

الفصل الثاني

البيانات في علم الإحصاء

أولاً: مراجعة و تبويب البيانات الإحصائية

ثانياً: التوزيعات التكرارية

- ١- بعض التعريفات الأساسية في الإحصاء
- ٢- تبويب التوزيع التكراري البسيط
- ٣- تبويب التوزيع التكراري المزدوج
- ٤- التوزيع التكراري المنتظم و غير المنتظم
- ٥- التوزيع التكراري المفتوح و المغلق
- ٦- التوزيع التكراري المتجمع
- ٧- تمارينات محلولة حول الفصل الأول و الثاني.

أولاً: - مراجعة و تبويب البيانات الإحصائية.

بعد الانتهاء من عملية جمع البيانات من الميدان تأتي المرحلة الثانية من مراحل البحث الإحصائي، و هي عملية فرز و مراجعة و تدقيق الاستثمارات لتأكد من أن كل سؤال في الاستثمارة قد أجيب عليه. كذلك لفحص ما إذا كانت المعلومات التي أذلي بها المبحوث خاطئة أو ناقصة أو متناقضة، ثم يقوم الباحث بإرجاعها إلى الميدان لتصحيحها أو إلغائها إن تعذر له ذلك.

و بعد الانتهاء من هذه المرحلة تأتي المرحلة الثانية و هي مرحلة الترميز المسبق للاستثمارات. و فيها يقوم الباحث بوضع رموز عددية في الخانة المتروكة في هامش الاستثمارة، ذلك الترميز يمثل رقم احتمال الإجابة في السؤال و كمثال على ذلك ترميز السؤالين التاليين في الاستثمارة:

س ١- ما هو مستواك التعليمي؟

١- أُمِّي ☐ ٢- ابتدائي ☐ ٣- متوسط ☒ ٤- ثانوي ☐ ٥- جامعي ☐ ٣

س ٢- ما هي حالتك المدنية؟

١- متزوج ☐ ٢- أعزب ☒ ٣- أرمل ☐ ٤- مطلق ☐ ٢

و بعد الانتهاء من هذه العملية أي ترميز الأسئلة. سؤالاً بعد الآخر نقوم بإعطاء أرقاماً تسلسلية للاستثمارات.

فالباحث بعد أن يجمع بيانات موضوع دراسته يستحيل عليه أن يستوعب هذه البيانات على ما هي فيه دون أن يضعها في صورة مبسطة يسهل معها دراستها. فيقوم بترميز الأسئلة ثم يقوم بتفريغها في جدول التفريغ البياني. بحيث يقسم هذا الجدول إلى صفوف و أعمدة فيثبت على العمود الأول أرقام الاستثمارات أو المبحوثين و في الأعمدة المتبقية أرقام الأسئلة كما هو مبين في الجدول التالي:

س ن	س ٤	س ٣	س ٢	س ١	رقم السؤال رقم الاستمارة
					١
					٢
					٣
					ن

إذا كان حجم العينة صغيرا يتم تفرغها يدويا على الجدول السابق، أما إذا كان حجمها كبيرا فيمكن الاستعانة بالآلات التي تعتمد على نظام البطاقات المثقبة سابقا و الأقراص الممغنطة و الأشرطة حاليا، مثلا باستعمال حزمة البرامج الجاهزة أو ما يسمى بالحقبة الإحصائية للعلوم الاجتماعية SPSS و هذا طبعا بعد تنقيح و تصحيح و إعطاء نماذج الإجابات.

ثانيا: التوزيعات التكرارية.

التوزيع التكراري هو عبارة عن توزيع البيانات المأخوذة عن ظاهرة معينة على الفئات. بحيث تقع كل مفردة في فئة واحدة فقط تكون متجانسة فيما بينها. أي مع المفردات الأخرى في نفس الفئة. أما إذا كان عدد البيانات صغيرا فإنه يمكننا بناء جدول تكراري بترتيب البيانات إما تصاعديا أم تنازليا حتى نصل إلى أعلى قيمة للبيان.

ولوضع البيانات في جدول تكراري، نرسم جدولا ذو ثلاث أعمدة، يمثل العمود الأول المتغير المدروس، العمود الثاني لوضع جدولة البيانات و العمود الثالث لوضع التكرارات.

ثم نعود إلى البيانات الأصلية من جدول التفريغ البياني و نأخذها واحدة تلو الأخرى في ترتيب تصاعدي أم تنازلي في العمود الأول، و نضع علامة بالعمود الثاني في الجدول لكل مفردة أمام الفئة التي تنتمي إليها المفردة، و منعا لاختلاط العلامات ببعضها البعض، و تفاديا لصعوبة عدّها عند الانتهاء من وضعها يستحسن أن نضعها في شكل مجموعات. كل منها متكونة من خمسة علامات أربعة عمودية و الخامسة تقطع الأربعة جميعها، فتصبح العلامات على شكل حزم III أو على شكل مربع و الخامسة تقطع المربع في النصف كل



خط في المربع يدل على مفردة. و بهذا يسهل عد المجموعات في النهاية. و عند الانتهاء من عملية وضع العلامات / الجدولة يقوم الباحث بملا العمود الأخير بعدد العلامات الموجودة في كل فئة. و في الأخير نقوم بجمعها كلها لنحصل على المجموع العام و هو التكرار الكلي الذي يمثل مجموع العينة.

١- بعض التعريفات الأساسية في الإحصاء.

- المتغير: المتغير هو عبارة عن صفة أو ميزة بإمكانها أن تأخذ على الأقل قيمتين أي تتغير من حالة إلى أخرى، و المتغير عبارة عن رمز مثل السن، المستوى التعليمي... الخ. و الذي يمكن أن يأخذ عدة قيم و التي تسمى بمجال المتغير.

و المتغير نظريا يمكنه أن يكون كمي و يأخذ جميع القيم بين حدي مدى التغير و يسمى هذا النوع متغيرات كمية مستمرة أو متصلة variables continues. مثل متغير السن، الوزن، الطول... الخ. فسن المبحوث يمكن أن يكون ١٩ سنة ٨ أشهر و ٤ أيام و طوله متر و ٧٥ سنتم.

و على العكس من ذلك يوجد نوع آخر من المتغيرات الكمية لا يمكن بطبيعتها أن تأخذ جميع القيم التي تقع في حدود مدى التغير. كعدد الأطفال في الأسرة الذي يأخذ القيم التالية: طفل، طفلين، ثلاث أطفال... الخ. أو عدد الغرف في البيت التي تأخذ القيم التالية: غرفة، غرفتين، ثلاث غرف... الخ.

أي أنه لا يمكن أن نتحصل على طفل و ربع في الأسرة مثلا، أو طفلين و نصف... الخ وهذا النوع من المتغيرات يدعى بالمتغيرات الكمية المنفصلة. كما يوجد نوع آخر من المتغيرات غير قابلة للقياس أي لا تخضع للتكميم تسمى بالمتغيرات الكيفية variables qualitatives.

أما من ناحية علاقة المتغيرات ببعضها البعض فهي تنقسم عادة إلى متغيرات حرة / مستقلة و هي المسببة في وجود الظاهرة، و متغيرات تابعة و هي نتيجة المتغيرات المستقلة أو هي الظاهرة المدروسة نفسها، وقد يكون تأثير المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التابعة تأثيرا مباشرا أو تأثير بواسطة. و عليه فقد يكون لدينا متغيرات أخرى و هي عبارة عن متغيرات وسيطة حاملة لفعالية المتغيرات المستقلة نحو المتغيرات التابعة و تسمى بالمتغيرات الرائزة variables testes.

- التكرارات: يرمز لها برمز f_i أو f_i و هي عدد المرات التي ظهرت فيها المفردات المصنفة ضمن مجال فئة معينة.

- الفئة: هي مجموعة من قيم المفردات المصنفة و المحصورة بين الحدين أدنى و أعلى. يسمان بحدي الفئة. و حد الفئة يختلف عن حد مجال التوزيع التكراري إذ أن الحد الأدنى له هو الحد الأول للفئة الأولى و حده الأعلى هو آخر حد للفئة الأخيرة.

- مجال الفئة: هو الفرق بين أعلى و أدنى حد في الفئة.

- عدد الفئات: إذا كانت العينة أكثر من ١٠٠٠ وحدة إحصائية فنستخدم قاعدة سترجس sturges و هي:

$$\text{عدد الفئات} = 1 + 3,322 \lg N$$

حيث N هو عدد العينة / حجم العينة

و على الباحث بعد ذلك تحديد طول الفئات عن طريق المعادلة التالية:

الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في البيانات

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في البيانات}}{\text{عدد الفئات}}$$

عدد الفئات

و بذلك تكون الفئات متساوية الطول و إذا حدث و نتج عن المعادلة السابقة كسورا عشرية فيجب تقريبها إلى رقم صحيح. مثلا نحصل على طول فئة يساوي ٥,٧٣ فلا بد في هذه الحالة من تقريبها إلى طول فئة مقدارها ٦. أما إذا وجدناها تساوي مثلا ٥,٤٣ فنقربها الى رقم ٥.

هذا يعني أن عملية التقريب تعتمد على العدد الذي يأتي بعد الفاصلة، فإذا كان أكبر من ٥ نقرب الرقم إلى الرقم اللاحق له و إذا كان أقل من ٥ نحتفظ بالرقم الصحيح الذي هو قبل الفاصلة.

كما وضع ستر جس صيغة أخرى في مثل هذه الحالة و هي:

$$\text{عدد الفئات} = \frac{10 \times \text{الفرق بين أكبر و أصغر قيمة في البيانات}}{3} + 1$$

مثال: إذا كانت لدينا عينة تتألف من ٥٠ تكرار و أردنا تصنيفها بهذه الصيغة، نبحث أولا عن اللوغاريتم العشري للعدد ٥٠ الذي يساوي ١,٦٩٩ و باستبدال الرموز بقيمتها نجد:

$$\text{عدد الفئات} = \frac{10 \times \log 50}{3} + 1 = \frac{1.699 \times 10}{3} + 1 = 7 \text{ فئات}$$

أما إذا كان حجم العينة أقل من ١٠٠٠ وحدة فحينئذ على الباحث استعمال قاعد بول pule و صياغتها كالتالي:

$$\text{عدد الفئات} = 2,5 \sqrt{N}$$

حيث ن دائما تبقى تمثل حجم العينة.

ثم نقوم بالبحث عن طول الفئة كما في الطريقة السابقة.

و بما أن العدد الأمثل للفئات لا يرتبط فقط بحجم مفردات العينة فقط، بل كذلك بالمدى المطلق. و هو الفرق بين أعلى قيمة و أقلها في سلسلة البيانات الإحصائية. و الذي نختاره لهذه العينة، لهذا كلما كان صغيرا كلما زاد عدد الفئات و العكس صحيح.

فمثلا لدينا عينة متكون من ٣٠٠ وحدة إحصائية أصغر سن وجدناه عندها هو ٢٠ سنة و أكبر سن ٩٥ سنة.

فإن المدى المطلق لهذه للعينة هو $95 - 20 = 75$ سنة

فإذا أردنا أن نصنفها في ٨ فئات فإن مجال كل فئة سيكون مساويا إلى:

$$\frac{75}{8} = 9,37 \text{ سنة أي تقريبا } 9 \text{ سنة. و بضرب هذا العدد أي مجال الفئات في عددها}$$

$$8 \times 9 = 72 \text{ سنة}$$

و هذا الرقم المتحصل عليه لا يغطي المدى المطلق لكل الفئات الذي يساوي ٧٥ سنة لذلك نختار تصنيف آخر و ليكن مثلا عدد الفئات متكون من ٧.

$$\frac{75}{7} = 10,71 \approx 11 \text{ سنة و بضرب هذا العدد بعدد الفئات نجد:}$$

$$11 \times 7 = 77 \text{ سنة.}$$

أي أن ٧٧ سنة أكبر من ٧٥ سنة الذي يمثل المدى المطلق لذلك نأخذ هذا التصنيف. و بالتالي يكون تصنيف بيانات هذه العينة هو ٧ فئات ذات الطول مجال كل فئة ١١ سنة كالتالي ٢٠ - ٣٠، ٣١ - ٤١، ٤٢ - ٥٢،... الخ

و هنا يجب أن نفرق بين ما يعرف بالحدود الفعلية لكل فئة *limits réelles de chaque classe* و هي الأصغر قيمة نظرية و أكبرها لمتغيرات هذه الفئة بحيث تكون نهاية الفئة السابقة هي بداية الفئة التالية لها. فالحدود الفعلية لفئة ٢٠ - ٣٠ هي ١٩,٥ - ٢٩,٥ أي أن ١٩,٥ هو الحد الفعلي الأدنى للفئة و ٢٩,٥ هو الحد الفعلي الأعلى للفئة.

- مركز الفئة: مركز الفئة هو مجموع حدي كل فئة تقسيم اثنين

$$\text{كمثال } ٢٥ \text{ سنة} = \frac{30 + 20}{2}$$

$$\text{أما مركز الفئة الفعلي للفئة } ١٩,٥ - ٢٩,٥ \text{ فهو } ٢٤,٥ = \frac{29.5+19.5}{2}$$

٢- تبويب التوزيع التكراري البسيط.

المثال الأول: التوزيع التكراري في حالة البيانات الكيفية.

لدينا البيانات التالية التي تبين توزيع ٤٠ مبحث حسب مستواهم التعليمي المطلوب تلخيصها و تبويبها في جدول توزيع تكراري بسيط.

جامعي، ابتدائي، ابتدائي، أمي، ابتدائي، جامعي، ثانوي، ابتدائي، أمي، ثانوي، متوسط،
ابتدائي، متوسط، متوسط، جامعي، ابتدائي، أمي، متوسط، أمي، ثانوي، أمي، متوسط،
أمي، ابتدائي، ثانوي، أمي، ثانوي، ثانوي، أمي، ابتدائي، جامعين ابتدائي، جامعي،
ابتدائي، أمي، أمي، ابتدائي، ثانوي، أمي، ابتدائي.

التكرارات	الجدولة	المستوى التعليمي
١١	I IIII IIII	أمي
١٢	II IIII IIII	ابتدائي
٥	IIII	متوسط
٧	II IIII	ثانوي
٥	IIII	جامعي
٤٠		المجموع

المثال الثاني: التوزيع التكراري في حالة البيانات الكمية

البيانات التالية تبين سن ٨٠ مسن في دار العجزة و المطلوب تبويبها في جدول توزيع تكراري.

٩٣	٧٦	٨٨	٦٢	٩٠	٦٨	٨٢	٧٥	٨٤	٦٨
٧٥	٨٥	٥٩	٧١	٩٣	٦٠	٧٣	٨٨	٧٩	٧٣
٧٢	٦٣	٧٨	٩٥	٦٢	٧٤	٨٧	٧٥	٦٥	٦١
٦٠	٦٨	٧٤	٦٩	٧٧	٩٤	٧٥	٨٢	٧٨	٦٦
٧١	٨٣	٧٩	٦٠	٩٥	٧٥	٦١	٨٩	٧٨	٩٦
٧٥	٧١	٦٥	٧٦	٨٥	٧٨	٩٧	٦٧	٦٢	٧٩
٧٤	٥٣	٧٦	٦٢	٧٨	٨٨	٥٧	٧٣	٨٠	٦٥
٧٧	٨٥	٧٥	٧٦	٦٣	٧٢	٨١	٧٣	٦٧	٨٦

أول شيء نقوم به قبل التبويب هو ترتيب البيانات إما تصاعدياً إما تنازلياً، وليكن مثلاً تصاعدياً.

٦٢	٦٢	٦١	٦١	٦٠	٦٠	٦٠	٥٩	٥٧	٥٣
٦٧	٦٧	٦٦	٦٥	٦٥	٦٥	٦٣	٦٣	٦٢	٦٢
٧٣	٧٢	٧٢	٧١	٧١	٧١	٦٩	٦٨	٦٨	٦٨
٧٥	٧٥	٧٥	٧٥	٧٤	٧٤	٧٤	٧٣	٧٣	٧٣
٧٨	٧٧	٧٧	٧٦	٧٦	٧٦	٧٦	٧٥	٧٥	٧٥
٨٢	٨١	٨٠	٧٩	٧٩	٧٩	٧٨	٧٨	٧٨	٧٨
٨٨	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٥	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢
٩٧	٩٦	٩٥	٩٥	٩٤	٩٣	٩٣	٩٠	٨٩	٨٨

$$\text{المدى المطلق} = ٩٧ - ٥٣ = ٤٤$$

فإذا أردنا أن نصنفها إلى ٦ فئات مثلاً فإن مجال كل فئة سيكون

$$٧,٣٣ \approx ٧ \text{ و بضرب هذا العدد بعدد الفئات نجد } ٦ \times ٧ = ٤٢$$

فإن ٤٢ سنة لا تغطي المدى المطلق لكل الفئات الذي يساوي ٤٤، لهذا سوف نختار عدد فئات متكون من ٧ لأن $7 \times 7 = 49$ و هو أكبر من المدى المطلق لكل الفئات.

فئات السن	الجدولة	التكرارات
٥٠ - ٥٦	I	١
٥٧ - ٦٣	III IIII IIII	١٣
٦٤ - ٧٠	IIII IIII	١٠
٧١ - ٧٧	IIII IIII IIII IIII	٢٥
٧٨ - ٨٤	IIII IIII IIII	١٤
٨٥ - ٩١	IIII IIII	١٠
٩٢ - ٩٨	IIII IIII	٧
المجموع	II IIII	٨٠

ملاحظة: هناك بعض المتغيرات أين عدد فئاتها و أطوالها متفق عليه عالميا كسن خصوبة المرأة الذي يتراوح ما بين ١٩ - ٤٩ سنة. و الذي يكون مقسما في فئات خماسية عددها ٧. وكذا تقسم وفيات الأطفال الرضع أين الفئة الأولى مداها ما بين ٠ - ٧ أيام، الفئة الثانية ٨ - 27 يوما، و الفئة الثالثة ٢٨ - ٣٦٥ يوما.

٣- تبويب التوزيع التكراري المزدوج.

إلى جانب عملية تفريغ البيانات السابق الإشارة إليها أي ذات متغير واحد فإنه يمكن تفريغ البيانات في جداول مزدوجة حيث تؤدي العملية السابقة إلى جدول بسيط ذو متغير واحد فقط.

و لإجراء عملية تفريغ البيانات في جدول مزدوج أي يربط بين متغيرين اثنين نقوم برسم جدول ذي أعمدة و صفوف، يوضع على العمود الأول صفات المتغير الأول بينما يختص العمود الأفقي بوضع قيم المتغير الثاني، ثم نقوم بعملية تفريغ البيانات بطريقة الحزم التي أشرنا إليها سابقا.

في مثل هذه الحالة لا يمكن اختصار البيانات بواسطة التوزيع التكراري العادي، حيث يكون لدينا نوعان من البيانات، فإذا حاولنا اختصار كل منها في توزيع خاص بها فسوف يكون لدينا توزيعان مختلفان منفصلان عن بعضهما. الأمر الذي لا ساعدنا في دراسة العلاقة بين المتغيرين، لهذا نحاول تبويبها في جدول واحد هو جدول توزيع تكراري مزدوج.

فمثلا لدينا البيانات التالية حول سن المرأة المنجبة و مستواها التعليمي و نريد ربط العلاقة بينهما.

السن	المستوى التعليمي	السن	المستوى التعليمي	السن	المستوى التعليمي	السن	المستوى التعليمي	السن	المستوى التعليمي
١٩	ثانوي	٢٥	أمي	٣٠	ابتدائي	٢٨	أمي	٣٦	جامعي
٢٠	متوسط	٣٠	ابتدائي	٢٧	ثانوي	١٦	أمي	٢٧	ثانوي
١٦	ابتدائي	٣٢	متوسط	٣٠	أمي	٢٣	متوسط	١٨	ثانوي
٢٠	متوسط	٣٥	متوسط	٣٣	جامعي	٢٨	متوسط	١٥	ابتدائي
٢٧	جامعي	٢٠	متوسط	٣٥	أمي	١٩	ثانوي	٢٨	جامعي
٢٥	ثانوي	٢٦	متوسط	٢٢	ثانوي	٣٠	جامعي	٤٠	متوسط
		٣٥	جامعي	٤٥	أمي	٤٩	أمي		

عملية تفريغ البيانات في هذا الجدول المزدوج تكون على الشكل التالي:

المجموع	جامعي	ثانوي	متوسط	ابتدائي	أمي	المستوى السن
٦		III		II	I	١٩ - ١٥
٤		I	III			٢٤ - ٢٠
١٠	II	III	III		II	٢٩ - ٢٥
٦	II		I	II	I	٣٤ - ٣٠

٤	II		I		I	٣٩ - ٣٥
١			I			٤٤ - ٤٠
٢					II	٤٩ - ٤٥
٣٣	٦	٧	٩	٤	٧	المجموع

٣- التوزيع التكراري المنتظم والغير المنتظم.

في بعض الأحيان تكون البيانات منفصلة في جزء و مجملة في جزء آخر من المجموعة. و في مثل هذه الحالة لا يمكن عمل فئات متساوي، لأن بعض الظواهر يصبح معها استخدام الفئات غير المنتظمة أكثر ملاءمة لعرض الظاهرة، مثل ذلك دراسة ظاهرة وفيات الأطفال الرضع.

و بعبارة أخرى إذا كان مدى الفئات في التوزيع التكراري متساويا في جميع الفئات فإن التوزيع يكون منتظما والعكس صحيح، أي عندما لا تكون أطوال الفئات متساوية في جميع الفئات فنقول أنه توزيع غير منتظم.

مثال عن التوزيع التكراري المنتظم.

الجدول التالي يبين توزيع سن مجموعة من النساء المستعملات لوسائل منع الحمل.

السن	التكرارات
١٥ - ١٩	١٠
٢٠ - ٢٤	١٦
٢٥ - ٢٩	١٥
٣٠ - ٣٤	٣٠
٣٥ - ٣٩	١٨
٤٠ - ٤٤	١٥
٤٥ - ٤٩	١٠
المجموع	١١٤

فطول الفئة في هذا الجدول هي ٥ في جميع الفئات و بالتالي فالجدول التكراري منتظم.

مثال عن التوزيع التكراري الغير منتظم.

الجدول التالي يبين توزيع وفيات الأطفال الرضع

فئات السن	التكرارات
٠ - ٧ أيام	١٨
٨ - ٢٧ يوما	١٩
٢٨ - ٣٦٥ يوما	٣٣
المجموع	٧٠

في هذا الجدول نلاحظ أن فئاته غير متساوية الطول. فالفئة الأول طولها ٧ أيام والفئة الثانية طولها ٢٠ يوما و الأخيرة طولها ٣٣٨ يوما.
و في هذه الحالة أي حالة التوزيعات التكرارية الغير متساوية نحتاج إلى تعديل التكرارات أي نقوم بحساب التكرار المعدل وفق العلاقة التالية:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة الأصلية}}{\text{طول الفئة}}$$

طول الفئة

و لتوضيح هذا نقوم بتعديل تكرارات الفئات السابقة في الجدول التالي.

فئات السن	التكرار الأصلي	طول الفئة	التكرار المعدل
٠ - ٧ أيام	١٨	٧	٢,٥٧
٨ - ٢٧ يوما	١٩	٢٠	٠,٩٥
٢٨ - ٣٦٥ يوما	٣٣	٣٣٨	٠,٠٩
المجموع	٧٠		

ملاحظة: في حالة الجداول الغير منتظمة نقوم إذا بتعديل التكرارات ثم نعمل بها في جميع المقاييس الإحصائية، ماعدا في حالة المتوسط الحسابي لأنه ما يهمننا فيه هو مركز الفئة وليس طولها.

٥ - التوزيع التكراري المفتوح و المغلق.

التوزيع التكراري نوعان:

الأول: مغلق و هو ما عرف و حدد حدا فئتيه العليا و السفلى معا. و في هذا النوع من الجداول تكون العمليات الحسابية أسهل، لأننا نحتاج في الغالب إلى مراكز الفئات و يمكن حسابها منه، و مثل ذلك الجدولين السابقين.

ففي الجدول الذي يبين توزيع سن النساء المستعملات لوسائل الحمل منع الحمل، نجد أن الحد الأدنى للفئة الأولى في الجدول معين و معلوم و قدر بـ ١٥ سنة، كذلك الحد الأعلى في الفئة الأخيرة للجدول محدد و قدر بـ ٤٩ سنة.

الثاني: مفتوح و هو ما لم يتعين و يحدد حده الأعلى أو الأدنى أو كلاهما معا.

المثال الأول: جدول مفتوح من طرفه الأدنى.

الجدول التالي يبين مدة إقامة ٧٠ مريض بالمستشفى.

المدة	التكرارات
أقل من ٥ أيام	٣
٦ - ١٠	٧
١١ - ١٥	١٨
١٦ - ٢٠	١٥
٢١ - ٢٥	١٢
٢٦ - ٣٠	١٥
المجموع	٧٠

المثال الثاني: جدول مفتوح من طرفه الأعلى أين تكون نهاية الفئة الأخيرة للجدول غير محددة كمايلي:

المدة	التكرارات
١ - ٥	٣
٦ - ١٠	٧
١١ - ١٥	١٨
١٦ - ٢٠	١٥
٢١ - ٢٥	١٢
٢٦ يوما فأكثر	١٥
المجموع	٧٠

المثال الثالث: جدول مفتوح من كلا طرفيه أي أن الفئة الأولى غير محددة و نهاية الفئة الأخيرة غير محددة هي الأخرى كما هو موضح فيما يلي:

المدة	التكرارات
أقل من ٥ أيام	٣
٦ - ١٠	٧
١١ - ١٥	١٨
١٦ - ٢٠	١٥
٢١ - ٢٥	١٢
أكثر من ٢٦ يوما	١٥
المجموع	٧٠

٦ - التوزيع التكراري المتجمع.

في بعض الأحيان نحتاج إلى معرفة عدد المفردات التي تساوي أو تزيد عن قيمة معينة. لهذا فالتوزيع التكراري البسيط لا يمكنه أن يجيبنا بسهولة و بشكل مباشر، و لكي نتمكن من الإجابة على تلك الأسئلة، لا بد من وضع التوزيع التكراري في شكل جديد سنطلق عليه التوزيع التكراري المتجمع.

و الفكرة الأساسية في التوزيع التكراري المتجمع هي تجميع التكرارات أمام الحد الأعلى لكل فئة. و في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري متجمعا صاعدا حيث أن التكرارات في صعود مستمر. أو تجميع التكرارات أمام الحد الأدنى لكل فئة ابتداء من أسفل التوزيع و في هذه الحالة يكون التوزيع هابط/نازل حيث أن التكرارات في نزول مستمر.

مثال: الجدول التالي يوضح توزيع ١٢٠ مدخن حسب فئات السن ؟

- ما هو عدد المدخنين الأقل من ٧٩ سنة ؟
- ما هو السن الذي يقل عنه ربع $\frac{1}{4}$ أفراد العينة ؟
- ما هو عدد المدخنين الذين يتراوح سنهم ما بين ٨٠ - ٩١ سنة ؟
- ما نوع هذا التوزيع ؟

التوزيع التكراري البسيط				التوزيع التكراري المتجمع	
فئات السن	التكرارات	التوزيع التكراري المتجمع الصاعد		التوزيع التكراري المتجمع النازل	
		الحدود العليا للفئات	التكرار الصاعد	الحدود الدنيا للفئات	التكرار النازل
٤٤ - ٤٩	٢	أقل من ٥٠ سنة	٢	أكثر من ٤٤ سنة	١٢٠
٥٠ - ٥٥	٥	أقل من ٥٦ سنة	٧	أكثر من ٥٠ سنة	١١٨
٥٦ - ٦١	١٢	أقل من ٦٢ سنة	١٩	أكثر من ٥٦ سنة	١١٣
٦٢ - ٦٧	١٠	أقل من ٦٨ سنة	٢٩	أكثر من ٦٢ سنة	١٠١
٦٨ - ٧٣	١٣	أقل من ٧٤ سنة	٤٢	أكثر من ٦٨ سنة	٩١
٧٤ - ٧٩	٥٩	أقل من ٨٠ سنة	١٠١	أكثر من ٧٤ سنة	٧٨
٨٠ - ٨٥	٧	أقل من ٨٦ سنة	١٠٨	أكثر من ٨٠ سنة	١٩
٨٦ - ٩١	٥	أقل من ٩٢ سنة	١١٣	أكثر من ٨٦ سنة	١٢
٩٢ - ٩٧	٢	أقل من ٩٨ سنة	١١٥	أكثر من ٩٢ سنة	٧
٩٨ - ١٠٣	٥	أقل من ١٠٤ سنة	١٢٠	أكثر من ٩٨ سنة	٥
المجموع	١٢٠				

الإجابة:

- عدد المدخنين الأقل من ٧٩ سنة هو ١٠١ مدخن.
- السن الذي يقل عنه $\frac{1}{4}$ أفراد العينة هو ٦٧ سنة.
- عدد المدخنين الذين يتراوح عمرهم ما بين ٨٠ - ٩١ سنة هو ١٢ مدخناً.
- هذا التوزيع هو توزيع تكراري منتظم مغلق و مبوب.
- ٧ - تمرينات محلولة حول الفصل الأول و الثاني.

التمرين الأول:

يبين الجدول التالي توزيع ١٥٧ امرأة حسب الوسيلة التي تستعملها لتنظيم نسلها.

الوسيلة المستعملة	ك
الوسائل الكيميائية	٩
الوسائل الهرمونية	٧٩
الوسائل الميكانيكية	٤١
الوسائل الطبيعية	٢٨
المجموع	١٥٧

السؤال: ما نوع التوزيع و المتغير؟

الجواب: هذا التوزيع توزيع تكراري بسيط ذو متغير واحد فقط. و هو الوسيلة المستعملة لتنظيم النسل و هو متغير كيفي.

التمرين الثاني:

فيما يلي بيانات حول عدد الأطفال الأحياء و سن ٣٠ امرأة متزوجة في سن الإنجاب ١٩ - ٤٩ سنة.

المطلوب:

١- عرض هذه البيانات؟

٢- ما هو نوع الجدول و المتغير؟

السن	عدد الأطفال	السن	عدد الأطفال	السن	عدد الأطفال	السن	عدد الأطفال
١٩	-	٢٦	٢	٢٧	٢	٣٣	٤
١٨	١	١٥	-	٢٣	١	٣٧	٥
٢٥	١	١٦	-	٢٥	١	٤٠	٦
٤٠	٦	٢٠	١	٢٨	٢	٢٥	١
٤٩	٧	١٩	١	٢٩	٣	٢٨	٢
٤٥	٦	٢٠	١	١٥	-	٣٠	٢
٤٠	٣	٢١	٢	١٦	-		
٢٠	١	١٩	١	٢٨	١		

الحل:

السن	عدد الأطفال	٠ - ٢	٣ - ٥	٦ - ٨	المجموع
١٥ - ١٩	III IIII				٨
٢٠ - ٢٤	III				٥
٢٥ - ٢٩	III IIII	I			٩
٣٠ - ٣٤	I	I			٢
٣٥ - ٣٩		I			١

٣	II	I		٤٤ - ٤٠
٢	II			٤٩ - ٤٥
٣٠	٤	٤	٢٢	المجموع

٣

الجدول هو جدول تكراري مزدوج ذو متغيرين الأول مستقل و المتمثل في سن المرأة، و هو متغير كمي متصل، و الثاني متغير تابع متمثل في عدد الأطفال الأحياء، و هو متغير كمي منفصل.

التمرين الثالث:

الجدول التالي يبين توزيع وفيات الأطفال الرضع في مستشفى ما؟

ك	السن
٢	٠ - ٧ أيام
٥	٨ - ٢٨ يوم
١٢	٢٨ - ٣٦٥ يوم
٧٠	المجموع

السؤال: ما نوع الجدول و المتغير؟

الحل: الجدول بسيط ذو متغير واحد مبوب و مغلق و غير منتظم إذ أن الفئة الأولى طولها ٧ أيام. الفئة الثانية ٢٠ يوما. الفئة الثالثة ٣٣٧ يوما.