

الفصل الخامس

مقاييس التشتت و التبعثر

أولاً: المدى

ثانياً: الانحراف المتوسط

ثالثاً: التباين والانحراف المعياري

رابعاً: معامل الاختلاف

خامساً: مقياس الالتواء والتفرطح

سادساً: العلاقة بين المتوسطات الإحصائية ومقاييس التشتت

مقاييس التشتت:

تبين لنا مقاييس النزعة المركزية كما لاحظنا القيمة المركزية للتوزيع التكراري دون أن تظهر لنا كيف تتوزع وتنتشر قيم المتغير على هذه الكمية المركزية. فهي تلخص وتوصف مجموعة/ عينة بقيمة واحدة ولذلك فمعرفة توزيعها واجبة عند القيام بمقارنات بين قيم مجموعات مختلفة مثلا متوسط النساء المستعملات لوسائل منع الحمل مع متوسط النساء اللواتي لا تستعملن وسائل منع الحمل.

كذلك متوسط بين وفاة الذكور بسبب ما مقارنة بمتوسط سن وفيات الإناث بنفس السبب ... إلخ، لكن هل يكفي أن نأخذ هذه المقاييس لوصف قيم المجموعة وصفا كاملا. طبعا لا، لأننا نحتاج إلى معرفة تباعد القيم عن بعضها البعض أي وصف درجة اختلاف مفردات/قيم كل من المجموعتين عن بعضها البعض أو بعبارة أخرى نصف درجة تشتتها.

فمثلا لدينا مجموعتان واحدة تنظم النسل والأخرى لا تنظم النسل حسب الطبقة الاجتماعية التي تنتمي إليها.

الطبقة	تنظم	لا تنظم
طبقة فقيرة	-	٢٤
طبقة متوسطة	٢٥	٢٥
طبقة مرتفعة	٢٥	٦٠

نلاحظ أن المتوسط الحسابي لكل من المجموعتين = ٢٥ فهل يمكننا أن نقول أن المجموعتين متجانستين حسب المستوى المعيشي أو الطبقي.

إن مجرد النظر لهذه البيانات ندرك أن قيم المجموعة الأولى وهي النساء اللواتي تنظم نسلهن مبعثرة وغير متجانسة فيما بينها بينما المجموعة الثانية متقاربة جدا أي اللواتي لا تنظم نسلهن لهذا في هذه الحالة لا بد من توضيح كيف تتوزع هذه القيم حول أوساطها، فهل هذه القيم تكون قريبة من حول المراكز أو بعيدة عنه ومعرفة درجة التباعد هذا سيكشف لنا جهة أخرى مهمة من خواص التوزيع، وهو ما يعبر عنه

بالتشتت. فمقياس التشتت يعطي فكرة سليمة عن صلاحية الوسط لتمثيل البيانات فالباحث يحتاج عادة إلى استخدام قيمة تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث.

ويقصد بالتشتت هو تباعد القيم عن بعضها لكن هذا بدوره يحمل بطياته عدة تساؤلات لعدم تجانس البيانات في بعض أوقاته لذا اتفق على نقطة ثابتة لقياس التباعد أو التقارب عن هذه النقطة وهو المتوسط الحسابي خير ممثل لهذه النقطة حيث أن غالبية النقاط تكون قريبة نحو هذه النقطة وقد يكون هذا البعد كبيرا أي أن البيانات مبعثرة والتفاوت كبيرا بينها. البعد قليلا أي أن البيانات/القيم غير مبعثرة والتفاوت قليلا بينها، أو قد يكون هذا البعد متساوي أي لا يوجد تشتت أي تجانس الوحدات ومن أهم مقاييس التشتت تقوم بقياس مدى تجانس التوزيعات الإحصائية أو عدم تجانسها.

١- المدى:

أ/المدى في حالة البيانات الغير مبوبة

وفيه نقوم بترتيب البيانات تصاعديا أم تنازليا ثم نقوم نقوم بحسابه وفق الصيغة التالية:

$$\text{المدى} = \text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}$$

مثال: لدينا عائلتين موزعتين حسب سن أفرادها

- العائلة الأولى: ١٠، ٨، ١٥، ٣٥، ٣٧

- العائلة الثانية: ٢، ٨، ٤٣، ٤٠، ٥

- المدى عند العائلة الأولى هو: ٨، ١٠، ١٥، ٣٥، ٣٧ $37 - 8 = 29$

- المدى عند العائلة الثانية هو: ٢، ٥، ٨، ٤٣، ٤٠ $43 - 2 = 41$

وعلى ضوء هذه القيم المتحصل عليها نلاحظ أن العائلة الثانية أكثر تشتتاً من العائلة الأولى، هذا يعني أن مفردات الثانية أكثر تبعثراً من مفردات العائلة الأولى من ناحية سنهم.

وقد نحصل على بيانات تكون فيها بعض القيم متطرفة قيمة كبيرة جدا أو صغيرة جدا، لذا فإن قيمة المدى تتأثر بها ويكون البعد كبيرا لذا ينصح بحرف هذه القيم المتطرفة عن طريقة استخدام إحدى الصبغ التالية:

$$\text{المدى المئين} = \text{المئين الأعلى} - \text{المئين الأدنى} = \text{المئين ٩٩} - \text{المئين الأول} = ٩٩م - ١م$$

$$\text{نصف المدى المئيني} = \frac{\text{المدى المئين}}{2} = \frac{٩٩م - ١م}{2}$$

$$\text{المدى العشيري} = \text{العشير التاسع} - \text{العشير الأول}، ٩ع - ١ع$$

$$\text{نصف المدى العشيري} = \frac{٩ع - ١ع}{2}$$

$$\text{المدى الربيعي} = \text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى} ٢٥ر - ٧٥ر$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2} = \frac{٢٥ر - ٧٥ر}{2}$$

مثال: لدينا البيانات التالية التي بين علامات ٨ طلبة في مادة علم الاجتماع العام والمطلوب حساب، المدى المطلق ونصف المدى الربيعي، ١٥، ١٣، ١٠، ٨، ٦، ١٦، ١١، ١٢

الحل:

أولا الترتيب التصاعدي للعلامات ٦، ٨، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٥، ١٦

$$\text{المدى المطلق} = \text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة} = ١٦ - ٦ = ١٠$$

إيجاد نصف المدى الربيعي:

$$\begin{aligned} - \text{رتبة الربيع الأدنى } R_0 &= \frac{25}{100} = 0.25 \\ - \text{رتبة الربيع الأعلى } R_1 &= \frac{75}{100} = 0.75 \end{aligned}$$

القيم المناظرة للربيع الأدنى R_0 هي الربيع الثاني والثالث من ٨، ١٠

$$\text{قيمة الربيع الأدنى} = \frac{10 + 8}{2} = 9$$

القيم المناظرة للربيع الأعلى R_1 هي الربيع السادس والسابع ١٣، ١٥

$$\text{قيمة الربيع الأعلى} = \frac{13 + 15}{2} = 14$$

وعليه فإن المدى الربيعي = $14 - 9 = 5$ أما نصف المدى الربيعي —

$$= 2.5$$

ب/- المدى في حالة البيانات المبوبة:

أ/- نصف المدى الربيعي/ الإحراف الربيعي:

ويحسب وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\frac{R_1 - R_0}{2} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$$

مثال:

أوجد نصف المدى الربيعي للجدول التالي الذي يبين توزيع مجموعة من الأشخاص حسب مدة ترسيمهم في العمل.

الفئات	ك	س	ك الصاعد
٥ - ٠	٣	٢,٥	٣
١٠ - ٥	٨	٧,٥	١١
١٥ - ١٠	٢٠	١٢,٥	٣١
٢٠ - ١٥	١٣	١٧,٥	٤٤
٢٥ - ٢٠	٦	٢٢,٥	٥٠
٣٠ - ٢٥	١٠	٢٧,٥	٦٠
المجموع	٦٠		

_ المدى المطلق = الحد الأعلى للفئة العليا - الحد الأدنى للفئة الدنيا

$$٣٠ = ٠ - ٣٠ =$$

_ المدى الفعلي المطلق = $(٠,٥ -) - ٣٠,٥ = ٣١$

_ إيجاد نصف المدى الربيعي.

أولا لابد من إيجاد الربع الأعلى ٧٥

رتبة الربع الأعلى = $\frac{٧٥}{١٠٠} \times (٦٠) = ٤٥$ إذن فموقعه في الفئة ٢٥ - ٢٠

$$\text{إذن: } ٧٥ = ٢٠ + \frac{٤٤ - ٤٥}{٤٤ - ٦٠} \times ١٠ = ٢٠,٣١$$

ثانيا إيجاد الربع الأدنى ٢٥:

$$١ - \text{رتبة الربع الأدنى} = \frac{٢٥}{١٠٠} = (٦٠) = ١٥ \text{ إذن فموقعه في الفئة } ١٥ - ١٠$$

$$\text{إذن: } ٢٥ = ١٠ + \frac{٤}{٣٣} \times ٥ = ١٠,٦١$$

$$\frac{20,31 - 10,61}{2} = \text{بتطبيق النتائج على القانون السابق ذكره نجد أن نصف المدى الربيعي} = 4,85 =$$

2 - الانحراف المتوسط:

الانحراف المتوسط هو مقياس من مقاييس التشتت يقيس درجة الانحراف عن المتوسط الحسابي.

أ_ في حالة البيانات غير المبوبة:

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

مثال: أوجد الانحراف المتوسط للقيم التالية التي تبين مدة استعمال وسائل منع الحمل لخمسة نساء في سن الإنجاب ٥، ١٠، ٦، ٣، ١٥

$$\text{الحل: حساب } \bar{x} = \frac{15 + 3 + 6 + 10 + 5}{5} = 7,8 \text{ سنة}$$

$$1 \text{ ح} = |x_1 - \bar{x}| = 7,8 - 5 = 2,8$$

$$2 \text{ ح} = |x_2 - \bar{x}| = 10 - 7,8 = 2,2$$

$$3 \text{ ح} = |x_3 - \bar{x}| = 7,8 - 6 = 1,8$$

$$4 \text{ ح} = |x_4 - \bar{x}| = 7,8 - 3 = 4,8$$

$$5 \text{ ح} = |x_5 - \bar{x}| = 15 - 7,8 = 7,2$$

$$\sum |x - \bar{x}| = 18,8$$

$$\sum |x - \bar{x}|$$

$$\text{الانحراف المتوسط هنا أم} = \frac{18,8}{5} = 3,76$$

ب) - في حالة البيانات المبوبة:

لإيجاد الانحراف المتوسط في حالة البيانات المبوبة نتبع القانون التالي:

$$\frac{\sum |x| \times K}{\sum K} = \text{الانحراف المتوسط. أ. م}$$

مثال: أوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

الفئات	ك	س	ك. س	ا ح	ا ح ك
٥ - ٠	٣	٢,٥	٧,٥	١٣,٤٢	٤٠,٢٦
١٠ - ٥	٨	٧,٥	٦٠	٨,٤٢	٦٧,٣٧
١٥ - ١٠	٢٠	١٢,٥	٢٥٠	٣,٤٢	٦٨,٤
٢٠ - ١٥	١٣	١٧,٥	٢٢٧,٥	١,٥٨	٢٠,٥٤
٢٥ - ٢٠	٦	٢٢,٥	١٣٥	٦,٥٨	٣٩,٤٨
٣٠ - ٢٥	١٠	٢٧,٥	٢٧٥	١١,٥٨	١١٥,٥
المجموع	٦٠		٩٥٥		٣٥١,٨٤

$$\bar{س} = \frac{\sum ك س}{\sum ك} = \frac{٩٥٥}{٦٠} = ١٥,٩٢$$

$$\bar{أ. م} = \frac{٣٥١,٨٤}{٦٠} = ٥,٨٦$$

٣/ - التباين والانحراف المعياري:

التباين هو مجموع مربعات الانحرافات عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة وإنما الانحراف المعياري فهو الجذر التربيعي للتباين.

أ) - في حالة البيانات غير المبوبة:

$$\frac{\sum x^2}{n} = \text{التباين : ع}^2 \quad \text{أما الانحراف المعياري : ع} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

مثال: أوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيعين التاليين الذان يبين تنظيم نسل مجموعة من النساء حسب الطبقة الاجتماعية.

الطبقة	تنظيم النسل	لا تنظيم
فقيرة	٠	٢٤
متوسطة	٢٥	٢٤
غنية/ مرتفعة	٥٠	٢٦
المجموع	٧٥	٧٥

أولا حساب التباين والانحراف المعياري للنساء المنظمات للنسل حسب الطبقة التي تنتمين إليها.

الطبقة	ك	ح	ح ^٢
طبقة فقيرة	٠	- ٢٥	٦٢٥
طبقة متوسطة	٢٥	٠	٠
طبقة غنية/ مرتفعة	٥٠	+ ٢٥	٦٢٥
المجموع	٧٥	٠	١٢٥٠

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٧٥}{٣} = ٢٥$$

$$\text{حساب التباين ع}^٢ = \frac{\sum ح^٢}{ن} - \frac{(\sum ح)^٢}{ن} = \frac{١٢٥٠}{٣} - \frac{٤١٦,٦٧}{٣} = ٤١٦,٦٧$$

$$\text{حساب الانحراف المعياري ع} = \sqrt{\frac{\sum ح^٢}{ن} - \left(\frac{\sum ح}{ن}\right)^٢} = \sqrt{\frac{١٢٥٠}{٣} - \left(\frac{٤١٦,٦٧}{٣}\right)^٢} = ٢٠,٤١$$

ثانيا: حساب التباين والانحراف المعياري للنساء الغير منظمات للنسل حسب الطبقة الاجتماعية المنتميات إليها.

الطبقة	ك	ح	ح ^٢
طبقة فقيرة	٢٤	- ١	١
طبقة متوسطة	٢٥	٠	٠
طبقة غنية/ مرتفعة	٢٦	+ ١	١
المجموع	٧٥		٢

$$س = \frac{٧٥}{٣} = ٢٥$$

$$حساب التباين: ع = \frac{\sum x^2}{n} = \frac{٢}{٣} = ٠,٦٧$$

$$حساب الانحراف المعياري ع = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{٠,٦٧ - ٠,٨٢} = ٠,٨٢$$

ومن هنا نلاحظ أن المجموعة الثانية وهي النساء غير المنظمات للنسل أكثر انسجاماً من المجموعة الأولى ومن النساء المنظمات للنسل وذلك لأن انحرافها كبير جداً عن الوسط وتقدر بـ ٢٠,٤١ أما المجموعة الثانية فتقريباً انحرافها عن الوسط منعدماً إذ قدرت بـ ٠,٨٢

(ب) - في حالة البيانات المبوبة:

$$\frac{\sum x^2 \times ك}{\sum ك} = \text{التباين ع}$$

$$\sqrt{\frac{\sum x^2 \times ك}{\sum ك}} = \text{أما الانحراف المعياري ع}$$

مثال: أوجد الانحراف المعياري والتباين للجدول التالي:

الفئات	ك
١٥ - ٢٥	٣٤٣
٢٥ - ٣٥	٣٨٠
٣٥ - ٤٥	٥٣٠
٤٥ - ٥٥	٥٤٧
٥٥ - ٦٥	٤٦٤
٦٥ - ٧٥	٢٧١
٧٥ - ٨٥	١١٤
المجموع	٢٦٤٩

الحل:

لفئات	ك	س	ك. س	ح	ح ^٢	ح × ك
١٥ - ٢٥	٣٤٣	٢٠	٦٨٦٠	- ٢٦,٣	٦٩١,٦٩	٢٣٧٢٤٩,٦٧
٢٥ - ٣٥	٣٨٠	٣٠	١١٤٠٠	- ١٦,٣	٢٦٥,٦٩	١٠٠٩٦٢,٢
٣٥ - ٤٥	٥٣٠	٤٠	٢١٢٠٠	- ٦,٣	٣٩,٦٩	٢١٠٣٥,٧
٤٥ - ٥٥	٥٤٧	٥٠	٢٧٣٥٠	٣,٧	١٩,٦٩	٧٤٨٨,٤٣
٥٥ - ٦٥	٤٦٤	٦٠	٢٧٨٤٠	١٣,٧	١٨٧,٦٩	٨٧٠٨٨,١٦
٦٥ - ٧٥	٢٧١	٧٠	١٨٩٧٠	٢٣,٧	٥٦١,٦٩	١٥٢٢١٧,٩٩
٧٥ - ٨٥	١١٤	٨٠	٩١٢٠	٣٣,٧	١١٣٥,٦٩	١٢٩٤٦٨,٦٦
المجموع	٢٦٤٩		١٢٢٧٤٠			٧٣٥٥١٠,٨١

$$\text{المتوسط الحسابي } \bar{س} = \frac{\sum س \cdot ك}{\sum ك} = \frac{١٢٢٧٤٠}{٢٦٤٩} = ٤٦,٣$$

$$\text{حساب التباين } ع^٢ = \frac{\sum ح^٢ \cdot ك}{\sum ك} = \frac{٧٣٥٥١٠,٨١}{٢٦٤٩} = ٢٧٧,٦٦$$

$$\text{حساب الانحراف المعياري } ع = \sqrt{\frac{\sum ح^٢ \cdot ك}{\sum ك} - \bar{س}^٢} = \sqrt{\frac{٧٣٥٥١٠,٨١}{٢٦٤٩} - ٤٦,٣^٢} = ١٦,٦٦$$

ويعتبر الانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت المستخدمة في العلوم الإجتماعية كما أن الانحراف المعياري يستعمل في عدة مؤثرات أخرى كالارتباط وفي تحديد أشكال التوزيعات الإحصائية والاحتمالات ... إلخ.

٤- معامل الاختلاف:

عبارة عن النسبة بين الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي ويعتبر من مقاييس التشتت النسبية، ويستعمل خاصة في المقارنة بين توزيعات إحصائية غير متجانسة ويحسب وفق الصيغة التالية: $\frac{ع}{س}$ وفي المثال السابق أعلاه نجده يقدر ب $\frac{١٦,٦٦}{٤٦,٣} = ٠,٣٦$

٥_ مقاييس الإلتواء والتفرطح:

هذا النوع من المقاييس يبين لنا ويحدد نوع شكل المنحنيات الممثلة للتوزيعات من حيث درجة تدبب قمة المنحنى أو إنبساطها ومن حيث تماثل الخط المنحنى حول محور القيمة المتوسطة للتوزيع وهذا الوصف يتم إستخدام إما معامل الإلتواء الذي يصف التوزيعات التكرارية من حيث التماثل ومقاييس التفرطح والذي يقوم بوصف التوزيعات التكرارية من حيث تدبب قمة المنحنى الذي يمثلها أو تفرطحها وإنبساطها.

٥_١_ معامل الإلتواء:

ويحسب وفق القانون التالي:

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{\text{الوسط الحسابي - المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}} \quad \text{أي: } \frac{\bar{S} - \text{مو}}{\sigma} = \text{ع}$$

إذا كان $\bar{S} < \text{مو}$ فإن الإلتواء يكون موجبا والعكس صحيح.

مثال: حساب معام الإلتواء للجدول السابق وجدنا: $\bar{S} = ٤٦,٣$ $\text{ع} = ١٦,٦٦$
 $\text{مو} = ٥٠,٣٣$

$$\text{ع} = \frac{٥٠,٣٣ - ٤٦,٣}{١٦,٦٦} = ٠,٢٤ \quad \text{أي أن الإلتواء ضئيل جدا وسالب}$$

$$\text{أما معامل التفرطح ت} = \frac{\text{العزم الرابع}}{\text{مربع التباين}}$$

٥_٢_ العلاقة بين المتوسطات الإحصائية ومقاس التشتت:

- نصف المدى الربيعي = $٠,٨٤٥٠$ من الانحراف المتوسط

- نصف المدى الربيعي = ٠,٦٧٤٥ من الانحراف المعياري
- الانحراف المتوسط = ٠,٧٩٧٩ من الانحراف المعياري
- الانحراف المعياري = ١,٤٨٣٠ من نصف المدى الربيعي
- الانحراف المعياري = ١,٢٥٣٠ من الانحراف المتوسط
- الانحراف المتوسط = ١,١٨٢٠ من نصف المدى الربيعي

_ معامل الاختلاف الربيعي = $r - r_1 \times 2$ و

_ الانحراف المتوسط = الانحراف المعياري

_ الانحراف الربيعي = $\frac{4}{5}$ الانحراف المعياري

_ الانحراف المتوسط عن الوسط الحسابي = $\frac{\sum (س - س)}{3}$ بيانات غير مبوبة

بيانات مبوبة

$$\frac{\sum (س - س)}{\sum (س - س)}$$

_ الانحراف المتوسط عن الوسيط = $\frac{\sum (س - و)}{ن}$ بيانات غير مبوبة

بيانات مبوبة

$$\frac{\sum (س - و)}{\sum (س - و)}$$

_ الانحراف المتوسط عن المنوال = $\frac{\sum (س - مو)}{ن}$ بيانات غير مبوبة

بيانات مبوبة

$$\frac{\sum (س - مو)}{\sum (س - مو)}$$

_ معامل الاختلاف المتوسط = $\frac{\frac{أم - س}{س}}{\frac{أم - مو}{مو}}$

_ معامل الاختلاف = $100 \times$ إذا كان التوزيع التكراري مقفولا /
مغلقا

_ معامل الاختلاف = $100 \times$ إذا كان التوزيع التكراري
مفتوحا

تمارين

التمرين الأول:

أوجد الانحراف المعياري للقيم التالية ٥، ٩، ١٢، ١٤.

القيم	ح	ح'
٥	$5 - 10 = -5$	٢٥
٩	$9 - 10 = -1$	١
١٢	$12 - 10 = 2$	٤
١٤	$14 - 10 = 4$	١٦
المجموع	٠	٤٦

$$\bar{x} = \frac{14 + 12 + 9 + 5}{4} = \frac{\text{مجموع (س)}}{n} = 10$$

$$s^2 = \frac{46}{4} = \frac{\text{مجموع (ح}^2\text{)}}{n}$$

التمرين الثاني:

البيانات التالية تمثل درجات أو علامات طالب لمادتي الإحصاء و الرياضيات، و المطلوب حساب الانحراف المعياري للقيم المتغيرين و أيهما أكثر تشتتاً؟ حساب التباين و معامل الاختلاف؟

الإحصاء الرياضيات	٥٠ - ٤٠	٦٠ - ٥٠	٧٠ - ٦٠	٨٠ - ٧٠	٩٠ - ٨٠	١٠٠ - ٩٠	المجموع
٥٠ - ٤٠	٣	٥	٤	-	-	-	١٢
٦٠ - ٥٠	٣	٦	٦	٢	-	-	١٧
٧٠ - ٦٠	١	٤	٩	٥	٢	-	٢١
٨٠ - ٧٠	-	-	٥	١٠	٨	١	٢٤
٩٠ - ٨٠	-	-	١	٤	٦	٥	١٦
١٠٠ - ٩٠	-	-	-	٢	٤	٤	١٠
المجموع	٧	١٥	٢٥	٢٣	٢٠	١٠	١٠٠

الحل:

أولا حساب التباين و الانحراف المعياري و كذا معامل الاختلاف لدرجات الرياضيات.

درجات الرياضيات	ك	س	ك × س	ح	ح	ك × ح
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	٥٤٠	٢٤,٥ -	٦٠٠,٢٥	٧٢٠,٣
٦٠ - ٥٠	١٧	٥٥	٩٣٥	١٤,٥ -	٢١٠,٢٥	٣٥٧٤,٢٥
٧٠ - ٦٠	٢١	٦٥	١٣٦٥	٤,٥ -	٢٠,٢٥	٤٢٤,٢٥
٨٠ - ٧٠	٢٤	٧٥	١٨٠٠	٥,٥	٣٠,٢٥	٧٢٦
٩٠ - ٨٠	١٦	٨٥	١٣٦٠	١٥,٥	٢٤٠,٢٥	٣٨٤٤
١٠٠ - ٩٠	١٠	٩٥	٩٥٠	٢٥,٥	٦٥٠,٢٥	٦٥٠٢,٤
المجموع	١٠٠		٦٩٥٠			٢٢٢٧٥

$$\text{المتوسط الحسابي لدرجات الرياضيات} = \overline{س} = \frac{\text{مجموع (ك × س)}}{\text{مجموع (س)}} = \frac{6950}{100} = 69,5$$

$$\text{التباين في نقاط / درجات الرياضيات} = \frac{\text{مجموع (ك × ح)}}{\text{مجموع (ك)}} = \frac{22275}{100} = 222,75$$

$$\text{الانحراف المعياري لدرجات الرياضيات ع} = \frac{22275}{100} \sqrt{\frac{\text{مج (ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج (ك)}}} = 14,92$$

$$\text{معامل الاختلاف لدرجات الرياضيات} = \frac{(ع)(س)}{س} = 100 \times \frac{14.92}{69.5} = 21,46\%$$

ثانياً: حساب التباين، الانحراف المعياري، و كذا معادل الاختلاف لدرجات الإحصاء.

درجات الرياضيات	ك	س	ك × س	ح	ح	ك × ح ²
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	٣١٥	- ٢٦,٤	٦٩٦,٩٦	٤٨٧٨,٧٢
٦٠ - ٥٠	١٧	٥٥	٨٢٥	- ١٦,٤	٢٦٨,٩٦	٤٠٣٤,٤
٧٠ - ٦٠	٢١	٦٥	١٦٢٥	- ٦,٤	٤٠,٩٦	١٠٢,٤
٨٠ - ٧٠	٢٤	٧٥	١٧٢٥	٣,٦	١٢,٩٦	٢٩٨,٠٨
٩٠ - ٨٠	١٦	٨٥	١٧٠٠	١٣,٦	١٨٤,٩٦	٣٦٩٩,٢
١٠٠ - ٩٠	١٠	٩٥	٩٥٠	٢٣,٦	٥٥٦,٩٦	٥٥٦٩,٦
المجموع	١٠٠		٧١٤٠			١٩٥٠٤

$$\text{المتوسط الحسابي لدرجات الإحصاء} = \frac{\text{مج (ك} \times \text{س)}}{\text{مج (س)}} = \frac{7140}{100} = 71,4$$

$$\text{التباين في نقاط / درجات الإحصاء} = \frac{\text{مج (ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج (ك)}} = \frac{19504}{100} = 195,04$$

$$\text{الانحراف المعياري لدرجات الإحصاء ع} = \frac{22275}{100} \sqrt{\frac{\text{مج (ك} \times \text{ح}^2)}{\text{مج (ك)}}} = 13,96$$

$$\text{معامل الاختلاف لدرجات الإحصاء} = \frac{\overline{E_s}}{S_s} = \frac{13.63}{71.4} \times 100 = 19.09\%$$

و من هنا نستنتج أن درجات الرياضيات هي أكثر تشتتاً و كذا اختلافاً و تغيراً من درجة الإحصاء.