الفصل الثاني

مشكلة النقل والتخصيص
TRANSPORTATION AND ASSIGNMENT PROBIEM

مقدمة

قلنا فيما سبق أنه يوجد تطبيقات كثيرة من الممكن أن تصاغ وتحل باستخدام البرمجة الخطية. ولكن بعض هذه التطبيقات سيكون حلها أفضل باستخدام أساليب أخرى زيادة على البرمجة الخطية. من هذه المشاكل مشكلة النقل.

أولاً: مشكلة النقل

تعريف: شركة تنتج مُنتج معين في عدة مصانع موزعة على عدة مدن ولتكن (M). هذا المنُتج يراد تصديره إلى عدة مخازن أو مراكز للتوزيع ولتكن (N). كل مصنع من هذه المصانع له طاقة إنتاجية معروفة ومحددة وكل مخزون أو مركز توزيع له طلب معين ومحدد. إذا كانت تكلفة نقل وحدة واحدة (كرتون، صندوق، سيارة،... إلخ) معروفة فإن هدف المشكلة هو نقل هذه الكميات من مصادر الإنتاج (المصانع... مثلاً) إلى مراكز الطلب (مراكز التوزيع... مثلاً) بأقل تكلفة إجمالية ممكنة.

لنفرض أنه يوجد عندنا المثال التالي:

شركة العاير للنقل تقوم بتكرير البترول ونقله من المنطقة الشرقية إلى مراكز التوزيع في كلا من المنطقة الوسطى والغربية. يوجد عند الشركة 3 مناطق إنتاجية و4 مناطق لاستهلاكه وتوزيعه. جدول الإنتاج والطلب والتكلفة معطاة في الجدول التالي:

موقع المصنع	الإنتاج (العرض)
الدمام	50
الظهران	30
الجبيل	70
الإجمالي	150

المستودعات (مراكز التوزيع)	الطلب
مكة	30
المدينة	60
جدة	20
الرياض	40
الإجمالي	150

جدول تكلفة النقل للوحدة الواحدة (ناقلة واحدة):

من / إلى	مكة	المدينة	جدة	الرياض
الدمام	150	180	190	130
الظهران	200	140	150	170
الجبيل	250	120	170	220

المطلوب معرفة التوزيع الأمثل لنقل هذه الكميات المنتجة في الشرقية إلى مراكز التوزيع المختلفة بأقل تكلفة ممكنة.

ملحوظة: مع أن هذه المشكلة من الممكن صياغتها ثم حلها بطريقة البرمجة الخطية السابقة إلا أننا سنرى أنه من الأفضل حلها بطريقة مشكلة النقل " Transportation Problem" وهي طريقة عملت خصيصا لتحل المشاكل من هذا النوع.

قبل شرح خطوات الحل يجب أن نوضح شكل جدول النقل " Transportation Tableau" ومكوناته الأساسية.

جدول النقل

لإظهار البيانات في شكل واضح ولتبسيط الإجراءات والحسابات الضرورية يجب أن نضع هذه البيانات في جدول .

هذا الجدول يتكون من 6 عناصر:

1- مصادر الإنتاج (المصانع .. وغيرها).

2- الإنتاج (الكمية المنتجة...).

3- مراكز التوزيع (مستودعات، مخازن ...).

4- الطلب.

5- تكلفة النقل.

6- الكمية المنقولة.

الجدول التالي يبين الشكل العام لجدول النقل:

إلى To \ من From	مراكز التوزيع Destinations				العرض Supplies
المصادر Sources	الكمية المنقولة Shipping allocation	تكلفة النقل Shipping cost			
Demands الطلب					Totals الإجمالي

ويلاحظ من الجدول أن كل خلية من خلايا المصدر وكذلك مركز التوزيع قد قسمت إلى قسمين. في الجزء العلوي توجد تكلفة نقل الوحدة وفي الأسفل توجد الكمية المنقولة. ووجود صفر (أو فراغات) في خانة الكمية المنقولة يدل على أنه لم تنقل أي كمية من ذلك المصدر أو المصنع إلى ذاك المركز أو المستودع. هذه الفراغات ستستخدم في الوصول لحلول أخرى قد تكون أقل تكلفة.

الجدول التالي يبين جـدول النقـل "Transportation Tableau" لـشركة العـاير لنقليـات البترول.

إلى To \ من From	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150	180	190	130	50
الظهران	200	140	150	170	30
الجبيل	250	120	170	220	70
Demands الطلب	30	60	20	40	150

يلاحظ من الجدول أن كمية الإنتاج (العـرض) وكميـة الطلـب متـساويتين. في حالات أخرى قد لا تتساوى الكميتين وهذا سنتطرق إليه مستقبلاً إن شاء الله.

إيجاد الحل المبدئي الممكن

1- طريقة الركن الشمالي الغربي "The northwest-corner technique"

2- طريقة أقل تكلفة "The minimum-cost technique"

3- طريقة فوجل التقريبية Vogel's Approximation Method (VAM)

1- طريقة الركن الشمالي الغربي

لإيجاد الحل المبدئي باستخدام الطريقة يجب اتباع الخطوات التالية:

أ) ابدأ بالخلية التي تقع في أقصى الركن الشمالي الغربي.

obeikandl.com

ب) قارن العرض والطلب لهذه الخلية وضع الكمية الأقل منهما، وضع دائرة على هذه الكمية المنقولة واطرح الكمية هذه من كلا الطرفين. في مشكلة النقل السابقة يوجد عرض 50 ناقلة وطلب 30 ناقلة من البترول، ولذلك نحن نخصص 30 ناقلة في هذه الخانة.

الجدول الأول: تعبئة خلية الدمام – مكة

إلى To \ من From	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 / 30	180	190	130	~~50~~ 20
الظهران	200	140	150	170	30
الجبيل	250	120	170	220	70
Demands الطلب	~~30~~ 0	60	20	40	150

ج) إذا كانت الخلية المخصصة لها الكمية السابقة هي الخلية الواقعة في أقصى الزاوية الجنوب شرقية نتوقف عند هذا الحد. فيما عدا ذلك أكمل الخطوات التالية.

د) اذهب إلى الخلية المجاورة حسب الشروط التالية:

- إذا كان العرض أكبر من الطلب، إذا تحرك في نفس الصف

- إذا كان العرض أقل من الطلب تحرك في نفس العمود.
- إذا كان العرض والطلب متساويان تحرك أفقيا باتجاه الزاوية الجنوب شرقية.

في المشكلة السابقة تحركنا من الدمام– مكة ثم الدمام – المدينة.

الجدول الثاني: تعبئة خلية الدمام – المدينة

من From / الى TO:	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	~~50~~ ~~20~~ 0
الظهران	200	140	150	170	30
الخبيل	250	120	170	220	70
Demands الطلب	~~30~~ 0	~~60~~ 40	20	40	150

الجدول الثالث: تعبئة خلية الظهران – المدينة

من From / الى TO:	مكه	المدينه	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	~~50~~ ~~20~~ 0
الظهران	200	140 (30)	150	170	~~30~~ 0
الخبيل	250	120	170	220	70
Demands الطلب	~~30~~ 0	~~60~~ ~~40~~ 10	20	40	150

openkandi.com

الجدول الرابع: تعبئة خلية الجبيل – المدينة

من From / الى TO:	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	~~50~~ ~~20~~ 0
الظهران	200	140 (30)	150	170	~~30~~ 0
الجبيل	250	120 (10)	170	220	~~70~~ 60
Demands الطلب	~~30~~ 0	~~60~~ ~~40~~ ~~10~~ 0	20	40	150

الجدول الخامس: تعبئة خلية الجبيل – جدة

من From / الى TO:	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	~~50~~ ~~20~~ 0
الظهران	200	140 (30)	150	170	~~30~~ 0
الجبيل	250	120 (10)	170 (20)	220	~~70~~ ~~60~~ 40
Demands الطلب	~~30~~ 0	~~60~~ ~~40~~ ~~10~~ 0	~~20~~ 0	40	150

الجدول السادس: تعبئة خلية الجبيل – الرياض

من From / الى TO:	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	~~50~~ ~~20~~ 0
الظهران	200	140 (30)	150	170	~~30~~ 0
الجبيل	250	120 (10)	170 (20)	220 (40)	~~70~~ ~~60~~ ~~40~~ 0
Demands الطلب	~~30~~ 0	~~60~~ ~~40~~ ~~10~~ 0	~~20~~ 0	~~40~~ 0	150

obeikandl.com

يجب أن نعلم أن عدد الخانات غير الصفرية (غير الفارغة) يجب أن تساوي عدد المصادر (M) + عدد مراكز التوزيع (N) − 1 = (M) + (N) − 1

من بين إجمالي الخلايا التي مجموعها = (M) × (N)

لذلك فإنه في مشكلة النقل السابقة يوجد هناك 3 ×4 = 12 خلية ممكن أن يوضع فيها كمية للنقل. وعدد الخانات غير الصفرية يجب أن تكون 3+4 −1 = 6 . ولذلك إذا كان عدد الخانات المعبأة أقل من 6 فإن الحل يقال له "متحلل Degeneracy" كذلك يقال له " ليس أساسي not basic ". خطوات الحل المراد شرحها لا تسمح بالحل غير الأساسي ولكن سنتعرض للحالة التي يكون فيها الحل متحلل "Degeneracy" لاحقاً إن شاء الله .

ويلاحظ أن هذه الحل المبدئي لم يأخذ بالحسبان التكلفة الإجمالية لنقل هذا المنتج. الجدول التالي يوضح الحل المبدئي وتكلفتها الإجمالية باستخدام الركن الشمالي الغربي " The northwest-corner technique"

	الدمام– مكة	الدمام– المدينة	الظهران – المدينة	الجبيل – المدينة	الجبيل – جدة	الجبيل – الرياض	الإجمالي
الكمية المنقولة	30	20	30	10	20	40	
التكلفة	150	180	140	120	170	220	
الإجمالي	4500	3600	4200	1200	3400	8800	25700

2- طريقة أقل تكلفة "The Minimum-cost Technique "

خطوات الحل:

أ) أبدأ من الخلية التي فيها أقل تكلفة نقل . إذا وجد أكثر من واحدة اختر الخلية التي تنقل بها أكبر كمية ممكنة.

ب) قارن بين المتاح من الطلب والعرض وضع الكمية الأقل وضع عليها دائرة وخفض الطلب والعرض بهذه القيمة.

ج) إذا كان ليس من الممكن تخصيص كميات للنقل قف وهذا هو الحل المبدئي. فيما عدا ذلك نذهب إلى الخلية والتي يوجد بها أقل تكلفة نقل تالية.

في المشكلة السابقة نلاحظ أن أقل تكلفة نقل للوحدة تقع في الخلية الخاصة بالنقل من الجبيل إلى المدينة (وهي 120 ريالاً) ويوجد 70 في خانة العرض و60 في خانة الطلب، لذلك نضع 60 ناقلة لتنقل البترول من الجبيل إلى المدينة.

من From / إلى TO:	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150	180	190	130	50
الظهران	200	140	150	170	30
الجبيل	250	120 (60)	170	220	~~70~~ 10
Demands الطلب	30	~~60~~ 0	20	40	150

بعد ذلك ننتقل من الخلية الجبيل – المدينة للخلية الدمام – الرياض (تكلفة 130 ريالاً) ونقارن بين عرض 50 ناقلة مع طلب 40 ناقلة ولذلك نضع 40 في الدمام – الرياض. وهي أجمالي ما يحتاجه الرياض.

من / الى TO: From	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150	180	190	130 (40)	~~50~~ 10
الظهران	200	140	150	170	30
الجبيل	250	120 (60)	170	220	~~70~~ 10
Demands الطلب	30	~~60~~ 0	20	~~40~~ 0	150

ثم ننتقل إلى الخلية الظهران – المدينة ولكن لا نستطيع أن ننقل أي كمية؛ لأن جميع طلبات المدينة قد حددت. ولذلك نتحرك للخلايا التالية في تقليل التكلفة (150 ريالاً تكلفة النقل للوحدة) وهما خلية الدمام – مكة والظهران – جدة ونضع 20 و10 في كل منهما.

من / الى TO: From	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150	180	190	130 (40)	~~50~~ 10
الظهران	200	140	150 (20)	170	30
الجبيل	250	120 (60)	170	220	~~70~~ 10
Demands الطلب	30	~~60~~ . 0	~~20~~ , 0	~~40~~ , 0	150

يأتي الدور على الخلايا الخاصة بالظهران – الرياض والجبيل – جدة، ثم الدمام – المدينة ولكن لا نستطيع أن نخصص أي كمية في هذه الخلايا؛ وذلك لعدم سماح العرض أو الطلب في هذه الخلايا. لذلك ننتقل إلى الخلية الظهران – مكة ونخصص فيها 10 ناقلات ثم أخيرا الجبيل – مكة ونخصص فيها 10 ناقلات وبذلك يتم نقل جميع الكمية المنتجة في تلك المصانع إلى مراكز التوزيع المحتاجة.

من From / إلى TO:	مكه	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180	190	130 (40)	~~50~~ 10
الظهران	200 (10)	140	150 (20)	170	30
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70~~ 10
Demands الطلب	~~30,20,10,0~~	~~60~~ , 0	~~20~~ , **0**	~~40~~ , **0**	150

نلاحظ أن عدد الخلايا المشغولة = 6 وهو الرقم المطلوب للحصول على حل ابتدائي أساسي.

الجدول التالي يوضح الحل الابتدائي بطريقة التكلفة الأقل والتكلفة الإجمالية لنقل جميع الإنتاج

	الدمام – مكة	الظهران – مكة	الجبيل – مكة	الجبيل – المدينة	الظهران – جدة	الدمام – الرياض	
الكمية المخصصة	10	10	10	60	20	40	150
تكلفة الوحدة الواحدة	150	200	250	120	150	130	
	1500	2000	2500	7200	3000	5200	21400

هنا تلاحظ أن طريقة أقل تكلفة (The minimum-cost technique) أدت إلى أقل تكلفة إجمالية مقارنة مع طريقة الركن الشمالي الغربي (The northwest-corner technique). ولكن هذا هو ليس الحالة الدائمة، حيث إنه في بعض الحالات الخاصة فإن طريقة الركن الشمالي الغربي تعطي تكاليف أقل. ولكن عموما طريقة الركن الشمالي الغربي (The northwest-corner technique) أسهل بكثير من طريقة أقل تكلفة (The minimum-cost technique) ولكن طريقة أقل تكلفة تعطي أقل تكلفة في الحل الابتدائي.

3- طريقة فوجل التقريبية (Vogel's Approximation Method (VAM

تعتبر طريقة فوجل من أهم الطرق الثلاث على الإطلاق لما تتميز به هذه الطريقة من السرعة في الوصول إلى الحل الأمثل أو الحل القريب من الحل الأمثل ونادراً ما تكون طريقتي أقل التكاليف والطريقة الشمالية الغربية أفضل من طريقة فوجل.لكن طريقة فوجل تحتاج إلى عمليات حسابية أطول مما تحتاجه طريقتا أقل التكاليف والزاوية الشمالية الغربية.

وتتلخص خطوات طريقة فوجل التقريبية كما يلي:

1-حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل صف وفي كل عمود، وتأشير هذه الفروق على جانبي جدول الحل.

2-تحديد الصف أو العمود الذي يمتلك أكبر فرق.

3-اختيار الخلية ذات الكلفة الأقل في ذلك الصف أو العمود.

4-في الخلية التي اختيرت في الخطوة (3)نقارن احتياجات المركز مع ما هو متوفر في المصدر لنأخذ القيمة الأقل.

5-نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل من الأعمدة والصفوف ونكرر العملية السابقة إلى أن نلبي احتياجات جميع مراكز الطلب من المصادر المتاحة.

سيتم توضيح طريقة فوجل بالاستعانة بالمثال التالي:

إلى \ من	D1	D2	D3	العرض upplies	الفرق
S1	6	7	8	10	7-6=1
S1	15	80	78	15	78-15=63
Demands الطلب	15	5	5	25	الأكبر 73
الفرق	15-6=9	80-7=73	78-8=70		

- نجد الفرق في التكلفة بين أقل تكلفتين للصفوف وللأعمدة كما هو مبين في الجدول السابق.
- نلاحظ أن للعمود الثاني أكبر فرق والذي يساوي 73.
- نبحث عن أقل تكلفة في العمود الثاني، فنجد أن للخلية (S_1, D_2) أقل كلفة والبالغة 7.
- نقارن احتياجات مركز الطلب D_2 مع الكمية المتاحة في المصدر S_1 ثم نختار أقل الكميتين. Min (10,5) = 5.

إلى \ من \	D1	D2	D3	العرض Supplies	الفرق
S1	6	7 (5)	8	10-5=5	7-6=1
S2	15	80	78	15	78-15=63
Demands الطلب	15	5-5=0	5	25	
الفرق	15-6=9	80-7=73	78-8=70		الأكبر =73

• ويتم تعديل العرض والطلب في الجدول السابق، وهذه العملية تؤدي إلى تلبية كامل احتياجات المركز D_2، لذا يشطب المركز D_2 من الجدول لغرض إعادة حساب الفروق بين التكاليف مرة أخرى.

• يتم حساب الفرق في الكلفة لكل صف وعمود في الجدول السابق.

• نلاحظ أن العمود الثالث (D3) أعلى فرق في الكلفة ويساوي 70.

• نبحث عن أقل تكلفة في العمود الثالث، فنجد أن للخلية (D_3,S_1) أقل كلفة والبالغة 8.

• نقارن احتياجات مركز الطلب D3 مع ما هو متاح من كميات لدى المصدر S1، ثم نختار أقل الكميتين. Min (5.5) = 5.

يتم شطب مركز الطلب D2 كما في الجدول التالي:

إلى \ من	D1	D2	D3	العرض Supplies	الفرق
S1	6	7 5	8 5	5-5=0	8-6=2
S2	15	80	78	15	78-15 = 63
Demands الطلب	15	0	5	25	
الفرق	15-6=9	xxxxxxxxx	78-8=70		الأكبر 70=

وبعد شطب العمـود الثالـث (D3) والـصف الأول (S1) وكتابـة الجـدول مـن جديد ينتج:

إلى \ من	D1	D2	D3	العرض Supplies	الفرق
S1	6	7	8	0	Xxxxx
		5	5		
S2	15	80	78	15	
Demands الطلب	15	0	0	25	
الفرق		xxxxxxx	xxxxxxx		

عند مرحلة الحل هذه لا نحتاج لحساب الفرق في الكلفة للـصفوف والأعمـدة بسبب وجود خلية واحدة (D1,S2) ومركز واحد فقط وهو (D1) والذي لم يحصل على احتياجاته حتى الآن.

إن مـا نحتاجـه هنـا البحـث عـن أقـل كلفـة في العمـود الأول، والـذي نلاحظ فيه أن المـصدر S_2 يقابـل أقـل كلفـة والتـي تـساوي 15 لـذا سـيتم تخـصيص كامـل محتويـات المـصدر S_2 لتلبيـة جـزء مـن احتياجـات مركـز الطلـب D_1، ويـتم إلغاء المركز S_2 .

وبوضع أكبر كمية ممكنة في هذه الخليـة وهـي min(15,15)=15 نجـد أن جـدول الحل الأساسي الأول هو كما يلي:

إلى \ من	D1	D2	D3	العرض Supplies	الفرق
S1	6	7	8	0	xxxxx
		5	5		
S2	15	80	78	0	xxxxx
	15				
Demands الطلب	0	0	0	25	
الفرق	xxxxxxx	xxxxxxx	xxxxxxx		

اختبار أمثلية الحل الأولي

إن الحصول على الحل الأساسي الأولي لا يعني نهاية المشكلة وإنما يجب أن تستخدم أساليب أخرى لاختبار ما إذا كان الحل الأساسي الذي تم الحصول عليه من تطبيق إحدى الطرق السابقة هو الحل الأمثل، أي الحل الوحيد الذي لا يمكن إيجاد حل أفضل منه أم أن هناك حلولاً أمثل منه؟ هنا طريقتان لاختبار أمثلية الحل هما:

1- طرقة المسار المتعرج The Stepping Stone Method

2- طريقة التوزيع المعدلة (MODI) Modified Distribution Method

1- طريقة المسار المتعرج The Stepping Stone Method

تقضي طريقة المسار المتعرج بتقييم جميع الخلايا غير المشغولة (الفارغة) في جدول (الحل الأولي) لمعرفة أثر استخدام كل خلية فارغة على مجموع التكاليف ويتم ذلك من خلال عمل مسار مغلق لكل خلية فارغة.

وإذا وجدنا أن ملء خلية معينة فارغة سيؤدي إلى تقليل تكاليف النقل فإن جدول النقل يتم تعديله للاستفادة من ذلك. وتستمر عملية تقييم كل جدول نقل إلى

أن يتضح أن شغل أي خلية فارغة لن يؤدي إلى تقليل تكاليف النقل بل سيؤدي على زيادتها.

القواعد الواجب مراعاتها عند تكوين المسار المغلق:

1-يجب أن يبدأ وينتهي المسار المغلق عند الخلية الفارغة المراد تقييمها.

2-يجب أن يتألف المسار المغلق من مجموعة من المستقيمات الأفقية والعمودية بحيث تقع الخلايا المشغولة عند الزوايا القائمة للمسار المغلق.

3-وجود مسار مغلق واحد لكل خلية غير مشغولة.

4-نقوم بحساب التكلفة غير المباشرة لكل خلية فارغة.

5-حتى يكون الحل أمثلاً يجب أن تكون التكلفة لكل خلية فارغة قيمة موجبة أو مساوية للصفر.

افترض أننا بدأنا بالحل الابتدائي لطريقة أقل تكلفة " The minimum-cost technique". لمعرفة ما إذا كان هناك حل أفضل (أقل تكلفة) من هذا الحل الابتدائي، فإنه يجب أن نختبر " نقيَم" كل خلية فارغة لمعرفة ما إذا كان استخدامها سيؤدي إلى تخفيض التكاليف الإجمالية للنقل.

الاختبار يشتمل على حساب صافي التغير في التكلفة (هل تنخفض أم لا) إذا خصصت كمية جديدة في هذه الخلية الفارغة. إذا انخفضت التكلفة الإجمالية نتيجة لاستخدام هذه الخلية الفارغة فإن هذه الخلية الفارغة يجب أن تكون ضمن الحل " أن تُشغل بكمية جديدة".

عملية اختبار وتقييم هذه الخلايا الفارغة هي عملية مشابهة لتحسين الحل الابتدائي في جدول السمبلكس.

الحل الابتدائي

انظر إلى جدول الحل الابتدائي بطريقة أقل تكلفة "The minimum-cost technique"

من / TO From / الى	مكـة	المدينة	جـدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180	190	130 (40)	~~50,10~~,0
الظهران	200 (10)	140	150 (20)	170	~~30, 10~~ ,0
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

افترض أننا أردنا اختبار الخلية الدمام – المدينة وذلك بوضع وحدة واحدة في هذه الخلية فإن تكلفة الوحدة هذه سيكون 180 ريال. ولكن بإرسال وحدة "ناقلة" إضافية من الدمام إلى المدينة سيؤدي إلى زيادة إجمالي الكميات المنقولة من الدمام إلى (10 + 40 + 1= 51) وكذلك زيادة إجمالي الكميات المنقولة للمدينة إلى 61 (60 +1) وهذه غير ممكن. لأن مصنع الدمام لا يستطيع إنتاج أكثر من 50 ناقلة ولا المدينة تستطيع استيعاب أكثر من 60 ناقلة على الأكثر. لذلك فإنه لابد من مراعاة كميات الطلب والعرض المحددة.

للتأكد من عدم تغير كميات الطلب والعرض المحددة فإنه لابد من إجراء دوران "Loop " من عمليات الإضافة والتخفيض في الخانات المشغولة والخانة الفارغة الجديدة كما يلي:

نضع وحدة واحدة في الخلية الدمام – المدينة، ونتحمل تكلفة هذه الوحدة (وهي 180) كتكاليف إضافية للحل الابتدائي، ونعرِّف هذه الخلية بأنها خلية يراد زيادتها بوحدة واحدة ونضع فيها العلامة "⊕" . ولتخفيف أثر الزيادة في الخلية الدمام–المدينة فإننا نطرح وحدة واحدة من الخلية الدمام –مكة ونخصم تكلفتها البالغة 150 ريالاً للوحدة حتى لا يزيد المنقول من الدمام عن 50 ناقلة " الحد الأعلى لمصنع الدمام". ونعَرف هذه الخلية بأنها خلية يراد تخفيضها بوحدة واحدة ونضع فيها العلامة "⊖" . ولتعويض النقص الجديد في الدمام – مكة فإننا نزيد الخلية الجبيل – مكة بوحدة واحدة تكلفتها 250 ريالاً ونعرفها بالعلامة"⊕" ونخفض الخلية الجبيل – المدينة بوحدة واحدة ونوفر على أنفسنا تكلفتها البالغة 120 ريالاً ثم نعرفها بالعلامة "⊖" دليلا على تخفيظها. بذلك نكون قد انهينا الدورة وإليك الجدول التالي الذي يوضح هذه العملية:

من TO / From الى	مكـــة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	⊖ 150 (10)	⊕ 180	190	130 (40)	~~50, 10~~,0
الظهران	200 (10)	140	150 (20)	170	~~30, 10~~ ,0
الجبيل	⊕ 250 (10)	⊖ 120 (60)	170	220	~~70, 10,~~ 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

صافي التغير في التكلفة: بعد إجراء عملية الدوران السابقة وتحديد الخانات أو الخلايا المراد زيادتها أو تخفيضها فإنه يجب معرفة صافي التغير الذي ستحدثه هذه العملية أو الدورة سواء كان زيادة التكاليف أو خفضها. الجدول التالي يوضح صافي التغير في التكلفة الإجمالية بوضع وحدة واحدة في الخلية الدمام المدينة.

التغير في الكمية المنقولة			التغير في التكلفة		الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الدمام – المدينة	0	1	+180		+180
الدمام –مكة	10	9		–150	–150
الجبيل – مكة	10	11	+250		+250
الجبيل – المدينة	60	59		–120	–120
صافي التغير	80	80	+430	–270	+160

لذلك فإن صافي التغير هو زيادة في التكلفة الإجمالية بمقدار 160 ريالاً لكل وحدة منقولة باستخدام هذه الخلية. ونستنتج أن نقل أي كمية من الدمام – المدينة سيكون غير أمثل.

نضع الرقم 160 " الذي هو صافي التغير في التكلفة الإجمالية نتيجة استخدام هذه الخلية" داخل الخلية ولكن بدون دائرة ليسهل تمييزه.

من / TO From / الى	مكـة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180 +160	190	130 (40)	~~50,10~~,0
الظهران	200 (10)	140	150 20	170	~~30, 10~~ ,0
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

الحل الثاني

الآن باتباع نفس الخطوات دعنا نختبر إمكانية استخدام الخلية الدمام – جدة

لاختبار الخلية الدمام – جدة نضع وحدة واحدة في هذه الخليـة وبـذلك تكـون تكلفة الوحدة هذه سيكون 190 ريال. ولكن بإرسال وحدة "ناقلة" إضافية من الدمام إلى جدة سيؤدي إلى زيادة إجمالي الكميات المنقولة مـن الـدمام إلى (10 + 40 +1 = 51) وكذلك زيادة إجمالي الكميات المنقولة لجدة إلى 21 (20+1) وهذا غير ممكن. لأن مصنع الدمام لا يستطيع إنتاج أكثر من 50 ناقلة ولا جدة تستطيع استيعاب أكثر من 20 ناقلـة على الأكثر. لذلك فإنه لابد من مراعاة كميات الطلب والعرض المحددة.

للتأكد من عدم تغير كميات الطلب والعـرض المحـددة فإنـه لابـد مـن إجـراء دوران "Loop " من عمليات الإضافة والتخفيض في الخانات المشغولة والخانة الفارغة الجديدة هذه (الدمام – جدة) كما يلي:

نضع وحدة واحدة في الخلية الدمام – جدة، ونتحمل تكلفة هذه الوحدة (وهي 190) كتكاليف إضافية للحل الابتدائي، ونعرِّف هذه الخلية بأنها خلية يراد زيادتها بوحدة واحدة ونضع فيها العلامة "⊕" . ولتخفيف اثر الزيادة في الخلية الدمام–جدة فإننا نطرح وحدة واحدة من الخلية الدمام –مكة ونخصم تكلفتها البالغة 150 ريالاً للوحدة حتى لا يزيد المنقول من الدمام عن 50 ناقلة " وهو الحد الأعلى لمصنع الدمام". ونعرِّف هذه الخلية بأنها خلية يراد تخفيضها بوحدة واحدة ونضع فيها العلامة "⊖" . ولتعويض النقص الجديد في الدمام – مكة فإننا نزيد الخلية الظهران – مكة بوحدة واحدة تكلفتها 200 ريالاً ونعرفها بالعلامة"⊕" ونخفض الخلية الظهران – جدة بوحدة واحدة ونوفر على أنفسنا تكلفتها البالغة 150 ريالاً ثم نعرفها بالعلامة "⊖" دليلا على تخفيضها. بذلك نكون قد انهينا الدورة واليك الجدول التالي الذي يوضح هذه العملية:

من TO / From الى	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	⊖ 150 (10)	180 (+160)	⊕ 190	130 (40)	~~50~~,10,0
الظهران	⊕ 200 (10)	140	150 (20) ⊖	170	20, ~~10~~ ,0
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70~~, ~~10~~, 0
Demands الطلب	~~30~~, ~~20~~, ~~10~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

صافي التغير في التكلفة (لإدخال الخلية الدمام – جدة): بعد إجراء عملية الدوران السابقة وتحديد الخانات أو الخلايا المراد زيادتها أو تخفيضها فإنه يجب معرفة صافي التغير الذي ستحدثه هذه العملية أو الدورة سواء كان زيادة التكاليف أو خفضها. الجدول التالي يوضح صافي التغير في التكلفة الإجمالية بوضع وحدة واحدة في الخلية الدمام – جدة.

التغير في الكمية المنقولة			التغير في التكلفة		الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الدمام – جدة	0	1	190+		190+
الدمام –مكة	10	9		150–	150–
الظهران – مكة	10	11	200+		200+
الظهران –جدة	20	19		150–	150–
صافي التغير	80	80	390+	300–	90+

لذلك فإن صافي التغير هو زيادة في التكلفة الإجمالية بمقدر +90 ريالاً لكل وحدة منقولة باستخدام هذه الخلية. ونستنتج أن نقل أي كمية من الدمام – جدة سيزيد التكاليف.

نضع الرقم +90 " الذي هو صافي التغير في التكلفة الإجمالية نتيجة استخدام هذه الخلية" داخل الخلية أيضا ولكن بدون دائرة ليسهل تمييزه .

من / TO / From / الى	مكـة	المدينة	جـدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180 +160	190 +90	130 (40)	~~50, 10~~, 0
الظهران	200 (10)	140	150 (20)	170	~~30, 10~~, 0
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~, 0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

وبنفس الخطوات السابقة يمكن اختبار جميع الخلايا الفارغة واستخراج صـافي التغـير في التكلفة الإجمالية.

اختبار الخلية (الظهران – المدينة) / صافي التغير في التكلفة الإجمالية

التغير في الكمية المنقولة	التغير في التكلفة				الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الظهران – المدينة	0	1	140+		140+
الظهران – مكة	10	9		200–	200–
الجبيل – مكة	10	11	250+		250+
الجبيل المدينة	60	59		120–	120–
صافي التغير	80	80	390+	320–	70+

اختبار الخلية الظهران – الرياض / صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الخلية	التغير في الكمية المنقولة		التغير في التكلفة		الإجمالي
	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الظهران–الرياض	0	1	170+		170+
الدمام – الرياض	40	39		130–	130–
الدمام – مكة	10	11	150+		150+
الظهران – مكة	10	9		200–	200–
صافي التغير	60	60	320+	330–	10–

اختبار الخلية الجبيل – جدة / صافي التغير في التكلفة الإجمالية

الخلية	التغير في الكمية المنقولة		التغير في التكلفة		الإجمالي
	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الجبيل – جدة	0	1	170+		170+
الظهران – جدة	20	19		150–	150–
الظهران – مكة	10	11	200+		200+
الجبيل – مكة	10	9		250–	250–
صافي التغير	40	40	370+	400–	30–

اختبار الخلية الجبيل – الرياض / صافي التغير في التكلفة الإجمالية

الخلية	التغير في الكمية المنقولة		التغير في التكلفة		الإجمالي
	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الجبيل –الرياض	0	1	220+		220+
الدمام – الرياض	40	39		130–	130–
الدمام – مكة	10	11	150+		150+
الجبيل –مكة	10	9		250–	250–
صافي التغير	60	60	370+	380–	10–

بإدخال صافي التغيرات في التكلفة الكلية نتيجة أشغال الخلايا الفارغة إلى الجدول الابتدائي المحسوب بطريقة أقل تكلفة "The minimum-cost technique " فإن الجدول المحتوى على صافي التغيرات يكون كالتالي:

من TO / الى From	مكـة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180 +160	190 +90	130 (40)	~~50, 10~~, 0
الظهران	200 (10)	140 +70	150 (20)	170 −10	~~30, 10~~ , 0
الجبيل	250 (10)	120 (60)	170 −30	220 −10	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~ , 0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

من الجدول السابق نلاحظ أن هناك 3 خلايا فيها صافي التغير بالسالب. ومعنى ذلك أن شغل هذه الخلايا بكميات جديدة ستؤدي إلى تخفيض التكاليف الإجمالية.

حيث إن الخلية (الجبيل – جدة) تؤدي إلى أعظم تخفيض لتكلفة الوحدة الواحدة (–30) فإنه سيتم اختيارها لتكون خلية داخلة في الحل. والتخفيض في إجمالي التكاليف سيكون عبارة عن 30 ريالاً لكل ناقلة يتم تحويلها إلى هذا الطريق (الجبيل – جدة)

ملاحظة: هذه الخطوات هي مشابهة تماما لاختبار الصف الأخير في جدول السمبلكس لاختيار المتغير الداخل وهو المقابل لأكبر قيمة سالبة.

كذلك وبما أن الخلية (الجبيل – جدة) سيتم إدخالها الحل، فإنه يجب اختيار خلية أخرى للخروج من الحل الأساسي وذلك حتى يحافظ الحل الأساسي على ما مجموعه 6 خلايا مشغولة ليكون حلا أساسيا مقبولاً.

لتحديد الخلية الخارجة، فإنه يجب ملاحظة النقاط التالية:

1- يجب أن نخصص (نضع) أكبر كمية ممكنة في الخلية الجديدة الداخلة (في مثالنا هذا هي الجبيل– جدة) وذلك لأن ذلك سيؤدي إلى خفض التكاليف الإجمالية.

2- يجب المحافظة على مستوى الكميات المعروضة والمطلوبة الإجمالية.

3- الكميات المخصصة لكل خلية يجب أن تكون موجبة دائماً.

4- يجب أن يرافق كل إضافة للخلية الجديدة (الجبيل–جدة) انخفاض في خلية أخرى (الظهران– جدة، وكذلك الجبيل–مكة).

لذلك فإن الطريقة هي تخصيص وحدات من تلك الخليتين(الظهران– جدة، وكذلك الجبيل –مكة) حتى تقل الكمية الموجودة في أي منهم إلى الصفر. وعند ذلك تنتهي تلك الخلية وتُبعد من الحل الأساسي.

في مثالنا هذا فإن الخليتين المرشحتين للخروج من الحل الأساسي هما (الظهران– جدة، وكذلك الجبيل – مكة) . لاحظ أن إشارة سالب يجب أن توضع على الخليتين المرشحتين للخروج لأن الزيادة في الخلية (الجبيل – جدة) ستؤدي إلى تقليل كلا من الخلية الظهران– جدة، وكذلك الجبيل – مكة.

كذلك لاحظ بما أن الكميات الموجودة في الخلية (الجبيل– مكة) تساوي 10 ناقلات، وهي أقل من الكمية الموجودة في الخلية (الظهران–جدة)،والتي تساوي 20 ناقلة، وهذا يعني أن عملية تخفيض التكلفة هذه ستُنهي الخلية (الجبيل –مكة) أولا. ومنه فإن جميع العشرة ناقلات الموجودة بخلية (الجبيل –مكة) سيتم تحويلها إلى الخلية (الجبيل –جدة)، ويتم تخفيض الخلية (الظهران–جدة) وزيادة الخلية (الظهران – مكة) بهذه الكمية للإبقاء على نفس المستوى من العرض والطلب وعند ذلك يكون صافي التغير في التكلفة الإجمالية الناتج من عملية الدوران هذه هو كما يلي:

التغير في الكمية المنقولة			التغير في التكلفة		الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الجبيل –جدة	0	10	1700+		1700+
الظهران–جدة	20	10		1500–	1500–
الظهران – مكة	10	20	2000+		2000+
الجبيل–مكة	10	0		2500–	2500–
صافي التغير	40	40	3700+	4000–	300–

وبذلك يكون جدول الحل الثاني للمشكلة كما يلي:

من / TO / From / الى	مكـــة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180	190 +90	130 (40)	~~50, 10~~, 0
الظهران	200 (20)	140	150 (10)	170	~~30, 10~~, 0
الجبيل	250	120 (60)	170 (10)	220	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~, 0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

الجدول التالي يوضح أجمالي التكلفة لهذا الحل:

	الدمام – مكة	الظهران – مكة	الجبيل – المدينة	الجبيل – جدة	الظهران – جدة	الدمام – الرياض	الإجمالي
الكمية المخصصة	10	20	60	10	10	40	150
تكلفة الوحدة الواحدة	150	200	120	170	150	130	
	1500	4000	7200	1700	1500	5200	21100

يلاحظ أعلاه أن التكلفة الإجمالية لنقل جميع المنتج انخفضت من 21400 ريالاً في الحل الابتدائي الأول إلى 21100 ريالاً للحل الثاني.

إيجاد الحل الأمثل: لمعرفة ما إذا كان الحل الذي تم التوصل إليه حلاً أمثلاً أم لا، فإنه يجب علينا مرة أخرى اختبار " تقييم" جميع الخلايا الفارغة فيما إذا كان أياً منها سيخفض التكاليف الإجمالية إلى أقل حد ممكن من الحل السابق.

اختبار صافي التغير في شغل هذه الخلايا هو كما يلي:

1- الخلية (الخانة) الدمام – المدينة

الإجمالي	التغير في التكلفة		التغير في الكمية المنقولة		
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
180+		180+	1	0	الدمام – المدينة
120–	120–		59	60	الجبيل – المدينة
170+		170+	11	10	الجبيل – جدة
150–	150–		9	10	الظهران – جدة
200+		200+	21	20	الظهران – مكة
150–	150–		9	10	الدمام – مكة
130+					

2- الدمام – جدة

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة	
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
190+		190+	1	0	الدمام – جدة
150–	150–		19	20	الظهران – جدة
200+		200+	21	20	الظهران – مكة
150–	150–		9	10	الدمام – مكة
90+			50	50	

3- الظهران – المدينة

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
140+		140+	1	0	الظهران –المدينة
150–	150–		9	10	الظهران – جدة
170+		170+	11	10	الجبيل –جدة
120–	120–		59	60	الجبيل – المدينة
40+	270–	310+	80	80	

4 – الظهران – الرياض

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
170+		170+	1	0	الظهران – الرياض
130–	130–		39	40	الدمام – الرياض
150+		150+	11	10	الدمام – مكة
200–	200–		19	20	الظهران – مكة
10–	330–	320+	70	70	

obeikandl.com

5- الجبيل – مكة

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
250+		250+	1	0	الجبيل – مكة
170–	170–		9	10	الجبيل – جدة
150+		150+	11	10	الظهران – جدة
200–	200–		19	20	الظهران – مكة
30+		400+	40	40	

6- الجبيل – الرياض

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
220+		220+	1	0	الجبيل – الرياض
130–	130–		39	40	الدمام – الرياض
150+		150+	11	10	الدمام – مكة
200–	200–		19	20	الظهران – مكة
150+		150+	11	10	الظهران – جدة
170–	170–		9	10	الجبيل – جدة
20+	500–	520+			

بعد وضع صافي التغير في التكلفة الإجمالية لكل خليـة فارغـة فإنـه يمكـن الآن كتابة جدول تقييم الخلايا الفارغة كالتالي:

من TO / From الى	مكـــة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (10)	180 +130	190 +90	130 (40)	~~50~~, ~~10~~, 0
الظهران	200 (20)	140 +40	150 (10)	170 −10	~~30~~, ~~10~~, 0
الجبيل	250 +30	120 (60)	170 (10)	220 +20	~~70~~, ~~10~~, 0
Demands الطلب	~~30~~, ~~20~~, ~~10~~, 0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

يلاحظ أن جميع القيم التي في الخلايا الفارغة موجبة ماعدا الخلية (الظهران–الرياض) فإنها بإمكانها تخفيض التكلفة بنسبة 10 ريالات لكل ناقلة جديدة ستستخدم هذا الطريق. ومع كل وحدة إضافية للخلية (الظهران–الرياض) فإنه يجب خفض كلا من (الدمام – الرياض) والظهران – مكة بوحدة واحدة للحفاظ على مستوى العرض والطلب.

لذلك فإن أحد الخليتين (الدمام – الرياض والظهران – مكة) مرشح للخروج من الحل الأساسي للإبقاء على 6 خلايا مشغولة فقط.

ولكن حيث إن الخلية (الخانة) الدمام – الرياض مخصص لها 40 ناقلة وخانة الظهران – مكة مخصص لها 20 ناقلة فقط فإن الخلية (الظهران – مكة) ستكون الأولى من الخانتين التي ستصل إلى صفر أولا. وستكون الخلية الظهران–مكة هي الخلية الأولى التي تغادر الحل الأساسي.

إذا الخلية الظهران –مكة ستغادر الحل الأساسي والخلية الظهران – الرياض ستدخل الحل وستنقل كامل القيمة الموجودة في الخلية الخارجة إلى الخلية الداخلة.

صافي التغير في التكلفة الإجمالية نتيجة لهذه العملية الدورانية هو الآتي:

التغير في الكمية المنقولة	التغير في التكلفة				الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الظهران –الرياض	0	20	170×20		3400+
الدمام – الرياض	40	20		130×20	2600–
الدمام–مكة	10	30	150×20		3000+
الظهران–مكة	20	0		200×20	4000–
	70	70			200–

الحل الثالث

بعد اختبار الحل الثاني والتأكد من وجود إمكانية تخفيض التكاليف الإجمالية وعمل اللازم لتخفيض التكاليف نجد أن جدول الحل الثالث يكون كالتالي:

من TO / الى From	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180	190	130 (20)	~~50, 10~~, 0
الظهران	200	140	150 (10)	170 (20)	~~30, 10~~, 0
الجبيل	250	120 (60)	170 (10)	220	~~70, 10~~, 0
Demands الطلب	~~30, 20, 10~~, 0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

تقييم الخلايا الفارغة: مرة أخرى يجب أن نقيم جميع الخلايا الفارغة في جدول الحل الثالث والتأكد من وجود أو عدم وجود تخفيض في التكاليف.

1- الدمام – المدينة

صافي التغير في التكاليف الإجمالية:

الإجمالي	التغير في التكلفة				التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
180+		180+	1	0	الدمام –المدينة
130–	130–		19	20	الدمام –الرياض
170+		170+	21	20	الظهران– الرياض
150–	150–		9	10	الظهران –جدة
170+		170+	11	10	الجبيل –جدة
120–	120–		59	60	الجبيل – المدينة
120+	400–	520+	120	120	

2– الدمام –جدة

صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الإجمالي	التغير في التكلفة				التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
190+		190+	1	0	الدمام –جدة
130–	130–		19	20	الدمام –الرياض
170+		170+	21	20	الظهران–الرياض
150–	150–		9	10	الظهران–جدة
80+	280–	360+	50	50	

3– الظهران–مكة

صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
200+		200+	1	0	الظهر– مكة
170–	170–		19	20	الظهران– الرياض
130+		130+	21	20	الدمام– الرياض
150–	150–		29	30	الدمام– مكة
10+	320–	330+	80	80	الإجمالي

4– الظهران – المدينة

صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
140+		140+	1	0	الظهران –المدينة
150–	150–		9	10	الظهران–جدة
170+		170+	11	10	الجبيل–جدة
120–	120–		59	60	الجبيل–المدينة
40+	270–	310+	80	80	الإجمالي

obeikandl.com

5- الجبيل –مكة

صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الإجمالي	التغير في التكلفة				التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
250+		250+	1	0	الجبيل–مكة
150–	150–		29	30	الدمام–مكة
130+		130+	21	20	الدمام–الرياض
170–	170–		19	20	الظهران–الرياض
150+		150+	11	10	الظهران–جدة
170–	170–		9	10	الجبيل–جدة
40+	490–	550+	80	80	الإجمالي

6- الجبيل –الرياض

صافي التغير في التكاليف الإجمالية

الإجمالي	التغير في التكلفة				التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
220+		220+	1	0	الجبيل–الرياض
170–	170–		19	20	الظهران–الرياض
150+		150+	11	10	الظهران–جدة
170–	170–		9	10	الجبيل–جدة
30+	340–	370+	40	40	الإجمالي

obeikandl.com

نتيجة التقييم: يلاحظ من الاختبارات السابقة للخلايا الفارغة بان جميع قيم "صافي التغير في التكاليف الإجمالية" خرجت بالموجب. وهذا دليل على أن الحل هو حل نهائي أمثل . أي هو الحل الوحيد الذي يؤدي إلى تخفيض التكلفة الإجمالية إلى أقل حد ممكن ولا يوجد أي إمكانية لتطوير الحل إلى الأفضل.

جدول إجمالي التكلفة للنقل:

الجدول التالي يبين إجمالي الكميات المخصصة للنقل بأقل تكلفة إجمالية ممكنة.

	الدمام –مكة	الظهران –الرياض	الجبيل – المدينة	الجبيل– جدة	الظهران – جدة	الدمام – الرياض	الإجمالي
الكمية المخصصة	30	20	60	10	10	20	150
تكلفة الوحدة الواحدة	150	170	120	170	150	130	
	4500	3400	7200	1700	1500	2600	20900

ويلاحظ أن التكلفة الإجمالية انخفضت من 21100 في الحل الثاني إلى 20900 في الحل الثالث " وهو الحل الأمثل"، أي بتوفير 200 ريال.

2- طريقة التوزيع المعتدلة MODI لاختبار الخلايا الفارغة

هي طريقة أخرى لتقييم أي خلية فارغة لأي جدول نقل. هذه الطريقة تسمى طريقة التوزيع المعدلة "MODI" Modified Distribution Method وهي قائمة على الخاصية الثنائية لصياغة البرنامج الخطي لمشكلة النقل. وهي تقول بأنه يوجد مجموعة من u_i لكل صف من العرض ومجموعة من v_j لكل عمود من أعمدة الطلب. ولكل خلية من الخلايا المشغولة فإن:

$v_j+u_i = c_{ij}$

ولكل خلية فارغة فإن تقييم الخلية يكون كالتالي:

$d_{ij} = c_{ij}-u_i-v_j$

حيث إن:

C_{ij} : هي تكاليف النقل للخلايا المشغولة.

D_{ij} : صافي التغير في التكاليف أو نتيجة تقييم الخلايا الفارغة.

V_j: قيم التقييم في الأعمدة.

U_i: قيم التقييم في الصفوف.

للبدء بالخطوات افترض أي قيمة عشوائية لقيمة u الأولى وليكن مثلا صفر.

ui	vj / TO من / From الى	150 مكة	20 المدينة	100 جدة	130 الرياض	العرض Supplies
0	الدمام	cij 150 (10)	180	190	130 (40)	~~50, 10,~~ 0
50	الظهران	200 (10)	140	150 (20)	170	~~30, 10~~ ,0
100	الجبيل	250 (10)	120 (60)	170	220	~~70, 10,~~ 0
	Demands الطلب	~~30, 20, 10~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

وذلك بتطبيق المعادلة الأول حيث:

v1=150-0=150
u2=200-150=50
v3=150-50=100
v4=130-0=130
u3=250-150=100
v2=120-100=20

obeikandl.com

ولاختيار الخلايا الفارغة فإننا نطبق المعادلة dij=cij-ui-vj وينتج لنا الجدول التالي:

ui	From من / TO الى	vj 150 مكة	20 المدينة	100 جدة	130 الرياض	العرض Supplies
0	الدمام	cij 150 (10)	180 +160	190 +90	130 (40)	~~50~~,~~10~~,0
50	الظهران	200 (10)	140 +70	150 (20)	170 -10	~~30~~, ~~40~~ ,0
100	الجبيل	250 (10)	120 (60)	170 -30	220 -10	~~70~~, ~~40~~, 0
	Demands الطلب	~~30~~, ~~20~~, ~~40~~ ,0	~~60~~, 0	~~20~~, 0	~~40~~, 0	150

وهي نفس النتيجة التي توصلنا إليها من قبل.

الحلول المتعددة المثلى: قد يحدث ونحن نقيّم الخلايا الفارغة أن توجد خلية أو أكثر يكون صافي التغير في تكاليفها الإجمالية يساوي أصفراً. هذا يعني أنه بالإمكان إدخال هذه الخلية إلى الحل الأساسي بدون أن يؤدي إدخالها الحل إلى زيادة أو نقص التكلفة الإجمالية للنقل. وفي هذه الحالة نقول إنه يوجد حلول متعددة للمشكلة، وإذا حدث هذا في الحل الأمثل فإنه يمكن القول بأنه يوجد حلول متعددة مثلى للمشكلة.

مثال على الحلول المثلى المتعددة:

افترض أن الحل الأمثل لمشكلة نقل بعض الفواكه هي كما يلي:

From من / TO الى	حائل	بريدة	عنيزة	العرض Supplies
الطائف	100 (10)	140	170	10
أبها	170	130 (15)	160 (5)	20
الباحة	120 (15)	110	140 (20)	35
Demands الطلب	25	15	25	65

لو قمنا بتقييم الخلايا الفارغة وكتابتها في الخلايا الخاصة بها فإن جدول التقييم للخلايا الفارغة سيكون كالتالي:

From من / TO الى	حائل	بريدة	عنيزة	العرض Supplies
الطائف	100 **10**	140 +50	170 +50	10
أبها	170 +30	130 **15**	160 **5**	20
الباحة	120 **15**	110 0	140 **20**	35
Demands الطلب	25	15	25	65

من جدول التقييم السابق نلاحظ أن صافي التغير في التكلفة الإجمالية بإدخال الخلية "الباحة–بريدة" سيكون صفرا. والذي يعني انه يمكن إدخالها في الحل الأمثل "كحل أمثل آخر" ولكن بدون تغير في التكلفة الإجمالية. وللوصول إلى الحل الأمثل الآخر هذا فإنه بإمكاننا إجراء الدوران السابق والتأكد من عدم التغير في إجمالي التكلفة كما يوضح جدول التغير في إجمالي التكلفة:

التغير في الكمية المنقولة	التغير في التكلفة				الإجمالي
الخلية	من (قبل النقل)	إلى (بعد النقل)	الزيادة في التكاليف	التخفيض في التكاليف	
الباحة –بريدة	0	15	+15 × 110		1650+
الباحة–عنيزة	20	5		-15 × 140	2100–
أبها–عنيزة	5	20	+15 × 160		2400+
أبها–بريدة	15	0		-15 × 130	1950–
الإجمالي	40	40	4050+	4050–	0

وسيكون الحل الأمثل الثاني كما يلي:

From من / TO الى	حائل	بريدة	عنيزة	العرض Supplies
الطائف	100 **10**	140	170	10
أبها	170	130	160 **20**	20
الباحة	120 **15**	110 **15**	140 **5**	35
Demands الطلب	25	15	25	65

ولو قمنا بتقييم الخلايا الفارغة مرة أخرى فإنها ستكون كما يلي :

From من / TO الى	حائل	بريدة	عنيزة	العرض Supplies
الطائف	100 **10**	140 +50	170 +50	10
أبها	170 +30	130 0	160 **20**	20
الباحة	120 **15**	110 **15**	140 **5**	35
Demands الطلب	25	15	25	65

عدم تساوي العرض مع الطلب: في الأمثلة السابقة افترضنا أن كمية العرض والطلب دائما متساويتين. ولكن في اغلب الحالات فأنه قد يزيد الطلب على العرض أو العكس. وبما أن الطريقة التي استخدمناها تشترط التساوي فإنه يجب تعديل هذه الطريقة لتتلاءم مع حالة عدم التساوي هذه.

1- العرض أكبر من الطلب: افترض انه في مشكلة شركة العاير لنقليات البترول السابقة والتي تطرقنا لها من قبل كان إنتاج المصانع هو كما يلي:

المصنع	العرض
الدمام	50
الظهران	55
الجبيل	70
الإجمالي	175

بينما الطلب وتكلفة النقل هي كما كانت وللتذكير هي كالتالي:

المستودعات (مراكز التوزيع)	الطلب
مكة	30
المدينة	60
جدة	20
الرياض	40
الإجمالي	150

جدول تكلفة النقل للوحدة الواحدة (ناقلة واحدة)

من / إلى	مكة	المدينة	جدة	الرياض
الدمام	150	180	190	130
الظهران	200	140	150	170
الجبيل	250	120	170	220

المطلوب معرفة توزيع النقل الأمثل لنقل هذه الكميات المنتجة في الشرقية إلى مراكز التوزيع المختلفة بأقل تكلفة ممكنة.

يلاحظ أن العرض يزيد عن الطلب ب "25 ناقلة".

كيف يتم حل هذه المشكلة؟

لحل هذه المشكلة فإنه يجب القيام بإنشاء مركز توزيع (طلب صوري أو وهمي) (a dummy demand) لاستيعاب العرض الزائد " 25 ناقلة" بحيث تكون طاقته العليا هي الفرق بين العرض والطلب. ولتسهيل العمليات يجب أن نجعل تكلفة النقل لمركز الطلب هذا تساوي الصفر.

لذلك فإنه عندما نريد حل المشكلة الجديدة باستخدام الركن الشمالي الغربي (The northwest-corner technique) مثلا فإن الجدول الابتدائي الأول سيكون كالتالي:

من TO / From الى	مكة	المدينة	جدة	الرياض	Dummay	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	0	50
الظهران	200	140 (40)	150 (15)	170	0	55
الجبيل	250	120	170 (5)	220 (40)	0 (25)	70
Demands الطلب	30	60	20	40	25	175

في الحل النهائي ستكون هذه الزيادة قد خصصت إلى "مركز الطلب الوهمي" ويمكن تفسير ذلك على أن أحد أو أكثر من مراكز الإنتاج سينقل أقل من الكمية الإجمالية المنتجة.

2- الطلب أكبر من العرض: افترض الآن أن الطلب للمشكلة الأصلية كالتالي:

المستودعات (مراكز التوزيع)	الطلب
مكة	30
المدينة	60
جدة	45
الرياض	40
الإجمالي	175

بينما العرض وتكلفة النقل هي كما كانت كالتالي:

المصنع	العرض
الدمام	50
الظهران	30
الجبيل	70
الإجمالي	150

يلاحظ في هذه الحالة أن الطلب يزيد عن العرض ب 25 ناقلة . لذلك فإنه لإنشاء جدول النقل "Transportation Tableau" الأولي فإننا يجب أن نضع (أو ننشئ) مركز عرض وهمي (a dummy supply point) لملاقاة الطلبات الزائدة عن العرض.

أيضا فإننا نعين تكلفة صفرا لكل كمية تنقل من هذا المركز. الحل الأول باستخدام الركن الشمالي الغربي معطى كما يلي:

من / TO / From / الى	مكـة	المدينة	جـــدة	الريـاض	العرض Supplies
الدمام	150 (30)	180 (20)	190	130	50
الظهران	200	140 (30)	150	170	30
الجبيل	250	120 (10)	170 (45)	220 (15)	70
Dummy	0	0	0	0 (25)	25
Demands الطلب	30	60	45	40	175

بعد ذلك نقوم بحلها تماما كما قمنا بحلها من قبل. وفي الحل الأمثل نقوم بتخصيص ال 25 ناقلة والموجودة في مركز العرض الوهمي إلى أحد مراكز الطلب. ففي الحل الابتدائي الأول نقول أن مركز التوزيع الذي في الرياض يتطلب 40 وحدة تنقل إليه ولكن 15 فقط وحدة هي التي تصل ويبقى 25 وحدة مطلوبة.

التحلل " Degeneracy": قلنا في الأمثلة السابقة أن طريقة النقل تتطلب أن تكون الخانات أو الخلايا المشغولة يجب أن تساوي عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 وذلك حتى نستعمل طريقة الحل المعروفة. ولكن قد تحدث أحيانا في الحلول الابتدائية أو حتى في الحلول اللاحقة أن عدد الخلايا المشغولة أقل من المطلوب. فمثلا إذا كان عندنا 3 مراكز إنتاج (عرض) و3 مراكز توزيع (طلب) فإن الحل الأساسي يجب أن يحتوي على 5 خلايا مشغولة على الأقل.

للتوضيح افترض أن عندنا مشكلة النقل "Transportation Problem" الآتية:

إلى To \ من From\	حوطة بني تميم	الخرج	تمير	العرض Supplies
خميس مشيط	150	200	190	50
جيزان	130	210	180	40
نجران	220	160	140	10
الطلب Demands	30	60	10	100

افترض أننا أردنا حلها بطريقة الركن الشمالي الغربي (The northwest-corner technique) لسهولته، الحل الابتدائي سيكون كما يلي:

إلى To \ من From\	حوطة بني تميم	الخرج	تمير	العرض Supplies
خميس مشيط	150 (30)	200 (20)	190	50
جيزان	130	210 (40)	180	40
نجران	220	160	140 (10)	10
Demands الطلب	30	60	10	100

من الحل السابق نجد أننا قمنا بحلها ولكن بشغل 4 خلايا فقط وليس 5، كما هو مطلوب.

مع أن الحل السابق هذا ممكن إلا أن المشكلة التي يسببها هو كيف نقيّم الخلايا الفارغة؟

مثلا إذا أردنا أن نختبر الخلية (خميس مشيط – تمير) فإننا سنقوم بطريقة الدوران التالية :

الإجمالي	التغير في التكلفة				التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
190+		190+	1	0	خميس مشيط–تمير
140–	140–		9	10	نجران– تمير
50+	140–	190+	10	10	

ولكن لا نستطيع إكمال طريقة الدوران لأنه يلاحظ أن نجران تنتج 10 وحدات ولا نستطيع أن نضع أي كمية أقل من 10 وحدات في تلك الخلية لأننا لن نستطيع تعويضها، فهي الخلية الوحيدة المشغولة في الصف.

لذلك يقال للحل بأنه " حل متحلل "Degeneracy " " ولا يمكن حلها بطريقة النقل السالفة الذكر إلا بعد إجراء بعض التعديلات على الجدول الابتدائي .

هذه التعديلات تتم عن طريق اعتبار أحد الخلايا الفارغة بأنها خلية مشغولة. افترض أن " s" هي قيمة صغيرة جدا تقترب من الصفر، وضع هذه القيمة في أحد الخلايا الفارغة ليكمل عدد الخلايا المشغولة إلى الحد المطلوب. هذا الرقم صغير لدرجة انه لا يؤثر على العرض أو الطلب أو حتى التكلفة الإجمالية وإذا شغلت خلية فارغة بهذه القيمة في الحل الابتدائي فإن الحل سيكون أساسي وبدون تأثير على الحل.

إذا تكمن المشكلة في معرفة أي خلية ممكن لنا أن نشغلها بهذه القيمة الصغيرة "s".

بالنظر إلى الجدول السابق فإنه بإمكاننا التفريق بين نوعين من الخلايا الفارغة:

1– خلايا ممكن اختبارها: وذلك مثل: الخلية (جيزان – حوطة بني تميم). فلو أردنا أن نقيّم هذه الخلية واستخراج صافي التغير في التكلفة الإجمالية لكان كالتالي:

الإجمالي	التغير في التكلفة			التغير في الكمية المنقولة
	التخفيض في التكاليف	الزيادة في التكاليف	إلى (بعد النقل)	من (قبل النقل)	الخلية
130+		130+	1	0	جيزان–حوطة بني تميم
150–	150–		29	30	خميس مشيط–حوطة بني تميم
200+		200+	21	20	خميس مشيط–الخرج
210–	210–		39	40	جيزان–الخرج
30–	360–	330+	90	90	الإجمالي

2– خلايا لا يمكن اختبارها: وهي الخلايا التالية: خميس مشيط–تمير، جيزان – تمير، نجران – حوطة بني تميم، نجران – الخرج.

لتصحيح أو تعديل الحالة السابقة يمكن وضع القواعد الآتية:

–إذا كان جدول النقل الابتدائي متحل (Degeneracy)، ضع القيمة القليلة "s" في أي خلية لا يمكن اختبارها واختبر جميع الخلايا الفارغة. ولا حظ أن هذه القيمة المتناهية في الصغر يمكن أن تنتقل إلى خلايا أخرى فارغة في كل مرحلة إذا كان تقييم هذه الخلايا الفارغة سيؤدي إلى تخفيض في التكاليف. كرر العملية هذه كلما احتجت لذلك للمحافظة على عدد الخلايا المشغولة في حدود المطلوب.

بتطبيق هذه القاعدة على مشكلة النقل المتحللة فإن ذلك سيولد حل أساسي مقبول وذلك بوضع هذه القيمة القليلة" s" في خلية (نجران – الخرج) وبذلك يمكن اختبار وتقييم جميع الخلايا الفارغة.

الجدول التالي يوضح انه بالإمكان اختبار جميع الخلايا الفارغة إذا وضعنا القيمة القليلة" s" في أي خلية لا يمكن اختبارها، ولتكن مثلا (نجران – الخرج).

إلى To \ من From\	حوطه بني تميم	الخرج	تمير	العرض Supplies
خميس مشيط	150 (30)	200 (20)	190	50
حيزان	130	210 (40)	180	40
نجران	220	160 (s)	140 (10)	10
الطلب Demands	30	60	10	100

وبتطبيق قواعد الدوران السابقة فإن الجدول الخاص بتقيّم الخلايا الفارغة سيكون كالتالي:

إلى To \ من From\	حوطه بني تميم	الخرج	تمير	العرض Supplies
خميس مشيط	150 (30)	200 (20)	190 10+	50
حيزان	130 30-	210 (40)	180 10-	40
نجران	220 + 110	160 (s)	140 10	10
الطلب Demands	30	60	10	100

تلخيص خطوات طريقة النقل" Transportation Algorithm "

خطوة (1): بناء جدول النقل موضحا المصادر، مراكز التوزيع أو الغايات، الكميات المعروضة، الكميات المطلوبة، وتكلفة الوحدة الواحدة

خطوة (2): إذا كان العرض أكبر من الطلب، ضع طلباً وهمياً بالكمية الزائدة فقط وضع تكاليف النقل لهذا الطلب تساوي أصفاراً. أما إذا كان الطلب أكبر من العرض، نضع عرضاً وهمياً بالكمية الزائدة فقط وضع تكاليف النقل لهذا العرض تساوي صفراً .

خطوة (3): أوجد الحل الابتدائي الممكن الأول باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي، أو طريقة أقل تكلفة أو طريقة فوجل.

خطوة (4): إذا وجد مشكلة " تحلل"، ضع قيمة صغيرة ولتكن "s" في أحد الخلايا غير الممكن تقييمها.

خطوة (5): قيّم أو اختبر جميع الخلايا الفارغة باستخدام الطريقة العادية أو طريقة MODI.

خطوة (6): إذا كانت نتيجة التقييم غير سالبة لكل الخلايا الفارغة، فإن ذلك الحل هو حل أمثل، أما إذا وجد على الأقل خلية واحدة سالبة فإن الحل الحالي غير أمثل وبالإمكان تطويره وتحسينه بإحلال هذه الخلية السالبة بدلاً من أحد الخلايا المشغولة .

خطوة (7): الخلية الجديدة والداخلة في الحل هي الخلية الفارغة والتي نتيجة تقييمها يعطي أكبر قيمة سالبة.

خطوة (8): انقل أكبر كمية ممكنة للخلية الداخلة الجديدة، وهي كامل الكمية الموجودة في الخلية الخارجة.

خطوة (9): تأكد من نقل كامل الكميات من المصادر إلى مراكز التوزيع وتأكد من أن متطلبات العرض والطلب قد لُبيت بالكامل.

خطوة (10): اذهب إلى الخطوة الرابعة وكرر العمليات حتى الوصول إلى الحل الأمثل.

ثانياً: مشكلة التعيين " التخصيص"

Assignment Problem

مشكلة التعيين تشابه مشكلة النقل من كثير من الجهات ولكنها تتميز ببعض الخصائص الأخرى. ففي مشكلة التعيين نجد أن عدد المصادر (العرض) تساوى عدد مراكز التوزيع (الطلب) وكل الكمية المعروضة والمطلوبة دائما تساوي الواحد الصحيح. مع أن هذه المشكلة بالإمكان حلها بطريقة النقل، إلا انه توجد طريقة أفضل في هذا الشأن. وتسمى طريقة التخصيص. من اجل معرفة خطوات الحل بطريقة التخصيص اعتبر هذا المثال:

-أربعة عمال يعملون في مصنع المقص السحري للثياب الجاهزة. ويراد توزيعهم على أربع مكائن بطريقة تؤدي إلى خفض التكلفة. الجدول التالي يوضح تكاليف عمل كل شخص على كل ماكينة.

جدول تخصيص العمال المكائن:

الأعمال Jobs					
إلى \ من		ماكينة القص	ماكينة الخياطة	ماكينة الأزرار	ماكينة التغليف
العمال Men	حمد	20	25	22	28
	محمود	15	18	23	17
	حامد	19	17	21	24
	على	25	23	24	24

المطلوب تخصيص أو تعيين كل عامل من العمال الأربعة لعمل معين بحيث نصل إلى أقل تكلفة.

بالإمكان أن نخصص – مثلاً –

حمد للقص، محمود للخياطة، حامد لعمل الأزرار، على للتغليف.

و إجمالي التكلفة لهذا الحل يكون 20 + 18 + 21+24 = 83 ريالاً.

جدول التعيين (التخصيص) التالي يوضح هذا الحل:

الأعمال Jobs					
إلى \ من		ماكينة القص	ماكينة الخياطة	ماكينة الأزرار	ماكينة التغليف
العمال Men	حمد	20 X			
	محمود		18 X		
	حامد			21 X	
	على				24 X

ولكن التخصيص السابق قد لا يكون أمثلا. لذلك يجب إجراء بعض الخطوات التي تجعل إيجاد الحل الأمثل سهلاً.

قبل التطرق إلى خطوات الحل بطريقة هانغاريان (Hungarian Method) فإنه يجب معرفة الآتي:

حمد مثلا لو خصص لأي ماكينة فإن تكلفته لن تقل عن 20 ريالاً بأي حال من الأحوال وذلك إذا عين عاملا في قص القماش.

أما إذا عين حمد للخياطة فإن التكلفة من ذلك ستكون 20 + 5 = 25 ريالاً بالمثل لو عين حمد للأزرار فإن التكلفة ستكون 20 +2 =22 ريالاً أو لو عين حمد للتغليف فإن التكلفة ستكون 20 +8=28 ريالاً .

لذلك فإنه يمكن اعتبار أن 20 ريالاً هذه هي عبارة عن تكلفة ثابتة بغض النظر عن أي ماكينة يعمل عليها حمد. هذه القيمة بما أنها مشتركة بين الأعمال المختلفة التي يمكن أن يقوم بها حمد فإنه يمكن حذفها من جميع القيم الخاصة بحمد.

لذلك فإنه يمكن أن يقال بأن أقل تكلفة ممكن أن تتحملها الشركة بتخصيص أو تعيين العامل حمد إلى أي ماكينة سيكون على الأقل 20 ريالاً بالإضافة إلى التكاليف الإضافية الخاصة بكل عمل وهي كالتالي:

الأعمال Jobs					
التكلفة الثابتة	ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة	ماكينة القص	إلى \ من
20 ريالاً	8	2	5	0	حمد

كذلك بالنسبة إلى العمال الآخرين فمثلا محمود سيكلف على الأقل 15 ريالاً وحامد 17 ريالاً، وأخيراً علي سيكلف على الأقل 23 ريالاً. لذلك فإننا نجد أن جدول التخصيص السابق سيكون بعد خصم هذه التكاليف الثابتة من كل صف كالتالي:

الأعمال Jobs						
التكلفة الثابتة	ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة	ماكينة القص	إلى \ من	
20	8	2	5	0	حمد	العمال Men
15	2	8	3	0	محمود	
17	7	4	0	2	حامد	
23	1	1	0	2	على	
75	الإجمالي					

بالنظر إلى الجدول السابق فإننا نلاحظ أن شخصين من الممكن أن يخصص لهم عملين بدون تكبد خسائر إضافية مثلا حمد يتولى القص وحامد الخياطة أو محمود القص وعلي الخياطة. ولكن إذا أردنا أن نخصص العمال الأربعة للأعمال المختلفة فإنه لابد من تحمل تكاليف أخرى غير الـ 75 ريالاً. لذلك فإن التكاليف الإضافية الأخرى هي عبارة عن التكلفة الخاصة بتخصيص أي عامل لماكينة التغليف أو الأزرار؛ وذلك لأنه يلاحظ أنه لا يوجد أصفار في تلك العمودين. لذلك فإن التكلفة الثابتة الآن ستزيد بمقدار التكاليف الثابتة في كل عمود. أي بإضافة أقل قيمة في كل عمود إلى ال 75 ريالاً السابقة وسيكون الجدول بعد طرح أقل قيمة من كل عمود.

الأعمال Jobs					
التكلفة الثابتة	ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة	ماكينة القص	إلى \ من
20 ريالاً	7	1	5	0	حمد
15 ريالاً	1	7	3	0	محمود
17 ريالاً	6	3	0	2	حامد
23 ريالاً	0	0	0	2	علي
77 = 2+75	1	1	0	0	التكلفة الثابتة

بهذه التكلفة الـ 77 نقول إنه بالإمكان تخصيص حمد أو محمد للقص، حامد للخياطة، على إما للأزرار أو التغليف. ولكن حيث إنه لا يمكن أن يعمل كلا من حمد ومحمود على ماكينة القص في آن واحد فإن على أحدهم أن يذهب إلى ماكينة أخرى وبذهاب أيا منهم إلى الماكينة الأخرى فإنه سيتحمل تكلفة إضافية أخرى غير الـ 77 ريالاً.

الآن وبعد طرح أقل قيمة في كل عمود وكل صف للوصول إلى أصفارا في كل صف وعمود يجب أن نستخدم طريقة أخرى لمعرفة التكلفة الإضافية اللازمة لمشكلة التخصيص هذه. هذه الطريقة تتم برسم خطوط عاموديه وأفقية لتغطية جميع الأصفار. هذه الخطوط يجب أن تكون أقل عدد معين من الخطوط. أي نحاول أن نطمس على أكثر من صفر بخط واحد. وبالنظر إلى الجدول السابق فإنه يلاحظ أن أقل عدد ممكن من الخطوط لطمس جميع الأصفار هو 3 أي انه يساوي عدد التخصيصات الممكنة عملها بدون أي زيادة في التكلفة الإجمالية (77 ريالاً).

يكون الجدول السابق بعد الطمس على جميع الأصفار كالتالي:

الأعمال Jobs					
التكلفة الثابتة	ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة	ماكينة القص	إلى \ من
20 ريالاً	7	1	5	0	حمد
15 ريالاً	1	7	3	0	محمود
17 ريالاً	6	3	0	2	حامد
23 ريالاً	0	0	0	2	علي

بعد ذلك نختار أقل قيمة من القيم غير المغطاة بخط وهي المربع التالي :

ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة
7	1	5
1	7	3

هذه القيمة هي الواحد الصحيح " 1" . إذا رمزنا بالرمز"h " لهذه القيمة القليلة فإن التكلفة الإضافية الجديدة تكون كالتالي:

التكلفة الإضافية الجديدة = (أقل قيمة للخلايا غير المغطاة "h ") ×(عدد الخطوط الأفقية – عدد الخطوط العاموديه).

= (1 ريال) (2–1) = 1×1=1 ريال

إذاً أقل تكلفة إجمالية ثابتة لتخصيص جميع العمال لجميع الآلات = 77 + 1 = 78 ريالاً.

لإيجاد جدول التكلفة الجديد بعد رسم الخطوط يجب اتباع الخطوات التالية:

1– اطرح قيمة أقل خلية غير مغطاة "h " من جميع الخلايا غير المغطاة بخط.

2– أضف قيمة أقل خلية غير مغطاة "h " لكل خلية مغطاة بخطين اثنين (أي تقع على التقاطع).

3– الخلايا المغطاة بخط واحد تبقى كما هي.

بتطبيق هذه القاعدة على جدول التكلفة السابق فإن جدول التكلفة الجديد يكون كالتالي:

الأعمال Jobs					
التكلفة الثابتة	ماكينة التغليف	ماكينة الأزرار	ماكينة الخياطة	ماكينة القص	إلى \ من
20 ريالاً	6	0	4	0	حمد
15 ريالاً	0	6	2	0	محمود
17 ريالاً	6	3	0	3	حامد
23 ريالاً	0	0	0	3	على

وبذلك نكون توصلنا إلى الحل الأمثل بطريقة (Hungarian Method) حيث لا يمكن تغطية الأصفار بأقل من أربعة 4 خطوط. كالتالي:

الأعمال Jobs					
إلى \ من	ماكينة القص	ماكينة الخياطة	ماكينة الأزرار	ماكينة التغليف	التكلفة الثابتة
حمد	0	4	0	6	20 ريالاً
محمود	0	2	6	0	15 ريالاً
حامد	3	0	3	6	17 ريالاً
على	3	0	0	0	23 ريالاً

وبالنظر إلى الجدول السابق فإننا نلاحظ انه يوجد حلين اثنين أمثلين وليس حلا واحدا. يقال أن هذا الحل أمثلا إذا كان الحل يؤدي إلى تخصيص جميع العاملين لجميع الوظائف بأقل تكلفة.

الحل الأول :

الأعمال Jobs								
إلى \ من		ماكينة القص		ماكينة الخياطة		ماكينة الأزرار		ماكينة التغليف	
		20		25		22		28	
العمال Men	حمد	X							
		15		18		23		17	
	محمود							X	
		19		17		21		24	
	حامد			X					
		25		23		24		24	
	على					X			

التكلفة هي كما قلنا 78 ريالاً والتعيين هو كالتالي:

حمد للقص

محمود للتغليف

حامد للخياطة

على لعمل الأزرار

وللتأكد من إجمالي التكلفة فإننا نقوم بجمع التكاليف الخاصة بكل خلية مشغولة

= 20 + 17+17 + 24 =78 ريال

الحل الثاني :

الأعمال Jobs								
إلى \ من		ماكينة القص		ماكينة الخياطة		ماكينة الأزرار		ماكينة التغليف	
		20		25		22		28	
العمال Men	حمد				X				
		15		18		23		17	
	محمود		X						
		19		17		21		24	
	حامد				X				
		25		23		24		24	
	على								X

التكلفة 78 ريالاً والتعيين هو كما يلي:

حمد لعمل الأزرار

محمود للقص

obeikandl.com

حامد للخياطة

على للتغليف

وللتأكد من إجمالي التكلفة فإننا نقوم بجمع التكاليف الخاصة بكل خلية مشغولة

= 22 + 17+15 + 24 = 78 ريال

خطوات حل مشكلة التخصيص بطريقة Hungarian

1- ابدأ بإيجاد أقل العناصر في كل صف من صفوف المصفوفة (m x m) والتي هدفها تخفيض التكلفة. وأوجد المصفوفة الجديدة بعد طرح أقل العناصر في كل صف من الصف التابع له.

2- أوجد أقل العناصر في كل عمود من أعمدة المصفوفة السابقة . وأوجد المصفوفة الجديدة بعد طرح أقل العناصر في كل عمود من العمود التابع له.

3- ارسم أقل خطوط (عمودية أو أفقية) ممكنة لتغطية جميع الأصفار في المصفوفة الناتجة. إذا كان عدد الخطوط الممكنة يساوي m (عدد الوظائف المطلوب تخصيصها)، فإن هناك حل أمثل يتمثل في الخطوط المغطاة وتنتهي الخطوات. وإذا كان عدد الخطوط أقل من m فإن الحل الأمثل لم ينتهي وتابع الخطوات التالية:

4- ابحث عن أقل قيمة غير مغطاة بخط. اطرح هذه القيمة من جميع القيم غير المغطاة، وأضفها إلى القيم التي غطيت بخطين، والقيم الأخرى والمغطاة بخط واحد فقط تظل على ما هي عليه. اذهب إلى الخطوة 3 .

ملاحظات:

1- إذا كان هدف مصفوفة التخصيص هو تعظيم (Maximization) فيمكن ضرب جميع القيم في —1 وتكملة الحل كمشكلة تخفيض (Minimization).

2- إذا كانت الصفوف والأعمدة غير متساوية فإنه يقال للمشكلة إنها غير متوازنة(unbalanced) لذلك فإنه من الممكن إضافة النقاط الوهمية (Dummy points).

من الممكن أيضا صياغة مشكلة التخصيص بطريقة البرمجة الخطية كالتالي:

نرمز بالرمز xij لتخصيص العامل i على الماكينة j

min 20 x11 + 25 x12 + 22 x13 + 28 x14+ 15x21 + 18 x22 + 23 x23 + 17x24.....
subject to:
Workers constraints
x11+ x12+ x13+x14 =1
.....
machines contraints
x11 + x21+ x31+x41=1
.....
xij = (0, 1)

مسائل على مشكلة النقل والتخصيص

1- (إدارة موارد بشرية) ثلاثة عمال يعملون في مصنع الهدايا الجميلة. ويراد توزيعهم على ثلاث مكائن بطريقة تؤدي إلى خفض التكلفة. الجدول التالي يوضح تكاليف عمل كل شخص على كل ماكينة. المطلوب استخدام طريقة Hungarian Method لتخصيص كل موظف لوظيفة معينة وحساب أقل التكاليف:

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف
إبراهيم	30	37	26
عبد العزيز	37	40	24
محمد	33	39	27

2- (إدارة موارد بشرية)أربعة عمال يعملون في مصنع المقص السحري للثياب الجاهزة. ويراد توزيعهم على أربع مكائن بطريقة تؤدي إلى خفض التكلفة. الجدول التالي يوضح تكاليف عمل كل شخص على كل ماكينة.

جدول تخصيص العمال على المكائن :

الأعمال Jobs					
إلى \ من		ماكينة القص	ماكينة الخياطة	ماكينة الأزرار	ماكينة التغليف
العمال Men	حمد	20	25	22	28
	محمود	15	18	23	17
	حامد	19	17	21	24
	علي	25	23	24	24

المطلوب هو صياغة المشكلة لتخصيص أو تعيين كل عامل من العمال الأربعة لعمل معين بحيث نصل إلى أقل تكلفة.

3- شركة المملكة للمياه المحلاة تقوم يوميا بنقل مياه الشرب والمصنوعة في بعض الأحياء في الرياض إلى الأحياء الأخرى المحتاجة. إذا كانت الكميات المنتجة في هذه الأحياء والمستهلكة وتكاليف النقل هي كالتالي:

اسم الحي	الإنتاج
الملز	250
العليا	50
ام الحمام	140
السليمانية	160
الإجمالي	600

اسم الحي	الاستهلاك
النسيم	100
العريجاء	200
السويدي	130
الإجمالي	430

السويدي	العريجاء	النسيم	التكلفة بالريال
27	34	25	الملز
28	32	30	العليا
27	26	33	أم الحمام
30	25	27	السليمانية

والمطلوب هو تكوين جدول الحل الأساسي الابتدائي بطريقة فوجل واختبر أمثليته وحدد الخلية الداخلة والخارجة.

4- المطلوب تقييم الخلايا الفارغة بطريقة المسار المتعرج:

	النسيم		العريجاء		السويدي		Dummy		
		25		34		27		0	
	80						170		250
العليا		30		32		28		0	
	20				30				50
أم الحمام		33		26		27		0	
			40		100				140
السليمانية		27		25		30		0	
			160						160
الطلب	100	200	130	170					

5- إذا كان جدول النقل والتكلفة بين مصادر الإنتاج والتوزيع كالتالي:

المطلوب: تقييم الخلايا الفارغة حسب طريقة التوزيع المعدلة (مودي) MODI في جدول النقل التالي:

إلى \ من	العليا v1=		الملز v2=		العقيق v3=		منفوحة V4=		العرض
السويدي U1=		17		16		16		9	
					10		40		50
أم الحمام U2=		8		20		17		12	55
	20				35				
النسيم U3=		15		10		20		25	45
			35				10		
الطلب	20		35		55		40		150

استخدام الحاسب في حل مسائل النقل والتخصيص

لتوضيح ذلك دعنا نكتب معطيات مثال شركة العاير للنقل والتي تقوم بتكرير البترول ونقله من المنطقة الشرقية إلى مراكز التوزيع في كلا من المنطقة الوسطى والغربية. ويوجد عند الشركة 3 مناطق إنتاجية و4 مناطق لاستهلاكه وتوزيعه.

جدول الإنتاج والطلب والتكلفة معطاة في الجدول التالي:

موقع المصنع	الإنتاج (العرض)
الدمام	50
الظهران	30
الجبيل	70
الإجمالي	150

المستودعات (مراكز التوزيع)	الطلب
مكة	30
المدينة	60
جدة	20
الرياض	40
الإجمالي	150

جدول تكلفة النقل للوحدة الواحدة (ناقلة واحدة)

من / إلى	مكة	المدينة	جدة	الرياض
الدمام	150	180	190	130
الظهران	200	140	150	170
الجبيل	250	120	170	220

المطلوب معرفة التوزيع الأمثل لنقل هذه الكميات المنتجة في الشرقية إلى مراكز التوزيع المختلفة بأقل تكلفة ممكنة.

وكان الحل النهائي هو :

الجدول التالي يبين إجمالي الكميات المخصصة للنقل بأقل تكلفة إجمالية ممكنة.

	الدمام –مكة	الظهران –الرياض	الجبيل – المدينة	الجبيل– جدة	الظهران – جدة	الدمام – الرياض	الإجمالي
الكمية المخصصة	30	20	60	10	10	20	150
تكلفة الوحدة الواحدة	150	170	120	170	150	130	
	4500	3400	7200	1700	1500	2600	20900

ويلاحظ أن التكلفة الإجمالية بلغت 20900 ريالاً.

أولا: نقوم بتحديد رقم لكل من مراكز التوزيع ومراكز الطلب حتى نستطيع تحديد تكاليف وكميات كل خلية على حدة كما في الجدول التالي:

من / إلى	مكة(1)	المدينة(2)	جدة(3)	الرياض(4)
الدمام (1)	X11	X21	X31	X41
الظهران(2)	X12	X22	X32	X42
الجبيل(3)	X13	X23	X33	X43

حل مشاكل النقل والتخصيص باستخدام برنامج إكسل Excel

في هذا الجزء سنتعلم كيفية حل مشاكل النقل وكذلك التخصيص باستخدام برنامج إكسل (Excel) لانتشاره وتوفره عند اغلب المستخدمين.

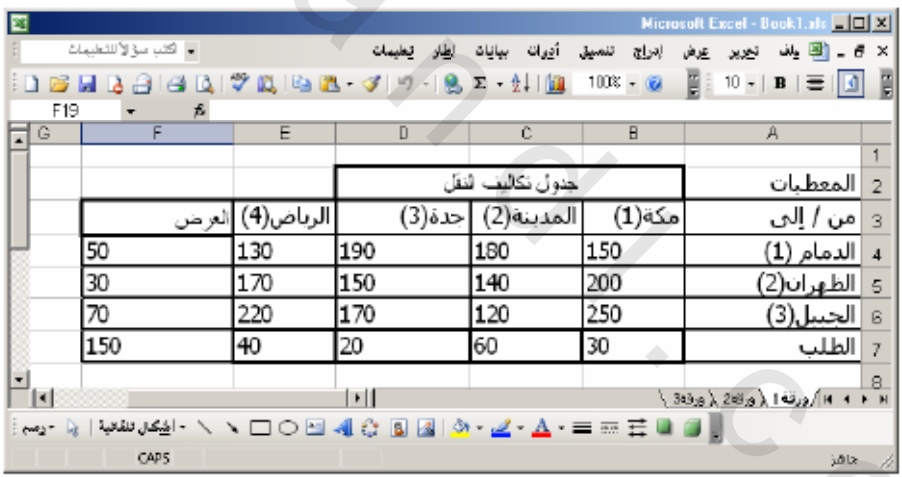
إدخال البيانات كالتالي:

تكاليف النقل في الخلايا: B4:E6

الطاقة الإنتاجية لمراكز الإنتاج (العرض) : F4:F6

الطاقة الاستيعابية لمراكز التوزيع (الطلب): B7:E7

فيكون جدول معطيات مشكلة النقل في برنامج إكسل (EXCEL) كالآتي:



	A	B	C	D	E	F
1						
2	المعطيات	جدول تكاليف النقل				
3	من / إلى	مكة(1)	المدينة(2)	جدة(3)	الرياض(4)	العرض
4	الدمام (1)	150	180	190	130	50
5	الظهران(2)	200	140	150	170	30
6	الجبيل(3)	250	120	170	220	70
7	الطلب	30	60	20	40	150
8						

بعد ذلك الخلايا التي يتم فيها وضع النتائج افترض أننا وضعنا النتائج في الخلايا التالية:

عدد الوحدات المنقولة من مركز العرض i إلى مركز الطلب j: B12:E14

إجمالي عدد الوحدات المنقولة من مراكز العرض: F12:F14

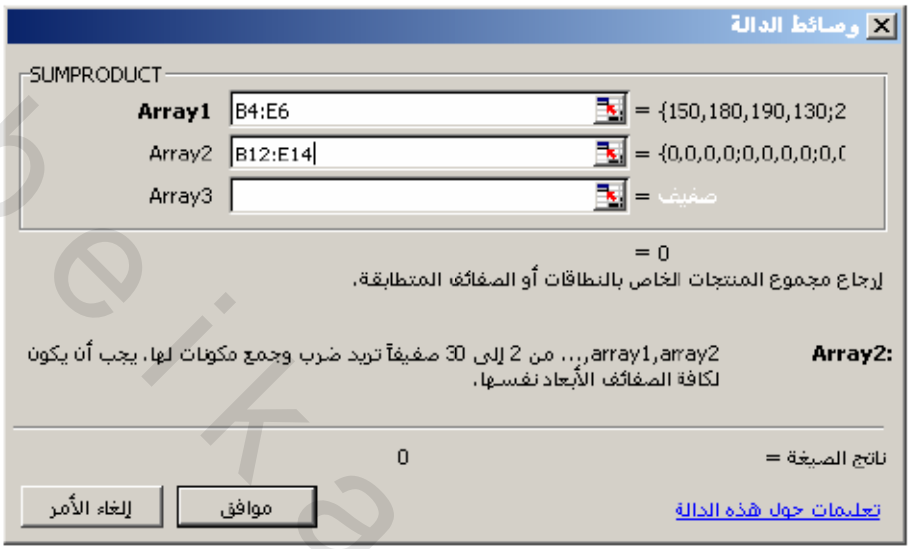
إجمالي عدد الوحدات المنقولة إلى مراكز الطلب: B15:E15

كما في الشكل التالي:

و لحل المشكلة الآن يتعين علينا وضع معادلة أو دالة الحل باستخدام سولفر (SOLVER) والموجود في قائمة أدوات (TOOLS) في برنامج إكسل (EXCEL). حيث يتعين علينا كتابة المعادلات التي توضح كيفية استخدام المعطيات الموجودة في جدول المعطيات واستخراج الحلول وكتابتها في جدول الحلول. فمثلا، إجمالي التكاليف في الخلية B17 هو عبارة عن مجموع ناتج ضرب جميع الوحدات المنقولة مضروبا في تكاليف هذه الوحدات.

ولذلك فان إجمالي التكاليف (B17) هو عبارة عن ضرب الخلايا (B4:E6) مع الخلايا المقابلة في (B12:E14).

و باستخدام الدالة (SUMPRODUCT) فإننا نضع المعادلة التالية في الخلية (B17). كما في الشكل التالي:



طبعا بما أن عدد الوحدات المنقولة في هذه المرحلة لم يتم استخراجه بعد فإن ناتج التكلفة الإجمالية في الخلية (B17) يساوي الصفر.

بعد ذلك دعنا نحسب إجمالي الكميات المنقولة من كل مركز عرض وإلى كل مركز طلب. أي أن إجمالي الوحدات المنقولة إلى مكة هي إجمالي قيمة الخلايا (B12:B14) وبالنسبة للمدينة (C12:C14) وجدة (D12:D14) والرياض (E12:B14). وتكون إجمالي الوحدات المنقولة إلى هذه المراكز هي بالترتيب كالتالي:

قيمة الخلية (B15) لمكة هي: =SUM(B12:B14)

قيمة الخلية (C15) للمدينة هي: =SUM(C12:C14)

قيمة الخلية (D15) لجدة هي: =SUM(D12:D14)

قيمة الخلية (E15) للرياض هي: =SUM(E12:E14)

وبالمثل بالنسبة لمراكز العرض فإجمالي الوحدات المنقولة منها هي كالتالي بالترتيب:

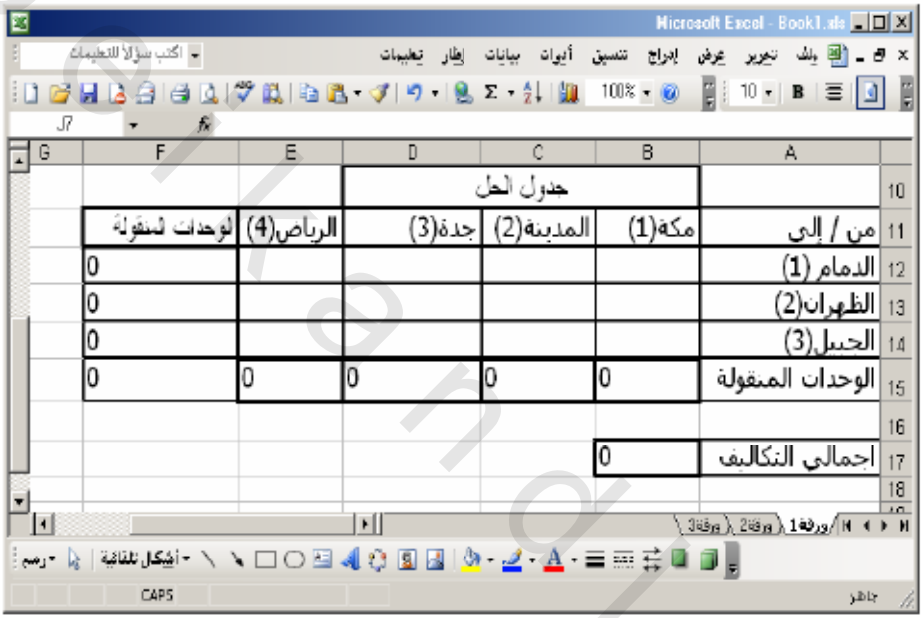
قيمة الخلية (F12) للدمام هي : =SUM(B12:E12)

obeikandl.com

قيمة الخلية (F13) للظهران هي : =SUM(B13:E13)

قيمة الخلية (F14) للجبيل هي : =SUM(B14:E14)

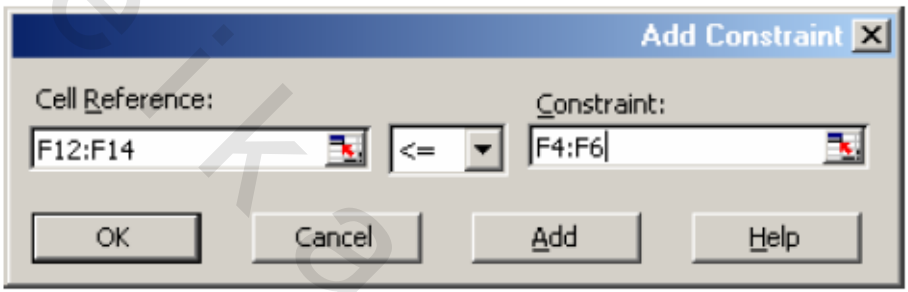
فيصبح جدول النتائج كما يلي:



الآن جدول النتائج جاهز لاستخدام سولفر (SOLVER) من قائمة أدوات (TOOLS) لتحديد الكميات المنقولة من كل مركز عرض إلى كل مركز طلب ويتم ذلك باتباع الخطوات التالية:

- من قائمة أدوات (TOOLS) نختار سولفر (SOLVER) وعند ظهور النافذة ندخل B17 وهي الخلية الخاصة بإجمالي التكاليف أمام خيار تحديد الخلية الهدف (SET TARGET CELL).
- نختار تخفيض (MIN) أمام خيار (EQUAL TO).
- نكتب B12:E14 أمام خيار (BY CHANGING CELLS).

• نضغط على الزر إضافة (ADD) لإضافة قيد ثم تخرج نافذة إضافة قيد (ADD CONSTRAINT) نكتب F12:F14 في النافذة مرجع الخلية (CELL REFRENCE) ونختار العلاقة أقل من أو يساوي (=<) ونكتب F4:F6 كقيد يجب أن لا تتعداه الكميات المنقولة في خانة (CONSTRANINT). كما في الشكل التالي:



• ثم نضغط على الزر إضافة (ADD) لإدراج قيد آخر على إجمالي الكميات المنقولة إلى مراكز التوزيع وهي الصف B15:E15 ويكون كتابتها كالتالي:

ونكتب التالي:

B15:E15 في النافذة (CELL REFRENCE)

نختار يساوي = حتى يتم تعبئة احتياجات المراكز

وفي خانة القيد (CONSTRAINT) نضع B7:E7 وهي إجمالي الكميات المطلوبة.

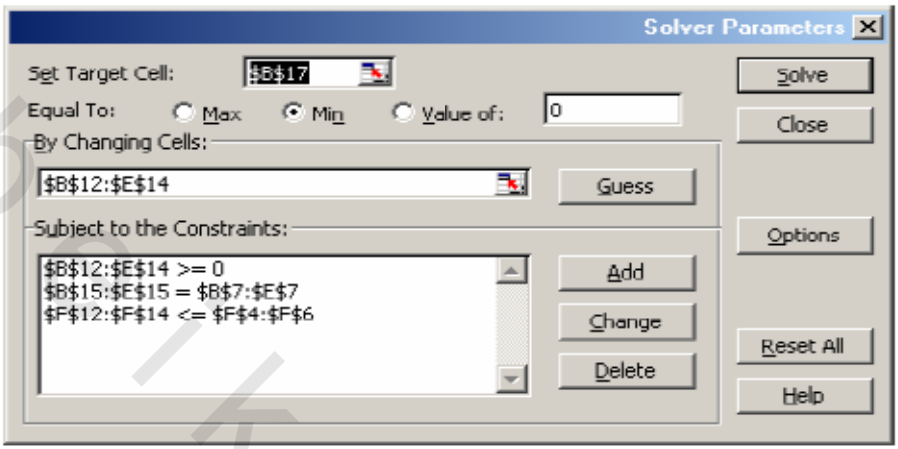
• القيد الأخير وهو الخاص بالكميات المنقولة حيث يجب أن لا تقل عن الصفر وخاصة أننا نحاول تخفيض التكاليف فيكون هذا القيد بالنقر على زر إضافة (ADD) ثم نضع الآتي في نافذة القيد:

نكتب B12:B14 في النافذة مرجع الخلية (ADD REFRENCE)

ونختار أكبر من أو يساوي (=>) ثم ندخل الصفر (0) في القيد (CONSTRAINT).

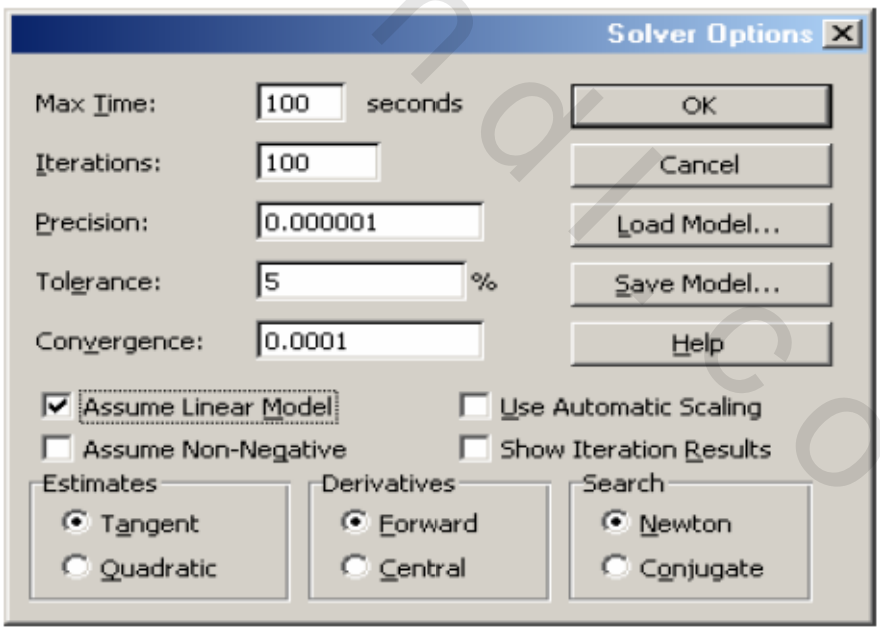
ثم موافق (OK) ويكون شكل نافذة (SOLVER) كالآتي:

obeikandl.com



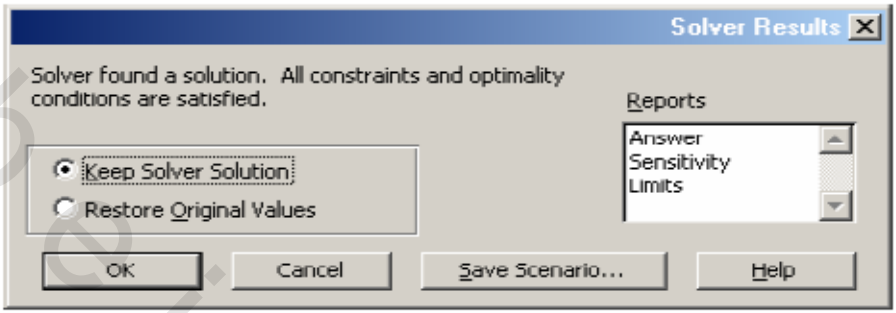
بعد ذلك يتعين النقر على خيارات (OPTIONS) ونفترض الآتي:

ASSUME LINEAR Model ثم موافق كما في الشكل التالي:

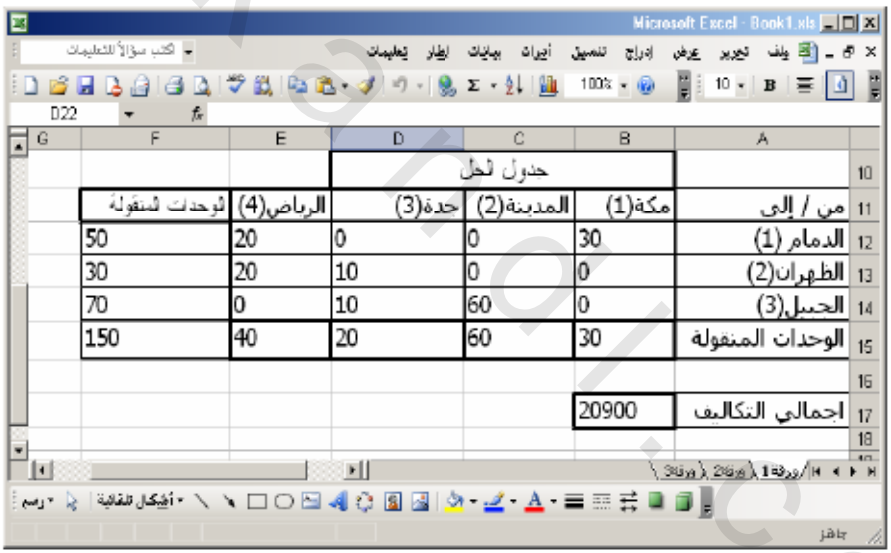


ثم نختار موافق للرجوع إلى النافذة الخاصة بسولفر ومنها نقوم بالنقر على حل (solve) واختيار الخيار (keep solver solution) كما في الشكل التالي:

obeikandl.com



وبعد النقر على موافق نجد الحل أصبح أمامنا كما في الشكل التالي:



جدول الحل

من / إلى	مكة(1)	المدينة(2)	جدة(3)	الرياض(4)	الوحدات المنقولة
الدمام (1)	30	0	0	20	50
الظهران(2)	0	0	10	20	30
الجبيل(3)	0	60	10	0	70
الوحدات المنقولة	30	60	20	40	150
اجمالي التكاليف	20900				

ونلاحظ أن هذا الحل هو نفسه الذي تم الحصول عليه بالطريقة السابقة باستخدام طريقة الجداول اليدوية.

كذلك يمكن حل مشاكل التخصيص بنفس الطريقة تماما وخاصة أنها حالة خاصة من مشكلة النقل ماعدا أن مجموع الكميات المنقولة في مشكلة التخصيص تكون كل واحدة منها تساوي الواحد.

وكذلك فإن عدد الكميات المنقولة في كل خلية تكون في مشكلة التخصيص أما واحد أو صفر فقط (0.1). ولذلك فلحل مشكلة التخصيص يتعين علينا استبدال تكاليف النقل بتكاليف التخصيص واستبدال مجاميع الطلب والعرض بواحد.

حل مشاكل النقل والتخصيص باستخدام برنامج ليندو Lindo

لحل مشاكل النقل والتخصيص باستخدام برنامج ليندو (Lindo) يتعين علينا أولاً تحويل جدول النقل وصياغته إلى شكل البرمجة الخطية.

فمثلا لحل مشكلة شركة العاير للنقليات السابق والمحلول باستخدام جداول النقل يتعين علينا اتباع الخطوات التالية:

أولاً: معرفة مراكز التوزيع وكذلك الإنتاج والطاقة الاستيعابية لكل مركز وكذلك التكاليف المصاحبة لنقل الوحدة الواحدة من مركز الإنتاج إلى مركز التوزيع. وهي حسب جدول النقل كانت كالآتي:

إلى To \ من From\	مكة		المدينة		جدة		الرياض		العرض Supplies
		150		180		190		130	
الدمام									50
		200		140		150		170	
الظهران									30
		250		120		170		220	
الجبيل									70
Demands الطلب	30		60		20		40		150

ثانياً: افتراض أن الكميات المنقولة من كل مركز إنتاج إلى كل مركز طلب هي (xij) حيث i ترمز لمركز الإنتاج وj ترمز لمركز الطلب كالآتي:

إلى To \ من From\	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150 X11	180 X12	190 X13	130 X14	50
الظهران	200 X21	140 X22	150 X23	170 X24	30
الجبيل	250 X31	120 X32	170 X33	220 X34	70
Demands الطلب	30	60	20	40	150

ثالثاً: تحويل شكل المشكلة من جدول النقل إلى البرمجة الرياضية. وحيث إن مشكلة النقل هي تخفيض التكاليف فإن دالة الهدف هي تخفيض (Minimization) والقيود هي الكميات الإجمالية المنتجة والموزعة لكل مركز وتكون الصياغة كالتالي:

دالة الهدف:

```
Min     150x11+180x12+190x13+130x14
        +200x21+140x22+150x23+170x24
        +250x31+120x32+170x33+220x34
Subject to
```

قيد مراكز التوزيع:

```
X11+x12+x13+x14 =50
X21+x22+x23+x24=30
X31+x32+x33+x34=70
```

قيد مراكز الطلب:

```
X11+x21+x31=30
X12+x22+x32=60
```

obeikandl.com

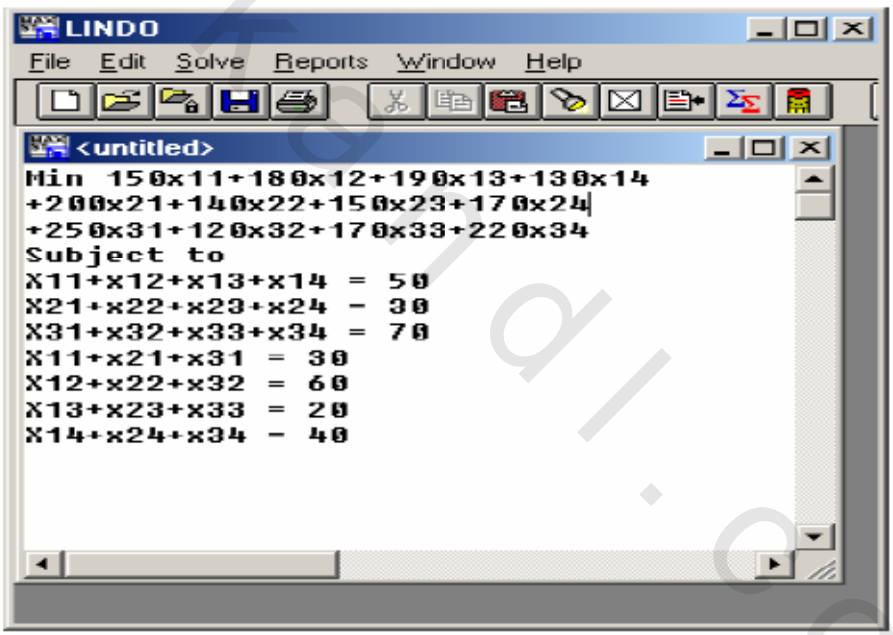
X13+x23+x33=20
X14+x24+x34=40

قيد عدم السالبية:

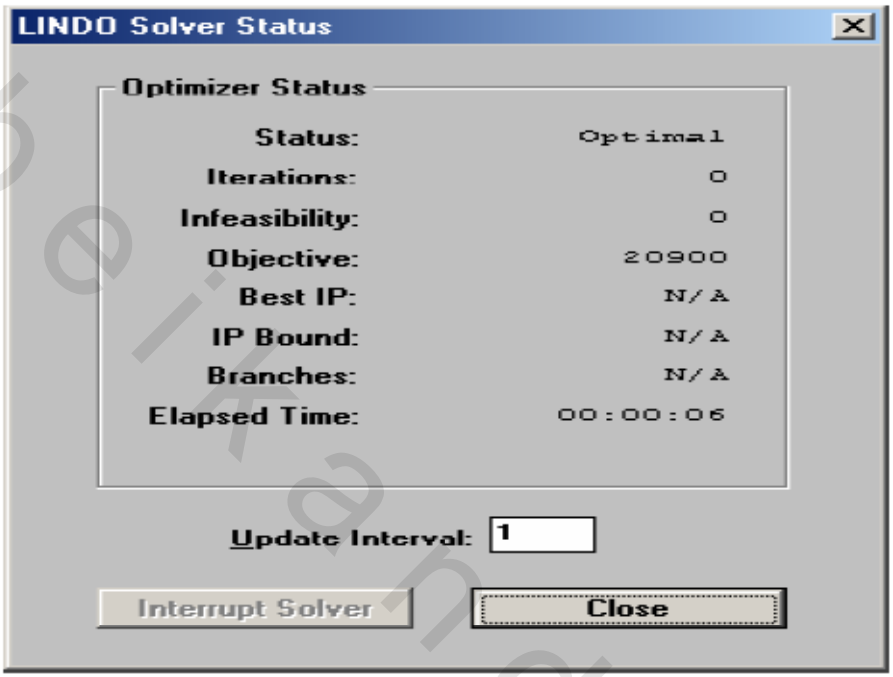
Xij >=0

رابعاً: نسخها ولصقها في برنامج ليندو (Lindo) :

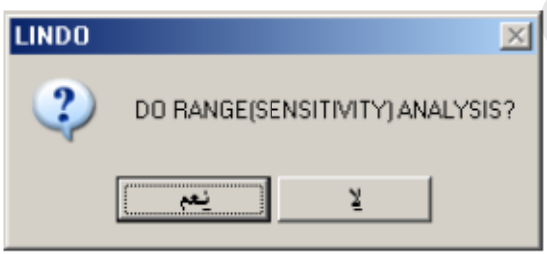
لاحظ أن أي أخطاء أو فراغات قد تسبب في خروج رسائل أخطاء وعند الانتهاء من نسخها ثم لصقها في برنامج ليندو (Lindo) فإنها تبدو مثل الشكل التالي:



وعند التأكد من كتابة الصياغة بشكل صحيح نأتي إلى حلها بالذهاب إلى قائمة حل (solve) ثم اختيار أمر حل (Solve). وعند حلها تخرج نافذة تؤكد وجود حل أمثل (Optimal) للمشكلة من أول تشغيل وبسرعة جدا وبجزء من الثانية (Elapsed time). ونجد أن الحل الأمثل مطابق لنفس الحل الذي سبق وأن قمنا به باستخدام جداول النقل وهو (20900) ريال هي أقل تكلفة ممكنة:

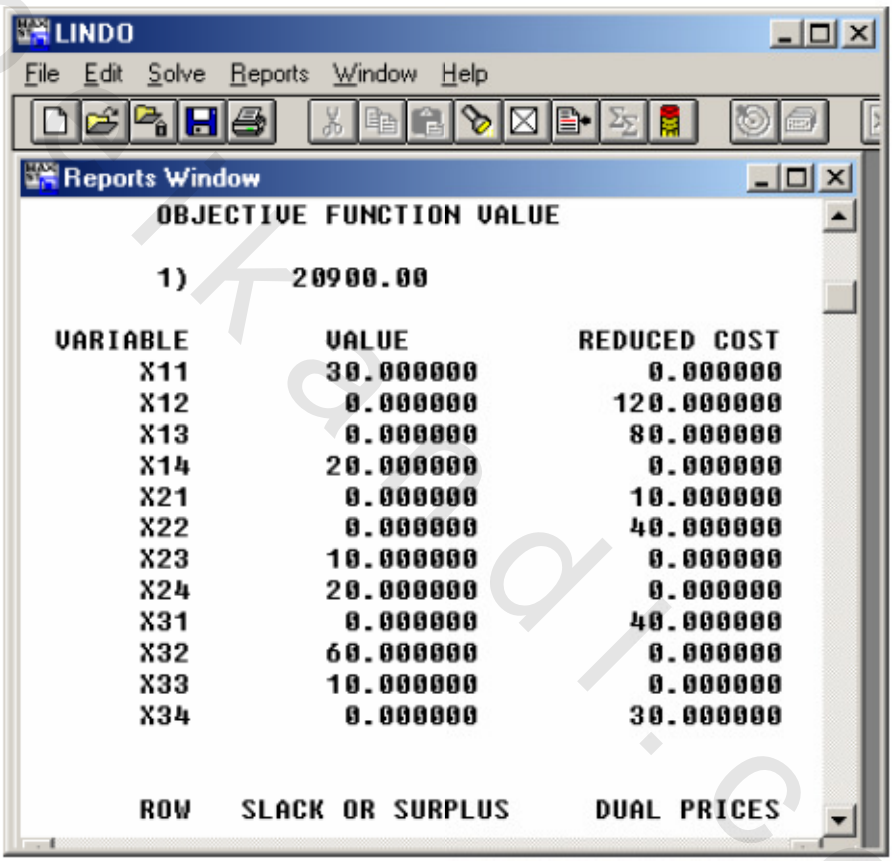


ويرافق نافذة وجود الحل السابقة نافذة أخرى من يرغب أن يعمل تحليل الحساسية لهذه المشكلة يمكن للمستخدم التأشير عليها بالإيجاب أو النفي حسب رغبة المستخدم كما في التالي:



obeikandl.com

خامساً: تفسير الحل وهو كما يظهر من نافذة تقارير الحل (Reports window) من قائمة إطار (windows)



سادساً: معرفة عدد الوحدات المنقولة من كل مركز إنتاج إلى كـل مركـز توزيـع ومن الشكل السابق نجد أن عدد الوحدات المنقولة هي كما يلي:

X11=30
X14=20
X23=10
X24=20
X32=60
X33=10

وبوضعها في الجدول الخاص بالنقل تكون كما يلي:

إلى To \ من From\	مكة	المدينة	جدة	الرياض	العرض Supplies
الدمام	150	180	190	130	
	30			20	50
الظهران	200	140	150	170	
			10	20	30
الجبيل	250	120	170	220	
		60	10		70
Demands الطلب	30	60	20	40	150

وهذا هو نفس الحل الذي تم التوصل إليه بطريقة جداول النقل.

obeikandl.com

حل مسائل النقل والتخصيص

1- الحل بالتفصيل:

أ) نبحث عن أقل التكاليف في كل صف

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف	
إبراهيم	4	11	0	26
عبد العزيز	13	16	0	24
محمد	6	12	0	27

ب) نبحث عن أقل التكاليف في كل عمود

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف	
إبراهيم	0	0	0	26
عبد العزيز	9	5	0	24
محمد	2	1	0	27
	4	11		92

ج) نقوم بتغطية جميع الأصفار بأقل الخطوط:

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف	
~~إبراهيم~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~26~~
عبد العزيز	9	5	0	24
محمد	2	1	0	27
	4	11		92

د): بما أن عدد الخطوط (2) أقل من عدد الوظائف (3) نقوم بالبحث عن أقل قيمة غير مغطاة بخط . نطرح هذه القيمة من جميع القيم غير المغطاة، ونضيفها إلى القيم التي غطيت بخطين، والقيم المغطاة بخط واحد فقط تظل على ما هي عليه:

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف	
إبراهيم	0	0	1	26
عبد العزيز	8	4	0	24
محمد	1	0	0	27
				93

هـ) بما أن عدد الخطوط = عدد الوظائف إذا وصلنا إلى الحل الأمثل وهو كما يلي:

الوظيفة\ الموظف	التوريد	تعبئة الطلبات	التغليف	
إبراهيم	X	0	1	
عبد العزيز	8	4	X	
محمد	1	X	0	
أقل تكلفة ممكنه، إبراهيم للتوريد، عبدالعزيز للتغليف، محمد لتعبئة الطلبات				93

2- الحل:

نرمز بالرمز xij لتخصيص العامل i على الماكينة j

min 20 x11 + 25 x12 + 22 x13 + 28 x14+ 15x21 + 18 x22 + 23 x23 + 17x24.....
subject to:
x11+ x12+ x13+x14 =1
x21+ x22+ x23+x24 =1
x31+ x32+ x33+x34 =1
x41+ x42+ x43+x44 =1
x11 + x21+ x31+x41=1
x12 + x22+ x32+x42=1
x13 + x23+ x33+x43=1
x14 + x24+ x34+x44=1
xij = (0, 1)

obeikandl.com

3- الحل:

	النسيم	العريجاء	السويدي	Dummy	
الملز	25 100	34 20	27 130	0 -8	250
العليا	30 +13	32 +6	28 +9	0 50	50
ام الحمام	33 +16	26 20	27 +8	0 120	140
السليمانية	27 +11	25 160	30 +6	0 +1	160
الطلب	100	200	130	170	

الحل غير أمثل لوجود قيم سالبة في الخلايا الفارغة.

الخلية الداخلة: هي الخلية الملز – dummy.

الخلية الخارجة : هي الملز – العريجا.

وللوصول إلى الحل الأمثل علينا الانتقال إلى جدول جديد ثم الاستمرار في تقييم الخلايا حتى تكون جميع نتائج التقييم موجبة.

4- الحل:

	النسيم		العريجاء		السويدي		Dummy		
		25		34		27		0	
الملز	80		+12		+4		170		250
		30		32		28	-5	0	
العليا	20		+5		30				50
		33		26		27		0	
أم الحمام	+3		40		100		-4		140
		27		25		30		0	
السليمانية	-1		160		+4		-3		160
الطلب	100		200		130		170		

5- الحل:

إلى \ من	العليا v1=7	الملز v2=6	العقيق v3=16	منفوحة v4=9	العرض
السويدي	17	16	16	9	
U1=0	+10	+10	10	40	50
أم الحمام	8	20	17	12	55
U2=1	20	+13	35	+2	
النسيم	15	10	20	25	45
U3=4	+4	35	10	+12	
الطلب	20	35	55	40	150

obeikandl.com