

### نماذج المنحنى المميز للمفردة

#### Icem characteristic Curve Models

لقد قمنا في الفصل الأول بتعريف المنحنى المميز للمفردة في صورة أوصاف لفظية. وعلى الرغم من أن هذه الطريقة ساعدتنا على فهم المنحنيات المميزة للمفردة، إلا أنها تنظر إلى الدقة والقوة التي نحتاج إليها في النظرية. في هذا الفصل سوف نطرح على القارئ ثلاثة نماذج رياضية للمنحنى المميز للمفردة، هذه النماذج ستزودنا بمعادلة رياضية للعلاقة بين احتمالية الاستجابة الصحيحة للمفردة ودرجات القدرة إن كل نموذج منهما يستخدم معلم Parameter أو أكثر ذات قيم رقمية لتعيين المنحنى المميز للمفردة ما إننا بحاجة لتلك النماذج الرياضية نظراً لرغبتنا في تطوير نظرية للقياس تتسم بالدقة، كما أنها قابلة للنمو مستقبلياً. بالإضافة إلى ذلك فإن هذه النماذج ومعالجتها تمهدنا بوسيلة للتواصل مع المعلومات المرتبطة بالخصائص الفنية للمفردة. وبالنسبة للنماذج الثلاثة، سيتم استخدام المعادلة الرياضية الخاصة بكل منها في حساب احتمالية الاستجابة الصحيحة عند درجات متعددة للقدرة، ليظهر لنا المنحنى المميز للمفردة. إن الهدف من هذا الفصل أن ينمو لديك حس حول الطريقة التي ترتبط بها القيم الرقمية بمعالج المفردة، ليظهر ارتباط النموذج الرياضي بشكل المنحنى المميز للمفردة.

## الدالة اللوجستية

## The Logistic Function

طبقاً لنظرية الاستجابة للمفردة ، فإن النموذج الرياضي المعياري للمنحنى المميز للمفردة هو الصيغة التراكمية للدالة اللوجستية. وهي تُعرَّفُ بمجموعة من المنحنيات لها نفس الشكل العام للمنحنى المميز للمفردة التي أوضحناه في الفصل الأول. لقد ظهرت الدالة اللوجستية عام ١٨٤٤ م ، حيث استخدمت على نحو كبير في العلوم البيولوجية لصياغة نموذج نمو النباتات والحيوانات من الميلاد إلى التضخم ، ولقد كان أول استخدام لنموذج المنحنى المميز للمفردة في أواخر عام ١٩٥٠ م ، ولقد أصبحت نموذجاً مفضلاً من قبل الكثير نظراً لبساطتها. فيما يلي وفي المعادلة رقم (٢، ١) توضح معادلة نموذج الدالة اللوجستية ثنائية المعلم.

$$(٢، ١) \quad P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{a(\theta-b)}{L}}}$$

حيث إن :

e هي ثابت قيمته ٢,٧١٨

b هي معلم الصعوبة

a هي معلم التمييز<sup>(١)</sup>

L = a(b-b) هي وحدة الترجيح اللوجستي ، θ هي مستوى القدرة.

(١) في كثير من بحوث نظرية الاستجابة للمفردة يشار إلى معلم التمييز باحبار قيمة نموذج المنحنى الطبيعي والذي يتم منحه في ١,٧٠ للحصول على قيمة الترجيح اللوجستي المناظرة لها. ويتم عمل ذلك من أجل جعل المنحنى الترجيحي اللوجستي تماثل المعلم مقابلها للمنحنى الطبيعي . لكننا نعمل ذلك في هذا الكتاب لأنه يقدم إطارين من المراجع لتصور التهم الرقمية لمعلم التمييز . كل معلم القدرة في هذا الكتاب و برامج الحاسب الآلي المصاحبة يتم شرحها وتفسيرها في ضوء الدالة اللوجستية . ومن ثم فإن التهم المذكورة منقسم على ١,٧٠ من أجل الحصول على التهم المناظرة الطبيعية.

إن معلم الصعوبة ، والمرموز له بالرمز  $b$  يعرف بأنه نقطة على مقياس القدرة التي يكون عندها احتمالية الاستجابة الصحيحة للمفردة مساوياً لـ  $0.5$ . إن المدى النظري لقيم هذا المعلم هي :  $-\infty \leq b \leq +\infty$  ، لكن القيم التي نستخدمها في المثال تتراوح ما بين :  $-3 \leq b \leq +3$

نظراً لأن المنحنى المميز للمفردة يأخذ شكل الحرف اللاتيني  $S$  ، فإن ميل  $Slope$  المنحنى يتغير كدالة لمستوى القدرة ويصل إلى قيمته القصوى عندما تساوي مستوى القدرة مع صعوبة المفردة. بسبب ذلك ، فإن معلم التمييز لا يمثل الميل العام للمنحنى المميز للمفردة كما أوضحنا في الفصل الأول إن التعريف الفني لمعلم التمييز يخرج عن نطاق أهداف هذا الكتاب . ورغم ذلك ، فأحد التعريفات التي تفيدها في هذا الصدد هو أن معلم التمييز هو المقابل الحسابي لميل المنحنى المميز للمفردة عندما  $b = 0$ . والميل الفعلي عندما  $b = 0$  هو  $(a/4)$  ، ولكن اعتبار  $(a)$  هي الميل عند  $(b)$  هو تقريب مقبول يجعل تفسير المعلم أسهل في الممارسة العملية. إن المدى النظري لقيم هذا المعلم هي  $-\infty \leq a \leq +\infty$  ، لكن القيم التي سنراها في التدريب العملي ستتراوح ما بين  $-2,80$  ،  $+2,80$ .

#### مثال حسابي

لتوضيح الطريقة التي يستخدم بها النموذج الثنائي المعلم في حساب النقاط على المنحنى المميز للمفردة ، سنفترض المسألة التالية . بفرض أن قيم معالم المفردة هي :

$$b = 1.0 \text{ وهي صعوبة المفردة}$$

$$a = 0.5 \text{ وهي تمييز المفردة}$$

الحسابات التوضيحية تمت عند مستوى قدرة  $\theta = -3.0$

الحد الأول الذي سيتم حسابه هو وحدة الترجيح اللوغاريتمي  $L$ ، حيث إن:

$$L = a(\theta - b).$$

وبالتعويض بالقيم المناسبة ينتج:

$$L = 0.5(-3.0 - 1.0) = -2.0$$

الحد التالي الذي سيحسب هو  $e(2, 1)$  مرفوعة لأس  $L$ ، لو أن لديك آلة حاسبة تقوم بهذه العملية فسوف تستطيع التأكد من صحة الحسابات التالية. بالتعويض ينتج:

$$\text{EXP}(-L) = \text{EXP}(0.2) = 7.389$$

حيث إن  $\text{EXP}$  تعني  $e$

الآن مقام المعادلة رقم  $(2, 1)$  يمكن حسابه كالتالي:

$$1 + \text{EXP}(-L) = 1 + 7.389 = 8.389$$

و في النهاية، فإن قيمة  $p(\theta)$  تساوي:

$$p(\theta) = 1 / (1 + \text{EXP}(-L)) = 1 / 8.389 = 0.12$$

ومن ثم فإنه عند مستوى قدرة  $(T)$  مساوياً لـ  $-3$ ، يكون احتمال الاستجابة الصحيحة للمفردة مساوياً لـ  $0.12$ .

كما سبق نستطيع أن نلمس أن حساب احتمال الاستجابة الصحيحة على المفردة عند مستوى قدرة معين أمر سهل جداً باستخدام نموذج الدالة اللوجستية. الجدول رقم  $(2, 1)$  يوضح بعض الحسابات لهذه المفردة عند سبع درجات للقدرة توزعت بالتساوي في مدى القدرات من  $-3$  إلى  $+3$ . لا بد وأن تؤدي العمليات الحسابية عند العديد من درجات القدرة حتى تصبح على مألوفية بذلك الإجراء.

النموذج ثنائي المعلم

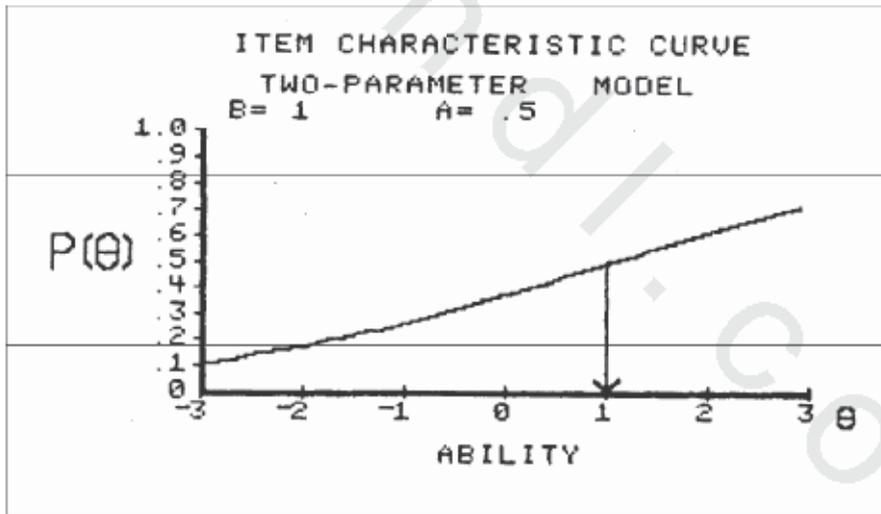
$$P = 1 / (1 + \text{EXP}(-A(T - P)))$$

$$P = 1 / (1 + \text{EXP}(-.5(T - 1)))$$

الجدول رقم (٢،١). حسابات المنحنى المميز للمفردة في النموذج الثنائي المعلم،  $b=1.0, a=.5$ .

الاحتمال (P)	$1 + \text{EXP}(-I)$	$\text{EXP}(-I)$	وحدة الترجيح اللوجاريتمي	القدرة
٠,١٢	٨,٣٨٩	٧,٣٨٩	٢-	٣-
٠,١٨	٥,٤٨٢	٤,٤٨٢	١,٥-	٢-
٠,٢٧	٣,٧١٨	٢,٧١٨	١-	١-
٠,٣٨	٢,٦٤٩	١,٦٤٩	٠,٥-	صفر
٠,٥	٢	١	صفر	١
٠,٦٢	١,٦٠٧	٠,٦٠٧	٠,٥	٢
٠,٧٣	١,٣٦٨	٠,٣٦٨	١	٣

إن المنحنى المميز للمفردة الموجود في الجدول رقم (٢،١) موضح فيما يلي بالشكل رقم (٢،١)، السهم الرأسى يقابل قيمة صعوبة المفردة.



الشكل رقم (٢،١). المنحنى المميز للمفردة للنموذج الثنائي المعلم  $b=1.0, a=.5$ .

## النموذج اللوجستي أو الأحادي المعلم لراش

## The Rasch, one-parameter, Logistic Model

النموذج التالي الذي سنتهم بتناوله نشره جورج راش Georg Rasch عالم الرياضيات الدنمركي عام ١٩٦٠ م. ولقد تناول راش تحليل بيانات الاختبار من منظور نظرية الاحتمالات. وعلى الرغم من أنه انطلق في تحليلاته من إطار مرجعي مختلف إلا أن نموذج المنحنى المميز للمفردة الذي توصل إليه كان نموذجاً لوجستياً. في الفصل الثامن سنتناول منحى راش على نحو تفصيلي أكبر. في إطار هذا النموذج، معلم التمييز الخاص بالنموذج اللوجستي ثنائي المعلم له قيمة ثابتة  $a = 1$  وذلك لكافة المفردات، فقط معلم الصعوبة يمكن أن يتخذ قيمة مختلفة. بسبب ذلك يشار إلى نموذج راش على أنه نموذج لوجستي أحادي المعلم.

فيما يلي نعرض لمعادلة نموذج راش

$$(٢,٢) \quad P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-1(\theta-b)}}$$

حيث إن  $b$  هو معلم الصعوبة،  $\theta$  هي مستوى القدرة.

وهنا لابد وأن نلاحظ أن معلم التمييز مستخدم في المعادلة رقم (٢,٢)، ولكن نظراً لأنه دائماً ما يساوي القيمة (١)، فإنه عادة لا يظهر في المعادلة.

## مثال حسابي

مرة أخرى إن شرح الحسابات للنموذج سيتم باستخدام مستوى واحد للقدرة

هو (٣,٠-)، قيمة معلم الصعوبة للمفردة هي:  $B = 1.0$

الحد الأول المحسوب هو الوحدة اللوجيستية (L) حيث:

$$L = a(\theta - b)$$

بالتعويض بالتقييم المناسبة ، ينتج :

$$L = 1.0 (-3.0 - 1.0) = 4.0 -$$

التالي ، حساب  $\theta$  للعدد  $x$  ، يعطينا :

$$\text{EXP}(-L) = 54.598$$

مقام المعادلة رقم (٢,٢) يمكن حسابها كالآتي :

$$1 + \text{EXP}(-L) = 1.0 + 54.598 = 55.598$$

في النهاية نستطيع التوصل إلى قيمة  $P(\theta)$  حيث تكون :

$$p(\theta) = 1 / (1 + \text{EXP}(-L)) = 1/55.598 = .02$$

ومن ثم فعند مستوى القدرة (٣,٠-) فإن احتمال الاستجابة الصحيحة لهذه المفردة هو ٠.٠٢، ويوضح الجدول رقم (٢,٢) الحسابات لسبعة درجات من القدرة . لا بد وأن تقوم بحسابات عديدة لدرجات قدرة أخرى مختلفة لتصبح على ألفة بالنموذج والإجراءات.

سنعرض فيما يلي المنحنى المميز للمفردة الموجودة في الجدول رقم (٢,٢) وذلك كما في الشكل رقم (٢,٢) .

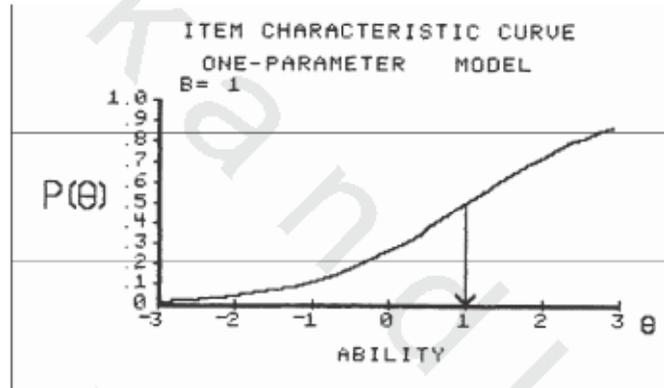
النموذج أحادي المعلم

$$P = 1 / (1 + \text{EXP}(-1(T - B)))$$

$$P = 1 / (1 + \text{EXP}(-1(T - 1)))$$

الجدول رقم (٢،٢) . حسابات النموذج أحادي المعلم ،  $b = 1.0$  .

الاحتمال (P)	$1 + EXP(-I)$	$EXP(-L)$	الوحدة اللوجسية	القدرة
٠,٠٢	٥٥,٥٩٨	٥٤,٥٩٨	٤-	٣-
٠,٠٥	٢١,٠٨٦	٢٠,٠٨٦	٣-	٢-
٠,١٢	٨,٣٨٩	٧,٣٨٩	٢-	١-
٠,٢٧	٣,٧١٨	٢,٧١٨	١-	صفر
٠,٥	٢	١	صفر	١
٠,٧٣	١,٣٦٨	٠,٣٦٨	١	٢
٠,٨٨	١,١٣٥	٠,١٣٥	٢	٣



الشكل رقم (٢،٢) . المنحنى المميز للمفردة في نموذج راسم أحادي المعلم عندما  $b = 1.0$  .

### النموذج الثلاثي المعلم

#### The Three-parameter Model

إحدى الحقائق الثابتة في الحياة فيما يتعلق بالاختبارات، أن الطلاب المفحوصين سيجيبون على بعض المفردات بشكل صحيح نتيجة التخمين. ومن ثم فإن احتمالية الاستجابة الصحيحة يشتمل على مكون صغير يرجع إلى التخمين. لم يضع أي من النموذجين السابقين للمنحنى المميز للمفردة ظاهرة التخمين في اعتبارهما. عدل

بيرنوم (1968) Bimbaum النموذج اللوجستي ثنائي المعلم ليضمنه معلماً يوضح إسهام التخمين في احتمالية الاستجابة الصحيحة على المفردة . ولسوء الحظ - بهذا الفعل - فقدت بعض من خصائص الدالة اللوجستية. وعلى الرغم من ذلك يطلق على هذا النموذج مسمى النموذج اللوجستي ثلاثي المعالم ، على الرغم من أنه فنياً لا يعد نموذجاً لوجستياً إلى حد بعيد. المعادلة الرياضية للنموذج الثلاثي المعالم هي :

$$P(\theta) = c + (1-c) \frac{1}{1 + e^{-a(\theta-b)}} \quad (2,3)$$

حيث إن :

$b$  هي معلم الصعوبة

$a$  هو معلم التمييز

$c$  هو معلم التخمين

$\theta$  هي مستوى القدرة

إن المعلم  $c$  هو احتمال إحراز الاستجابة الصحيحة باستخدام التخمين فقط. ومن المهم أن نلاحظ ذلك من خلال تعريف أن قيمة  $(c)$  لا تختلف كدالة لمستوى القدرة. ومن ثم فإن التوصل للحل الصحيح بالتخمين لا يرتبط بارتفاع أو انخفاض مستوى قدرة المفحوصين. إن المعلم  $(c)$  له مدى نظري  $0 \leq c \leq 1.0$  ، ولكن في الممارسة العملية فإن القيم التي تفوق  $0.35$  لا تعد قيمة مقبولة ، لذا فإن المدى  $c < 0.35$  هو المستخدم هنا.

إن اختلاف تعريف معلم الصعوبة يُعد أحد الآثار الجانبية لاستخدام معلم التخمين  $(c)$  ، فطبقاً للنموذجين السابقين ، فإن معلم الصعوبة  $b$  يمثل نقطة على مقياس القدرة عندما يكون احتمال الاستجابة الصحيحة مساوياً لـ  $0.5$  . لكن الآن

الحد الأدنى للمنحنى المميز للمفردة هو قيمة  $c$  بدلا من الصفر. و النتيجة أن معلم

صعوبة المفردة يمثل نقطة على مقياس القدرة، حيث:

$$P(\theta) = c + (1 - c)(0.5) \\ = (1 + c) / 2$$

هذا الاحتمال هو قيمة متوسطة بين قيمتي  $(c)$  ،  $(1, 0)$  ، إذن المعلم  $c$  أصبح

الحد الأدنى لأقل قيمة لاحتمال الاستجابة الصحيحة للمفردة. ومن ثم فإن معلم

الصعوبة يُعرف كنقطة على مقياس القدرة حيث تكون احتمالية الاستجابة الصحيحة

واقعة بين الحد الأدنى والواحد الصحيح.

معلم التمييز  $a$  لا يزال يفسر بكونه يتناسب مع ميل المنحنى المميز للمفردة عند

النقطة  $\theta = b$  ، لكن في ظل النموذج الثلاثي المعالم ، فإن ميل المنحنى المميز للمفردة

عندما  $\theta = b$  هو فعليا  $a(1 - c) / 4$  قد تبدو تلك التغييرات التي طرأت على تعريف كل

من المعلمتين  $a, b$  طفيفة ، إلا أن الأمر يبدو مهماً عند تفسير نتائج تحليل الاختبار.

مثال حسابي

إن احتمال الاستجابة الصحيحة للمفردة في ظل النموذج ثلاثي المعالم

سيتضح من خلال قيم معالم المفردة الآتية:

$$c = 0.2, a = 1.3, b = 1.5 \text{ وذلك عند مستوى قدرة } \theta = 3, +$$

الوحدة اللوجستية :

$$L = a(\theta - b) = 1.3(-3.0 - 1.5) = 5.85 -$$

حساب  $e$  للحد  $x$  ، يعطينا :

$$\text{EXP}(-L) = \text{EXP}(5.85) = 347.234$$

الحد التالي هو :

$$1 + \text{EXP}(-L) = 1.0 + 347.234 = 348.234$$

ثم :

$$1/(1 + \text{EXP}(-L)) = 1/348.234 = .0029$$

حتى هذه النقطة فالحسابات هي نفسها تلك المستخدمة في النموذج الثنائي المعلم عندما  $a=1.3$  ،  $b=1.5$  لكن الآن سيدخل معلم التخصيص ضمن نطاق اهتماماتنا . سنجد في المعادلة رقم (٢,٣) :

$$P(\theta) = c + (1 - c) (0.0029)$$

و  $c = 0.2$  ، لذلك :

$$\begin{aligned} P(\theta) &= 0.2 + (1 - 0.2) (0.0029) \\ &= 0.2 + (0.8)(0.0029) \\ &= 0.2 + (0.0023) \\ &= 0.2023 \end{aligned}$$

ومن ثم فإنه عند مستوى القدرة  $3,0$  احتمال الاستجابة الصحيحة على المفردة هو  $0.2023$  ، يوضح الجدول رقم (٢,٣) الحسابات لسبعة درجات للقدرة. مرة ثانية ، عليك أن تقوم بتنفيذ الحسابات السابقة عدة مرات عند درجات متنوعة للقدرة لتصبح على ألفة بالنموذج وإجراءاته.

### النموذج ثلاثي المعلم

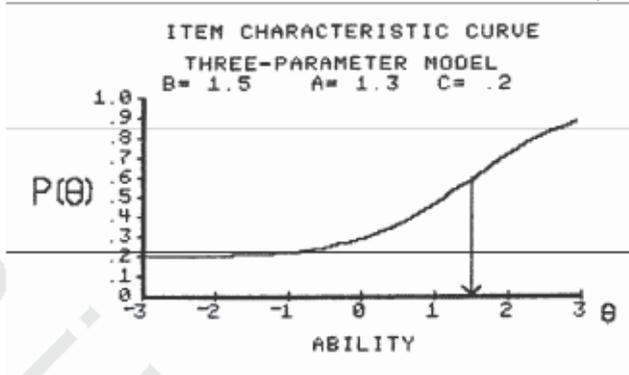
$$P = C + (1-C) \left( \frac{1}{1 + \text{EXP}(-A(T-B))} \right)$$

$$P = .2 + (1-.2) \left( \frac{1}{1 + \text{EXP}(-(1.3)(T - (1.5)))} \right)$$

الجدول رقم (٢,٣). حسابات للنموذج ثلاثي المعلم ،  $b=1.5$  ،  $a=1.3$  ،  $c=0.2$  .

الاحتمال (P)	$1 + \text{EXP}(-L)$	$\text{EXP}(-L)$	وحدة التوزيع اللوغاريتمي	القدرة
0.2	348,234	347,234	0.85-	3-
0.21	95,632	94,632	4.55-	2-
0.23	26,79	25,79	3.25-	1-
0.3	8,029	7,029	1.95-	صفر
0.47	2,916	1,916	0.65-	1
0.73	1,522	0,522	0.65	2
0.9	1,142	0,142	1.95	3

سنعرض فيما يلي المنحنى المميز للمفردة والمقابل لبيانات الجدول السابق:

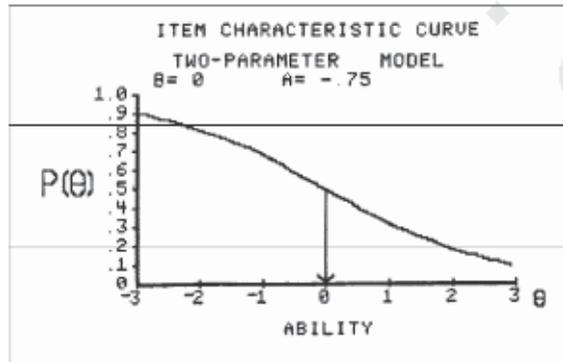


الشكل رقم (٢,٣). المنحنى المميز للمفردة للمودج الثلاثي المعلم عند  $b=1.5, a=1.3, c=.2$ .

### التمييز السلبي

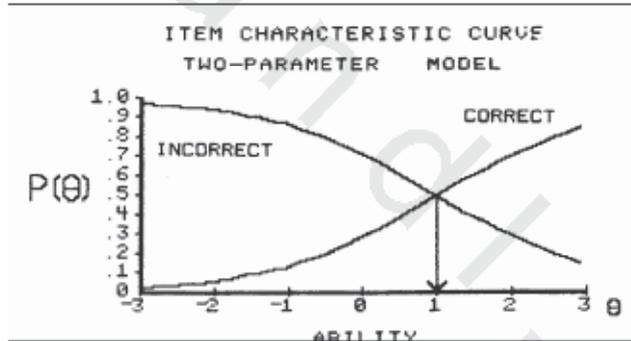
#### Negative Discrimination

بينما نجد أن معظم مفردات الاختبار يكون تمييزها على نحو موجب ( بمعنى أن احتمال الاستجابة الصحيحة على المفردة يزداد مع ازدياد مستوى القدرة )، نجد بعض المفردات لها تمييز سالب. في مثل هذه المفردات احتمال الاستجابة الصحيحة يقل عندما يزداد مستوى القدرة من الأدنى إلى الأعلى. الشكل رقم (٢,٤) يوضح مثل هذه المفردة.



الشكل رقم (٢,٤). مفردة ذات تمييز سالب في ظل النموذج ثنائي المعلم عند  $b=0, a=-0.75$ .

المفردات ذات التمييز السالب تحدث في حالتين . الأولى ، الاستجابة الخاطئة على أي مفردة ذات خيارين ستكون معلمة تمييزها سالبة في حال أن تكون الاستجابة الصحيحة ذات قيمة موجبة . الثانية ، أحيانا تنتج الاستجابة الصحيحة على مفردة من المفردات عن مؤشر للتمييز سالب . إن هذا يدل على أن هناك خطأ ما في المفردة : إما ضعف في الصياغة وإما أن هناك بعض المعلومات الخاطئة سيطرت على الطلاب مرتفعي القدرة . على أي حال فهذا تنبيه على أن المفردة بحاجة إلى مزيد من العناية والانتباه من قبل واضعيها . بالنسبة لثلاثية الموضوعات التي تهتم بها في ظل نظرية الاستجابة للمفردة ، فقيمة معلم التمييز ستكون موجبة . الشكل رقم (٢,٥) يوضح المنحنيات المميزة للمفردة لعدد من الإجابات الصحيحة والخاطئة لمفردة ثنائية الاستجابة.



الشكل رقم (٢,٥). المنحنيات المميزة للمفردة للاستجابة الصحيحة (  $b = 1.0, a = 0$  ) ، والاستجابة الخاطئة (  $b = -1.0, a = 0$  ) على مفردة ثنائية.

يجب ملاحظة أن المنحنيين المميزين للمفردة لهما نفس قيمة معلم الصعوبة (  $b = 1.0$  ) ونفس القيمة المطلقة لمعلم التمييز ، ومع ذلك فإن إشارتهما معاكسة ، بحيث تكون إشارة الاستجابة الصحيحة موجبة ، بينما إشارة الاستجابة الخاطئة سالبة .

## إرشادات لتفسير قيم معلم المفردة

في الفصل الأول استخدمنا المسميات اللفظية لوصف الخصائص الفنية للمنحنى المميز للمفردة. الآن نستطيع أن نستخدم في وصف المنحنيات عن طريق معالم لها قيم رقمية ولها نفس المعنى أو الدلالة اللفظية. لكن قد يحتاج المرء إلى بعض الوسائل لتفسير القيم الرقمية لمعالم المفردة بغية إيصال ذلك التفسير إلى القارئ غير المتخصص. فالمسميات اللفظية التي استخدمت لوصف تمييز المفردة يمكن ربطها بمدى من القيم للمعلم ، على النحو التالي :

الجدول رقم (٤، ٢). مسميات قيم معلم تمييز المفردة.

المسمى اللفظي	مدى القيم
غير مميز	صفر
منخفض جداً	٠,٢٤-٠,٠١
منخفض	٠,٦٤-٠,٣٥
متوسط	١,٢٤-٠,٦٥
مرتفع	١,٦٩-١,٣٥
مرتفع جداً	١,٧٠ فأكثر
تام	+ ما لا نهاية

تطبق هذه العلاقات عندما نفسر قيم معلم التمييز وفقاً للنموذج اللوجستي لمنحنى خصائص للمفردة ، أما إذا أراد القارئ تفسير معلم التمييز وفقاً لنموذج Ogive العادي ، فعليه أن يقوم بقسمة هذه القيم على ١,٧ .

إن تأسيس جدول مشابه لقيم معلم الصعوبة ينطوي على بعض المشكلات. فمصطلحات سهل، وصعب المستخدمة في الفصل الأول، تعد مصطلحات نسبية لاعتمادها على بعض الأطر المرجعية . فكما ناقشنا مسبقاً ، فإن نقطة الضعف أو

العيب في صعوبة المفردة - وفق تعريفها في نظرية القياس التقليدية - يتمثل في كونها تتحدد بشكل نسبي بحسب مجموعة المفحوصين . و من ثم فنفس المفردة قد تكون سهلة لإحدى المجموعات ، وصعبة لمجموعة أخرى. في ضوء نظرية الاستجابة للمفردة فإن صعوبة المفردة تعد نقطة على مقياس القدرة ، عندما يكون احتمال الاستجابة الصحيحة ٠,٥ في ظل النماذج الأحادية والثنائية المعلم ، وعند  $2/(1 + c)$  في النموذج الثلاثي المعالم. لذلك فإن المسميات اللفظية المستخدمة في الفصل الأول يكون لها معنى فقط حسب وضعها لنقطة المنتصف على مقياس القدرة. إن الطريقة الملائمة لتفسير أي قيمة رقمية لمعلم صعوبة المفردة تقوم على تحديد أين تعمل المفردة على مقياس القدرة. إن معلم التمييز يمكن استخدامه لإضافة معنى لهذا التفسير. فمعلم المنحنى المميز للمفردة يصل إلى أقصى حد له عند مستوى قدرة يناظر صعوبة المفردة. و من ثم فإن المفردة تستطيع أن تميز بين المفحوصين على أفضل وجه حول هذا المستوى من القدرة. وبسبب ذلك نستطيع تحديد فعالية المفردة عند هذا المستوى من القدرة. فعلى سبيل المثال : المفردة التي تكون صعوبتها (-١) تعد فعالة (دالة) بين المفحوصين من ذوي القدرة المنخفضة ، أما المفردة التي تكون صعوبتها (+١) فهي فعالة (دالة) بين المفحوصين مرتفعي القدرة. مرة أخرى ، إن ما نريد أن نؤكد عليه هو أن صعوبة المفردة تعد معلم موضع.

طبقاً للنموذج ثلاثي المعالم ، القيمة العددية لمعلم التخمين (c) تفسر مباشرة نظراً لكونها احتمالية . فعلى سبيل المثال ، عند  $c = 12$  ، يمسطة هنا يعني أنه عند كل درجات القدرة سيكون احتمال الحصول على استجابة صحيحة على السؤال بالتخمين وحده هو 0.12.

## جلسة الحاسب الآلي للفصل الثاني

## Computer Session For Chapter2

إن الهدف من هذه الجلسة هو تمكينك من أن تكون حساساً لشكل المنحنى المميز للمفردة بحسب النموذج الذي رسم في ضوئه وبحسب القيم الرقمية لمعامله. أنت ستكون قادراً على وضع وتقدير قيم للمعامل في ظل كل نموذج من النماذج الثلاثة، ثم تتفحص المنحنى المميز للمفردة المقابل لهذه القيم و الظاهر لك على الشاشة. إن اختيارك للقيم سيصبح دالة لنوع المنحنى المميز للمفردة الذي تود تحديده أو تعيينه. و بالعكس، ستعطى مجموعة من القيم الرقمية المقابلة لمنحنى مميز لمفردة ما ويطلب منك تصور شكل المنحنى المميز للمفردة من هذه القيم. بعض هذه التصورات ضرورية للتفسير الصحيح للخصائص الفنية للمفردة. بعد قيامك بالتدريبات وبقليل من الاستكشافات، لاهد وأن تكون قادراً على تصور شكل المنحنى المميز للمفردة لأي نموذج، وعند أي مجموعة من القيم الرقمية للمعلم.

## الإجراءات المستخدمة في مثال

## Procedures For an Example Case

- ١- اتبع الإجراءات الافتتاحية التي شرحت في المقدمة
- ٢- استخدم الفأرة للتأشير على ITEM PARAMETERS، ثم انقر على [CONTINUE].
- ٣- اقرأ الشاشة الشارحة وانقر على [CONTINUE] سيظهر لك على الشاشة  
SELECT ITEM CHARACTERISTIC CURVE MODEL.
- ٤- استخدم الفأرة للنقر على TWO PARAMETER، ثم انقر على [CONTINUE]، ستظهر لك شاشة ITEM PARAMETER.

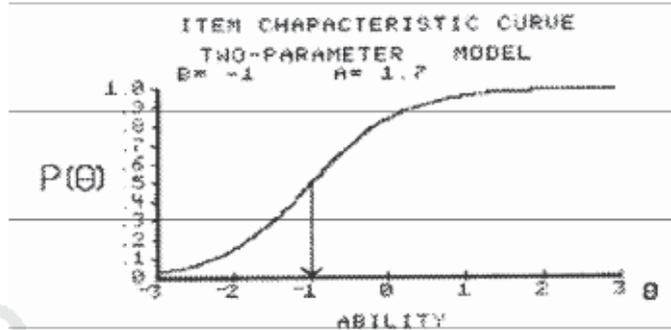
- ٥- انقر على [ ENTER PARAMETER VALUES ] ، ثم ضع قيماً لمعالم المفردة ،  $a = 1.7$  ،  $b = 1.0$  ، ثم اختر YES كاستجابة على VALUE(S) OK .
- ٦- سيظهر الحاسب الآلي جدولاً من الحسابات. ادرس الجدول في دقائق قليلة لترى العلاقة بين احتمال الاستجابة الصحيحة ودرجات القدرة .
- ٧- انقر على [ CONTINUE ] ، سيظهر لك المنحنى المميز للمفردة على الشاشة.
- ٨- هذه المفردة تقوم بوظيفتها بدءاً من مستوى قدرة  $(-1, 0)$  ، والمنحنى منحدر تماماً عند هذا المستوى من القدرة . لاحظ أن هذا المنحنى يكاد يكون مسطحاً عند أعلى مستوى القدرة  $(1, 0)$  ، ومصطلحات فنية ، فلقد أصبح مقارباً للقيمة  $P(0) = 1.0$  .
- ٩- انقر على [ CONTINUE ] ستظهر لك الشاشة . SELECT OPTIONS .
- ١٠- عند هذه النقطة انتهى المثال . استجب لسؤال ANOTHER ITEM? بالنقر على زر YES ثم انتقل للتدريب الأول.
- النموذج الثاني المعلم

$$P = 1 / (1 + \text{EXP} (-A (T - B)))$$

$$P = 1 / (1 + \text{EXP} (-1.7 (T - 1)))$$

الجدول رقم (٢،٥) . حسابات المنحنى المميز للمفردة للنموذج الثاني المعلم عندما  $a = 1.7$  ،  $b = 1.0$

الاحتمال (P)	$1 + \text{EXP} (-1)$	$\text{EXP} (-1)$	وحدة الترخيص الوجسي	القدرة
٠,٠٣	٢٠,٩٦٤	٢٩,٩٦٤	٣,٤-	٣-
٠,١٥	٦,٤٧٤	٥,٤٧٤	١,٧-	٢-
٠,٥	٢	١	صفر	١-
٠,٨٥	١,١٨٣	٠,١٨٣	١,٧	صفر
٠,٩٧	١,٠٣٣	٠,٠٣٣	٣,٤	١
٠,٩٩	١,٠٠٦	6E-03	٥,١	٢
1	١,٠٠١	1E-03	٦,٨	٣



الشكل رقم (٦، ٢). المنحنى التميز للمفردة عند  $a = 1.7, b = -1.0$

### التعليقات

#### التعليق الأول

يستخدم هذا التوزيع نموذج راش لتوضيح كيفية تحديد معلم الصعوبة وموضع المفردة على مقياس القدرة.

- ١- استجب على السؤال? SAME MODEL? بالنقر على زر NO .
- ٢- استجب للسؤال? SHOW CALCULATIONS? بالنقر على زر YES .
- ٣- استجب للسؤال? PLOT ON SAME GRAPH? بالنقر على زر NO .
- ٤- استجب على السؤال? SELECTIONS OK? بالنقر على زر YES . وعندئذ ستظهر لك الشاشة SELECT ITEM CHARACTERISTIC CURVE .
- ٥- انقر على RASCH ، ثم انقر على [CONTINUE] ستظهر لك على الشاشة ITEM PARAMETER VALUES .
- ٦- ضع قيمة معلم الصعوبة  $B = -2.0$  ، ثم استجب على VALUE(S) OK بالنقر على زر YES .
- ٧- سيظهر لك الحاسب جدولاً بالحسابات ادرس الجدول لدقائق قليلة لتري العلاقة بين احتمال الاستجابة الصحيحة و درجات القدرة .

٨- انقر على زر [ CONTINUE ] ، سيظهر لك على شاشة الحاسب المنحنى

المميز للمفردة.

٩- هذه المفردة تقوم بوظيفتها عند مستوى ( - ٢.٠ ) ، والمنحنى سيكون

معتدل الانحدار عند هذا المستوى من القدرة ادرس الرسم البياني ، ثم انقر على [

CONTINUE ] ، ستظهر لك شاشة SELECT OPTIONS

١٠- بعد ذلك ، نريد أن نضع منحنياً مميزاً للمفردة آخر على نفس الرسم

البياني ، لذا فاستجب للسؤال ANOTHER ITEM? بالنقر على YES

١١- استجب للسؤال SAME MODEL ? بالنقر على زر YES

١٢- استجب للسؤال SHOW CALCULATIONS? بالنقر على زر YES

١٣- استجب للسؤال PLOT ON SAME GRAPH ? بالنقر على زر YES

١٤- الآن كرر الخطوات من الخطوة (ث) إلى الخطوة (د) ، ولكن ضع قيمة

صعوبة المفردة عند القيمة  $b = 0.0$

١٥- هذا سيضع المنحنى الثاني على الرسم البياني.

١٦- الآن كرر الخطوات من (٩) إلى (١٥) ، مستخدماً القيمة  $b = 2.0$  لمعلم

الصعوبة.

١٧- الآن سيظهر لديك ثلاثة منحنيات مميزة للمفردة ، لو أنك وضعت خطأ

مستقيماً على شاشة الحاسب عند  $p(\theta) = .5$  ، فإنه سيتقاطع مع هذه المنحنيات عند

درجات قدرة تحدد مستوى الصعوبة لكل منها ، إن معاملات الصعوبة متباعد عن

بعضها البعض بمسافات متساوية على مقياس القدرة .

١٨- انقر على [CONTINUE] ، ستظهر لك على الشاشة SELECT

OPTION

١٩- عند هذه النقطة ، انتهى التدريب الأول . استجب لسؤال ANOTHER

ITEM ? ، بالنقر على زر YES

### التدريب الثاني

يستخدم هذا التدريب النموذج الثاني المعلم لتوضيح وتفسير التأثير المشترك لتمييز وصعوبة المفردة على شكل المنحنى المميز للمفردة .

١- استجب للسؤال ? SAME MODEL بالنقر على زر NO.

٢- استجب للسؤال ? SHOW CALCULATIONS بالنقر على زر YES .

٣- استجب للسؤال ? PLOT ON SAME GRAPH بالنقر على زر NO .

٤- استجب للسؤال ? SELECTIONS OK بالنقر على زر YES . وعندئذ

ستظهر لك الشاشة SELECT ITEM CHARACTERISTIC CURVE .

٥- انقر على TWO PARAMETER ، ثم انقر على [CONTINUE] ستظهر

لك على الشاشة ITEM PARAMETER VALUES .

٦- ضع قيمة معلم الصعوبة  $b = -2.0$  ،  $a = 1.0$  ثم استجب على VALUE(S)

OK ? بالنقر على زر YES .

٧- سيظهر الحاسب لك جدولاً بالحسابات . أدرس الجدول لدقائق قليلة

لترى العلاقة بين احتمالية الاستجابة الصحيحة ودرجات القدرة .

٨- انقر على زر [ CONTINUE ] ، سيظهر لك على شاشة الحاسب المنحنى

المميز للمفردة.

٩- المنحنى المميز للمفردة يُحدد عند نهاية مستوى القدرة المنخفضة ،

والمنحنى معتدل الانحدار.

- ١٠- بعد ذلك ، نريد أن نضع منحنياً مميزاً للمفردة على نفس الرسم البياني ،  
لذا فاستجب على سؤال ANOTHER ITEM? بالنقر على YES .
- ١١- استجب للسؤال SAME MODEL ? بالنقر على زر YES .
- ١٢- استجب للسؤال SHOW CALCULATIONS? بالنقر على زر YES .
- ١٣- استجب للسؤال PLOT ON SAME GRAPH ? بالنقر على زر YES .
- ١٤- الآن كرر الخطوات من الخطوة (٤) إلى الخطوة (٨) ، ولكن ضع قيمة  
معالم المفردة كالآتي  $a = 1.5$  ،  $b = 0.0$  .
- ١٥- هذا سيضع المنحنى الثاني على الرسم البياني.
- ١٦- الآن كرر الخطوات من (١٠) إلى (١٣) ، مستخدماً القيمة  $b = 2.0$  و  $a = 5$  .
- ١٧- الآن سيظهر لديك ثلاثة منحنيات مميزة للمفردة على نفس الرسم  
البياني ، لاهد وأن يكون من الواضح أن قيمة  $b$  تحدد موضع المفردة على مقياس  
القدرة ، وأن تحدد  $a$  ميل المنحنى .ولكن في المثال الحالي المنحنيات تتقاطع معاً لأن قيم  
 $a$  مختلفة لكل مفردة.
- ١٨- انقر على [CONTINUE] ، ستظهر لك على الشاشة SELECT OPTION .
- ١٩- عند هذه النقطة ، انتهى التدريب الثاني.

### التدريب الثالث

يشرح هذا التدريب ويفسر التأثير المشترك لقيم المعالم في ظل النموذج ثلاثي المعالم.

- ١- استجب للسؤال ANOTHER ITEM ? بالنقر على زر YES .
- ٢- استجب للسؤال SAME MODEL ? بالنقر على زر NO .
- ٣- استجب للسؤال SHOW CALCULATIONS? بالنقر على زر YES .
- ٤- استجب للسؤال PLOT ON SAME GRAPH ? بالنقر على زر NO .

- ٥- استجب للسؤال SELECTIONS OK? بالنقر على زر YES وعندئذ سيظهر لك الشاشة SELECT ITEM CHARACTERISTIC CURVE MODEL .
- ٦- انقر على THREE PARAMETER ، ثم انقر على [CONTINUE] سيظهر لك على الشاشة ITEM PARAMETER VALUES .
- ٧- ضع قيمة معالم المفردة  $c = 0.10$  ،  $b = -2.0$  ،  $a = 1.0$  ، ثم استجب على VALUE(S) OK? بالنقر على زر YES .
- ٨- سيظهر الحاسب لك جدولاً بالحسابات . ادرس الجدول لدقائق قليلة لترى العلاقة بين احتمالية الاستجابة الصحيحة ودرجات القدرة .
- ٩- انقر على زر [ CONTINUE ] ، سيظهر لك على شاشة الحاسب المنحنى المميز للمفردة بعد أن تدرس المنحنى ، انقر على CONTINUE . سيظهر لديك SELECTION OPTIONS SCREEN .
- ١٠- استجب للسؤال ANOTHER ITEM? بالنقر على YES .
- ١١- استجب للسؤال SAME MODEL ? بالنقر على زر YES .
- ١٢- استجب للسؤال SHOW CALCULATIONS? بالنقر على زر YES .
- ١٣- استجب للسؤال PLOT ON SAME GRAPH ? بالنقر على زر YES .
- ١٤- استجب على السؤال SELECTIONS OK? بالنقر على زر YES . وعندئذ سيظهر لك الشاشة SELECT ITEM CHARACTERISTIC MODEL CURVE .
- ١٥- كرر الخطوات من الخطوة (٦) إلى الخطوة (٨) ، مستخدماً قيماً لمعلم المفردة كالآتي  $a = 1.5$  ،  $b = 0.0$  ،  $c = 0.2$  .
- ١٦- كرر الخطوات من الخطوة (٢) إلى الخطوة (٨) ، مستخدماً قيماً لمعلم المفردة كالآتي  $b = 2.0$  ،  $a = 0.5$  ،  $c = 0.3$  .

١٧- عند هذه النقطة سيظهر لديك على الرسم البياني ثلاثة منحنيات مميزة للمفردة . مرة أخرى ، قيمة ( b ) تمحدد موضع المفردة على مقياس تدرج القدرة، ولكن مستوى القدرة عند  $p(\theta) = 5$  لا تقابل قيمة ( b ) ولكنها تقل عنها قليلا. استرجع أنه في حالة النموذج ثلاثي المعالم (b) تمثل النقطة على مقياس القدرة، حيث احتمالية الاستجابة الصحيحة تكون  $(1+c)/2$  والذي يكبر الاحتمال  $(0, 0.5)$ . إن ميل المنحنيات عند b يوضح قيم  $c$ . الاطراف الدنيا للمنحنيات الثلاثة تقرب قيمها من  $(c)$  عند الدرجات الدنيا من القدرة . لكن هذا لا يظهر للمنحنى الذي له :  $b = -2.0$  ، لأن قيم  $p(\theta)$  لا تزال كبيرة عند  $\theta = 3, 0$  .

#### التدريب الرابع

١- بالنسبة لكل نموذج :

(أ) اختر مجموعة من قيم المعلم.

(ب) أشر إلى جدول واحد للحسابات على الأقل.

(ج) تنبأ بالشكل الذي سيكون عليه المنحنى المميز للمفردة. إنه لمن المفيد أن ترسم شكلاً مخطوياً للمنحنى المميز للمفردة قبل أن يظهر لك المنحنى على شاشة الحاسب.

(د) استخرج المنحنى المميز للمفردة من على الشاشة . ( قد يكون من المفيد أن تطابق عدداً قليلاً من المنحنيات على بعضها ، لتشعر بالتأثيرات النسبية الناتجة من تغيير قيم المعالم.)

٢- كرر هذه العملية حتى تعرف أي نوع من المنحنى المميز للمفردة سيتتج في حال استخدام قيم رقمية معينة لمعالم المفردة طبقاً لكل نموذج من النماذج.

## ملاحظات

- ١- في ظل النموذج أحادي المعلم ، الميل يظل دائماً نفسه ، إلا أن موضع المفردة يتغير.
- ٢- في ظل النماذج ثنائية وثلاثية المعلم ، قيمة  $a$  لا بد وأن تصبح كبيرة تماماً ( $>1.7$ ) ، وذلك قبل أن يصبح المنحنى شديد الانحدار.
- ٣- في ظل نموذج راش ، والنموذج ثنائي المعلم ، القيمة الموجبة والكبيرة  $b$  تظهر عند الطرف الأدنى للمنحنى والذي يقترب من الصفر. ولكن في ظل النموذج الثلاثي المعالم ، نجد أن الطرف الأدنى يقترب من قيمة  $c$ .
- ٤- في ظل النموذج الثلاثي ، قيمة  $c$  لا تظهر عندما  $b < 0$  و  $a < 1.0$ . ومع ذلك لو تم استخدام مدى كبيراً من قيم القدرة فإن الطرف الأدنى سيقرب من القيمة  $c$ .
- ٥- في مختلف النماذج الثلاثة ، المنحنيات ذات القيم السالبة لـ  $a$  تكون صورة منعكسة للمنحنيات التي لها نفس قيم المعالم الباقية وقيمة موجبة لـ  $a$ .
- ٦- عندما تكون  $b = -3.0$  ، سيظهر النصف العلوي فقط من المنحنى المميز للمفردة على الرسم البياني. وعند  $b = +3.0$  ، سيظهر النصف السفلي فقط من المنحنى المميز للمفردة على الرسم البياني.
- ٧- إن ميل المنحنى المميز للمفردة يكون أكثر انحداراً عند مستوى القدرة المقابل لصعوبة المفردة. ومن ثم فإن معلم صعوبة المفردة  $b$  يحدد موضع النقطة على مقياس تدرج القدرة التي تؤدي عندها المفردة وظيفتها على أكمل وجه.
- ٨- في ظل نموذج راش والنماذج ثنائية المعلم ، تحدد صعوبة المفردة بالنقطة على مقياس القدرة التي يكون عندها احتمال الجواب الصحيح للفرد عند مستوى  $(0.5)$  ، في ظل النموذج الثلاثي المعالم تحدد صعوبة المفردة بتلك النقطة على مقياس القدرة حيث يكون احتمالية الاستجابة الصحيحة في منتصف المسافة بين قيم المعلم  $(c)$  والرقم  $(1, 0)$  ، و فقط عندما  $c =$  صفرأ يصبح تعريفاً للصعوبة متكافئين.