت

تحليل الأمثلية ١٠
تحليل حساسية ٢٦
تحديد العنصر المحوري
لطريقة السمبلكس ٤٣
لطريقة السمبلكس الثنوية ٦٠، ٦١
تحويلات بسيطة ١١٨
تحويل مسألة برمجة غير خطية إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ١٢٨
تحويل مسألة برمجة كثيرات حدود إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ٢٧٢
تحويل مسألة برمجة خطية إلى مسألة برمجة خطية عددية ذات متغيرات ثنائية القيم ١١٨، ٢٧٢
تعادل في المتغيرات الداخلة ٥٥
تعادل في المتغيرات الخارجة ٥٥
تغيير في دالة الهدف ٣٠
تغيير في الموارد النادرة ٢٧
تغيير في الموارد غير النادرة ٢٧
تفسير اقتصادي ١٩، ٢٦
تكاليف التجهيز ١٣٣
تكاليف ثابتة ١٣٠
تكاليف متغيرة ١٣٤
تحضير أو تجهيز ١٣٤

ث

ثنوي ١٨، ٢٨٢

ج

جدول الحل الأمثل ٤٤

obeikandl.com

جداول السمبلكس ٤٣، ٤٤

ح

حر ٢٧٨
حـــل ابتـــدائي ٣٦، ٤٥، ٤٧و٤٨، ٥٣و٤٥، ٥٩
حل أساسي ٣٧، ٤٠، ٤٣، ٤٥، ٥٣، ٥٩
حـــل أمثـــل ١٠، ١١، ١٥، ١٦، ١٧، ٢٥، ٣٩، ٤٩، ٥٢، ٥٩، ٦٠، ٩٤، ٩٥
حل أمثل مضاعف (متعدد) ٥٥
حل أمثل وحيد ١٦، ١٧، ١٨
حل جزئي ٢٧٨
حل كامل ٢٧٨
حل النموذج ٩، ١٠، ١٤
حل غير أمثل ٣٩، ٥٨
حـــل غـــير ممكـــن ٤٨، ٥٨، ٦٠، ٦٣، ٣٧، ٣٨، ٤٠، ٤٣، ٤٥، ٤٩، ٥٨
حل مرشح ٢٢٣، ٢٢٩، ٢٤٣
حل مسألة حقيبة الظهر البسيطة ٢٤٧، ٢٤٨
حل مسألة حقيبة الظهر العامة
حساسية ٢٦

خ

خطوة التفرع ٢٤٦
خطوة شطب المسائل الجزئية ٢٤٦
خلاصة طريقة التفرع والحد ٢٤٥
خوارزمية ٣٤، ٣٦، ٣١١
خوارزمية التفرع والحد ٢٤٥
خوارزمية مستوي القطع ٣١١
خوارزمية السمبلكس ٣٤، ٤٥، ٤٨
خوارزمية السمبلكس الثنوية ٦١
خوارزمية هنغارية ٢٥٧

د

دالة الهدف ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩

ر

راكد ٣٤، ٤٨، ٢٨٠، ٢٨٢، ٣٠٩
رقم محوري ٤٠، ٤١

س

سعر الظل ٣٠
سطر محوري ٤٠، ٤١، ٦٠، ٦١، ٦٣

obeikandl.com

سطر أساس ٣١٣

ش

شبكة ١٠٧، ١٣٧، ١٥٥
شجرة ٢٣٥
شرط الأمثلية لطريقة السمبلكس ٣٩، ٢٨٢
شرط الأمثلية لطريقة السمبلكس الثنوية ٦٠

ص

صورة قياسية للبرامج الخطية ٣٤
صعوبات الحل لمسائل البرمجة العددية ٨٣
صياغة المشكلة ٩
صياغة مسألة البائع المتجول المتناظرة ١٨٣، ١٨٤
صياغة مسألة البائع المتجول غير المتناظرة ١٧٥، ١٧٦
صياغات خاصة لمسائل البرمجة العددية ١٠٨

ط

طرق التفرع والحد ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٤٣، ٢٤٧
طرق مستوي القطع ٩٤، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٢٠
طريقة السمبلكس ٦، ٣٥، ٣٦، ٤٥، ٥٠، ٦٩
طريقة السمبلكس الثنوية ٥٩، ٢٤٢، ٣٠٤، ٣١٠، ٣٢
طريقة التعداد الضمني ٩٢، ٢٧١
طريقة التعداد ا لكلي(الشامل) ٨٦
طريقة بيانية ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ١٠، ٢٠، ٣٥
طريقة المرحلتين ٤٩، ٥٩، ٣١٧

ع

عمود محوري ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٤
عنصر محوري ٤٠، ٤١، ٤٢، ٦١، ٦٣، ٣١٠
عنصر غير أساسي ٣٥، ٣٩
علاقة بين

obeikandl.com

حلول المسألة الأولية وحلول المسألة الثنوية ٥٥، ٥٨
قيمة الحل الأمثل للمسألة الأولية وقيمة الحل الأمثل للمسألة الثنوية ٢٥، ٥٨

ف

فضاء الحل ١١، ١٥، ٣٢
فضاء الحل الممكن ٩، ١٤، ١٥، ١٦، ٣٢، ٢٣٣

ق

قيود وثيقة ٢٨، ٢٧، ٣٠
قيود غير وثيقة ٢٨، ٢٧، ٣٠
قيود منطقية ١٠٨
قيود اقتضائية ١٠٩، ١١٠، ١١٢، ١١٥
قيود بديلة ١١٠

م

متغير أساسي ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣، ٤٤، ٥٣
متغير حر ٢٧٨، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٩٠، ٢٩١
متغير داخل ٣٥، ٣٧، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٣، ٥٨، ٦١
متغير خارج ٣٥، ٣٧، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٣، ٥٨، ٦١
متغير فائض ٣٤، ٣٦، ٥٩
متغير غير أساسي ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣، ٤٤، ٥٣
متغير زائف (اصطناعي) ٣٦، ٤٩، ٥١
متغير قرار ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٣، ٤٤، ٥٣، ٧٧، ١١٣، ١٢٦، ١٢٧، ١٥٢، ١٧٠
متغير مهمل(راكد) ٣٤، ٤٨، ٢٨٠
متغير مثبت ٢٧٨، ٢٨٥
مجموعة محدبة ٦، ٣٤٢
مسألة أولية ٢٠، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٥٥، ٥٦
مسائل خاصة في البرمجة العددية ١٢٥
مسألة حقيبة الظهر البسيطة ١٢٧
مسألة حقيبة الظهر العامة ١٢٩
مسألة اختيار المشاريع مع وجود موارد محدودة ١٣١
مسألة التكلفة الثابتة للتجهيز ١٣٣
مسألة التدفق الأكبر ١٩٢، ١٩٣
مسألة تصميم الشبكات ١٣٧

obeikandi.com

مسألة التخصيص البسيطة ١٤٢
مسألة التخصيص العامة ١٤٥، ١٤٦
مسألة الإيداعات البريدية المقيدة ١٤٨، ١٤٩
مسألة تحديد مواقع وطاقة مراكز الخدمات وسياسات التوزيع المثلى منها للمراكز ذات الطاقة المحدودة ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥
للمراكز ذات الطاقة غير المحدودة ١٥٧، ١٥٨
مسألة تلوين خريطة بأربعة ألوان ١٥٩
مسألة التخصيص التربيعية ١٦٩، ١٧٠، ١٧١
مسألة البائع المتجول ١٧٥
المتناظرة ١٨٣
غير المتناظرة ١٧٥
مسألة غطاء العقد ١٧٠، ١٧١، ١٩٦
مسألة أقصر مسار في شبكة موجهة ٢٠١، ٢٠٢
مسألة تلوين الرؤوس في شبكة غير موجهة ٢٠٤
مسألة تصميم نظام توزيع سلع متعددة ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨
مسألة جدولة تنفيذ أعمال على مكائن التصنيع ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١
مسائل التوافق ١٧٤، ١٧٥
مسائل الحزم ١٩٠، ١٩١
مسائل التغطية ١٩٤، ١٩٥
مسألة ثنوية ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٥٥و٥٦
مسألة معدلة ٤٩، ٥٠، ٩٥
منبع ١٣٥

ن

نظام ٥
نظرية الثنوية ٢٤، ٢٥، ٣٢، ٥٨
نظرية نقطة الركن ١٥، ١٦
نموذج أولي ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٥٧
نموذج ثنوي ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٥٧
نموذج رياضي ١١٣، ١١٤، ١١٦، ١٢٥، ١٣٣، ١٤٤، ١٥٢، ١٧٠، ١٨٧

obeikandl.com